Отчёт по лабораторной работе №6

Дисциплина: Математическое моделирование

Исаев Булат Абубакарович НПИбд-01-22

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: а. если I(0) <= I *б. если I(0) > I*

2 Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта: (1132227131 % 70) + 1 = 22 вариант.

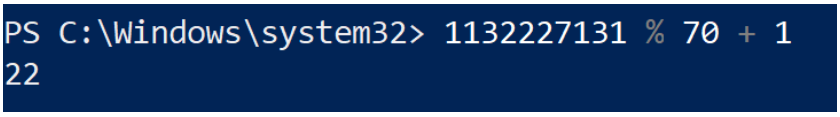
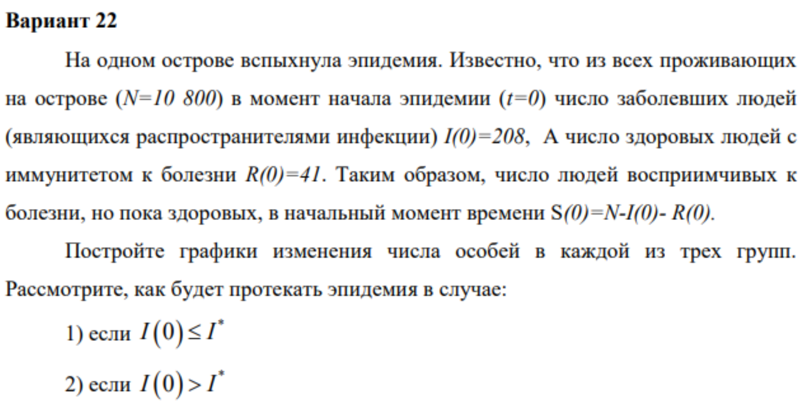


Рис. 2.1: Узнаём наш вариант по формуле (“Номер Студенческого” % “Количество вариантов” + 1)



Вариант 22

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=10\ 800$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=208$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=41$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \le I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Рис. 2.2: Просматриваем наше задание

Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через *S(t)*. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их *I(t)*. А третья группа, обозначающаяся через *R(t)* – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа *S(t)* меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases} \qquad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases} \qquad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \qquad (3)$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни *R(0)=0*, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

Рис. 2.3: Смотрим на пример решения задачи

Лабораторная работа № 5

Задание

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

а) если $I(0) \le I^*$

б) если $I(0) > I^*$

Рис. 2.4: Изучаем задачу лабораторной

3 Код лабораторной

Начало

a = 0.01; // коэффициент заболеваемости b = 0.02; // коэффициент выздоровления N = 2000; // общая численность популяции I0 = 300; // количество инфицированных особей в начальный момент времени R0 = 0; // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени

// случай, когда I(0)<=I *function dx=syst(t, x) dx(1) = 0; dx(2) = - b*x(2); dx(3) = b*x(2); endfunction

t0 = 0; x0=[S0;I0;R0]; // начальные значения t = [0: 0.01: 200]; y = ode(x0, t0, t, syst);

plot(t, y); // построение динамики изменения числа особей в каждой из трех групп hl=legend([‘S(t)’; ‘I(t)’; ‘R(t)’]);

