

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота №4
«Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та
обчислення»

Виконав:	Булава Геннадій Юрійович	Перевірила:	Вечерковська Анастасія Сергіївна
Група	ІПЗ-21(2)	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		
2022			

Назва теми: Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення

Мета: навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Постановка задачі

1. Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навамання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?
2. У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навамання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.
3. В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.
4. До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них. Ймовірність призначення товару для першого відділу $p_1=0,15$, для другого $p_2=0,25$, для третього $p_3=0,2$, а для четвертого $p_4=0,1$. Знайти ймовірність p_5 того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.
5. У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.
6. Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9. Ймовірність появи виробу першого гатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого гатунку даним станком.
7. В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань. Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визваний навамання студент відповів на три довільно заданих питання. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.
8. На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно 0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навамання взята деталь стандартна?

9. У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% - на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?
10. 30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9, надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

2. Написати програму, яка, використовуючи відомі формули теорії ймовірності(запрограмувати вручну) розв'яже задачі приведені у п.1.

3. Порівняти результати обчислень, зробити висновки.

Математична модель

Формула сполучення:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Класичне означення імовірності:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Де m – сприятливі події, n – загальна кількість елементів

Ймовірність появи хоча б однієї події:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

Де \bar{A} – ймовірність протилежної події

Сума усіх ймовірностей

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n) = 1$$

Ймовірність одночасної появи двох незалежних випадкових подій A та B:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Формула Байєса:

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i) * P(A/B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i) * P(A/B_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_i) * P(A/B_i)}$$

Де B_i – умовна гіпотеза появи деякої події, A – випадкова подія

Випробування алгоритму

Завдання 1

Імовірність: 0.34

Завдання 2

Імовірність: 0.978

Завдання 3

Імовірність: 0.533

Завдання 4

$p_5 = 0.3$

Завдання 5

Імовірність: 0.443

Завдання 6

Імовірність: 0.72

Завдання 7

а) 0.57868

б) 0.001692

Завдання 8

Імовірність: 0.93

Завдання 9

Імовірність: 0.268

Завдання 10

Імовірність: 0.325

Псевдокод

```
def ce(k, n):
    return math.factorial(n)/(math.factorial(k)*math.factorial(n-k))

def task1():
    with open("Lab4_Result.txt", "w") as f:
        f.write('Завдання 1\n')
        a = [40, 26, 22, 12]
        f.write('Імовірність: ')
        probability = (a[2]+a[3])/(a[0]+a[1]+a[2]+a[3])
        f.write(str(round(probability, 3)) + '\n\n')

def task2():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 2\n')
        f.write('Імовірність: ')
        f.write(str(round((ce(2,8)*ce(0,2)+ce(1,8)*ce(1,2))/ce(2,10), 3)) + '\n\n')

def task3():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 3\n')
        f.write('Імовірність: ')
        f.write(str(round(1 - (ce(3,8)/ce(3,10)), 3)) + '\n\n')

def task4():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 4\n')
        a = [0.15, 0.25, 0.2, 0.1]
        f.write('p5 = ')
        f.write(str(round(1 - a[0] - a[1] - a[2] - a[3], 3)) + '\n\n')

def task5():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 5\n')
        f.write('Імовірність: ')
        f.write(str(round(ce(2,80)/ce(2,120), 3)) + '\n\n')

def task6():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 6\n')
        p1 = float(0.9)
        p2 = float(0.8)
        f.write('Імовірність: ')
        f.write(str(round(p1 * p2, 3)) + '\n\n')

def task7():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 7\n')
        num_of_stud = float(10.0)
        num_of_quest = float(20.0)
        students = [3, 4, 2, 1]
        marks = [20, 16, 10, 5]
        temp = []
        p = float(0)
        for i in range(0, 4):
            add = students[i] / num_of_stud
            for j in range(0, 3):
                add = add * (marks[i] - j) / (num_of_quest - j)
            p = p + add
            temp.append(add)
        p1 = temp[0]/p
        p2 = temp[3]/p
        f.write('a') + str(round(p1, 6)) + '\n')
        f.write('6') + str(round(p2, 6)) + '\n\n')

def task8():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 8\n')
        f.write('Імовірність: ')
        proc1 = [0.4, 0.3, 0.3]
        proc2 = [0.9, 0.95, 0.95]
        p = float(0.0)
        for i in range(0, 3):
            p = p + proc1[i]*proc2[i]
        f.write(str(round(p, 3)) + '\n\n')

def task9():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 9\n')
        f.write('Імовірність: ')
        proc1 = [0.4, 0.3, 0.3]
        proc2 = [0.8, 0.7, 0.85]
        p = float(0.0)
        for i in range(0, 3):
            p = p + proc1[i]*proc2[i]
        p0 = proc1[1]*proc2[1]/p
        f.write(str(round(p0, 3)) + '\n\n')

def task10():
    with open("Lab4_Result.txt", "a") as f:
        f.write('Завдання 10\n')
        f.write('Імовірність: ')
        proc1 = [0.3, 0.7]
        proc2 = [0.9, 0.8]
        p = float(0.0)
        for i in range(0, 2):
            p = p + proc1[i]*proc2[i]
        p0 = proc1[0] * proc2[0] / p
        f.write(str(round(p0, 3)))
```

Аналітичний розв'язок

№1.

