

# **Отчёт по лабораторной работе №7**

**Дисциплина: Математическое моделирование**

**Исаев Булат Абубакарович НПИбд-01-22**

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Наш лабораторной (Пример 1)</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Наш лабораторной (Пример 2)</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Наш код</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>
<b>7</b>	<b>Вопросы к лабораторной работе</b>	<b>16</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

# Список иллюстраций

2.1	Узнаём наш вариант по формуле (“Номер Студенческого” % “Количество вариантов” + 1) . . . . .	6
2.2	Просматриваем наше задание . . . . .	6
2.3	Смотрим на пример задачи с использованием модели Мальтуса .	7
2.4	Изучаем задачу лабораторной . . . . .	8
3.1	Просматриваем график (пример 1), полученный по уравнению этой лабораторной . . . . .	10
4.1	Просматриваем график (пример 2), полученный по уравнению этой лабораторной . . . . .	12
5.1	Просматриваем график, полученный по уравнениям нашей . . . .	14

## Список таблиц

# 1 Цель работы

29 января в городе открылся новый салон красоты. Полагаем, что на момент открытия о салоне знали  $N_0$  потенциальных клиентов. По маркетинговым исследованиям известно, что в районе проживают  $N$  потенциальных клиентов салона. Поэтому после открытия салона руководитель запускает активную рекламную кампанию. После этого скорость изменения числа знающих о салоне пропорциональна как числу знающих о нем, так и числу не знающих о нем.

1. Построить график распространения рекламы о салоне красоты ( $N_0$  и  $N$  - задайте самостоятельно).
2. Сравнить эффективность рекламной кампании при  $a_1(t) > a_2(t)$  и  $a_1(t) < a_2(t)$
3. Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост (на вашем примере).
4. Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы
5. Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространяется только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения

## 2 Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта:  $(1132227131 \% 70) + 1 = 22$  вариант.

```
PS C:\Windows\system32> 1132227131 % 70 + 1  
22
```

Рис. 2.1: Узнаём наш вариант по формуле (“Номер Студенческого” % “Количество вариантов” + 1)

Вариант № 22

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.68 + 0.00018n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.00001 + 0.35n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.51\sin(5t) + 0.31\cos(3t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 963$ , в начальный момент о товаре знает 12 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Рис. 2.2: Просматриваем наше задание

### Эффективность рекламы

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t)) \quad (1)$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

Рис. 2.3: Смотрим на пример задачи с использованием модели Мальтуса

## Лабораторная работа № 6

### Задача

29 января в городе открылся новый салон красоты. Полагаем, что на момент открытия о салоне знали  $N_0$  потенциальных клиентов. По маркетинговым исследованиям известно, что в районе проживают  $N$  потенциальных клиентов салона. Поэтому после открытия салона руководитель запускает активную рекламную кампанию. После этого скорость изменения числа знающих о салоне пропорциональна как числу знающих о нем, так и числу не знающих о нем.

1. Построить график распространения рекламы о салоне красоты ( $N_0$  и  $N$  - задайте самостоятельно).
2. Сравнить эффективность рекламной кампании при  $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$  и  $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$
3. Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост (на вашем примере).
4. Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы
5. Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространяется только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения

### Вопросы к лабораторной работе

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)
2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)
3. На что влияет коэффициент  $\alpha_1(t)$  и  $\alpha_2(t)$  в модели распространения рекламы
4. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$
5. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

Рис. 2.4: Изучаем задачу лабораторной



### 3 Наш лабораторной (Пример 1)

#### Начало

t0 = 0; //начальный момент времени x0 = 1; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени N = 400; // максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар t = 0: 0.1: 30; // временной промежуток (длительность рекламной компании)

//функция, отвечающая за платную рекламу function g=k(t); g = 0.055; endfunction

//функция, описывающая сарафанное радио function v=p(t); v = 0.0018; endfunction

//уравнение, описывающее распространение рекламы function xd=f(t, x); xd = (k(t) + p(t)x) ( N - x ); endfunction