Конец

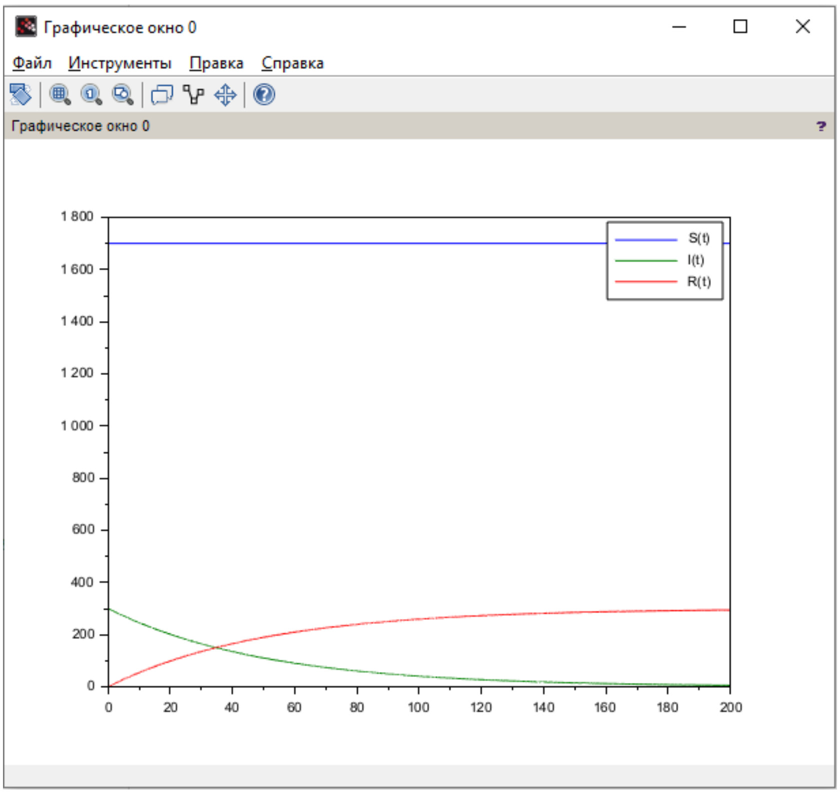


Рис. 3.1: Просматриваем график, полученный по уравнению этой лабораторной

4 Наш код

Начало

N = 1000; // общая численность популяции a = 0.01; // коэффициент заболеваемости b = 0.02; // коэффициент выздоровления I_star = 200; // критическое число заболевших I0 = 99; // начальное количество инфицированных R0 = 5; // начальное количество выздоровевших S0 = N - I0 - R0; // начальное количество восприимчивых

// Определение системы уравнений function dx = epidemic_model(t, x) S = x(1); I = x(2); R = x(3);

```
if I > I_star then
    dSdt = -a*S;
    dIdt = a*S - b*I;
else
    dSdt = 0;
    dIdt = -b*I;
end;
dRdt = b*I;

dx = [dSdt; dIdt; dRdt];
```

endfunction

t0 = 0; t = 0:0.1:200;

y = ode([S0; I0; R0], t0, t, epidemic_model);

// График plot(t, y(1, :), ‘b’, t, y(2, :), ‘r’, t, y(3, :), ‘g’); legend(“Восприимчивые S(t)”, “Инфицированные I(t)”, “Выздоровевшие R(t)”); xlabel(“Время”); ylabel(“Численность особей”); title(“Моделирование эпидемии”); grid on;

Конец

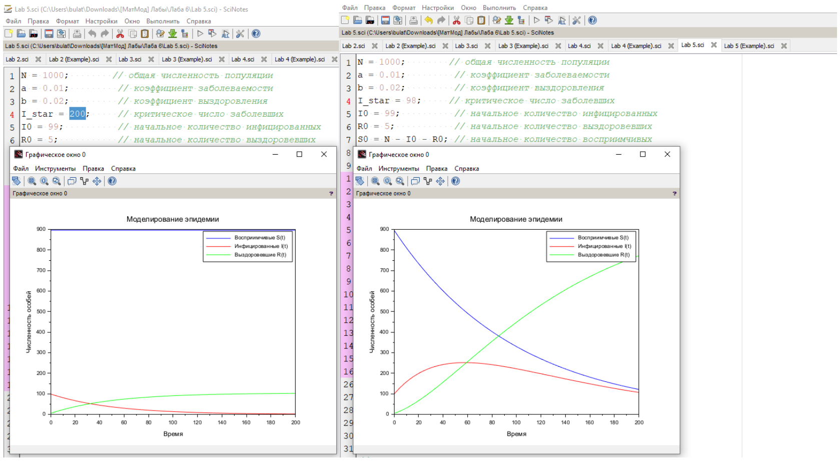


Рис. 4.1: Просматриваем графики, полученные по уравнениям нашей

5 Выводы

Мы научились работать с моделью об эпидемии

Список литературы

[1]

1. Модель об эпидемии [Электронный ресурс]. URL: https://habr.com/ru/articles/551682/.