

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA**

Alexander de Almeida Pinto

**UTILIZAÇÃO DAS METAHEURÍSTICAS GRASP E ILS COM BUSCA
LOCAL EXATA PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CONSTRUÇÃO
DE TRILHOS DE AERONAVES**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal da Paraíba para a obtenção do grau de Mestre em Informática.

Orientador: Prof. Dr. Lucídio dos Anjos
Formiga Cabral

João Pessoa

2012

Alexander de Almeida Pinto

**UTILIZAÇÃO DAS METAHEURÍSTICAS GRASP E ILS COM BUSCA
LOCAL EXATA PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CONSTRUÇÃO
DE TRILHOS DE AERONAVES**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Informática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal da Paraíba.
João Pessoa, 23/03/2012.

Tatiana Aires Tavares, Dra.
Coordenadora do Curso

Banca Examinadora:

Lucídio dos Anjos Formiga Cabral, Dr.
Orientador

Alexandre Nóbrega, Dr., UFPB

Jairo Rocha de Faria, Dr., UFPB

Ricardo Faria, Dr., UFPE

*Dedico este trabalho a minha família que me ajudou
em todos os momentos que precisei.*

*Se você continua vivo é porque ainda não chegou
aonde devia.*

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Fazer um agradecimento que incluía todos que me ajudaram a construir essa dissertação não é uma tarefa fácil, principalmente por se correr o risco de esquecer de mencionar alguém.

No âmbito acadêmico devo agradecer principalmente a excelência profissional do Dr. Lucídio dos Anjos Formiga Cabral que conferiu prestígio e valor a meu trabalho de mestrado além de ser um amigo de grande valia. E também aos demais professores que me acompanharam durante a graduação e o mestrado, me ensinando conceitos importantíssimos.

Agradeço também a meus amigos que, de uma forma ou de outra, contribuíram com sua amizade e com sugestões efetivas para a realização deste trabalho, principalmente a Daniel Gonçalves, Gilberto Farias e Rennan Toscano. Gostaria de expressar minha profunda gratidão.

Não poderia esquecer de meus pais, que me deram contínuo apoio em todos esses anos, ensinando-me os valores que irei levar durante toda minha vida e que acreditaram na minha capacidade de realização tornando-se assim os elementos propulsores desta dissertação.

Agradeço também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pela bolsa concedida durante os anos do curso.

RESUMO

Os problemas operacionais cresceram muito em complexidade nos últimos tempos, o que tem acentuado a necessidade do desenvolvimento de técnicas que possam agilizar os processos de tomada de decisão.

Este trabalho trata da etapa de geração dos trilhos de aeronaves, ou seja, o sequenciamento de voos de cada aeronave. O objetivo aqui é minimizar o número de aeronaves necessárias para operar uma dada malha de voos.

Esse problema possui é combinatoriamente explosivo e a sua resolução fica mais difícil à medida que a quantidade de voos envolvidos cresce. Pequenas modificações nos horários de partida desses voos, ou o acréscimo de algum voo de reposicionamento entre dois aeroportos próximos podem gerar soluções de melhor qualidade.

Nós apresentamos um algoritmo híbrido baseado na metaheurística GRASP, com a utilização do ILS e de programação inteira na busca local. Os resultados tem mostrado que essa abordagem é capaz de gerar boas soluções.

Palavras-chave: Transporte, PCTA, Metaheurística, Método Exato, GRASP, Rotas e Aeronaves.

ABSTRACT

Operational research problems has growing in complexity in the last years, this has accentuated the necessity to develop of techniques witch can accelerate the process of decision making.

This work covers the step of aircraft rotation problem, i.e., the sequencing of flights for each aircraft. The goal here is minimize the number of aircraft required to operate a given network of flights.

This problem is combinatorial and it resolution is more difficult when the number of involved flights grows. However small changes in departure time, or the addition of a repositioning flight between two nearby airports can reduce the cost of solutions.

We present a hybrid algorithm based on the metaheuristic GRASP, using the ILS and integer programing in the local search.

The results has shown which this approach can generate good solutions.

Keywords: Transportation, ARP, metaheuristic, Exact Method, GRASP,Aircraft Routing.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Rotas de voo da companhia aérea TAM	
	Fonte: (http://www.airlineroutemaps.com)	19
1.2	Malha hub-and-spoke.	
	Fonte: (Própria)	20
2.1	Pseudocódigo da heurística de construção gulosa de uma solução inicial.	
	Fonte: (SOUZA, 2009)	24
2.2	Pseudocódigo da heurística de construção aleatória de uma solução inicial.	
	Fonte: (SOUZA, 2009)	25
2.3	Pseudocódigo do procedimento GRASP.	
	Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)	27
2.4	Pseudocódigo do procedimento de construção do GRASP para um problema de minimização.	
	Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)	28
2.5	Pseudocódigo do procedimento de busca local do GRASP.	
	Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)	30
2.6	Pseudocódigo do procedimento Iterated Local Search.	
	Fonte: (SOUZA, 2009)	31
2.7	Representação esquemática do funcionamento do ILS.	
	Fonte: (SOUZA, 2009)	32
4.1	Representação esquemática do arco do tipo 1.	
	Fonte: (Própria)	40

4.2	Representação esquemática do arco do tipo 2.	
	Fonte: (Própria)	40
4.3	Representação esquemática do arco do tipo 3.	
	Fonte: (Própria)	41
4.4	Representação esquemática do arco do tipo 4.	
	Fonte: (Própria)	41
4.5	Construção de Trilhos de Aeronaves.	
	Fonte: (Própria)	42
5.1	Arcos necessários para ligar dois voos.	
	Fonte: (Própria)	45
5.2	Conversão de um voo para ser utilizado no solver.	
	Fonte: (Própria)	49
5.3	Pseudocódigo do procedimento de seleção de um voo inicial.	
	Fonte: Própria	51
5.4	Pseudocódigo do procedimento de formação sequencial dos trilhos.	
	Fonte: Própria	52
5.5	Pseudocódigo do procedimento de formação paralela dos trilhos.	
	Fonte: Própria	53
5.6	Pseudocódigo de calculo do proximo voo de um trilho	
	Fonte: Própria	56
5.7	Estrutura de vizinhança Swap-1.	
	Fonte: (Própria)	57
5.8	Estrutura de vizinhança CrossOver.	
	Fonte: (Própria)	58

5.9	Estrutura de vizinhança Compactação.	
	Fonte: (Própria)	58
5.10	Pseudocódigo do método de comunicação paralela usado na construção dos trilhos.	
	Fonte: Própria	62

LISTA DE TABELAS

6.1	Parametrização dos cenários	66
6.2	Resultados do otimizador no cenário 1	67
6.3	Resultados do otimizador no cenário 2	67
6.4	Resultados da metaheurística pura no cenário 1	68
6.5	Resultados da metaheurística pura no cenário 2	68
6.6	Resultados da metaheurística híbrida no cenário 1	69
6.7	Resultados da metaheurística híbrida no cenário 2	69

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO	21
1.1.1 Geral	21
1.1.2 Específicos	21
1.2 ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1 HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS	23
2.2 METAHEURÍSTICA	24
2.2.1 GRASP	26
2.2.2 ILS	31
2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR	33
3 REVISÃO DA LITERATURA	35
4 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	38
5 MÉTODO PROPOSTO	44
5.1 MODELO MATEMÁTICO	45
5.1.1 Definição	46
5.2 FUNÇÃO OBJETIVO	46
5.3 RESTRIÇÕES	47
5.4 FASE DE CONSTRUÇÃO DO GRASP	49
5.4.1 Formação dos trilhos de forma sequencial	50
5.4.2 Formação dos trilhos de forma paralela	51
5.4.3 Escolha dos voos de um trilho	53

5.5 FASE DE BUSCA LOCAL	55
5.5.1 Estruturas de vizinhança	56
Swap-X	57
Cross-Over	57
Compactação	58
5.5.2 Perturbação usando o método exato	58
5.5.3 Método de construção paralela	60
6 RESULTADOS	64
6.1 AMBIENTE DE TESTES	64
6.2 RESULTADOS DO OTIMIZADOR	67
6.3 RESULTADOS DA METAHEURÍSTICA PURA	68
6.4 RESULTADOS DA METAHEURÍSTICA HÍBRIDA	69
6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
Referências bibliográficas	72
Anexo A – Rede de voos da Rio-Sul	73
Anexo B – Tempo dos voos da Rio-Sul	74
Anexo C – Resultado ótimo da instância Rio-Sul	75
Anexo D – Rede de voos da TAM	76
Anexo E – Tempo dos voos da TAM	79
Anexo F – Resultado ótimo da instância TAM	80

1 INTRODUÇÃO

A aviação é o principal meio de transporte de pessoas e de mercadorias capaz de atravessar grandes distâncias além de ser fundamental para o crescimento da economia e do turismo mundial contribuindo assim para a melhora da qualidade de vida das pessoas proporcionando lazer e experiências com outras culturas. O uso da aviação comercial tem crescido significativamente nas últimas décadas e a previsão é que esse aumento seja cada vez maior, pelo menos no Brasil, que está fazendo grandes investimento para ampliar e melhorar a infraestrutura aeroportuária com a finalidade de atender a grande demanda que é esperada para a Copa do Mundo de 2014 e para as Olimpíadas de 2016. Além disso a economia do país está crescendo e provocando um aumento da renda e da qualidade de vida, incentivando as pessoas a viajar e explorar novas oportunidades.

Esse ambiente favorável tem provocado o aumento do número de companhias aéreas, fazendo com que ocorra uma maior competição, isso faz com que acentua-se a necessidade de otimizar a utilização dos recursos disponíveis, reduzindo os custos para poder continuar a crescer e oferecer tarifas mais competitivas. Porém, os problemas presentes na indústria aeronáutica são complexos envolvendo múltiplas decisões conflitantes que precisam ser otimizadas em conjunto. Diversas técnicas são desenvolvidas e utilizadas para tentar melhorar o planejamento e a operação das empresas aéreas. Muitas dessas técnicas estão disponíveis na literatura científica, nos campos da pesquisa operacional e da matemática. Normalmente essas técnicas são modeladas para funcionar em sistemas computadorizados de alta capacidade, com a finalidade de automatizar, ou pelo menos auxiliar na tomada de decisões. Essas técnicas se tornam necessárias à medida que a empresa aérea cresce e o processo de tomada de decisão, baseada nos julgamentos

individuais e nas experiências se torna mais difícil (ABDELGHANY; ABDELGHANY, 2009).

Os principais problemas relacionados dizem respeito ao planejamento, envolvendo a criação de linhas de trabalho (sequência de voos) tanto para as aeronaves quanto para a tripulação. O objetivo costuma ser a minimização dos custos operacionais ou a maximização dos rendimentos. Custos operacionais consistem, por exemplo, nos custos envolvidos com combustíveis, óleo e taxas de aterrissagem. Também pode ser levado em consideração a perda de rendimentos com a utilização de aeronaves com menos assentos do que a demanda de passageiros, provocado pelo mal dimensionamento da demanda. Fatores como o bem estar dos passageiros também pode ser levado em consideração, provocando por exemplo uma redução na quantidade de conexões e de escalas.

Para que seja possível ter uma visão geral do contexto é necessário descrever os problemas que estão associados com a construção de trilhos de aeronaves. O primeiro dos problemas que será mencionado aqui é a modelagem de mercado que tem como objetivo fazer o levantamento da quantidade de passageiros que tem interesse em viajar entre as localidades levando em consideração o espaço de tempo desejado. Adicionalmente pode-se criar demandas através da criação de novas rotas com o auxílio de propagandas e promoções. Essa demanda normalmente apresenta uma grande variedade dependendo da época do ano e o levantamento desses dados de forma errada pode causar grandes prejuízos. É importante categorizar o tipo de passageiro para poder fazer escolhas futuras que não levem em consideração apenas fatores quantitativos.

Posterior a modelagem de mercado tem-se a necessidade de definir qual equipamento (frota) irá operar cada trecho definido pela demanda (PIMENTEL, 2005), esse problema é conhecido como a atribuição de frota (*Fleet Assignment Problem*). A definição

de um equipamento errado pode provocar a subutilização da aeronave o que provocaria prejuízos ou a superutilização que provocaria a perda de clientes para a concorrência. Ao final dessa etapa irão ser formados conjuntos de voos que deverão ser operados por tipos de aeronaves específicas. É a partir desses conjuntos que deverá ser feito a construção dos trilhos das aeronaves.

Um trilho de aeronave é a sequência de voos que uma aeronave deve operar em um determinado período, e o problema de construção desses trilhos (*Aircraft Rotation Problem*) tem como principal objetivo a redução do número de aeronaves necessárias para operar todos os voos e como objetivo secundário fazer o menor número de modificações no planejamento inicial desses voos.

O problema seguinte utiliza das sequências de voos das aeronaves para construir o melhor conjunto de *pairings*¹ de forma que cada voo seja coberto por pelo menos um pairing. Gastos com alojamentos, alimentação, transporte em terra e *deadheads*² devem ser levados em consideração. A partir desse conjunto é feito a escala dos tripulantes (*Crew Scheduling Problem*) que atribui os pairings a tripulação acrescentando as atividades de solo, tais como *Call Time*³, *Stand-by duties*⁴ e os dias de descanso. O objetivo dessa última etapa é fazer uma distribuição da forma mais justa possível, tentando balancear a quantidade de trabalho (horas a serem voadas) entre os tripulantes e também tentar cumprir suas preferências sem violar nenhuma restrição da legislação trabalhista

¹Pairing é o conjunto de voos que pode ser operados por uma tripulação sem que seja violada qualquer regra da legislação vigente e que ao final do último voo o tripulante esteja de volta a sua cidade base.

²Deadhead é o voo que o tripulante viaja sem trabalhar, com a finalidade de transporte para outra localidade normalmente para sua base ou para suprir uma nova demanda, o deadhead pode ser operado por aviões de outras companhias, nesse caso o custo da viagem é maior.

³Call time é o tempo que a tripulação tem para se apresentar a companhia aérea antes de iniciar de fato seu turno de trabalho.

⁴Stand-by duties são turnos em que o tripulante fica a disposição da companhia aérea afim de suprir possíveis eventualidades.

em vigor.

Esse trabalho mostra uma forma eficiente de resolver o Problema de Construção de Trilhos de Aeronaves (PCTA) que também é conhecido na literatura como Aircraft Rotation Problem (ARP). O PCTA é um dos principais problemas presentes na indústria da aviação e seu objetivo é fazer o sequenciamento dos voos de cada frota da companhia de forma que seja possível operá-las com o menor número de aeronaves possíveis (LUCENA; PONTES, 2007) bem como efetuar a menor modificação possível no planejamento inicial dos voos. Cada sequência de voos recebe o nome de trilho de aeronave e o conjunto desses trilhos é denominado de malha aérea.

Para resolver o PCTA foram aplicadas metaheurísticas combinadas com método exato de *branch-and-bound* através da resolução de um modelo matemático de programação linear inteira simplificado. Essa estratégia foi escolhida pois com os computadores atuais não é possível obter resultados apenas com a aplicação do modelo, que retorna o resultado ótimo, pois o tempo necessário para resolver instâncias semanais do PCTA já leva um tempo inviável. A utilização apenas de metaheurística foi levada em consideração no início, porém nos resultados práticos a qualidade da solução se mostrou muito aquém da desejada. Dessa forma surgiu a idéia de juntar as duas técnicas, com a finalidade de obter a convergência do método exato e a velocidade da metaheurística.

Na literatura tem-se observado um crescimento no número de trabalhos que se utilizam de metaheurísticas híbridas como método de resolução de problemas complexos de otimização combinatória apresentando soluções de alta qualidade. Esse fato também aconteceu na resolução do PCTA.

Nos dias de hoje, com o avanço da tecnologia e o aumento da competitividade, desenvolver soluções com melhor qualidade acaba se tornando um fator decisivo para a

permanência no mercado, tornando-se então necessário a obtenção de soluções de forma mais rápida, mais barata e utilizando menos recursos. Por causa da dificuldade que é inerente a essa classe de problemas a qualidade das soluções obtidas manualmente são muito inferiores em relação à melhor solução possível. Outra característica que reforça a necessidade da obtenção de melhores soluções é o aumento do tamanho e da complexidade das instâncias trabalhadas. A partir desse cenário pode-se perceber a necessidade de utilização de técnicas de otimização.

Em relação ao PCTA a literatura pesquisada (ABDELGHANY; ABDELGHANY, 2009) (ARGUELLO; BARD, 1997) (CORDEAU *et al.*, 2001) (HAOUARI *et al.*, 2011) (LUCENA; PONTES, 2007) mostra uma grande quantidade de tentativas de resolver o problema utilizando modelagens matemáticas, que apesar de garantir a solução ótima não se mostra viável para resolver grandes instâncias. Alguns trabalhos mostram a similaridade desse problema com o problema do caixeiro viajante assimétrico (CLARKEA *et al.*, 1997). E outros resolvem uma parte do problema utilizando metaheurísticas (ARGUELLO; BARD, 1997). Além disso, a pesquisa constatou que a literatura acerca do PCTA não disponibiliza as instâncias que foram trabalhadas dificultando assim a comparação dos resultados obtidos com esses trabalhos. Logo um dos objetivos desse trabalho é disponibilizar um conjunto de instâncias.