x = ode(x0, t0, t, f); //решение ОДУ plot(t, x); //построение графика решения

#### Конец

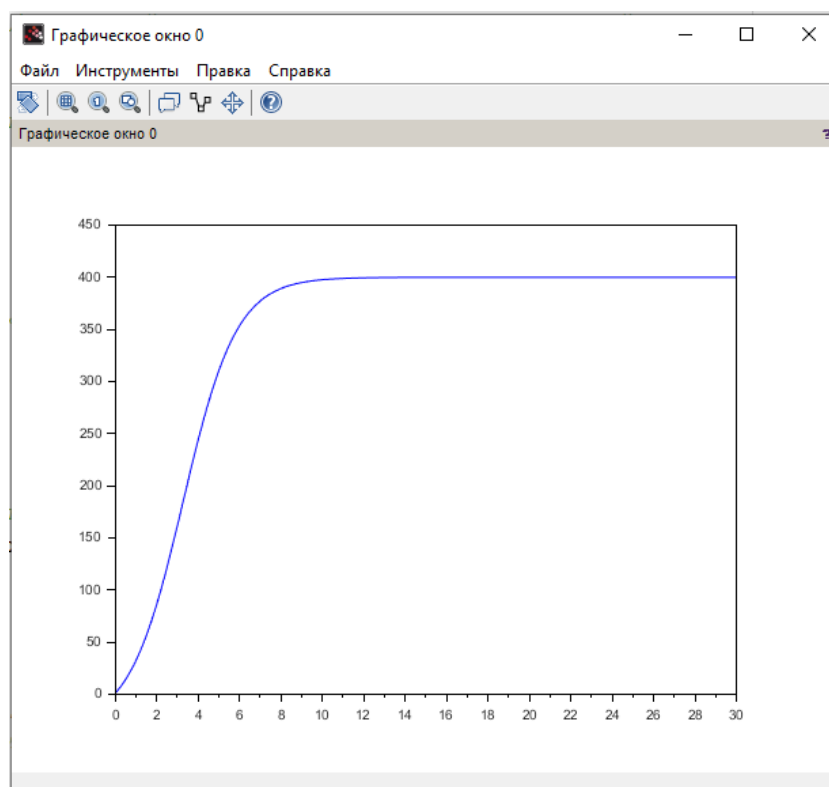


Рис. 3.1: Просматриваем график (пример 1), полученный по уравнению этой лабораторной

## 4 Наш лабораторной (Пример 2)

### Начало

```
t0 = 0; //начальный момент времени x0 = 1; // количество людей, знающих о  
товаре в начальный момент времени N = 400; // максимальное количество людей,  
которых может заинтересовать товар t = 0: 0.1: 30; // временной промежуток  
(длительность рекламной компании)
```

```
//функция, отвечающая за платную рекламу function g = k(t); g = 0.005*t;  
endfunction
```

```
//функция, описывающая сарафанное радио function v = p(t); v = 0.002*t;  
endfunction
```

```
//уравнение, описывающее распространение рекламы function xd = f(t, x); xd = (  
k(t) + p(t)x)( N - x ); endfunction
```

```
x = ode(x0, t0, t, f); //решение ОДУ plot(t, x); //построение графика решения
```

### Конец

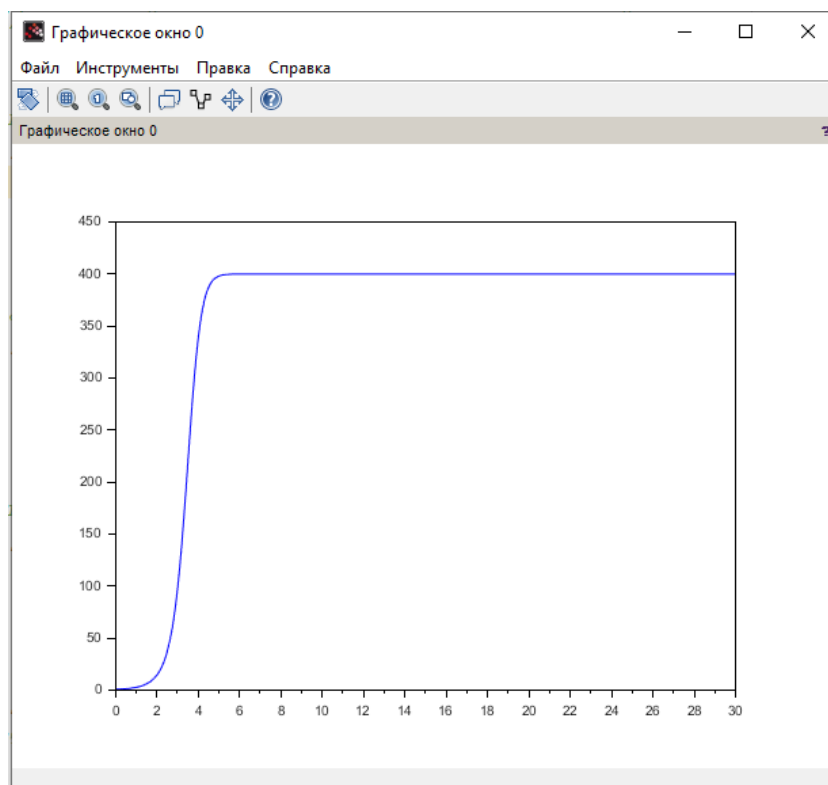


Рис. 4.1: Просматриваем график (пример 2), полученный по уравнению этой лабораторной

## 5 Наш код

### Начало

```
N = 963; // максимальное количество людей, которых может заинтересовать
товар n0 = 12; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент t0 = 0;
//начальный момент времени //t = linspace(0, 10, 100); // временной промежуток
(длительность рекламной компании) t = [0: 0.1: 30]; // временной промежуток
(длительность рекламной компании)
```

```
// 1 function dn=formula1(t, n) dn = (0.68 + 0.00018 * n) * (N - n); endfunction
// 2 function dn=formula2(t, n) dn = (0.00001 + 0.35 * n) * (N - n); endfunction
// 3 function dn=formula3(t, n) dn = (0.51 + sin(5t) + 0.31 cos(3t) n) * (N - n); endfunction
n1 = ode(n0, t0, t, formula1); n2 = ode(n0, t0, t, formula2); n3 = ode(n0, t0, t, formula3);
dn2_dt = diff(n2) ./ diff(t); t_max_speed = t(find(dn2_dt == max(dn2_dt)));
clf(); plot(t, n1, 'r', "LineWidth", 2); plot(t, n2, 'b-', "LineWidth", 2); plot(t, n3, 'g:',
"LineWidth", 2); xlabel("Время (количество дней)"); ylabel("Количество информиро-
ванных клиентов"); title("Распространение рекламы"); legend(["Первое уравнение",
"Второе уравнение", "Третье уравнение"]); grid(); disp("Максимальная скорость
распространения рекламы для второго уравнения на t =" + string(t_max_speed) + "
дней");
```

