условие $y = 1$ при $x = 1$, окончательно имеем $xy = 1$, т.е. искомая кривая является гиперболой.

Примечание. Из приведенных примеров следует также, что одному и тому же дифференциальному уравнению может удовлетворять множество решений (при различных значениях постоянных). Для выделения одного, определённого из них, и необходимо задание дополнительных условий, что и показано в последних двух примерах.

Итак, **обыкновенным дифференциальным уравнением** называется соотношение вида

$$F(x, y, y^{'}, y^{''}, y^{'''}, ..., y^{(n)}) = 0, \tag{1.1}$$

связывающее независимую переменную x, функцию y этой независимой переменной и производные функции y по x до n-го порядка, где функция F определена и достаточное число раз дифференцируема в некоторой области изменения своих аргументов.

Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок входящей в него производной.

Решением дифференциального уравнения (1.1) называется определённая и достаточное число раз дифференцируемая в некоторой рассматриваемой области функция $y = y(x)$, в результате подстановки которой в уравнение оно становится справедливым тождеством.

Решение дифференциального уравнения, *имеющее неявную форму* $\phi(x, y) = 0$ называется **интегралом дифференциального уравнения**.

Решение дифференциального уравнения *может быть определено* также и в **параметрической форме**, а именно $x = \phi(t), y = \psi(t)$.

Процесс отыскания решения дифференциального уравнения называется его **интегрированием**.

График решения дифференциального уравнения называется его **интегральной кривой**.

Общим решением дифференциального уравнения в некоторой области его определения называется функция $y = y(x, C_1, C_2, C_3, ..., C_n)$ переменной x, содержащая в качестве аргументов n произвольных постоянных, такая, что при каждом наборе значений этих постоянных данная функция является решением дифференциального уравнения.

Если *общее решение* имеет *неявный вид* $\phi(x, y, C_1, C_2, C_3, ..., C_n) = 0$ то такая форма общего решения называется **общим интегралом** дифференциального уравнения.

Каждое решение в составе общего решения или *каждый интеграл, входящий в состав общего интеграла* при определённых значениях постоянных, называется соответственно **частным решением** или **частным интегралом**.

Всюду в дальнейшем, если особо не оговорено, решения дифференциальных уравнений независимо от их явной или неявной формы будем называть просто решениями.

Множество всех решений некоторых дифференциальных уравнений в области их определения, кроме общего решения, *может включать* в себя дополнительно *отдельные решения, не содержащиеся в общем решении* ни при каких значениях произвольных постоянных. Такие решения также называются **частными решениями**.

Замечание. В дальнейшем (в §11 книги) будет введено *определение одного* из частных решений, которое принадлежит множеству решений уравнения и обладает определёнными специальными свойствами, а именно так называемое **особое решение**.

Графическое представление всех решений дифференциального уравнения составляет так называемое **множество интегральных кривых**.

Обратим внимание, что дифференциальное уравнение может и не иметь решений в действительной области. Примером является уравнение $y'^2 + 1 = 0$. В основном же дифференциальные уравнения имеют множество решений. Однако можно привести пример уравнения $(y - x)^2 + \sqrt{1 - y'^2} = 0$, которое имеет лишь единственное решение $x = y$. Может быть также, что уравнение имеет множество решений, но эти решения не выражаются в элементарных функциях, как, например, для уравнения $y' = \dfrac{sin(x)}{x}$ имеем $y = \displaystyle\int \frac{sinx}{x} dx + C$. В соответствии с этим, если интегрирование дифференциального.