Atualmente existem diversas fontes na qual se podem obter instâncias para problemas de otimização combinatória sendo uma das mais conhecidas a OR-Library ⁵ que foi descrito inicialmente em J.E.Beasley (BEASLEY, 1990) permitindo o acesso a centenas de conjuntos de instâncias a partir da Internet.

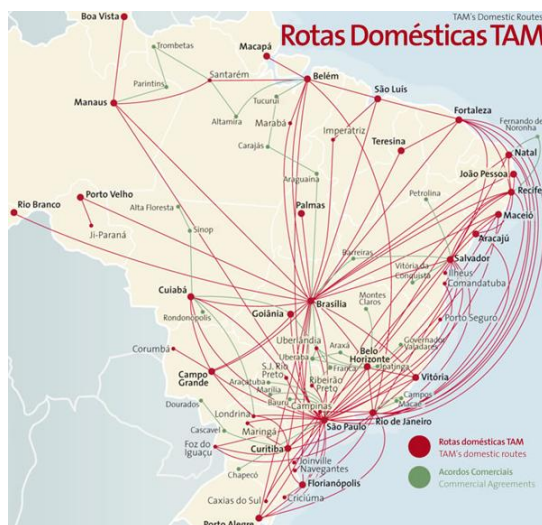
Apesar da existência dessas entidades apenas uma instância, a da Rio Sul,

⁵ A OR-Library pode ser acessado em <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>

foi encontrada em um relatório técnico da UFPB. Com a finalidade de ter outra instância, foi feito o na web dos voos operados pela companhia denominada TAM (<http://www.tam.com.br>). Esse levantamento foi feito através de uma pesquisa observativa fazendo-se o comparativo da malha operada pela companhia, que pode ser visto na Figura 1.1, e as possibilidades de voos diretos do equipamento Airbus Industrie A310, que formava a maior frota da empresa.

Figura 1.1: Rotas de voo da companhia aérea TAM

Fonte: (<http://www.airlineroutemaps.com>)



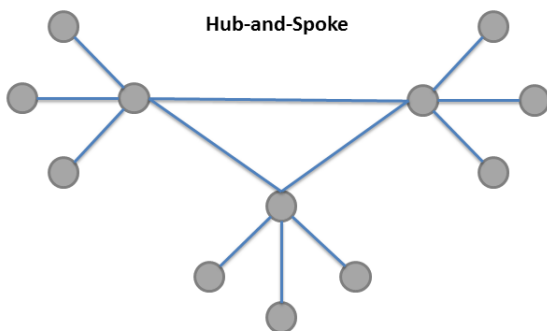
A malha da Rio Sul se refere a uma instância com voos de um dia de operação da empresa contendo 107 voos, onde na prática era operado com 20 trilhos obtidos pela montagem manual de um experiente operador (PONTES *et al.*, 2002). A malha da TAM, que foi obtida manualmente, é formada por 241 voos possuindo uma grande quantidade de ligações entre os 31 aeroportos envolvidos, dessa forma essa instância obteve um maior grau de complexidade.

Essas instâncias foram estendidas para o período de uma semana para testar o comportamento do algoritmo e do solver, onde a instância da Rio Sul estendida apresentou 749 voos e a da Tam estendida ficou com 1687 voos.

Levou-se em consideração apenas instâncias de companhias aéreas brasileiras pois as grandes empresas globais apresentam uma malha com característica *hub-and-spoke*, como pode ser visto na Figura 1.2. Uma malha é caracterizada como sendo do tipo *hub-and-spoke* se ela apresentar uma grande concentração de voos em poucos aeroportos e adicionalmente se um voo tem ligação com um *hub* ele não poderá ter ligação com outros *hubs* a não ser que ele também seja um *hub*. Instâncias com essas características são mais fáceis de serem resolvidas pois não apresentam a característica explosiva no nível presente nas malhas aéreas brasileiras.

Figura 1.2: Malha hub-and-spoke.

Fonte: (Própria)



Não foi possível obter mais instâncias reais pois a comunicação entre essas empresas e a academia é fraca. Grande parte dessa falta de comunicação se deve ao receio de revelar dados que podem vir a lhes prejudicar junto a concorrência.

As instâncias podem ser vistas nos anexos ao final desse trabalho.

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

1.1.1 Geral

Tendo em vista os aspectos apresentados, o objetivo principal dessa dissertação consiste no desenvolvimento de um método híbrido baseado nas metaheurísticas GRASP e ILS e em programação linear inteira para a resolução do problema construção de trilhos de aeronaves (PCTA) cobrindo todos os voos planejados com o menor número de aeronaves bem como efetuando a menor mudança possível no planejamento inicial desses voos.

1.1.2 Específicos

Esse trabalho também visa a disponibilização de um conjunto de instâncias com os resultados que foram obtidos. Isso irá permitir a sua comparação com outros trabalhos no futuro.

O método proposto consegue acelerar a convergência da fase de busca local através de uma busca exata em uma vizinhança restrita usando programação linear inteira. Adicionalmente esse método permite escapar de mínimos locais.

Para conseguir melhores resultados foi permitido, em alguns cenários, a utilização de pequenas alterações no horário de partida sugerido dos voos bem como a criação de voos de reposicionamento.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA

O restante desse trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 2: Apresenta a fundamentação sobre otimização, metaheurísticas e programação linear inteira. A seção referente às metaheurísticas inicia com uma descrição, seguida do detalhamento das metaheurísticas utilizadas no trabalho, o GRASP e o ILS.
- Capítulo 3: Descreve o problema, explicando os conceitos que são utilizados no trabalho.
- Capítulo 4: Introduz o modelo matemático que foi desenvolvido.
- Capítulo 5: Descreve o método proposto nesse trabalho, mostrando como foi feita a integração das metaheurísticas e da programação linear inteira e também descreve os parâmetros e as restrições que foram utilizadas.
- Capítulo 6: Apresenta os resultados obtidos com o algoritmo e dá diretrizes de como utilizar o método proposto.
- No final é apresentado a bibliografia e os anexos que contém um maior detalhamento das instâncias e dos resultados obtidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo é feita a fundamentação dos principais assuntos presentes nesse trabalho: a heurística construtiva, as metaheurísticas e a programação linear inteira. Nas seções seguintes são descritos os aspectos teóricos e os principais métodos relacionados a esse trabalho.

2.1 HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS

As técnicas de resolução heurísticas se utilizam de processos intuitivos com a finalidade de obter uma boa solução, a um custo computacional aceitável, ou seja, não garante a otimalidade da solução de um problema. O objetivo é obter, em um tempo reduzido, uma solução tão próxima quanto possível do ótimo global.

Uma heurística é dita construtiva quando a construção da solução se dá elemento por elemento. A forma de escolha dos elementos varia de acordo com a estratégia e a função de avaliação adotada, essa escolha deve levar em consideração o benefício da inserção de cada elemento para a qualidade da solução final, escolhendo sempre o *melhor* elemento em cada passo.

O Algoritmo 2.1 mostra o pseudocódigo para a construção de uma solução inicial para um problema de otimização que utiliza uma função gulosa $g(.)$. Nesta figura, t_{melhor} indica o membro do conjunto de elementos candidatos com o valor mais favorável da função de avaliação g , isto é, aquele que possui o menor valor de g no caso de o problema ser de minimização ou o maior valor de g no caso de o problema ser de maximização.

Uma outra forma de obter uma solução inicial é escolhendo os elementos candi-

Figura 2.1: Pseudocódigo da heurística de construção gulosa de uma solução inicial.
Fonte: (SOUZA, 2009)

Algoritmo *ConstruçãoGulosa*($g(\cdot), s$)
 1 $s \leftarrow \emptyset$;
 2 Inicialize o conjunto C de candidatos;
 3 **enquanto** $C \neq \emptyset$ **faça**
 4 $g(t_{melhor}) = melhor\{g(t) \mid t \in C\}$;
 5 $s \leftarrow s \cup \{t_{melhor}\}$;
 6 Atualize o conjunto C de elementos candidatos;
 7 **fim enquanto**
 8 **devolva** s ;
fim

dados aleatoriamente. Isto é, a cada passo, o elemento a ser inserido na solução é aleatoriamente selecionado dentre os elementos candidatos ainda não selecionados. A grande vantagem desta metodologia reside na simplicidade de implementação. Segundo testes empíricos, a desvantagem é a baixa qualidade, em média, da solução final. Essa técnica é recomendada quando a característica do problema torna mais fácil o refinamento do que a construção de uma solução (SOUZA, 2009).

O Algoritmo 2.2 mostra o pseudocódigo para a construção de uma solução inicial aleatória para um problema de otimização.

Para melhores resultados, essa etapa deve ser seguida de um refinamento, pois a solução, quando gerada aleatoriamente, não costuma ser de boa qualidade.

2.2 METAHEURÍSTICA

A utilização de métodos exatos para a resolução de problemas reais envolvendo otimização combinatória é restrito. Isso acontece pois com o aumento das instâncias envolvidas, o número de soluções possíveis cresce exponencialmente, fazendo com que

Figura 2.2: Pseudocódigo da heurística de construção aleatória de uma solução inicial.
Fonte: (SOUZA, 2009)

Algoritmo *ConstruçãoAleatória*($g(\cdot), s$)

```

1  $s \leftarrow \emptyset$ ;
2 Inicialize o conjunto  $C$  de candidatos;
3 enquanto  $C \neq \emptyset$  faça
4     Escolha aleatoriamente  $t_{escolhido} \in C$ ;
5      $s \leftarrow s \cup \{t_{escolhido}\}$ ;
6     Atualize o conjunto  $C$  de elementos candidatos;
7 fim enquanto
8 devolva  $s$ ;
fim

```

as operações necessárias para a sua resolução não possa feita com os computadores atuais em tempo viável.

Para contornar essa limitação e obter soluções para esses tipos de problemas, os pesquisadores desenvolveram técnicas que são capazes de guiar o procedimento de busca e assim encontrar boas soluções (ARAUJO, 2009). Esses algoritmos, denominados heurísticas, encontram essas soluções utilizando pouco recursos computacionais, porém não garantem a solução ótima do problema (DIAS, 2006). Na prática, geralmente, uma boa solução é suficiente, já que a tomada de decisão tem que acontecer em um curto espaço de tempo.

As metaheurísticas são aplicadas a uma maior gama de problemas e surgiu para suprir algumas deficiências das heurísticas. Para contornar essas deficiências, foram desenvolvidas técnicas mais generalistas que foram denominadas de metaheurísticas. As metaheurísticas podem ser definidas como sendo um método heurístico para resolver de forma genérica problemas de otimização com a capacidade de escapar de ótimos locais. A idéia utilizada, normalmente, é obtida de algum evento natural como sistemas

biológicos, da física, da inteligência artificial entre outros.

As metaheurísticas podem explorar o espaço de soluções basicamente de duas formas: as metaheurísticas de busca local e as metaheurísticas de busca populacional. Nas metaheurísticas de busca local, o procedimento de busca utiliza uma solução como ponto de partida em cada iteração. As metaheurísticas GRASP, recozimento simulado (*Simulated Annealing*), busca tabu e ILS podem ser citadas como exemplos de metaheurísticas ponto-a-ponto. Nas metaheurísticas de busca populacionais, soluções de boa qualidade são combinadas com o intuito de produzir soluções melhores. Podemos citar como exemplo de métodos populacionais, os algoritmos genéticos, colônia de formigas (*Ant Colony System*), núvem de partículas (*Particle Swarm Optimization*) e etc (ARAUJO, 2009).

Nesse trabalho foram utilizados as metaheurísticas de busca local GRASP e ILS de forma híbrida. As próximas seções descrevem essas metaheurísticas.

2.2.1 GRASP

Essa seção descreve a metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* - Procedimento de busca adaptativa gulosa e randômica), que foi proposto por (FEO; RESENDE, 1995), e cujos conceitos serão utilizados na metodologia proposta para resolução do PCTA. A metaheurística GRASP é um método iterativo do tipo *multi-start* formado por duas fases: uma fase de construção de uma solução e outra de busca local. A fase de construção objetiva gerar uma solução viável para o problema proposto. E a fase de busca local na qual se pesquisa um ótimo local na vizinhança da solução construída. A melhor solução encontrada, ao longo de todas as iterações GRASP realizadas, é retornada.

O pseudo-código descrito no Algoritmo 2.3 ilustra um procedimento GRASP para um problema de minimização. Na linha 1 o custo da função objetivo da melhor solução encontrada é inicializada com ∞ (infinito). A linha 2 repete o procedimento de construção e refinamento *GRASPM_{ax}* vezes, por causa dessa etapa que o GRASP é considerado *multi-start*.

Nas linhas 3 e 4 são feitas respectivamente a construção e a busca local que são representadas nos Algoritmos 2.4 e 2.5 e serão detalhadas mais adiante.

Nas linhas 5 a 8, se a solução obtida na busca local for melhor que a melhor solução obtida até o momento ($f(s) < f^*$) então são atualizadas respectivamente a solução e o custo relativo a função objetivo da melhor solução corrente. A linha 9 encerra as iterações do GRASP e a linha 10 retorna a melhor solução obtida na execução do algoritmo.

Figura 2.3: Pseudocódigo do procedimento GRASP.

Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)

Algoritmo *GRASP*($f(\cdot), g(\cdot), N(\cdot), GRASPM_{ax}, s$)

```

1   $f^* \leftarrow \infty$ ;
2  para  $1, 2, \dots, GRASPM_{ax}$  faça
3      Construção( $g(\cdot), \alpha, s$ );
4      BuscaLocal( $f(\cdot), N(\cdot), s$ );
5      se  $f(s) < f^*$  então
6           $s^* \leftarrow s$ ;
7           $f^* \leftarrow f(s)$ ;
8      fim se
9  fim para
10 devolva  $s^*$ ;
fim
```

Na fase de construção, uma solução é iterativamente construída, elemento por elemento. A parte gulosa da função visa gerar uma solução factível. O componente

aleatório é incluído para explorar regiões diversas do espaço de soluções e é uma das chaves da efetividade do GRASP.

A fase de construção do GRASP é baseada na construção de uma lista restrita de candidatos (LCR). Essa lista contém os melhores candidatos que podem ser adicionados a solução em um dado momento. A quantidade de elementos dessa lista é regulada pelo α que é um dos parâmetros do GRASP. O α é definido como sendo o nível de aleatoriedade da solução.

Figura 2.4: Pseudocódigo do procedimento de construção do GRASP para um problema de minimização.

Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)

Algoritmo *Construção*($g(\cdot), \alpha, s$)

```

1   $s \leftarrow \emptyset$ ;
2  Inicialize o conjunto  $C$  de candidatos;
3  enquanto  $C \neq \emptyset$  faça
4       $g(t_{min}) \leftarrow \min\{g(t) \mid t \in C\}$ ;
5       $g(t_{max}) \leftarrow \max\{g(t) \mid t \in C\}$ ;
6       $LCR \leftarrow \{t \in C \mid g(t) \leq g(t_{min}) + \alpha(g(t_{max}) - g(t_{min}))\}$ ;
7      Selecione aleatoriamente um elemento  $t \in LCR$ ;
8       $s \leftarrow s \cup \{t\}$ ;
9      Atualize conjunto de candidatos;
10 fim enquanto
11 devolva  $s$ ;
fim
```

Em cada iteração são selecionados todos os elementos que podem ser inseridos na solução e então é formada uma lista de candidatos que é ordenada segundo algum critério pré-determinado, no caso de um problema de minimização a lista normalmente é ordenada de acordo com o acréscimo na função objetivo que esse elemento acarretaria se fosse escolhido. A heurística é dita adaptativa porque os benefícios associados com a escolha de cada elemento são atualizados em cada iteração da fase de construção para re-

fletir as mudanças oriundas da seleção do elemento anterior. A componente probabilística do procedimento reside no fato de que cada elemento é selecionado de forma aleatória a partir de um subconjunto restrito formado pelos melhores elementos que compõem a lista de candidatos. Este subconjunto recebe o nome de lista de candidatos restrita (LCR). Esta técnica de escolha permite que diferentes soluções sejam geradas em cada iteração GRASP (SOUZA, 2009). O valor do grau de aleatoriedade α se encontra entre $[0,1]$.

Um valor de $\alpha = 0$ faz com que o algoritmo gere soluções puramente gulosas enquanto a escolha de um $\alpha = 1$ faz com que o algoritmo gere soluções puramente aleatórias.

A construção do GRASP difere do Algoritmo 2.1 por causa das linhas 4 a 7. A linha 4 obtém o valor mínimo que será acrescentado a solução final, dentre os candidatos possíveis e a linha 5 obtém o valor máximo. A linha 6 forma a LCR com os elementos que tiverem o valor entre $g(t_{min}) + \alpha(g(t_{max}) - g(t_{min}))$. Por fim a linha 7 seleciona aleatoriamente um elemento da LCR.