Дано: ч.к. = 40 к.к. = 26 м.к. = 22 с.к. = 12

$P(A) = ?$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{22 + 12}{40 + 26 + 22 + 12} = 0,34$$

№2.

Дано:

Кількість співроб = 10

№ консулянтів = 8

$m = 2$

$n = 1$

$P_{\geq 1 \text{ консулт.}} = ?$

$$P(A) = \frac{C_8^2 C_2^0 + C_8^1 C_2^1}{C_{10}^2} =$$

$$= \frac{28 + 16}{45} = \frac{44}{45} \approx 0,9(4)$$

№3.

Дано:

$N_{\text{сп.}} = 10$

$M_{\text{ред.}} = 2$

$n = 3$

$m = 1$

$P_{\text{всього ред.}} = ?$

$$P(\bar{A}) = \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \approx 0,5(3)$$

№4.

Дано:

$$p_1 = 0,15$$

$$p_2 = 0,25$$

$$p_3 = 0,2$$

$$p_4 = 0,1$$

$$N = 5$$

$$p_5 = ?$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$$

$$p_5 = 1 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 =$$

$$= 1 - 0,15 - 0,25 - 0,2 - 0,1 =$$

$$= 1 - 0,7 = 0,3$$

№5.

Дано:

$$N_{\text{вогзив}} = 80$$

$$N_{\text{кані}} = 120$$

$$p_{\text{вугівні кані}} = ?$$

$$p(A) = \frac{C_{80}^2}{C_{120}^2} = \frac{\frac{80!}{2!78!}}{\frac{120!}{2!118!}} =$$

$$= \frac{80!118!}{78!120!} = \frac{79 \cdot 80}{119 \cdot 120} \approx 0,442$$

№6.

Дано:

$$p(A) = 0,9$$

$$p(B) = 0,8$$

$$p(A \cap B) = ?$$

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) =$$

$$= 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$$

№7.

Дано:

$$N_{\text{муж.}} = 10$$

$$N_{\text{жен.}} = 20$$

$$A=3 \quad N_A=20$$

$$B=4 \quad N_B=16$$

$$C=2 \quad N_C=10$$

$$D=1 \quad N_D=5$$

$$\frac{P(A)}{P_C} = ?$$

$$\frac{P(D)}{P_C} = ?$$

$$P_C = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$$

$$P(A) = \frac{A}{N} \cdot \frac{N_A}{M} \cdot \frac{N_A-1}{M-1} \cdot \frac{N_A-2}{M-2} =$$

$$= \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{20} \cdot \frac{19}{19} \cdot \frac{18}{18} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} \approx 0,194$$

$$P(C) = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} = 0,0186$$

$$P(D) = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = 0,00084$$

$$P_C = 0,3 + 0,194 + 0,0186 + 0,00084 = 0,51644$$

$$\frac{P(A)}{P_C} = \frac{0,3}{0,51644} \approx 0,576$$

$$\frac{P(D)}{P_C} = \frac{0,00084}{0,51644} \approx 0,0016$$

№8.

Дано:

$$P(A_1) = 0,4$$

$$P(B_1) = 0,9$$

$$P(A_2) = 0,3$$

$$P(B_2) = 0,95$$

$$P(A_3) = 0,3$$

$$P(B_3) = 0,95$$

$$P(U) = ?$$

$$P((A_1 \cap B_1) \cup (A_2 \cap B_2) \cup (A_3 \cap B_3)) =$$

$$= P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2) + P(A_3)P(B_3) =$$

$$= 0,4 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,95 + 0,3 \cdot 0,95 =$$

$$= 0,36 + 0,285 + 0,285 = 0,93$$

№9.

Дано:

$$P(A_1) = 0,4$$

$$P(A_2) = 0,3$$

$$P(A_3) = 0,3$$

$$P(B_1) = 0,8$$

$$P(B_2) = 0,7$$

$$P(B_3) = 0,85$$

$$P(B_2/A) = ?$$

$$P(B_2/A) = \frac{P(A_1)P(B_2) + P(A_2)P(B_2) + P(A_3)P(B_3)}{P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2) + P(A_3)P(B_3)} =$$

$$= \frac{0,4 \cdot 0,3}{0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,85} =$$

$$= \frac{0,12}{0,785} \approx 0,15$$

№10.

Дано:

$$P(A_1) = 0,3$$

$$P(A_2) = 0,7$$

$$P(B_1) = 0,9$$

$$P(B_2) = 0,8$$

$$P(B_1/A) = ?$$

$$P(B_1/A) = \frac{P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2)}{P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2)} =$$

$$= \frac{0,3 \cdot 0,9}{0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,8} = \frac{0,27}{0,83} \approx 0,32$$

Висновок

В ході виконаної роботи було опрацьовано класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення. Було на практиці використано знання про центральні тенденції та міри. Також було зроблено аналітичний розв'язок завдань. Результати співпали з програмним, що свідчить про правильність розв'язання завдань.