### Конец

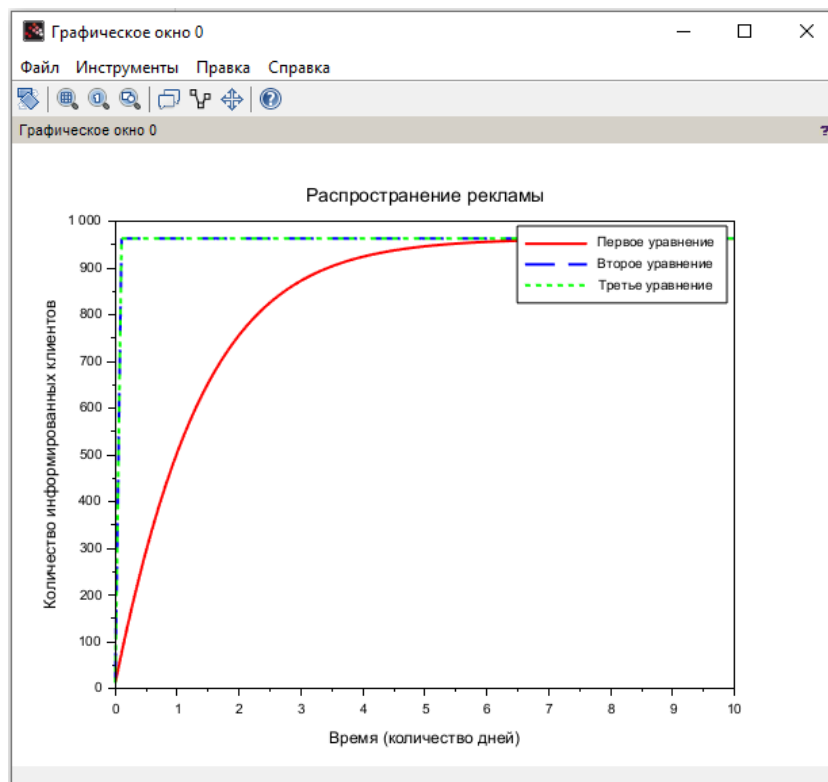


Рис. 5.1: Просматриваем график, полученный по уравнениям нашей

## 6 Выводы

Мы научились работать с моделью Мальтуса

## 7 Вопросы к лабораторной работе

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель) -  $dN/dt = rN$ , где:  $N$  - численность популяции (или количество чего-либо),  $r$  - коэффициент роста (рождаемость минус смертность),  $t$  - время

Модель Мальтуса описывает неограниченный экспоненциальный рост популяции или количества потребителей, предполагая, что ресурсы бесконечны. Она используется в: 1. Экологии (анализ численности животных и растений), 2. Экономике (рост капитала, инвестиций), 3. Маркетинге (распространение товаров, клиентская база).

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение) -  $dN/dt = rN(1 - N/K)$ , где:  $K$  - максимальная емкость среды (предел роста)  $r$  - скорость роста

Это уравнение описывает ограниченный рост, который сначала экспоненциальный, но затем замедляется из-за нехватки ресурсов. Используется в:

1. Популяционной динамике (ограничение численности животных, людей), 2. Маркетинге (насыщение рынка продуктами), 3. Социальных науках (распространение технологий, информации).

3. На что влияет коэффициент  $a_1(t)$  и  $a_2(t)$  в модели распространения рекламы -  $dN/dt = a_1(t)N(1 - N) + a_2(t)N$ , где:  $a_1(t)$  - скорость распространения



информации (например, эффективность рекламы). Чем выше  $a_1(t)$ , тем быстрее растет аудитория  $a_2(t)$  - скорость затухания эффекта рекламы (люди забывают, теряют интерес). Чем выше  $a_2(t)$ , тем быстрее уходит аудитория

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $a_1(t) \gg a_2(t)$  - Если эффективность рекламы намного больше, чем потери аудитории, то: Число пользователей стремится к максимальному значению (почти как логистическая модель). Возможен взрывной рост аудитории.
5. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $a_1(t) \ll a_2(t)$  - Если затухание сильнее, чем распространение, то: Рост будет незначительным или вообще прекратится. Аудитория будет быстро убывать.

# Список литературы

[1]

1. Мальтузианская модель роста [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Мальтузианская\\_модель\\_роста](https://ru.wikipedia.org/wiki/Мальтузианская_модель_роста).