Com isso a quantidade de soluções possíveis é ampliada, porém somente soluções promissoras são geradas.

As soluções geradas pela fase de construção do GRASP normalmente não são localmente ótimas com relação à definição de vizinhança adotada. Surge então a necessidade de complementar o método com a adição de uma busca local, que tem o objetivo de melhorar a solução construída na fase de construção. O Algoritmo 2.5 descreve um procedimento básico de busca local relativo a uma vizinhança $N(.)$ de s para um problema de minimização. A qualidade da construção gerada causa um impacto direto na busca local, uma vez que essa solução inicial pode se mostrar como um ponto de partida promissor para a busca local, permitindo assim agilizá-la.

Figura 2.5: Pseudocódigo do procedimento de busca local do GRASP.**Fonte: (FEO; RESENDE, 1995)****Algoritmo** *BuscaLocal*($f(\cdot), N(\cdot), s$)

```

1   $V \leftarrow \{s' \in N(s) \mid f(s') < f(s)\};$ 
2  enquanto  $|V| > 0$  faça
3      Selecione  $s'$  de  $V$ ;
4       $s \leftarrow s'$ ;
5       $V \leftarrow \{s' \in N(s) \mid f(s') < f(s)\};$ 
6  fim enquanto
7  devolva  $s$ ;
fim

```

O algoritmo de busca local define nos passos 1 e 5 o conjunto de vizinhos da solução s' que melhoram o valor de sua função objetivo. Do passo 2 a 6, a solução corrente é atualizada enquanto houver uma solução melhor na vizinhança.

O GRASP apresenta basicamente o parâmetro α que pode ser ajustado. Valores de α que levem a uma LCR com tamanho bastante limitado implicam soluções próximas as da solução gulosa, obtidas com um baixo esforço computacional, provocando assim uma baixa variedade de soluções construídas, que normalmente não é interessante para a busca local já que as soluções geradas são muito próximas. Por outro lado a escolha de valores de α muito elevado implica na geração de uma grande diversidade de soluções mas, por outro lado, muitas das soluções construídas são de baixa qualidade.

Procedimentos GRASP mais sofisticados levam em consideração a mudança do valor de α ao longo das iterações de acordo com os resultados obtidos em iterações anteriores. Estudos feitos em (PRAIS; RIBEIRO, 2000) indicam que essa adaptação do valor de α produz soluções melhores do que aquelas obtidas com um valor fixo.

2.2.2 ILS

Essa seção descreve a metaheurística ILS (*Iterated Local Search* - Busca Local Iterativa) que se baseia na idéia de que um procedimento de busca local consegue melhores resultados quando inicializa a busca em diferentes bacias de atração. Esses locais diferentes são obtidos a partir de perturbações em cima da solução ótima local corrente.

O Algoritmo 2.6 ilustra o pseudo-código do ILS. Nele pode-se perceber a necessidade da definição de quatro procedimentos: (a) *GeraSoluçãoInicial()* que obtém o ponto de partida s_0 para o problema; *BuscaLocal(s)*, que retorna o mínimo local da solução s , tendo como base as estruturas de vizinhança definidas; (c) *Perturbação(histórico, s)*, que altera a solução s para outra solução, e se utiliza do histórico para evitar repetir soluções bem como para inferir o grau de perturbação necessário para escapar do mínimo local; E o (d) *CritérioDeAceitação($s, s'', histórico$)*, que decide em qual solução a próxima perturbação será aplicada.

Figura 2.6: Pseudocódigo do procedimento Iterated Local Search.

Fonte: (SOUZA, 2009)

Algoritmo ILS

```

1  $s_0 \leftarrow$  GeraSoluçãoInicial;
2  $s \leftarrow$  BuscaLocal( $s_0$ );
3 enquanto os critérios de parada não estiverem satisfeito faça
4    $s' \leftarrow$  Perturbação(histórico,  $s$ );
5    $s'' \leftarrow$  BuscaLocal( $s'$ );
6    $s \leftarrow$  CritérioAceitação( $s, s'', histórico$ );
7 fim enquanto
8 devolva  $s$ ;
fim
```

O ILS é dependente da escolha do método de busca local, das perturbações e do

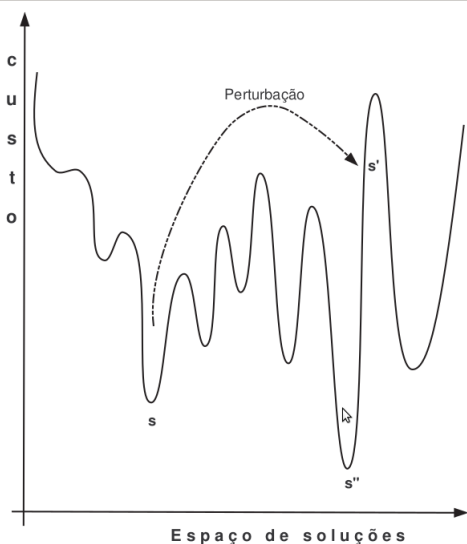
critério de aceitação. Normalmente um método de descida é utilizado, mas também é possível aplicar algoritmos mais sofisticados como Busca Tabu ou outras metaheurísticas.

A intensidade da perturbação deve ser forte o suficiente para permitir escapar do ótimo local corrente e permitir explorar diferentes regiões. Ao mesmo tempo, ela precisa ser fraca o suficiente para guardar características do ótimo local corrente (SOUZA, 2009).

Um aspecto importante do critério de aceitação e da perturbação é que eles induzem aos procedimentos de intensificação e diversificação. A intensificação consiste em procurar melhores soluções na área de busca corrente, isso acontece reduzindo a força da perturbação que faz com que as novas soluções de partida se encontrem nas proximidades da anterior. A diversificação acontece com a aplicação de grandes perturbações.

Figura 2.7: Representação esquemática do funcionamento do ILS.

Fonte: (SOUZA, 2009)



A Figura 2.7 demonstra o funcionamento do método ILS em um problema de

minimização. Dado um ótimo local s , é realizada uma perturbação que lhe direciona para s' . Depois da aplicação da busca local, o novo mínimo s'' , melhor que a anterior, é encontrada. Ou seja $f(s'') < f(s)$.

Uma exemplo de perturbação seria a aplicação sucessiva de estruturas de vizinhança a solução corrente.

2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear é provavelmente a mais conhecida e utilizada técnica de otimização em todo o mundo, e geralmente é utilizada para tomada de decisões gerenciais sobre a alocação de recursos para produção. Os custos dos recursos e as receitas geradas pelos produtos são usados para determinar a melhor solução. Qualquer problema que possa ser formulado com variáveis de decisão reais, tendo uma função objetivo linear, e funções de restrição lineares, em princípio pode ser solucionado através da programação linear. Tais programas originariamente utilizavam o método *Simplex*, porém, recentemente, temos também métodos de "*pontos interiores*".

Embora a programação linear seja muito eficiente para a resolução de problemas lineares, sua aplicação a problemas que apresentem objetivos ou restrições não-lineares tem levado a problemas e falhas de modelagem. Em alguns casos, funções não-lineares podem ser aproximadas por algumas funções lineares conjugadas, e a programação linear ainda pode ser utilizada. Contudo, isso leva a uma representação ineficiente do problema, podendo causar matrizes de decisão explosivamente grandes que demandam um tempo excessivo para resolução. Esta é uma dificuldade comum em problemas que envolvem, por exemplo, "*scheduling*" e "*sequenciamento*" de processos como é o caso do PCTA.

De forma equivalente, outros tipos de variáveis não podem ser tratadas diretamente com o uso de programação linear. Programação inteira usa programação linear para resolver problemas sobre variáveis inteiras, mas ainda com funções objetivo e restrições puramente lineares. As variáveis inteiras são representadas como variáveis reais no algoritmo de resolução do problema. Então um processo repetitivo é usado para "delimitar" o valor destas variáveis em valores inteiros, através da adição de restrições e reproprocessamento da solução. Esse método, conhecido como "*branch & bound*", finaliza quando todas as variáveis assumem valores inteiros. Quando o número de variáveis inteiras é pequeno, a programação inteira soluciona o problema rapidamente. Infelizmente esse procedimento pode consumir muito tempo com um número grande de variáveis inteiras, podendo, em alguns casos, necessitar de milhões de iterações para serem resolvidos.

Essa técnica foi muito utilizada na segunda guerra mundial para otimizar as perdas inimigas e reduzir o custo das operações e também é utilizado no planejamento de algumas empresas.

3 REVISÃO DA LITERATURA

(ARGUELLO; BARD, 1997) apresenta um algoritmo, baseado no GRASP, para reconstruir trilhos de aeronaves que tenham sofrido modificações durante o decorrer do dia.

Para isso ele usa uma função de avaliação gulosa e um método de seleção aleatório e de forma iterativa consiga construir uma solução viável, a solução inicial é utilizada como entrada e então é viabilizada através desses movimentos. Note que se a solução inicial ainda for válida a fase de construção se torna desnecessária.

Em cada iteração os movimentos possíveis são gerados e avaliados. Os mais promissores são armazenados na lista restrita de candidatos (LRC) na qual uma é selecionada aleatoriamente. A LCR pode ser restringida por quantidade ou por qualidade. Por exemplo, os melhores X movimentos ou todos os movimentos com Y por cento do melhor movimento podem ser armazenados na LRC. Esse processo é repetido até que uma solução válida seja obtida. Isto representa uma iteração. A vantagem de usar a solução inicial é que ela é próxima a malha aérea planejada inicialmente pela companhia.

A fase de busca local usa a solução da fase de construção para encontrar um mínimo local. Essa fase usa procedimentos de trocas determinísticas para atingir o mínimo local.

A vizinhança definida inclui a criação de um novo conjunto de trilhos em que os voos que forem alocados a eles serão cancelados. Três são as operações usadas para gerar novos vizinhos: *flight route augmentation*, *partial route exchange*, e *simple circuit cancellation*. Os dois primeiros são aplicados em um par de trilhos e o terceiro é aplicado em um único trilho.

O *flight route augmentation* opera removendo um voo ou uma sequência de voos de um dos trilhos e adicionando esses voos no outro. O trilho de destino é aumentado dos voos removidos do trilho de origem. O trilho de destino pode ser aumentado de três formas distintas. Primeiro, um circuito pode ser colocado no seu início. Um circuito é uma sequência de voos que inicia e termina no mesmo aeroporto. Uma segunda forma é inserir o circuito em algum lugar entre o primeiro e o último voo do trilho de destino. A terceira forma permite alterar o aeroporto de destino, ou seja, insere uma sequência de voos no trilho de destino.

O *partial route exchange* opera simplesmente trocando um par de sequências de voos entre dois trilhos e o *simple circuit cancelation* remove um circuito de um trilho e cria um trilho de cancelamento.

Os testes realizados no artigo foram feitos em uma instância cedida pela Continental Airlines, referente a frota 757, com 42 voos operados por 16 aeronaves em uma rede de 13 aeroportos espalhados por 3 continentes. A malha não foi disponibilizada no artigo.

(MERCIER; SOUMIS, 2007) desenvolveram um modelo matemático que permite resolver de forma integrada a construção de trilhos de aeronaves e a escala de tripulantes permitindo mudanças nos horários dos voos. A ligação entre as restrições desses dois problemas garante que o mesmo planejamento seja feito para os trilhos das aeronaves e para a escala dos tripulantes, permitindo assim a redução de custos pela antecipação de problemas das etapas futuras. Por outro lado essa abordagem aumenta a complexidade na resolução desses problemas. Com a agregação desses dois problemas a resolução se tornou pesada e viável apenas para instâncias diárias. Os testes do algoritmo foram baseados em instâncias contendo no máximo 500 voos que foram fornecidas por duas

grandes companhias aereas, os dados dessas instâncias não se encontram disponíveis no artigo.

(CORDEAU *et al.*, 2001), (KLABJAN *et al.*, 2002) e (COHN; BARNHART, 2003) mostraram em seus trabalhos que a resolução desses problemas de forma integrada podem gerar soluções que são significativamente melhores que as obtidas pela resolução sequencial.

Pontes R., et al (PONTES *et al.*, 2002) utilizaram a fase de construção do GRASP para resolver o PCTA, também propuseram um modelo matemático que foi adaptado para auxiliar na geração da nossa solução. Além disso uma instância da Rio-Sul foi disponibilizada para a realização de testes. Com o solver eles conseguiram obter a solução ótima dessa instância mas o autor informou que essa resolução demorou dias para finalizar. Com a utilização da heurística eles conseguiram apenas se aproximar dessa solução porém com um tempo de 384 segundos.

Em (HAOUARI *et al.*, 2011) Mohamed et al. resolveu de forma integrada o problema de atribuição de frota e o problema de construção de trilhos de aeronaves, para uma pequena empresa de aviação a TunisAir. Além disso as restrições de manutenção não foram levadas em consideração pelo fato dela poder ser feita em todos os aeroportos em que as aeronaves passam a noite.

4 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Com um conjunto de voos atribuídos a uma mesma frota tem-se a necessidade de sequenciá-los de forma que cada aeronave possa ficar responsável por uma sequência válidas de voos que são chamada de trilha. Um conjunto de voos está bem sequenciado se é possível atendê-los com o menor número de aeronaves e com a menor alteração do planejamento inicial dos horários desses voos.

Esse problema apresenta uma grande quantidade de restrições que devem ser atendidas. Essas restrições foram obtidas a partir da literatura e também da legislação vigente. Ainda podem existir outras restrições, porém atualmente existe uma lacuna causada pela falta de comunicação entre a academia e as empresas que, em sua grande maioria, são fechadas a esse tipo de comunicação com a finalidade de proteger seus ativos.

As principais restrições que envolvem o PCTA são as temporais e as geográficas. Essas duas restrições são triviais e representam respectivamente que um voo não pode partir antes da chegada de seu antecessor e que um voo não pode partir de um local diferente do voo que lhe antecede, a não ser que haja tempo para a criação de um voo de reposicionamento.

Deve-se levar em consideração também o tempo de solo que representa o tempo que o avião tem que permanecer no solo a cada pouso. Esse tempo é requerido para efetuar o reabastecimento da aeronave e a troca de passageiros que chegaram ao seu destino ou que irão fazer conexões no aeroporto que a aeronave pousou. Esse tempo é variável dependendo do aeroporto e do tipo da aeronave que está sendo operada. Adicionalmente esse tempo pode ser acrescido se houver necessidade de efetuar a trocar da tripulação.

Existe também a possibilidade de modificar o tempo de partida dos voos planeja-

dos, no entanto essas mudanças são prejudiciais para a companhia, por alterar o horário que foi inicialmente definido pela demanda, e por isso são penalizadas se adicionadas a solução. Também é possível efetuar a ligação de voos que estão em aeroportos diferentes a partir da criação de um voo de reposicionamento, ou seja, de um voo que não estava no planejamento inicial.

Essas restrições induzem a formação de uma rede de possíveis conexões entre voos, essas conexões são denominadas de tipos de arcos. Porém para conseguir melhores resultados deve-se permitir uma maior flexibilidade na construção dos trilhos possibilitando mudanças no tempo de partida sugerido dos voos e também a criação de voos de reposicionamento.

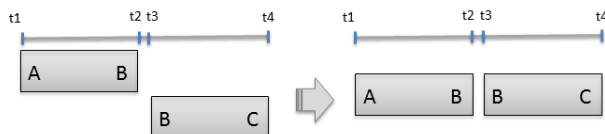
A ligação dos voos pode ocorrer de 6 formas distintas. Os arcos do tipo 1 permitem a ligação de voos sem a utilização de atrasos e/ou reposicionamento. Os arcos do tipo 2 utilizam atrasos mas não o reposicionamento. Os arcos do tipo 3 permitem o sequenciamento com a utilização de um voo de reposicionamento mas sem inserir atraso em nenhum dos voos envolvidos. Os arcos do tipo 4 utilizam-se de atrasos e de um voo de reposicionamento para fazer a ligação entre dois voos. Os arcos do tipo 5 e 6 são usados na modelagem matemática, que foi formulado como um problema de minimização de fluxos em rede, para representar respectivamente o nó origem(*source*) e o destino(*sink*). Abaixo um maior detalhamento desses arcos:

- Conexão natural (Arco do tipo 1) - Os arcos desse tipo conectam dois voos respeitando o tempo de partida sugerido e a restrição geográfica. Eles são associados com as ligações que não requerem mudanças no tempo de partida e nem precisam de voos de reposicionamento. O arco do tipo 1 não apresenta custo para ser

adicionado a solução.

Figura 4.1: Representação esquemática do arco do tipo 1.

