

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

**ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**  
по дисциплине  
**‘ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА’**

Вариант №18

*Выполнил:*  
Студент группы Р3213  
Хафизов Булат Ленарович  
*Преподаватель:*  
Мальшева Татьяна  
Алексеевна



**УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург, 2022

## Цель работы

Изучить численные методы интегрирования и реализовать три из них средствами программирования. Понять их сходства и различия.

## Ход работы

Точное решение интеграла:

$$\begin{aligned}\int_2^4 (x^3 - 5x^2 + 3x - 16)dx &= \int_2^4 x^3 dx - 5 \int_2^4 x^2 dx + 3 \int_2^4 x dx - 16 \int_2^4 dx = \\&= \frac{x^4}{4} \Big|_2^4 - 5 \frac{x^3}{3} \Big|_2^4 + 3 \frac{x^2}{2} \Big|_2^4 - 16x \Big|_2^4 = \\&= \left( \frac{256}{4} - \frac{16}{4} \right) - 5 \left( \frac{64}{3} - \frac{8}{3} \right) + 3 \left( \frac{16}{2} - \frac{4}{2} \right) - 16(4 - 2) = \\&= -47,3333\end{aligned}$$

Решение интеграла методом Симпсона:

$$\begin{aligned}\int_2^4 (x^3 - 5x^2 + 3x - 16)dx &= \frac{1}{9} \left( -22 + 4 * \left( -\frac{635}{27} - 25 - \frac{619}{27} \right) + 2 * \left( -\frac{664}{27} - \frac{662}{27} \right) - 20 \right) \\&= -47,3333\end{aligned}$$

Решение интеграла методом Котеса:

$$\begin{aligned}\int_2^4 (x^3 - 5x^2 + 3x - 16)dx &= \frac{41 * 2}{840} * f(2) + \frac{9 * 2}{35} * f\left(\frac{7}{3}\right) + \frac{9 * 2}{280} * f\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{34 * 2}{105} * f(3) + \frac{9 * 2}{280} \\&* f\left(\frac{10}{3}\right) + \frac{9 * 2}{35} * f\left(\frac{11}{3}\right) + \frac{41 * 2}{840} * f(4) = -47,3333\end{aligned}$$

Решение интеграла методом трапеций:

$$\begin{aligned}\int_2^4 (x^3 - 5x^2 + 3x - 16)dx &= \frac{1}{3} \left( -\frac{22 + 20}{2} + \sum_{i=1}^5 y_i \right) \\&= \frac{1}{3} \left( -21 - \frac{635}{27} - \frac{664}{27} - 25 - \frac{662}{27} - \frac{619}{27} \right) = -\frac{1274}{27} \\&= -47,185\end{aligned}$$

Погрешность равна  $\Delta = -47,185 - (-47,3333) = 0,1483$

Метод средних прямоугольников:

i	$x_i$	$y_i$
0	2	-22
1	2.333	-23.5185
2	2.666	-24.5926
3	2.999	-25
4	3.332	-24.5185
5	3.665	-22.9259
6	3.998	-20

$$\frac{4-2}{6}(-22 + -23.519 + \dots + -24.519 + -22.926) =$$

$$= 0.333 \cdot -139.63 = -46.497$$

### Листинг программы

```
def trapezoid_method(f, a, b, e, n=4):
    answer = {}
    result = float('inf')
    while True:
        last_result = result
        result = (f(a) + f(b)) / 2
        h = (b - a) / n
        x = a + h
        for i in range(n - 1):
            result += f(x)
            x += h
        result *= h
        if abs(result - last_result) <= e:
            break
        else:
            n *= 2
    answer['result'] = result
    answer['n'] = n
    return answer

def simpson_method(f, a, b, e, n=4):
    answer = {}
    if n % 2 != 0:
        return None
    result = float('inf')
    while True:
        last_result = result
        result = f(a) + f(b)
        h = (b - a) / n
        x = a + h
        for i in range(n - 1):
            yi = f(x)
            if i % 2 == 0:
```

```

        result += 4 * yi
    else:
        result += 2 * yi
    x += h
    result *= h / 3
    if abs(result - last_result) <= e:
        break
    else:
        n *= 2
answer['result'] = result
answer['n'] = n
return answer

def getfunc(func_id):
    if func_id == '1':
        return lambda x: x ** 2
    elif func_id == '2':
        return lambda x: 1 / x
    elif func_id == '3':
        return lambda x: x ** 3 - 3 * (x ** 2) + 6 * x - 19
    else:
        return None

def getdata():
    data = {}
    print("Выберите функцию:")
    print(" 1 -  $x^2$ ")
    print(" 2 -  $1 / x$ ")
    print(" 3 -  $x^3 - 3x^2 + 6x - 19$ ")
    func = None
    while True:
        func_id = input("Функция: ")
        if func_id != '1' and func_id != '2' and func_id != '3':
            print("Выберите функцию из списка!")
            continue
        func = getfunc(func_id)
        break
    data['func'] = func
    print("Выберите метод решения:")
    print("1 - Метод трапеций")
    print("2 - Метод Симпсона")
    method = ""
    while True:
        method_id = input("Метод решения: ")
        if method_id == '1':
            method = "trapezoid_method"
            break
        elif method_id == '2':
            method = "simpson_method"
            break
        print("Выберите метод из списка!")
    data['method'] = method
    print("Введите пределы интегрирования")
    a, b = 0, 0
    while True:
        a = float(input("\tЛевая граница интервала: "))
        b = float(input("\tПравая граница интервала: "))
        if a <= b:
            break
    data['a'] = a
    data['b'] = b
    error = None

```

```

while True:
    error = float(input("\tВведите погрешность: "))
    if error > 0:
        break
data['error'] = error
return data

def main():
    print("Лабораторная работа №3")
    print("Вариант №18")
    print("Численное интегрирование")
    data = getdata()
    answer = None
    if data['method'] == 'trapezoid_method':
        answer = trapezoid_method(data['func'], data['a'], data['b'],
data['error'])
    elif data['method'] == 'simpson_method':
        answer = simpson_method(data['func'], data['a'], data['b'],
data['error'])
    print("Результат вычисления.")
    print(f"Значение интеграла: {answer['result']}")
    print(f"Количество разбиений: {answer['n']}")

main()

```

## Результаты выполнения программы

```
Лабораторная работа №3
Вариант №18
Численное интегрирование
Выберите функцию:
  1 –  $x^2$ 
  2 –  $1 / x$ 
  3 –  $x^3 - 3x^2 + 6x - 19$ 
Функция: 1
Выберите метод решения:
  1 – Метод трапеций
  2 – Метод Симпсона
Метод решения: 1
Введите пределы интегрирования
  Левая граница интервала: 1
  Правая граница интервала: 2
  Введите погрешность: 0.001
Результат вычисления.
Значение интеграла: 2.33349609375
Количество разбиений: 32
```

## Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работой я познакомился с численными методами интегрирования и реализовал метод прямоугольников, метод трапеций и метод Симпсона на языке программирования Python, закрепив знания.