Лабораторная Работа №6. Задача об эпидемии

Математическое моделирование

Исаев Б.А.

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва, Россия

Докладчик

- Исаев Булат Абубакарович
- НПИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- [1132227131@pfur.ru]

Цели и задачи

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: а. если I(0) <= I *б. если I(0) > I*

Выбор варианта

```
PS C:\Windows\system32> 1132227131 % 70 + 1
22
```

Figure 1: Узнаём наш вариант по формуле (“Номер Студенческого” % “Количество вариантов” + 1)

Полученный вариант

Вариант 22

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (*N=10 800*) в момент начала эпидемии (*t=0*) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) *I(0)=208*, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни *R(0)=41*. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S*(0)=N-I(0)- R(0)*.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \le I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Figure 2: Просматриваем наше задание

Задача об эпидемии

Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(t) > I^* \\ -\beta I, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases} \quad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (3)$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

Задача лабораторной

Лабораторная работа № 5

Задание

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

а) если $I(0) \le I^*$

б) если $I(0) > I^*$

Figure 4: Изучаем задачу лабораторной

Код лабораторной (Scilab)

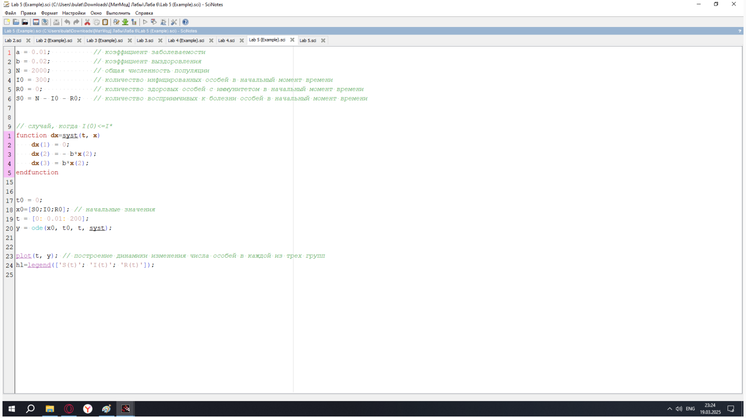
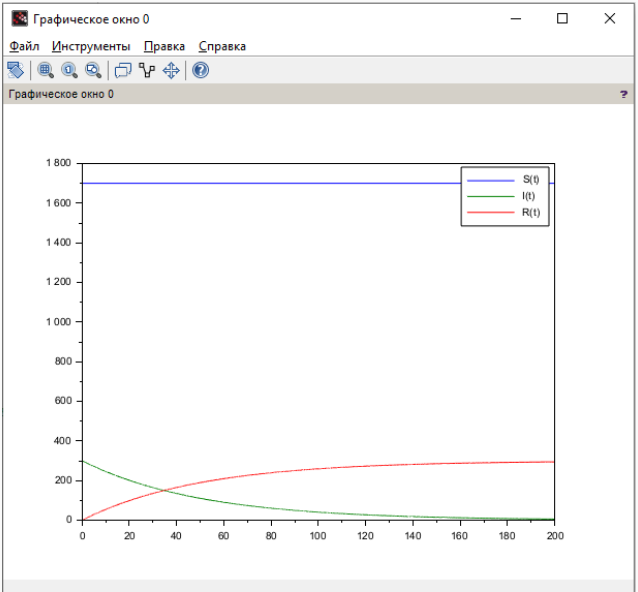
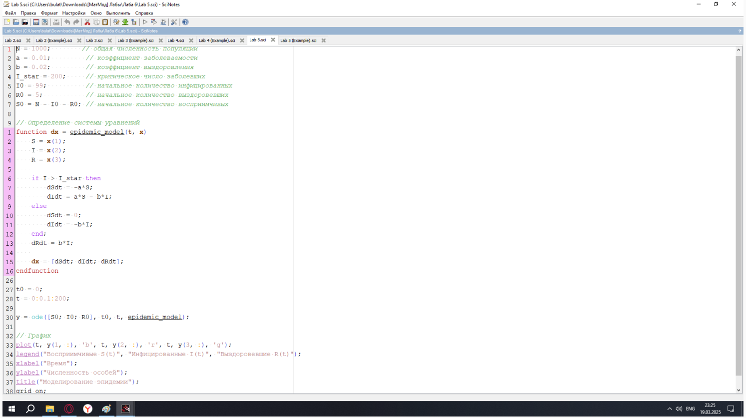


Figure 5: Смотрим код лабораторной, написанный на языке Scilab

График


Графическое окно 0
Файл Инструменты Правка Справка
Графическое окно 0
1 800
1 600
1 400
1 200
1 000
800
600
400
200
0
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200
S(t)
I(t)
R(t)

Выполнение задачи



```
N = 1000;        // общая численность популяции
a = 0.01;        // коэффициент заболеваемости
b = 0.02;        // коэффициент выздоровления
I_star = 200;    // критическое число заболевших
I0 = 99;         // начальное количество инфицированных
R0 = 5;          // начальное количество выздоровевших
S0 = N - I0 - R0; // начальное количество восприимчивых

// Определение системы уравнений
function dx = epidemic_model(t, x)
    S = x(1);
    I = x(2);
    R = x(3);

    if I > I_star then
        dSdt = -a*S;
        dIdt = a*S - b*I;
    else
        dSdt = 0;
        dIdt = -b*I;
    end;
    dRdt = b*I;

    dx = [dSdt; dIdt; dRdt];
endfunction

t0 = 0;
t = 0:0.1:200;

y = ode([S0; I0; R0], t0, t, epidemic_model);

// График
plot(t, y(1, :), 'b', t, y(2, :), 'r', t, y(3, :), 'g');
legend("Восприимчивые S(t)", "Инфицированные I(t)", "Выздоровевшие R(t)");
xlabel("Время");
ylabel("Численность особей");
title("Моделирование эпидемии");
grid on;
```

Figure 7: Выполняем нашу задачу на Scilab

Графики

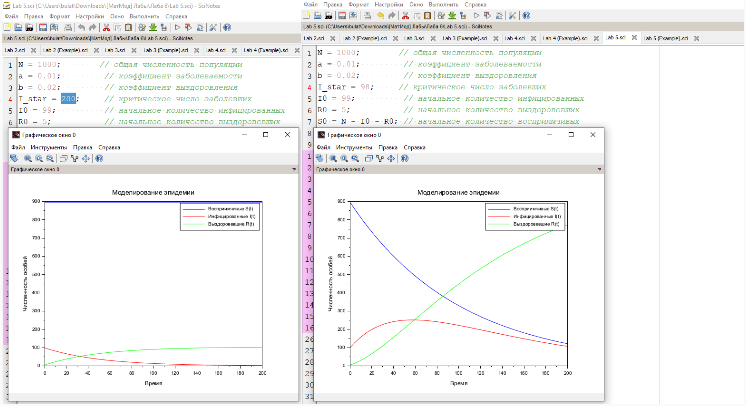


Figure 8: Просматриваем графики, полученные по уравнениям нашей

Вывод

Мы научились работать с моделью об эпидемии