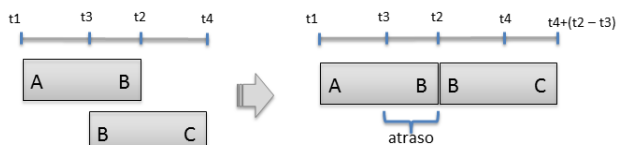
Fonte: (Própria)



- Mudança no tempo (Arco do tipo 2) - Apesar de ter os voos incidentes no mesmo aeroporto, os arcos desse tipo não permitem a ligação de forma direta pois o tempo de solo disponível não é suficiente para permitir a ligação. No entanto, a escolha desse tipo de arco implica em uma mudança no tempo de partida sugerido para quaisquer um dos voos envolvidos. O custo de um arco desse tipo é igual a soma dos valores absolutos dos atrasos (em minutos) dos horários de partida envolvidos.

Figura 4.2: Representação esquemática do arco do tipo 2.

Fonte: (Própria)

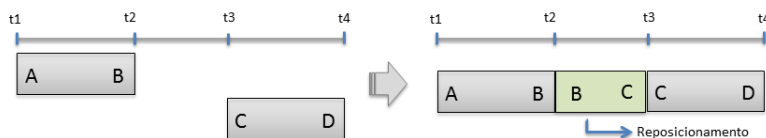


- Voos de reposicionamento (Arco do tipo 3) - Esses arcos representam conexões entre dois voos onde o primeiro chega em um aeroporto diferente do aeroporto de partida do voo seguinte, no entanto, existe tempo suficiente para um voo de reposicionamento, entre os dois locais, sem violar as restrições de tempo de solo. O

custo de um arco do tipo 3 é igual a duração do voo de reposicionamento, incluindo o seu tempo de solo.

Figura 4.3: Representação esquemática do arco do tipo 3.

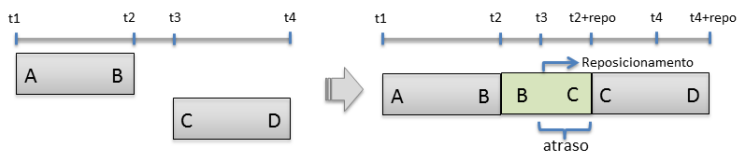
Fonte: (Própria)



- Voos de reposicionamento mais mudança de tempo (Arco do tipo 4) - Esses arcos representam conexões que precisam de um voo de reposicionamento mais mudança no tempo de partida sugerido. O arco do tipo 4 tem custo igual tempo do voo de reposicionamento, incluindo o tempo de solo, mais a soma dos atrasos dos horários de partida envolvidos em valor absoluto.

Figura 4.4: Representação esquemática do arco do tipo 4.

Fonte: (Própria)

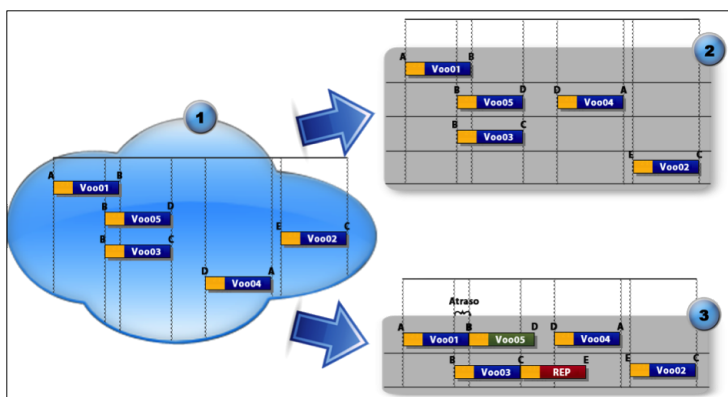


- Arcos do nó fonte ou *source* (Arco do tipo 5) - Esses, arcos são criados para identificar o início de um trilha e é com ele também que se sabe a quantidade de trilhos necessários para resolver o problema. Cada arco do tipo 5 tem o custo igual a 1000.

- Arcos do nó final ou *sink* (Arco do tipo 6) - Esses arcos tem como destino o nó fictício que é usado para finalizar um trilho no modelo. Os arcos do tipo 6 não tem custo.

Na Figura 4.5 temos um exemplo visual de como o processo de montagem dos trilhos das aeronaves podem influenciar de forma significativa na utilização dos recursos da companhia aérea. Cada retângulo representa um voo onde a parte laranja representa o tempo de solo que cada voo deve obedecer e a azul o tempo de voo esperado da cidade de origem para a cidade de destino. As letras representam aeroportos diferentes e a linha pontilhada indica o tempo de início e de término de cada voo, ela é importante para identificação dos atrasos.

Figura 4.5: Construção de Trilhos de Aeronaves.
Fonte: (Própria)



A parte 1 da Figura 4.5 representa os voos da companhia que ainda não foram cobertos por nenhuma aeronave e nas partes 2 e 3 são demonstradas duas formas de organizar esses voos em trilhos.

Na parte 2 temos a melhor forma possível de se organizar os voos disponíveis

utilizando apenas os arcos do tipo 1, ou seja sem a utilização de atrasos ou de voos de reposicionamento. Dessa forma se consegue uma formação com 4 trilhos.

Na parte 3 temos a melhor forma de organizar os voos com a possibilidade de utilizar qualquer tipo de ligação e com um atraso máximo igual a um tempo de solo. Pode-se verificar que atrasando um voo e criando outro de reposicionamento consegue-se economizar duas aeronaves, gerando uma solução com apenas 4 trilhos.

Pode-se verificar que a utilização de diferentes tipos de arcos pode proporcionar uma melhora significativa na qualidade da solução. Porém essa abordagem faz com que a complexidade e a quantidade das soluções cresça muito e por isso a escolha dos tipos de ligações entre os voos deve ser feita de forma cuidadosa.

5 MÉTODO PROPOSTO

O método proposto se utiliza do GRASP, do ILS e da abordagem exata através da programação linear inteira, pretendendo tirar proveito das vantagens de cada uma dessas técnicas. Ou seja, combinando a agilidade dos métodos heurísticos com a optimalidade do método exato.

Da mesma forma que em outras abordagens heurísticas, esse novo algoritmo consome pouco tempo computacional, em relação ao método exato e tem a capacidade de escapar de mínimos locais.

O GRASP foi utilizado como a base do algoritmo, onde a parte da construção seguiu a sua definição padrão, com a geração de uma lista restrita de candidatos (LRC) e a posterior escolha aleatória entre esses elementos. A parte da busca local foi adaptada para executar em conjunto com o ILS modificado. Para o ILS foram definidos algumas estruturas de vizinhança que foram utilizadas na busca local, e a perturbação foi feita com a utilização de um *solver* em uma parte do problema. Essa abordagem permite que o algoritmo gere boas soluções e escape de mínimos locais além de promover uma aceleração na obtenção de boas soluções, pois quando o *solver* encontra uma melhor solução ele consegue mudar o espaço de soluções em que a busca era efetuada.

O *solver* é utilizado para resolver um modelo matemático que foi desenvolvido baseado na proposta de (PONTES *et al.*, 2002) que é aplicado a uma parte do problema cada vez que se deseja fazer uma perturbação. Enquanto a busca local usa o método de descida, variando entre três estruturas de vizinhança, o *swap-x*, o *crossover* e a *compactação*. Mais adiante serão dado mais detalhes sobre o modelo matemático, a forma de escolha do sub problema, da fase de construção que foi implementada, da busca

local e das implementações que não tiveram êxito.

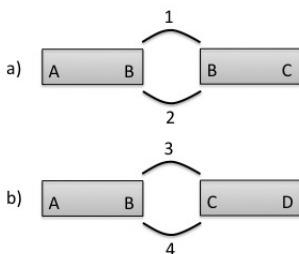
5.1 MODELO MATEMÁTICO

A modelagem proposta por (PONTES *et al.*, 2002) aborda todas as restrições do problema fazendo com que a quantidade de restrições geradas seja muito elevada. A idéia utilizada na nossa formulação é a de tentar reduzir ao máximo a quantidade de restrições necessárias. Isso é feito com a modelagem de apenas algumas restrições, aquelas que são possíveis no mundo real.

Primeiro se percebeu que não há necessidade de modelar os 4 tipos de arcos para cada voo, uma vez que dados dois voos só pode vir a ocorrer dois tipos de arcos possíveis entre eles. Essa situação é ilustrada na Figura 5.1.

Figura 5.1: Arcos necessários para ligar dois voos.

Fonte: (Própria)



Em a) os voos respeitam a restrição geográfica, dessa forma apenas os arcos de tipo 1 e 2 precisam ser modelados uma vez que não teria sentido fazer um voo de reposicionamento nessa situação. Em b) os aeroportos em questão são diferentes, sendo necessário apenas a modelagem dos arcos do tipo 3 e 4, perceba que não teria outra alternativa se não fazer um voo de reposicionamento.

5.1.1 Definição

Seja $D = (V, A)$ um grafo representando uma instância do PCTA, onde o conjunto de vértice $V = v_i : i \in I$ de D é indexado por $I = 1, 2, \dots, n+1, n+2$ onde v_{n+1} e v_{n+2} , identificam, respectivamente, os nós fonte e destino. E os nós restantes referem-se ao conjunto de nós originais, com n elementos. Sejam os custos $c_{ij} : (i, j) \in A$ introduzidos acima, estando associados com cada arco do grafo.

Seja $x_{ij} : (i, j) \in A$ um conjunto binário 0-1 de variáveis usada para controlar a inclusão ($x_{ij} = 1$) ou a exclusão ($x_{ij} = 0$) de um arco (possível conexão) entre vértices (voos) v_i e v_j . O conjunto \bar{I} identifica o conjunto de nós excluindo o nó fonte (v_{n+1}) e o nó de destino (v_{n+2}). A função objetivo foi dividida para facilitar o entendimento de como é feito o custo de adicionar um trilha. Variáveis reais δ_i e θ_i , $i \in \bar{I}$ são usados para representar, respectivamente, o desvio do tempo de partida sugerido e a norma desse desvio para v_i . Essas variáveis devem no entanto obedecer $-\gamma_i \geq \delta_i \geq \gamma_i$ e $0 \geq \theta_i \geq \gamma_i$, onde γ_i é o valor máximo de desvio permitido (em cada direção) do tempo de partida sugerido para o voo. Finalmente o tempo de partida sugerido que é dado por $s_i : i \in \bar{I}$.

5.2 FUNÇÃO OBJETIVO

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in \bar{I}} x_{v_{n+1}j} (CUSTO_TRILHO) + \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in I} x_{ij} c_{ij} + \sum_{i \in \bar{I}} \theta_i \quad (1)$$

5.3 RESTRIÇÕES

a) Garantia de recobrimento dos voos

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \bar{I} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \bar{I} \quad (3)$$

b) Viabilidade das conexões

$$s_i + t_i x_{ij} - M(1 - x_{ij}) + \delta_i \leq s_j + \delta_j \quad \forall i, j \in \bar{I} \quad (4)$$

c) Modulo do desvio do tempo de partida sugerido

$$\theta_i \geq \delta_i \quad \forall i \in \bar{I} \quad (5)$$

$$\theta_i \geq -\delta_i \quad \forall i \in \bar{I} \quad (6)$$

d) Limites das variáveis

$$0 \geq \theta_i \geq \gamma_i \quad \forall i \in \bar{I} \quad (7)$$

$$-\gamma_i \geq \delta_i \geq \gamma_i \quad \forall i \in \bar{I} \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (9)$$

A função 1 do modelo representa a função objetivo onde a primeira parte representa o custo de inicializar um trilho, ou seja, sempre que um arco partindo de $n + 1$, que é o nó origem, for ativado acrescenta-se o custo de um trilho a solução. A segunda parte representa o custo de adicionar os demais arcos e a terceira parte representa a adição do módulo dos atrasos que foram utilizados. Perceba que a primeira e a segunda parte podem ser modeladas juntas, a sua separação foi feita para facilitar o entendimento do modelo.

As restrições 2 e 3 representam respectivamente que todos os nós deverão ter apenas um antecessor e um sucessor, as únicas exceções são o nó origem que pode incidir em vários outros nós e o nó de destino que pode ser incidido por vários nós.

A restrição 4 é utilizada para manter a viabilidade das conexões acrescentando atrasos a elas se for necessário. Se $x_{ij} = 1$ então tem-se que o tempo de partida do voo i (s_i) mais a duração do voo do seu voo (t_i) mais um possível atraso nesse voo (δ_i) deve ser menor ou igual ao tempo de partida do voo j (s_j) mais um atraso que lhe seja dado (δ_j). Se $x_{ij} = 0$ então M irá validar automaticamente essa restrição. M tem valor igual a soma da duração dos voos. As restrições 5, 6 e 7 modelam o valor absoluto do atraso em θ .

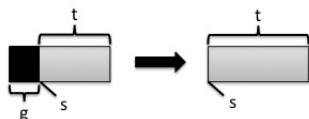
A equação 8 restringe o atraso/adiantamento máximo que pode ser utilizado e a equação 9 modela a variável de decisão x como sendo booleana.

Pode-se perceber que o modelo matemático não faz menção ao tempo de solo (g). Isso ocorre pois esse tempo é incorporado ao voo como demonstrado na Figura 5.2, ou seja o tempo de partida sugerido s passa a ter o valor $s - g$ e a duração t do voo passa a ter o valor $t + g$. Uma vantagem de usar essa abordagem que integra o tempo de solo ao voo é a redução da quantidade de restrições do problema.

Além disso o conjunto A contém apenas um tipo de arco, o arco do tipo 1 se os

Figura 5.2: Conversão de um voo para ser utilizado no solver.

Fonte: (Própria)



voos satisfazem a restrição geográfica e o arco do tipo 3 caso não satisfaçam. Os arcos dos tipos 2 e 4 são modelados a partir da variável δ que tem seu custo acrescentado na função objetivo.

Essa estratégia permite a redução de 3 arcos para cada voo, o que deixa o modelo mais leve.

O calculo dos custos são feitos através de um pré-processamento, onde os arcos viáveis recebem os valores referentes ao seu tipo, por exemplo, no caso de um arco originário do nó origem, arco do tipo 6, um custo 1000 é atribuído. No caso de arcos que deverão ser evitados um custo elevado é atribuído.

5.4 FASE DE CONSTRUÇÃO DO GRASP

A construção da solução é feita elemento a elemento utilizando o GRASP. Inicialmente é feita a ordenação do conjunto de voos a partir do seu tempo de partida sugerido. O algoritmo só termina quando todos os voos já foram alocados em algum trilha.

Existem duas formas de fazer a montagem da solução, uma seria a montagem de trilhos de forma sequencial, onde um novo trilha só é iniciado quando o anterior se encontra saturado. A outra forma é a montagem de trilhos de forma paralela, que, a priori, provocaria uma melhor distribuição dos voos. Na prática a primeira abordagem foi adotada, pois, nas instâncias disponíveis ela apresentou, sempre, soluções de melhor

qualidade.

Pode ser que para instâncias com alguma característica específica a estratégia de montagem dos trilhos de forma paralela pode apresentar melhores resultados.

5.4.1 Formação dos trilhos de forma sequencial

Quando se pensa na escolha do primeiro voo do trilho, a decisão imediata é a escolha do voo que contenha o menor horário de partida sugerido, ou seja, o voo mais próximo. Porém essa escolha reduz a quantidade de soluções que podem ser geradas, isso ocorre pois o primeiro voo tem uma grande influência nas possíveis soluções que um trilho pode assumir. Para evitar isso a escolha do primeiro voo de um trilho é feita baseando-se nos 5 voos com menor horário de partida que ainda não estejam alocados a nenhum outro trilho.

Esses voos são adicionados a lista de candidatos iniciais (LCI) em seguida é feita a escolha do elemento que irá iniciar o novo trilho levando em consideração apenas os elementos que possuam o horário de partida distante de até $\alpha\%$ do voo de menor horário de partida, esses elementos são então inseridos em uma lista restrita inicial (LCI) na qual é feita a seleção aleatório de um dos voos. Isso é feito para evitar a escolha de um voo muito distante do menor voo.

Os pseudocódigos 5.3 e 5.4 ajudam a elucidar esse entendimento. Primeiro deve-se entender o pseudocódigo 5.3 onde é feito a escolha de um voo que deverá iniciar um trilho, esse pseudocódigo serve tando para montar trilhos de forma sequencial como de forma paralela. Em 1 é formada a LCI que é composta pelos 5 primeiros voos ainda não alocados, de 2 a 4 é feita a formação da LRI tendo como base o menor horário de partida

$h(v_{min})$, o maior horário de partida $h(v_{max})$ e o α e em 5 é feita a escolha aleatória de um desses voos. Já no pseudocódigo 5.4 é feita a montagem dos trilhos de forma sequencial. Em 1 os voos disponíveis são ordenados de acordo com seu horário de partida, em 2 a malha, que será o resultado, é inicializada com vazio. De 3 a 9 é feita a montagem dos trilhos que irão compor a malha, em 4 e 5 é obtido o primeiro voo do trilho, em 6 é feita a montagem completa desse trilho, em 7 os voos pertencente ao trilho corrente são removidos do conjunto de voos disponíveis e em 8 o trilho corrente é adicionado a malha resultante.

Figura 5.3: Pseudocódigo do procedimento de seleção de um voo inicial.

Fonte: Própria

Algoritmo *selecionaVooInicial(V)*

```

1   $LCI \leftarrow \text{cincoPrimeirosVoos}(V)$ ;
2   $h(v_{min}) \leftarrow \min\{h(v) \mid v \in LCI\}$ ;
3   $h(v_{max}) \leftarrow \max\{h(v) \mid v \in LCI\}$ ;
4   $LRI \leftarrow \{v \in LCI \mid h(v) \leq h(v_{min}) + \alpha(h(v_{max}) - h(v_{min}))\}$ ;
5  Selecione aleatoriamente um elemento  $v \in LRI$ ;
6  devolva  $v$ ;
fim
```

5.4.2 Formação dos trilhos de forma paralela

Nessa estratégia um trilho é iniciado sempre que existe um voo que não pode ser inserido em nenhum dos trilhos que estejam sendo montados, mantendo-se assim um conjunto de trilhos disponíveis (CTD).

Em cada iteração o trilho corrente (TC) é escolhido a partir do CTD de forma aleatória. Feito isso, adiciona-se um voo a esse trilho. Caso não existam voos candidatos para adição no TC este é removido da CTD e uma nova iteração é iniciada.

Figura 5.4: Pseudocódigo do procedimento de formação sequencial dos trilhos.

Fonte: Própria

Algoritmo *formaçãoSequencialDosTrilhos*(V)

```

1  Ordene o conjunto de voos não alocados  $V$ ;
2   $M \leftarrow \emptyset$ ;
3  enquanto  $V \neq \emptyset$  faça
4       $v \leftarrow \text{selecionaVooInicial}(V)$ 
5       $T \leftarrow \{v\}$ ;
6       $T \leftarrow \text{completaTrilho}(T)$ ;
7       $V \leftarrow V - \{v \in T\}$ ;
8       $M \leftarrow M \cup T$ ;
9  fim enquanto
10 devolva  $M$ ;
fim
```

O pseudocódigo 5.5 ajudam no entendimento do algoritmo. Em 1 os voos disponíveis são ordenados de acordo com seu horário de partida, em 2 e 3 respectivamente a malha resultante e o CDT são inicializados com vazio. De 4 a 19 é feita a montagem paralela dos trilhos que irão formar a malha. Em 5 é feita a seleção de um voo inicial. Em 6 verifica-se se existe algum trilho corrente que pode incorporar esse voo, se existir então em 7 é feita a seleção de um trilho corrente (TC) a partir dos elementos da CDT e em 8 seleciona-se um voo que possa ser inserido em TC e insere o voo em 13. Se não existir nenhum voo que possa ser inserido em TC então este é removido da CDT como pode ser visto de 9 a 12.

De 15 a 18 é criado um novo trilho sempre que não existe nenhum trilho da CDT que possa comportar o voo selecionado em 5. Em 20 se insere os trilhos pertencentes a CDT na malha resultante. Isso ocorre porque todos os voos já foram alocados em algum trilho.

Figura 5.5: Pseudocódigo do procedimento de formação paralela dos trilhos.

Fonte: Própria

Algoritmo *formaçãoParalelaDosTrilhos*(V)

```

1  Ordene o conjunto de voos não alocados  $V$ ;
2   $M \leftarrow \emptyset$ ;
3   $CTD \leftarrow \emptyset$ ;
4  enquanto  $V \neq \emptyset$  faça
5       $v \leftarrow \text{selecionaVooInicial}(V)$ 
6      se  $v$  pode ser inserido em um trilho do CTD então
7           $TC \leftarrow \text{escolheTrilhoAleatório}(CTD)$ ;
8           $nv \leftarrow \text{selecionaVooCandidato}(TC)$ ;
9          se  $nv = \emptyset$  então
10              $CDT \leftarrow CDT - \{TC\}$ 
11              $M \leftarrow M \cup \{TC\}$ 
12          senão
13              $TC \leftarrow TC \cup \{nv\}$ 
14          fim se
15      senão
16           $T \leftarrow \{v\}$ ;
17           $CTD \leftarrow CTD \cup T$ 
18      fim se
19  fim enquanto
20   $M = M \cup \{t \in CTD\}$ ;
21  devolva  $M$ ;
fim

```

5.4.3 Escolha dos voos de um trilho

A escolha do primeiro voo de um trilho é feita como explicado nas seções anteriores enquanto os demais voos são escolhidos tendo como base um tipo de arco e uma lista restrita de candidatos (LRC).

Os tipos de arcos foram definidos no Capítulo 4, porém nessa etapa apenas 4 tipos são considerados, o a_1, a_2, a_3, a_4 que representam formas de ligações entre os voos. Os arcos do tipo 5 e 6 só são utilizados na modelagem matemática. Os arcos do tipo 1

permitem a ligação de voos sem a utilização de atrasos e/ou reposicionamentos. Os arcos do tipo 2 utilizam atrasos mas não o reposicionamento. Os arcos do tipo 3 permitem o sequenciamento com a utilização de um voo de reposicionamento mas sem inserir atraso em nenhum dos voos envolvidos. Os arcos do tipo 4 utilizam-se de atrasos e de um voo de reposicionamento para fazer a ligação entre dois voos. Os arcos do tipo 5 partem do nó *source* e servem para modelar o início de um trilha. Os arcos do tipo 6 representam o no de destino (*sink*), nele incidem todos os últimos voos de cada trilha.

Primeiramente é feita a escolha do tipo de arco que será utilizado para efetuar a ligação do ultimo voo do trilha corrente. Essa escolha é feita tendo como base as probabilidades de cada um desses arcos acontecer. Essa probabilidade foi definida como sendo $P(a_1) = 0.79, P(a_2) = 0.16, P(a_3) = 0.04, P(a_4) = 0.01$ pois a solução ótima do problema real da Rio Sul apresentava essas características. Esses valores são empíricos e se alterados podem vir a melhorar, ou piorar, a qualidade da solução, dependendo das características da instância.

De posse do tipo de arco, é feita então a formação da lista de candidatos. Essa lista é ordenada de acordo com o seu horário de partida sugerido, caso o arco seja do tipo A_1 , ou pelo custo associado a sua escolha para os demais tipos de arco. No caso da lista de candidatos não possuir nenhum voo, então outro tipo de arco é sorteado, até que não seja possível acrescentar voos ao trilha de nenhuma forma, quando isso ocorrer a construção desse trilha é finalizada.

Caso seja possível a obtenção de uma lista de candidatos então ela é reduzida tendo como base o passo 2 a 4 do algoritmo `alg:selectinit` formando assim a lista de candidatos restrita (LCR), essa redução remove os candidatos que estão muito afastado do melhor candidato da lista. Como está lista se encontra ordenada, então, o elemento

de menor impacto (v_{menor}) na solução é o primeiro e o de maior impacto (v_{maior}) é o último. A LCR contém os candidatos que tenha o valor de impacto na solução entre v_{menor} e $v_{menor} + \alpha * (v_{maior} + v_{menor})$, onde α é o grau de gulosidade do GRASP, que nesse trabalho foi definido como sendo 0.5. O candidato deve ser escolhido de forma aleatória entre os elementos da LCR.

O pseudocódigo 5.6 explica como isso acontece. Em 1 inicializa o conjunto de arcos com os 4 tipos possíveis em 2 realiza-se um sorteio do tipo de arco que irá ser inicialmente avaliado levando em consideração a probabilidade de cada um deles acontecer ($P(a_1), P(a_2), P(a_3), P(a_4)$). Em 3 é feita a remoção do tipo de arco selecionado do conjunto inicial e em 4 é selecionado o voo corrente que necessita de um sucessor, nesse caso o último voo do trilho.

De 5 a 13 procura-se um candidato para o voo corrente levando em consideração todos os tipos de arcos, iniciando pelo que foi selecionado no passo 2.

5.5 FASE DE BUSCA LOCAL

Com a finalização da etapa anterior tem-se uma solução do problema. A fase de busca local efetua modificações nessa solução com a finalidade de obter outras melhores que estejam próximos a ela, isso é feito através da aplicação das estruturas de vizinhanças. No método proposto essa fase foi implementada através da utilização da metaheurística ILS que alterna busca local com perturbações conseguindo assim escapar de mínimos locais, ou seja, primeiro são aplicados as estruturas de vizinhança, visando obter o valor ótimo local da solução, depois é feita uma perturbação que diversifica a solução. Isso é feito através da aplicação do modelo matemático, definido no início

Figura 5.6: Pseudocódigo de calculo do proximo voo de um trilho
Fonte: Própria

Algoritmo *obtemProximoVoo*(T, V)

```

1   $A \leftarrow \{1, 2, 3, 4\};$ 
2   $a \leftarrow \text{sorteaTipoDeArco}(A, P(a_1), P(a_2), P(a_3), P(a_4));$ 
3   $A \leftarrow A - \{a\};$ 
4   $v \leftarrow \text{ultimoVoo}(T);$ 
5  para  $i$  de 1 para 4 faça
6       $c \leftarrow \text{proximoCandidato}(v, V, a);$ 
7      se  $c = \emptyset$  então
8           $a \leftarrow \text{proximoArco}(A);$ 
9           $A \leftarrow A - \{a\};$ 
10     senão
11         devolva  $c;$ 
12     fim se
13 fim para
14 devolva  $\emptyset;$ 
fim
```

desse capítulo, em uma parte do problema. Quando nenhuma das duas estratégias consegue melhorar a solução então a busca local encerra e uma nova iteração do GRASP pode ser iniciada.

5.5.1 Estruturas de vizinhança

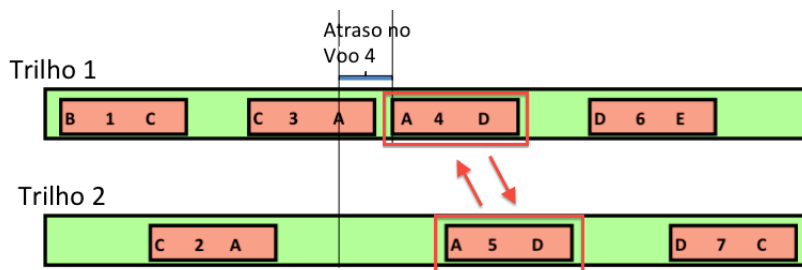
Foram definidas três estruturas de vizinhança para serem utilizadas na busca local, o Swap-X e o Cross-Over, que tem o objetivo de remover modificações nos horários de partida sugeridos dos voos, e a Compactação, que promove a redução do número de trilhos. Abaixo essas estruturas são explicadas.

Swap-X

Esse operador efetua a troca de X voos de um trilho por um conjunto de voos de outro trilho. Dessa forma pode-se conseguir remover os atrasos que foram criados na etapa de construção. No método proposto apenas os movimentos do tipo Swap-1 e Swap-2 são utilizados, pois foram as que obtiveram mais êxito em melhorar a solução. A Figura 5.7 mostra um caso em que a aplicação dessa estrutura permite remover um atraso.

Figura 5.7: Estrutura de vizinhança Swap-1.

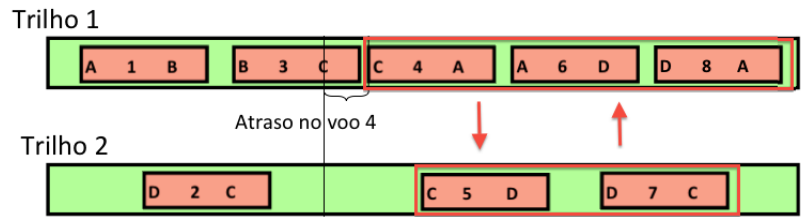
Fonte: (Própria)



Cross-Over

A ideia do operador *crossover* é a de efetuar troca entre dois segmentos de trilhos com a finalidade de gerar novos trilhos que não apresentem voos atrasados. A Figura 5.8 mostra um caso em que a aplicação dessa estrutura melhora a solução.

Figura 5.8: Estrutura de vizinhança CrossOver.
Fonte: (Própria)

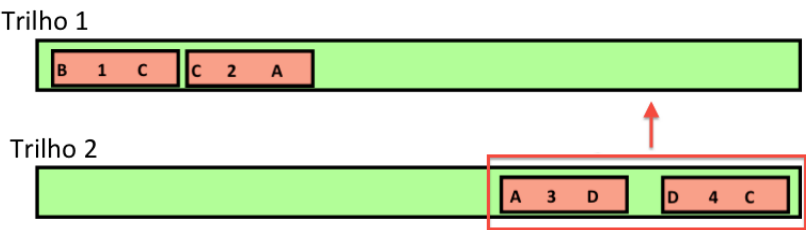


Compactação

A compactação é a única estrutura de vizinhança utilizada que é capaz de reduzir a quantidade de trilhos da solução final. Isso ocorre porque ela consegue inserir um trilho em outro de forma direta ou com a utilização de um voo de reposicionamento.

A figura 5.9 mostra a redução de um trilho com a utilização desse movimento.

Figura 5.9: Estrutura de vizinhança Compactação.
Fonte: (Própria)



5.5.2 Perturbação usando o método exato

A perturbação é utilizada quando as estruturas de vizinhança não conseguem melhorar a solução, quando isso ocorre, pode-se dizer que a solução corrente é a ótima local

com relação a vizinhança que foi definida.

Para tentar encontrar outros mínimos locais aplica-se uma modificação na estrutura da solução, mesmo que isso provoque uma piora na sua qualidade. Isso se mostra interessante para o algoritmo pois ele irá efetuar busca de melhorias em outros locais no espaço de soluções através da sua busca local.

O método de perturbação utilizado aqui difere do que normalmente é aplicado pois a solução tem a sua estrutura modificada e ainda consegue melhorar a sua qualidade. Isso é feito através da resolução do modelo matemático em uma parte do problema. A sua utilização ocorre com a seleção de um conjunto de trilhos, e sua a posterior aplicação no *solver* configurado para o conjunto de voos da seleção.

O método exato retorna a configuração ótima desses voos, que são agrupados novamente a solução antiga. O *solver* tem um tempo máximo estabelecido e se não retornar nenhuma solução nesse tempo considera-se que não houve melhora e uma nova iteração é iniciada.

A seleção dos trilhos é feita com base no seu *grau de compactação* que é definido como sendo porcentagem de utilização efetiva de um trilho com relação ao tempo de partida do primeiro voo e o tempo de chegada do último voo da instância, ou seja, quanto maior o tempo que a aeronave, que opera um determinado trilho, permanece voando maior será o seu grau de compactação. O calculo do grau de compactação não leva em consideração os voos de reposicionamento, pois eles não estão no planejamento inicial e por isso não são passados para o modelo.

Existe três formas de fazer a seleção desses. Pode-se adicionar os trilhos que possuem o maior grau de compactação, ou adicionar os trilhos que possuem o menor grau de compactação ou pode-se alternar entre a escolha de um trilho com o maior grau

de compactação e um de menor grau de compactação.

Na prática adotou-se a segunda abordagem, selecionando os trilhos de menor grau de compactação, pois os resultados foram superiores aos das outras abordagens.

Os trilhos são adicionados a solução até o limite de 80 voos, pois o solver conseguiu em nossos experimentos resolver um problema desse porte de forma imediata. Isso ocorre porque em nossos experimentos o *solver* conseguiu resolver um problema desse porte de forma quase imediata.

5.5.3 Método de construção paralela

A estratégia paralela foi desenvolvida para aumentar a escalabilidade na resolução de grandes problemas e também na tentativa de obter melhores soluções em um menor espaço de tempo. O seu funcionamento parte da divisão da instância em períodos de tempos iguais que são distribuídas para cada processo. Em cada período os processos realizam uma construção do algoritmo descrito na seção 5.4. Ao final dessa etapa cada processo possui um conjunto de trilhos que devem ser ligados uns com os outros para a geração de uma malha de voo completa.

O algoritmo é dividido em passos onde em cada passo um nível diferente de vizinho é visitado na tentativa de efetuar a ligação dos seus trilhos. No nível 1 é feita a comunicação seguindo a topologia de uma rede em anel, onde cada processo fala com seu vizinho sucessor a uma distância de 1, ou seja, o processo 0 fala com o processo 1, o 1 com o 2 e assim por diante até que o último processo fale com o processo 0. Quando todas as tentativas de ligação de trilhos entre esses processos são esgotadas então o passo do algoritmo é incrementado para que o processo consiga conversar com o processo su-

cessor que possua uma distância de 2 dele, ou seja, o processo 0 se comunica com o processo 2, o 1 com o 3 e assim por diante, isso ocorre até que todos os processo tenham se comunicados com os outros ou até que todos os trilhos estejam ligados.

Essa estratégia é interessante pois normalmente as empresas trabalham com uma malha circular que costuma se repetir toda a semana.

O pseudocódigo 5.10 simplifica o entendimento do algoritmo. Perceba que a complexidade de execução e de mensagens do algoritmo distribuído 5.10 no pior caso é de $O(s.c)$, onde s é o número de processos e c é a maior quantidade de trilhos de um processo.

A linha 1 é utilizada na inicialização dos voos, onde cada processo obtém o conjunto de voos que irá trabalhar, esse conjunto de voos é definido pela instância M , pelo número de processador que estão executando s e pelo número do processo corrente r . O laço iniciado na linha 2 modela a quantidade de iterações do algoritmo, que é baseado no número de processos. A variável cn é o contador de nível e informa para qual vizinho o processo corrente irá tentar efetuar ligações dos seus trilhos disponíveis.

O cálculo do índice do processo que irá receber a comunicação é feita na linha 3. A linha 4 inicia o contador de mensagens enviadas, que é usado como auxiliar de condição de parada no laço da linha 13.

É feito então uma tentativa de conectar os trilhos que ainda não foram conectados com os trilhos dos vizinhos. Nas linhas 6 a 10 é feito o envio de solicitações de conexões de todos os últimos voos ainda não conectados de cada um dos seus trilhos para o vizinho corrente que é definido pela variável $dest$. Na linha 12 o processo sinaliza para o seu vizinho corrente que não tem mais nenhum trilho para tentar efetuar uma ligação.

Depois o processo passa a agir como uma máquina de estados, como pode ser

Figura 5.10: Pseudocódigo do método de comunicação paralela usado na construção dos trilhos.

Fonte: Própria

Algoritmo *inicioComunicacaoParalela*(M, s, r)

```

1  inicializaVoos( $M, s, r$ );
2  para  $cn$  de 1 para  $(s - 1)$  faça
3       $dest \leftarrow (r + cn) \text{ MOD } s$ ;
4       $c \leftarrow 0$ ;
5      para cada  $t$  em  $M$  faça
6           $f \leftarrow ultimoVoo(t)$ ;
7          se  $f$  ainda não foi selecionado então
8               $c \leftarrow c + 1$ ;
9              solicitaConexão( $f, dest$ );
10         fim se
11     fim para
12     EnviaFinalizaMsg( $dest$ );
13     enquanto Não tiver respondido todas as requisições faça
14          $P \leftarrow RecebeMSG()$ ;
15         se  $P$  é uma solicitação de conexão então
16              $f \leftarrow selecionaUmVoo(M, P.voo)$ ;
17             se  $f \neq \emptyset$  então
18                 EfetuaConexão( $P, f$ );
19             senão
20                 RejeitaConexão( $P, f$ );
21             fim se
22             senão se  $P$  é uma aceitação de conexão então
23                 ConfiguraLigação( $P$ );
24             senão se  $P$  é uma finalização de mensagens então
25                  $F \leftarrow verdadeiro$ ;
26             fim se
27     fim enquanto
28 fim para
fim

```

visto nas linhas 13 a 27, respondendo as requisições que forem recebendo. Isso acontece até ele receber uma mensagem de finalização do seu vizinho e todas as mensagens que ele tenha enviado anteriormente tenham sido respondidas. Na linha 14 o processo recebe

uma mensagem que vai lhe informar qual a ação que deverá ser executada.

Quando a mensagem é uma solicitação de conexão, linhas 15 a 22, então o processo tenta selecionar um voo, do início de um de seus trilhos, que ainda não tenha se ligado com nenhum outro trilho para se ligar com o voo candidato da solicitação. A escolha do voo que vai se ligar é feita usando o GRASP com uma LRC. Caso exista algum voo que possa se conectar, linha 17, então uma mensagem de aceitação de conexão é enviada para o solicitante e o voo é marcado como já selecionado, isso é feito no procedimento *EfetuaConexão(P, f)*. Caso não exista nenhum voo que possa se candidatar então uma mensagem de rejeição de conexão é enviada pelo procedimento *RejeitaConexão(P, f)*.

As linhas 22 a 24 é executada quando o processo recebe uma mensagem de aceitação ou rejeição de conexão e é utilizada para configurar o voo que teve a solicitação aceita. Já as linhas 24 a 26 marca a flag de finalização do vizinho F como verdadeiro.

Na prática essa estratégia conseguiu obter resultados aproximadamente 10% melhores que a estratégia sequencial, ou seja, de um processo com a fatia completa do tempo, levando em consideração apenas a fase de construção. Por questões de tempo esse experimento não foi concluído, com a inserção da fase de refinamento que utiliza o *solver*.

Para justificar o uso de uma estratégia mais eficiente, como essa, seria necessário obter primeiro uma instância que não obtivesse resultados satisfatórios com a estratégia híbrida sequencial. Aparentemente essa nova estratégia iria ocasionar melhoras nos resultados finais já que a qualidade da solução gerada na construção tem influencia direta na velocidade que o algoritmo encontra uma melhor solução.

6 RESULTADOS

Neste capítulo apresenta-se os resultados que foram encontrados através da aplicação do solver, da metaheurística pura e da metaheurística híbrida em um conjunto de quatro instâncias obtidas ou adaptadas de duas grandes companhias aéreas, a Rio-Sul e a TAM. Os resultados obtidos com a programação linear inteira, que foi utilizado como limite inferior - *lower bound* das soluções. Serão mostrados os resultados da metaheurística pura para mostrar as vantagens que foram obtidas com a utilização de uma abordagem híbrida.

Na seção 6.1 é apresentado o ambiente de testes as características dos problemas de testes que foram utilizados nos experimentos. Nas seções 6.2, 6.3, 6.4 será mostrado respectivamente os resultados obtidos com o otimizador, metaheurística pura e metaheurística híbrida. Na seção 6.5 são dadas as considerações finais.

6.1 AMBIENTE DE TESTES

Todos os algoritmos descritos foram desenvolvidas na linguagem C++ usando o solver CPLEX Academic 12 da IBM que implementa técnicas de resolução de programação inteira, os experimentos computacionais foram feitos em um notebook com processador Pentium T4500 2.3 Ghz, 2 GBytes de memória RAM (2x1 GB) e com o sistema operacional operacional Linux Ubuntu 11.04 de 32 bits.

As instâncias obtidas tem a duração de um dia, a da Rio-Sul tem 107 voos e a da TAM tem 241 voos. A instância da Rio-Sul foi obtida a partir do trabalho de (PONTES *et al.*, 2002) e a da TAM foi obtida através da seleção manual dos voos pelo *site*

da companhia. Com o desenvolvimento do trabalho essas instâncias passaram a ser resolvidas facilmente pelo algoritmo. Com a finalidade de gerar instâncias mais difíceis foi proposto a extensão da frequência dos voos da instância Rio-Sul e da TAM para uma semana, dessa forma foi gerado uma instância com 749 voos e outra de 1687. A instância diária da Rio-Sul era operada por 20 aeronaves, com uma malha que construída manualmente por um funcionário com larga experiência nesse tipo de serviço.

Para manter a compatibilidade dos resultados com o trabalho de (PONTES *et al.*, 2002) foi utilizado o tempo de solo de 20 minutos para todos os aeroportos. Vale lembrar que esse tempo pode variar de acordo com o aeroporto e o tipo da frota. Houveram dificuldades na obtenção de dados mais detalhados junto com as companhias aéreas.

O GRASP foi configurado com 1000 iterações na sua aplicação pura e com 10 na sua aplicação híbrida foi utilizado um α de 0.4. Esses valores foram obtidos de forma empírica a partir dos testes que foram feitos no decorrer do trabalho. A busca local é exaustiva e finaliza quando não consegue melhorar o valor objetivo da solução. O tempo máximo de execução dos algoritmos foram de 32 horas (115200 segundos).

No método híbrido a maior utilização do poder de processamento do CPU é gasto executando a etapa de busca local, cerca de 98% do tempo.

A demonstração da eficiência do algoritmo foi feita baseado-se na solução ótima dos problemas que foi obtida a partir da utilização do modelo matemático descrito no Capítulo 5. A única instância em que isso não foi possível foi na TAM estendida onde no período máximo estabelecido não foi possível obter nenhuma solução inteira para o problema. Essa foi a maior instância utilizada no trabalho.

Nesse capítulo s^* indica o valor ótimo de uma solução, s_m indica a média dos valores obtidos com todas as execuções do algoritmo, t_{s^*} é o tempo de execução do solver

Tabela 6.1: Parametrização dos cenários

	Cenário 1	Cenário 2
Atraso Máximo	0	10
Prob. Arc. Tipo 1	0.92	0.69
Prob. Arc. Tipo 2	0	0.16
Prob. Arc. Tipo 3	0.08	0.04
Prob. Arc. Tipo 4	0	0.01

e t_s representa o tempo médio de execução do algoritmo. Por fim Δ (GAP) representa a diferença da média dos valores das soluções obtidas em relação ao valor ótimo da instância, o seu cálculo é feito com a fórmula abaixo:

$$\Delta(GAP) = (s - s^*)/s^*$$

A resolução dessas instâncias foram parametrizadas levando em consideração dois cenários. O cenário 1 faz o sequenciamento dos voos sem a permissão de utilizar nenhum atraso, essa representação é comum nas companhias que não aceitam a modificação do planejamento inicial. O cenário 2 se utiliza de atrasos, de no máximo 10 minutos, permitindo assim uma maior liberdade na hora da montagem dos trilhos obtendo assim um melhor aproveitamento da utilização das aeronaves. Os parâmetros utilizados são detalhados na Tabela 6.1.

Os resultados que utilizaram da metaheurística foram obtidos a partir de 100 execuções e somente os valores das médias foram levados em consideração.

Tabela 6.2: Resultados do otimizador no cenário 1

Instância	s^* (trilhos)	$t_{s^*}(s)$
Rio Sul	17.138 (17)	4 s
TAM	35.334 (34)	26 s
Rio Sul Estendida	18.392 (17)	24192 s
TAM Estendida	-	115200 s

Tabela 6.3: Resultados do otimizador no cenário 2

Instância	s^* (trilhos)	$t_{s^*}(s)$
Rio Sul	16.158 (16)	4 s
TAM	35.015 (34)	27 s
Rio Sul Est.	17.433 (16)	33001 s
TAM Estendida	-	115200 s

6.2 RESULTADOS DO OTIMIZADOR

Após muitas melhorias na modelagem matemática que foi utilizada no *solver*, conseguiu-se resultados bastante expressivos na resolução das instâncias. Percebe-se que em um curto espaço de tempo o *solver* conseguiu resolver de forma eficiente problemas diários de até 241 voos (TAM). Porém percebeu-se também que esse desempenho diminui bastante com o aumento do tamanho das instâncias, demorando 6 a 9 horas para resolver uma instância de 749 voos (Rio-Sul estendida) e não conseguindo resolver em 32 horas uma instância com 1687 voos (TAM estendida) nos cenários que foram modelados.

Percebeu-se também que existe um sequenciamento possível nos voos que permite economizar até 4 aeronaves para atender a instância da Rio-Sul. Na prática essa instância era operada com 20 aeronaves.

6.3 RESULTADOS DA METAHEURÍSTICA PURA

Tabela 6.4: Resultados da metaheurística pura no cenário 1

Instância	s_m (trilhos)	t_s (s)	Δ
Rio Sul	19.049 (19)	247 s	0.11
TAM	42.328 (42)	1710 s	0.20
Rio Sul Estendida	21.516 (20)	1687 s	0.17
TAM Estendida	51.903 (44)	11722 s	-

Tabela 6.5: Resultados da metaheurística pura no cenário 2

Instância	s_m (trilhos)	t_s (s)	Δ
Rio Sul	18.256 (18)	224 s	0.13
TAM	41.719 (41)	2066 s	0.19
Rio Sul Est.	20.080 (19)	1592 s	0.15
TAM Estendida	51.032 (44)	11902 s	-

O algoritmo usando a metaheurística pura teve dificuldades para resolver as instâncias, inclusive não obteve o valor ótimo de nenhuma delas ficando entre 11% e 20% da solução ótima obtida pelo *solver*. Apesar dos resultados não terem sido o esperado, nota-se que ele ainda é melhor que o que era utilizado em produção pela Rio-Sul. O GRASP foi configurado para fazer 1000 repetições, pois a quantidade de soluções geradas nesse método é muito diversificado sendo necessário mais tempo para obter soluções melhores.

Esse comportamento nos levou a acrescentar uma etapa de programação linear inteira na parte de busca local para obter melhores resultados.

6.4 RESULTADOS DA METAHEURÍSTICA HÍBRIDA

Tabela 6.6: Resultados da metaheurística híbrida no cenário 1

Instância	s_m (trilhos)	$t_s(s)$	Δ
Rio Sul	17.138 (17)	7 s	0
TAM	35.334 (34)	36 s	0
Rio Sul Estendida	18.392 (17)	64 s	0
TAM Estendida	49.857 (35)	154 s	-

Tabela 6.7: Resultados da metaheurística híbrida no cenário 2

Instância	s_m (trilhos)	$t_s(s)$	Δ
Rio Sul	16.158 (16)	7 s	0
TAM	35.015 (34)	36 s	0
Rio Sul Est.	17.532 (16)	65 s	<0.01
TAM Estendida	48.803 (35)	159 s	-

O algoritmo híbrido conseguiu ser consistente na obtenção de bons resultados. Foram utilizadas 10 iterações do algoritmo, sendo possível obter uma convergência de 100% nos resultados mostrados nas tabelas 6.6 e 6.7.

6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para instâncias pequenas a utilização do *solver* se mostrou suficiente, porém percebeu-se que com o aumento do tamanho da instância o *solver* leva muito tempo para resolver e uma estratégia híbrida pode ser o caminho para obter boas soluções em um curto espaço de tempo.

Pode-se observar que nos dois cenários a solução ótima foi obtida para as

instâncias da Rio-Sul e no cenário 1 para versão diária da TAM. A solução obtida na TAM Estendida pode ser considerada boa, pois levando em consideração o resultado ótimo da sua versão diária o resultado ótimo não poderia ter menos que 34 trilhos.

Alguns ajustes ainda podem melhorar o modelo híbrido para que ele possa se aproximar mais da solução ótima. A modificação da estrutura a ser otimizada na busca local pode ser um ponto que ajude a melhorar os resultados, pois a literatura mostra que esse é um dos pontos mais importantes de uma heurística híbrida.

Uma das grandes dificuldades encontradas no trabalho foi a falta de instâncias tornando difícil a comparação de resultados com outros algoritmos. Esse trabalho disponibiliza as instâncias trabalhadas nos anexos. A instância da Rio-Sul se encontra nos Anexos A e B com o melhor resultado obtido detalhado no Anexo C. A instância da TAM se encontra nos Anexos D e E com o melhor resultado obtido detalhado no Anexo F.

Experimentos realizados com a implementação paralela discutida no Capítulo 5 demonstrou potencial de melhorar os resultados obtidos pois as soluções iniciais geradas por ela se mostraram melhores que as obtidas de forma sequencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDELGHANY, A.; ABDELGHANY, K. **Modeling Applications in the Airline Industry**. USA: Ashgate Publishing Limited, 2009.
- ARAUJO, T. M. U. de. **Métodos híbridos baseados em continuous-GRASP aplicados à otimização global contínua**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Paraíba, 2009.
- ARGUELLO, M. F.; BARD, J. F. A grasp for aircraft routing in response to groundings and delays. **Journal of Combinatorial Optimization**, v. 5, p. 211–228, 1997.
- BEASLEY, J. E. Or-library: distributing test problems by electronic mail. **Journal of the Operational Research Society**, v. 41, n. 11, p. 1069–1072, 1990.
- CLARKEA, L.; JOHNSONA, E.; NEMHAUSERA, G.; ZHUB, Z. The aircraft rotation problem. **Operations Research**, v. 69, p. 33–46, 1997.
- COHN, A. M.; BARNHART, C. Improving crew scheduling by incorporating key maintenance routing decisions. **Operations Research**, v. 51, n. 3, p. 387–396, May 2003.
- CORDEAU, J. F.; STOJKOVIC, G.; SOUMIS, F.; DESROSIERS, J. Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling. **Transportation Science**, v. 35, p. 375–388, 2001.
- DIAS, T. **Algoritmos heurísticos e metaheurísticas híbridas aplicadas ao planejamento de uma rede de telecomunicações com topologia anel-estrela**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedure. **Journal of Global Optimization**, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995.
- HAOUARI, M.; SHERALI, H. D.; MANSOUR, F. Z.; AISSAOUI, N. Exact approaches for integrated aircraft fleet and routing at tunisair. **Computational Optimization and Applications**, 2011.
- KLABJAN, D.; JOHNSON, E. L.; NEMHAUSER, G. L.; GELMAN, E.; RAMASWAMY, S. Airline crew scheduling with time windows and plane-count constraints. **Transportation Science**, v. 36, n. 3, p. 337–348, 2002.
- LUCENA, A.; PONTES, R. **Aviação comercial controlada por máquinas inteligentes**. Rio de Janeiro: e-papers, 2007.

- MERCIER, A.; SOUMIS, F. An integrated aircraft routing, crew scheduling and flight retiming model. **Computers and Operations Research**, v. 34, p. 2251–2265, 2007.
- PIMENTEL, A. G. **Uma abordagem heurística para a solução de problemas de recobrimento de conjuntos de grande porte, com aplicação à alocação de tripulações para companhias aéreas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.
- PONTES, R.; LUCENA, A.; CABRAL, L. **Exact and Heuristic Techniques for Solving the Aircraft Rotation Problem**. [S.l.], 2002.
- PRAIS, M.; RIBEIRO, C. Variação de parâmetros em procedimentos grasp. **Investigación Operativa**, 2000.
- SOUZA, M. J. F. **Inteligência Computacional para Otimização**. [S.l.], 2009.

ANEXO A – REDE DE VOOS DA RIO-SUL

001 SL166 0 08:00 0 08:31 GYN BSB	055 SL598 0 16:00 0 17:55 CGH POA
002 SL155 0 08:32 0 10:33 GYN CGH	056 SL568 0 16:02 0 17:03 CGH PLU
003 SL330 0 08:34 0 09:59 CGH VIX	057 SL403 0 16:08 0 17:59 POA CGH
004 SL595 0 08:40 0 11:11 POA CGH	058 SL273 0 16:10 0 17:51 SJP CGH
005 SL596 0 08:44 0 10:39 CGH POA	059 SL391 0 16:12 0 17:55 FLN CGH
006 SL533 0 08:50 0 10:01 BSB PLU	060 JH343 0 16:12 0 18:57 SSA CGH
007 SL280 0 08:52 0 09:43 CGH CWB	061 SL481 0 17:00 0 17:45 CGH SDU
008 SL587 0 09:00 0 10:01 PLU CGH	062 JH506 0 17:02 0 18:33 CGH BSB
009 SL520 0 09:02 0 09:47 SDU PLU	063 SL405 0 17:14 0 19:57 CGH CGH
010 JH559 0 09:04 0 10:35 BSB CGH	064 SL569 0 17:32 0 18:33 PLU CGH
011 SL406 0 09:06 0 09:55 SDU CGH	065 SL152 0 17:44 0 19:35 CGH GYN
012 SL419 0 09:16 0 11:03 FLN CGH	066 JH546 0 17:56 0 19:27 CGH BSB
013 SL542 0 09:28 0 10:31 CGH PLU	067 SL572 0 17:58 0 18:59 CGH PLU
014 SL408 0 09:30 0 10:21 SDU CGH	068 SL482 0 18:30 0 19:21 SDU CGH
015 JH345 0 09:30 0 12:23 SSA CGH	069 JH341 0 18:50 1 00:19 JPA CGH
016 SL589 0 09:58 0 11:01 PLU CGH	070 SL592 0 18:54 0 20:45 CGH POA
017 JH502 0 10:00 0 11:33 CGH BSB	071 JH507 0 19:00 0 20:31 BSB CGH
018 SL281 0 10:08 0 10:59 CWB CGH	072 SL528 0 19:02 0 19:47 SDU PLU
019 SL521 0 10:16 0 11:01 PLU SDU	073 JH550 0 19:04 0 20:35 CGH BSB
020 SL532 0 10:20 0 11:31 PLU BSB	074 SL537 0 19:22 0 20:33 BSB PLU
021 SL510 0 10:22 0 11:13 CGH CWB	075 SL576 0 19:26 0 20:27 CGH PLU
022 SL544 0 10:32 0 11:33 CGH PLU	076 SL573 0 19:34 0 20:35 PLU CGH
023 SL331 0 10:40 0 12:11 VIX CGH	077 SL599 0 19:46 0 21:41 POA CGH
024 SL409 0 11:00 0 11:49 CGH SDU	078 JH547 0 20:00 0 21:31 BSB CGH
025 SL543 0 11:00 0 12:03 PLU CGH	079 SL153 0 20:04 0 22:05 GYN CGH
026 SL590 0 11:06 0 12:44 CGH POA	080 SL483 0 20:08 0 20:53 CGH SDU
027 SL336 0 11:16 0 15:05 CGH REC	081 SL412 0 20:10 0 21:29 CGH FLN
028 SL597 0 11:30 0 13:27 POA CGH	082 SL529 0 20:14 0 20:59 PLU SDU
029 SL522 0 11:32 0 12:17 SDU PLU	083 SL584 0 20:26 0 21:27 CGH PLU
030 SL150 0 11:42 0 13:33 CGH GYN	084 SL514 0 20:30 0 21:21 CGH CWB
031 SL511 0 11:50 0 12:41 CWB CGH	085 JH344 0 20:48 0 23:39 CGH SSA
032 JH503 0 12:02 0 13:33 BSB CGH	086 SL577 0 21:02 0 22:03 PLU CGH
033 SL545 0 12:04 0 13:05 PLU CGH	087 SL536 0 21:04 0 22:13 PLU BSB
034 SL470 0 12:28 0 13:19 SDU CGH	088 JH551 0 21:04 0 22:35 BSB CGH
035 SL523 0 12:46 0 13:31 PLU SDU	089 SL332 0 21:20 0 22:31 CGH VIX
036 JH342 0 13:00 0 15:45 CGH SSA	090 SL492 0 21:30 0 22:21 SDU CGH
037 JH500 0 13:02 0 14:33 CGH BSB	091 SL586 0 21:30 0 22:31 CGH PLU
038 SL147 0 13:10 0 18:03 BSB BSB	092 SL530 0 21:34 0 22:19 SDU PLU
039 JH340 0 13:22 0 18:25 CGH JPA	093 SL515 0 21:45 0 22:37 CWB CGH
040 SL591 0 13:30 0 14:57 POA CGH	094 SL593 0 21:52 0 23:19 POA CGH
041 SL402 0 13:38 0 15:33 CGH POA	095 SL585 0 22:04 0 23:05 PLU CGH
042 SL471 0 13:54 0 14:39 CGH SDU	096 SL518 0 22:16 0 23:07 CGH CWB
043 SL390 0 13:56 0 15:41 CGH FLN	097 SL413 0 22:22 0 23:31 FLN CGH
044 SL564 0 13:58 0 14:59 CGH PLU	098 SL407 0 22:24 0 23:09 CGH SDU
045 SL151 0 13:58 0 15:59 GYN CGH	099 SL167 0 22:42 0 23:13 BSB GYN
046 SL563 0 14:00 0 15:01 PLU CGH	100 SL531 0 22:48 0 23:33 PLU SDU
047 SL272 0 14:12 0 15:51 CGH SJP	101 JH558 0 22:56 1 00:27 CGH BSB
048 SL282 0 14:22 0 15:13 CGH CWB	102 SL493 0 23:02 0 23:47 CGH SDU
049 SL508 0 14:56 0 15:41 SDU PLU	103 SL333 0 23:04 1 00:15 VIX CGH
050 JH501 0 14:58 0 16:29 BSB CGH	104 SL588 0 23:06 1 00:07 CGH PLU
051 SL480 0 15:30 0 16:21 SDU CGH	105 SL594 0 23:18 1 01:57 CGH POA
052 SL283 0 15:42 0 16:37 CWB CGH	106 SL154 0 23:22 1 01:13 CGH GYN
053 SL337 0 15:46 0 19:29 REC CGH	107 SL418 0 23:32 1 01:19 CGH FLN
054 SL347 0 16:00 0 16:45 PLU SDU	

ANEXO B – TEMPO DOS VOOS DA RIO-SUL

BSB CGH 0091	CGH SJP 0049	FLN SSA 0225	PLU SDU 0045
BSB CWB 0125	CGH SSA 0171	FLN VIX 0136	PLU SJP 0067
BSB FLN 0152	CGH VIX 0087	GYN JPA 0216	PLU SSA 0113
BSB GYN 0031	CWB FLN 0028	GYN PLU 0076	PLU VIX 0044
BSB JPA 0197	CWB GYN 0114	GYN POA 0173	POA REC 0342
BSB PLU 0071	CWB JPA 0293	GYN REC 0210	POA SDU 0129
BSB POA 0185	CWB PLU 0095	GYN SDU 0109	POA SJP 0119
BSB REC 0191	CWB POA 0062	GYN SJP 0054	POA SSA 0267
BSB SDU 0107	CWB REC 0283	GYN SSA 0143	POA VIX 0177
BSB SJP 0066	CWB SDU 0078	GYN VIX 0118	REC SDU 0215
BSB SSA 0125	CWB SJP 0060	JPA PLU 0198	REC SJP 0242
BSB VIX 0109	CWB SSA 0208	JPA POA 0352	REC SSA 0075
CGH CWB 0051	CWB VIX 0125	JPA REC 0013	REC VIX 0169
CGH FLN 0105	FLN GYN 0142	JPA SDU 0226	SDU SJP 0079
CGH GYN 0095	FLN JPA 0311	JPA SJP 0251	SDU SSA 0130
CGH JPA 0255	FLN PLU 0114	JPA SSA 0085	SDU VIX 0048
CGH PLU 0058	FLN POA 0042	JPA VIX 0181	SJP SSA 0169
CGH POA 0097	FLN REC 0300	PLU POA 0155	SJP VIX 0110
CGH REC 0246	FLN SDU 0087	PLU REC 0187	SSA VIX 0097
CGH SDU 0049	FLN SJP 0088		

ANEXO C – RESULTADO ÓTIMO DA INSTÂNCIA RIO-SUL

Valor da função objetivo: 16158

Rota[01 - 8]

SL166 0 08:00 0 08:31 GYN BSB
JH559 0 09:04 0 10:35 BSB CGH
SL590 0 11:06 0 12:44 CGH POA
SL591 0 13:30 0 14:57 POA CGH
SL568 0 16:02 0 17:03 CGH PLU
SL569 0 17:32 0 18:33 PLU CGH
SL592 0 18:54 0 20:45 CGH POA
SL593 0 21:52 0 23:19 POA CGH

Rota[04 - 7]

SL595 0 08:40 0 11:11 POA CGH
JH500 0 13:02 0 14:33 CGH BSB
JH501 0 14:58 0 16:29 BSB CGH
SL572 0 17:58 0 18:59 CGH PLU
SL573 0 19:34 0 20:35 PLU CGH
SL332 0 21:20 0 22:31 CGH VIX
SL333 0 23:04 1 00:15 VIX CGH

Rota[07 - 8]

SL280 0 08:52 0 09:43 CGH CWB
SL281 0 10:08 0 10:59 CWB CGH
SL150 0 11:42 0 13:33 CGH GYN
SL151 0 13:58 0 15:59 GYN CGH
SL405 0 17:14 0 19:57 CGH CGH
SL514 0 20:30 0 21:21 CGH CWB
SL515 0 21:45 0 22:37 CWB CGH
SL154 0 23:22 1 01:13 CGH GYN

Rota[10 - 7]

SL406 0 09:06 0 09:55 SDU CGH
SL510 0 10:22 0 11:13 CGH CWB
SL511 0 11:50 0 12:41 CWB CGH
SL272 0 14:12 0 15:51 CGH SJP
SL273 0 16:10 0 17:51 SJP CGH(+1)
SL412 0 20:10 0 21:29 CGH FLN
SL413 0 22:22 0 23:31 FLN CGH

Rota[13 - 6]

SL408 0 09:30 0 10:21 SDU CGH
SL336 0 11:16 0 15:05 CGH REC
SL337 0 15:46 0 19:29 REC CGH
SL584 0 20:26 0 21:27 CGH PLU
SL585 0 22:04 0 23:05 PLU CGH
SL418 0 23:32 1 01:19 CGH FLN

Rota[02 - 7]

SL155 0 08:32 0 10:33 GYN CGH
SL409 0 11:00 0 11:49 CGH SDU
SL470 0 12:28 0 13:19 SDU CGH
SL564 0 13:58 0 14:59 CGH PLU
SL347 0 16:00 0 16:45 PLU SDU
SL482 0 18:30 0 19:21 SDU CGH
JH344 0 20:48 0 23:39 CGH SSA

Rota[05 - 7]

SL596 0 08:44 0 10:39 CGH POA
SL597 0 11:30 0 13:27 POA CGH
SL282 0 14:22 0 15:13 CGH CWB
SL283 0 15:42 0 16:37 CWB CGH
SL152 0 17:44 0 19:35 CGH GYN
SL153 0 20:04 0 22:05 GYN CGH
JH558 0 22:56 1 00:27 CGH BSB

Rota[08 - 8]

SL587 0 09:00 0 10:01 PLU CGH
SL544 0 10:32 0 11:33 CGH PLU
SL545 0 12:04 0 13:05 PLU CGH
SL402 0 13:38 0 15:33 CGH POA
SL403 0 16:08 0 17:59 POA CGH
SL483 0 20:08 0 20:53 CGH SDU
SL530 0 21:34 0 22:19 SDU PLU
SL531 0 22:48 0 23:33 PLU SDU

Rota[11 - 6]

SL419 0 09:16 0 11:03 FLN CGH
REPO 0 11:23 0 12:21 CGH PLU
SL563 0 14:00 0 15:01 PLU CGH
SL598 0 16:00 0 17:55 CGH POA
SL599 0 19:46 0 21:41 POA CGH
SL518 0 22:16 0 23:07 CGH CWB

Rota[14 - 6]

JH345 0 09:30 0 12:23 SSA CGH
JH342 0 13:00 0 15:45 CGH SSA
JH343 0 16:12 0 18:57 SSA CGH
SL576 0 19:26 0 20:27 CGH PLU
SL577 0 21:02 0 22:03 PLU CGH
SL407 0 22:24 0 23:09 CGH SDU

Rota[03 - 4]

SL330 0 08:34 0 09:59 CGH VIX
SL331 0 10:40 0 12:11 VIX CGH
JH340 0 13:22 0 18:25 CGH JPA
JH341 0 18:50 1 00:19 JPA CGH

Rota[06 - 5]

SL533 0 09:50 0 10:01 BSB PLU(-1)
SL532 0 10:20 0 11:31 PLU BSB
SL147 0 13:10 0 18:03 BSB BSB
JH507 0 19:00 0 20:31 BSB CGH
SL586 0 21:30 0 22:31 CGH PLU

Rota[09 - 9]

SL520 0 09:02 0 09:47 SDU PLU
SL521 0 10:16 0 11:01 PLU SDU
SL522 0 11:32 0 12:17 SDU PLU
SL523 0 12:46 0 13:31 PLU SDU
SL508 0 14:56 0 15:41 SDU PLU
REPO 0 16:01 0 16:59 PLU CGH
JH546 0 17:56 0 19:27 CGH BSB
JH547 0 20:00 0 21:31 BSB CGH
SL493 0 23:02 0 23:47 CGH SDU

Rota[12 - 7]

SL542 0 09:28 0 10:31 CGH PLU
SL543 0 11:00 0 12:03 PLU CGH
SL390 0 13:56 0 15:41 CGH FLN
SL391 0 16:12 0 17:55 FLN CGH
JH550 0 19:04 0 20:35 CGH BSB
JH551 0 21:04 0 22:35 BSB CGH
SL594 0 23:18 1 01:57 CGH POA

Rota[15 - 8]

SL589 0 09:58 0 11:01 PLU CGH
SL471 0 13:54 0 14:39 CGH SDU
SL480 0 15:30 0 16:21 SDU CGH
SL481 0 17:00 0 17:45 CGH SDU
SL528 0 19:02 0 19:47 SDU PLU
SL529 0 20:14 0 20:59 PLU SDU
SL492 0 21:30 0 22:21 SDU CGH
SL588 0 23:06 1 00:07 CGH PLU

ANEXO D – REDE DE VOOS DA TAM

001 JJ3458 0 00:05 0 01:05 MAB BEL	122 JJ3928 0 13:00 0 14:00 CGH SDU
002 JJ3585 0 01:10 0 06:21 RBR BSB	123 JJ3871 0 13:15 0 14:15 BEL MAB
003 JJ3585 0 01:10 0 06:21 RBR BSB	124 JJ3365 0 13:15 0 16:00 IOS SDU
004 JJ3595 0 01:30 0 06:16 PVH BSB	125 JJ3929 0 13:15 0 14:07 SDU CGH
005 JJ3459 0 01:35 0 06:25 BEL CNF	126 JJ3571 0 13:25 0 15:56 CGR BSB
006 JJ3459 0 01:35 0 02:35 BEL MAB	127 JJ3038 0 13:25 0 14:29 JOI CGH
007 JJ3069 0 01:50 0 02:51 CGB CGR	128 JJ3563 0 13:30 0 18:43 RBR BSB
008 JJ3739 0 02:30 0 05:59 FOR BSB	129 JJ3563 0 13:30 0 18:43 RBR BSB
009 JJ2101 0 02:40 0 04:10 NAT SSA	130 JJ3930 0 13:30 0 14:27 CGH SDU
010 JJ3201 0 02:40 0 07:20 NAT CNF	131 JJ3815 0 13:35 0 15:51 PMW BSB
011 JJ3201 0 02:40 0 09:22 NAT CGH	132 JJ3708 0 13:43 0 15:19 CGH BSB
012 JJ3065 0 02:50 0 06:22 AJU SDU	133 JJ3931 0 13:45 0 14:35 SDU CGH
013 JJ3459 0 03:10 0 06:25 MAB CNF	134 JJ3759 0 13:50 0 14:52 CNF SDU
014 JJ3409 0 03:23 0 05:27 BPS CNF	135 JJ3745 0 13:55 0 14:56 SJP CGH
015 JJ3069 0 03:24 0 06:24 CGR SDU	136 JJ3120 0 14:00 0 15:02 NVT CGH
016 JJ3775 0 03:35 0 06:03 CGR CGH	137 JJ3932 0 14:00 0 15:00 CGH SDU
017 JJ3201 0 04:45 0 07:20 SSA CNF	138 JJ3661 0 14:12 0 17:14 IOS CGH
018 JJ3201 0 04:45 0 09:22 SSA CGH	139 JJ3933 0 14:16 0 15:14 SDU CGH
019 JJ3737 0 05:50 0 06:45 SJP CGH	140 JJ3934 0 14:28 0 15:30 CGH SDU
020 JJ4723 0 06:00 0 07:43 BSB CGH	141 JJ3264 0 14:30 0 15:53 CWB SDU
021 JJ3597 0 06:00 0 08:42 CGB BSB	142 JJ3935 0 14:45 0 15:44 SDU CGH
022 JJ3770 0 06:00 0 07:00 GRU IOS	143 JJ3628 0 14:54 0 16:13 CGH SSA
023 JJ3900 0 06:04 0 07:04 CGH SDU	144 JJ4737 0 14:55 0 18:02 CGB CGH
024 JJ3100 0 06:05 0 07:15 FLN CGH	145 JJ3936 0 15:00 0 16:00 CGH SDU
025 JJ3211 0 06:07 0 07:21 CNF CGH	146 JJ3077 0 15:15 0 19:15 REC GIG
026 JJ3901 0 06:15 0 07:07 SDU CGH	147 JJ3077 0 15:15 0 21:11 REC CGH
027 JJ3768 0 06:20 0 07:27 LDB CGH	148 JJ3937 0 15:15 0 16:11 SDU CGH
028 JJ3119 0 06:24 0 07:35 CGH NVT	149 JJ3107 0 15:17 0 16:20 CGH FLN
029 JJ3902 0 06:30 0 07:30 CGH SDU	150 JJ3027 0 15:18 0 17:04 BSB SDU
030 JJ3758 0 06:34 0 07:47 SDU CNF	151 JJ3410 0 15:22 0 16:20 GIG VIX
031 JJ3903 0 06:45 0 07:49 SDU CGH	152 JJ3938 0 15:30 0 16:32 CGH SDU
032 JJ3242 0 06:47 0 07:50 CGH UDI	153 JJ3013 0 15:35 0 16:27 CGH CWB
033 JJ3035 0 06:49 0 08:00 CGH JOI	154 JJ3744 0 15:42 0 16:40 CGH SJP
034 JJ3370 0 06:52 0 07:49 CGH GIG	155 JJ3826 0 15:43 0 17:19 SDU BSB
035 JJ3370 0 06:52 0 10:27 CGH REC	156 JJ3939 0 15:45 0 16:35 SDU CGH
036 JJ3732 0 06:52 0 08:12 CGH SSA	157 JJ3652 0 15:57 0 16:40 CGH CGR
037 JJ3753 0 07:00 0 08:04 CNF SDU	158 JJ3940 0 16:01 0 17:02 CGH SDU
038 JJ3666 0 07:00 0 07:45 SDU IOS	159 JJ3723 0 16:03 0 17:38 BSB CGH
039 JJ3904 0 07:00 0 08:02 CGH SDU	160 JJ3941 0 16:15 0 17:11 SDU CGH
040 JJ3022 0 07:06 0 08:56 SDU BSB	161 JJ3029 0 16:22 0 17:58 BSB SDU
041 JJ3855 0 07:10 0 08:15 BSB CNF	162 JJ3942 0 16:30 0 17:28 CGH SDU
042 JJ3023 0 07:12 0 09:02 BSB SDU	163 JJ3857 0 16:41 0 17:52 BSB CNF
043 JJ3905 0 07:16 0 08:13 SDU CGH	164 JJ3943 0 16:45 0 17:34 SDU CGH
044 JJ3906 0 07:30 0 08:29 CGH SDU	165 JJ3263 0 16:47 0 18:55 SDU POA
045 JJ3907 0 07:45 0 08:51 SDU CGH	166 JJ3629 0 16:52 0 20:15 SSA CGH
046 JJ3740 0 07:55 0 08:55 CGH SJP	167 JJ3104 0 16:55 0 17:56 FLN CGH
047 JJ3740 0 07:55 0 10:05 CGH CGB	168 JJ3267 0 16:56 0 18:30 SDU CWB
048 JJ3201 0 08:00 0 09:22 CNF CGH	169 JJ3944 0 16:59 0 18:06 CGH SDU
049 JJ3908 0 08:00 0 09:00 CGH SDU	170 JJ3966 0 16:59 0 18:06 CGH SDU
050 JJ3130 0 08:12 0 09:35 CGH VIX	171 JJ3137 0 17:00 0 18:28 VIX CGH
051 JJ3667 0 08:15 0 11:00 IOS SDU	172 JJ3012 0 17:02 0 17:50 CWB CGH
052 JJ3118 0 08:15 0 09:09 NVT CGH	173 JJ3123 0 17:07 0 18:08 CGH NVT
053 JJ3909 0 08:15 0 09:15 SDU CGH	174 JJ3945 0 17:15 0 18:08 SDU CGH
054 JJ3411 0 08:15 0 09:22 VIX GIG	175 JJ3743 0 17:15 0 18:14 SJP CGH

055 JJ3269 0 08:18 0 09:48 GIG CWB
 056 JJ3385 0 08:30 0 09:38 CNF GIG
 057 JJ3910 0 08:30 0 09:30 CGH SDU
 058 JJ3239 0 08:30 0 09:41 UDI CGH
 059 JJ3032 0 08:40 0 09:52 JOI CGH
 060 JJ3261 0 08:42 0 10:27 SDU BSB
 061 JJ3911 0 08:44 0 09:55 SDU CGH
 062 JJ3911 0 08:44 0 09:55 SDU CGH
 063 JJ3370 0 08:45 0 10:27 GIG REC
 064 JJ3756 0 08:49 0 09:55 SDU CNF
 065 JJ3733 0 08:54 0 12:09 SSA CGH
 066 JJ3850 0 08:59 0 10:14 CNF BSB
 067 JJ3912 0 09:00 0 10:00 CGH SDU
 068 JJ3913 0 09:15 0 10:21 SDU CGH
 069 JJ3914 0 09:30 0 10:30 CGH SDU
 070 JJ3740 0 09:35 0 10:05 SJP CGB
 071 JJ3024 0 09:42 0 11:27 SDU BSB
 072 JJ3915 0 09:45 0 10:52 SDU CGH
 073 JJ3025 0 09:52 0 11:37 BSB SDU
 074 JJ3127 0 10:00 0 11:29 VIX CGH
 075 JJ3411 0 10:02 0 12:05 GIG POA
 076 JJ3916 0 10:02 0 11:00 CGH SDU
 077 JJ3372 0 10:04 0 12:12 CGH SSA
 078 JJ3660 0 10:04 0 10:58 CGH IOS
 079 JJ3660 0 10:04 0 12:12 CGH SSA
 080 JJ3212 0 10:06 0 11:10 CGH CNF
 081 JJ3604 0 10:06 0 11:25 CGH SSA
 082 JJ3917 0 10:15 0 11:12 SDU CGH
 083 JJ3053 0 10:16 0 11:37 CGH POA
 084 JJ3856 0 10:29 0 11:43 CNF BSB
 085 JJ3820 0 10:30 0 12:20 GIG BSB
 086 JJ3918 0 10:30 0 11:28 CGH SDU
 087 JJ3246 0 10:32 0 11:39 CGH UDI
 088 JJ3266 0 10:36 0 11:57 CWB SDU
 089 JJ3745 0 10:45 0 13:15 CGB SJP
 090 JJ3745 0 10:45 0 14:56 CGB CGH
 091 JJ3919 0 10:45 0 11:48 SDU CGH
 092 JJ3920 0 11:00 0 12:00 CGH SDU
 093 JJ3574 0 11:04 0 12:20 BSB RBR
 094 JJ3825 0 11:12 0 12:50 BSB SDU
 095 JJ3921 0 11:16 0 12:24 SDU CGH
 096 JJ3922 0 11:30 0 12:25 CGH SDU
 097 JJ3660 0 11:36 0 12:12 IOS SSA
 098 JJ3923 0 11:45 0 12:48 SDU CGH
 099 JJ3215 0 11:50 0 12:57 CNF CGH
 100 JJ3039 0 11:50 0 12:50 CGH JOI
 101 JJ3364 0 12:00 0 12:45 SDU IOS
 102 JJ3605 0 12:00 0 15:34 SSA CGH
 103 JJ3924 0 12:00 0 13:00 CGH SDU
 104 JJ3754 0 12:04 0 13:03 SDU CNF
 105 JJ3260 0 12:06 0 13:31 BSB SDU
 106 JJ3243 0 12:10 0 13:11 UDI CGH
 107 JJ3925 0 12:15 0 13:14 SDU CGH
 108 JJ3265 0 12:19 0 13:45 SDU CWB
 109 JJ3570 0 12:21 0 12:50 BSB CGR
 110 JJ3052 0 12:22 0 13:48 POA CGH
 111 JJ3121 0 12:22 0 13:25 CGH NVT
 112 JJ3926 0 12:30 0 13:33 CGH SDU
 176 JJ3946 0 17:29 0 18:32 CGH SDU
 177 JJ3947 0 17:44 0 18:34 SDU CGH
 178 JJ3653 0 17:50 0 20:29 CGR CGH
 179 JJ3028 0 17:54 0 19:43 SDU BSB
 180 JJ3109 0 17:58 0 19:10 CGH FLN
 181 JJ3948 0 18:00 0 19:04 CGH SDU
 182 JJ3949 0 18:15 0 19:05 SDU CGH
 183 JJ3767 0 18:23 0 19:25 CGH LDB
 184 JJ3755 0 18:26 0 19:26 CNF SDU
 185 JJ3950 0 18:29 0 19:30 CGH SDU
 186 JJ3827 0 18:32 0 20:01 BSB GIG
 187 JJ3224 0 18:38 0 19:55 CGH CNF
 188 JJ3951 0 18:46 0 19:37 SDU CGH
 189 JJ3033 0 18:46 0 19:45 CGH JOI
 190 JJ3122 0 18:48 0 19:49 NVT CGH
 191 JJ3966 0 18:48 0 19:15 SDU CFB
 192 JJ3952 0 19:00 0 20:06 CGH SDU
 193 JJ3238 0 19:04 0 20:10 CGH UDI
 194 JJ3712 0 19:12 0 20:58 CGH BSB
 195 JJ3268 0 19:14 0 20:46 CWB GIG
 196 JJ3953 0 19:15 0 20:15 SDU CGH
 197 JJ3276 0 19:24 0 20:22 CGH RAO
 198 JJ3954 0 19:29 0 20:28 CGH SDU
 199 JJ3563 0 19:30 0 21:05 BSB GRU
 200 JJ3262 0 19:30 0 21:28 POA SDU
 201 JJ3955 0 19:44 0 20:38 SDU CGH
 202 JJ3967 0 19:45 0 20:12 CFB SDU
 203 JJ3110 0 19:50 0 21:05 FLN CGH
 204 JJ3752 0 19:54 0 20:54 SDU CNF
 205 JJ3956 0 19:59 0 21:03 CGH SDU
 206 JJ3764 0 20:05 0 21:11 LDB CGH
 207 JJ4722 0 20:05 0 21:44 CGH BSB
 208 JJ3957 0 20:15 0 21:08 SDU CGH
 209 JJ3226 0 20:19 0 21:36 CGH CNF
 210 JJ3226 0 20:19 0 22:59 CGH SSA
 211 JJ3226 0 20:19 0 01:05 CGH NAT
 212 JJ3034 0 20:20 0 21:17 JOI CGH
 213 JJ3757 0 20:33 0 21:34 CNF SDU
 214 JJ3030 0 20:37 0 22:23 SDU BSB
 215 JJ3959 0 20:45 0 21:37 SDU CGH
 216 JJ3967 0 20:45 0 21:37 SDU CGH
 217 JJ3245 0 20:45 0 21:55 UDI CGH
 218 JJ3031 0 20:46 0 22:05 BSB SDU
 219 JJ3105 0 20:46 0 21:53 CGH FLN
 220 JJ3958 0 21:00 0 21:55 CGH SDU
 221 JJ3275 0 21:02 0 22:04 RAO CGH
 222 JJ3961 0 21:16 0 22:15 SDU CGH
 223 JJ3854 0 21:28 0 22:44 CNF BSB
 224 JJ3960 0 21:29 0 22:19 CGH SDU
 225 JJ3769 0 21:42 0 22:40 CGH LDB
 226 JJ3736 0 21:56 0 22:57 CGH SJP
 227 JJ3077 0 22:02 0 23:11 GIG CGH
 228 JJ3064 0 22:07 0 23:40 SDU AJU
 229 JJ3774 0 22:07 0 22:47 CGH CGR
 230 JJ3068 0 22:09 0 23:20 SDU CGR
 231 JJ3226 0 22:20 0 22:59 CNF SSA
 232 JJ3226 0 22:20 0 01:05 CNF NAT
 233 JJ3177 0 22:20 0 23:35 GRU FLN

113 JJ3814 0 12:41 0 12:55 BSB PMW
114 JJ3026 0 12:43 0 14:28 SDU BSB
115 JJ3927 0 12:45 0 13:41 SDU CGH
116 JJ3410 0 12:47 0 14:41 POA GIG
117 JJ3373 0 12:52 0 17:14 SSA CGH
118 JJ3661 0 12:52 0 13:37 SSA IOS
119 JJ3661 0 12:52 0 17:14 SSA CGH
120 JJ3963 0 12:58 0 14:01 SDU CGH
121 JJ3709 0 13:00 0 14:38 BSB CGH

234 JJ3458 0 22:25 0 23:35 CNF MAB
235 JJ3458 0 22:25 1 01:05 CNF BEL
236 JJ3584 0 23:11 1 00:20 BSB RBR
237 JJ3594 0 23:26 1 00:25 BSB PVH
238 JJ3226 0 23:35 1 01:05 SSA NAT
239 JJ3738 0 23:47 1 01:20 BSB FOR
240 JJ3408 0 23:50 1 00:59 CNF BPS
241 JJ3068 0 23:55 1 00:55 CGR CGB

ANEXO E – TEMPO DOS VOOS DA TAM

AJU SDU 0212	BSB SDU 0110	CGH NVT 0071	CNF SDU 0073
BEL CNF 0290	CFB SDU 0027	CGH POA 0086	CNF SSA 0155
BEL MAB 0060	CGB CGH 0251	CGH RAO 0062	CWB GIG 0092
BPS CNF 0124	CGB CGR 0061	CGH REC 0356	CWB SDU 0094
BSB CGB 0162	CGB SJP 0150	CGH SDU 0071	FLN GRU 0075
BSB CGH 0106	CGH CGR 0159	CGH SJP 0061	GIG POA 0123
BSB CGR 0151	CGH CNF 0082	CGH SSA 0277	GIG REC 0240
BSB CNF 0076	CGH CWB 0052	CGH UDI 0071	GIG VIX 0067
BSB FOR 0209	CGH FLN 0075	CGH VIX 0089	GRU IOS 0060
BSB GIG 0110	CGH GIG 0069	CGR SDU 0180	IOS SDU 0165
BSB GRU 0095	CGH IOS 0182	CNF GIG 0068	IOS SSA 0045
BSB PMW 0136	CGH JOI 0072	CNF MAB 0195	NAT SSA 0090
BSB PVH 0286	CGH LDB 0067	CNF NAT 0280	POA SDU 0128
BSB RBR 0313	CGH NAT 0402		

*O tempo de voos entre alguns aeroportos foram omitidos por falta de informação suficiente para inferi-las.

ANEXO F – RESULTADO ÓTIMO DA INSTÂNCIA TAM

Valor da função objetivo: 35015

Rota[01 - 12]

JJ3458 0 00:05 0 01:05 MAB BEL
JJ3459 0 01:35 0 02:35 BEL MAB
JJ3459 0 03:10 0 06:25 MAB CNF
JJ3753 0 07:00 0 08:04 CNF SDU
JJ3911 0 08:44 0 09:55 SDU CGH
JJ3246 0 10:32 0 11:39 CGH UDI
JJ3243 0 12:10 0 13:11 UDI CGH
JJ3708 0 13:43 0 15:19 CGH BSB
JJ3723 0 16:03 0 17:38 BSB CGH
JJ3224 0 18:38 0 19:55 CGH CNF
JJ3226 0 22:20 0 22:59 CNF SSA
JJ3226 0 23:35 1 01:05 SSA NAT

Rota[04 - 9]

JJ3595 0 01:30 0 06:16 PVH BSB
REPO 0 06:36 0 08:26 BSB SDU
JJ3911 0 08:44 0 09:55 SDU CGH
JJ3918 0 10:30 0 11:28 CGH SDU
JJ3364 0 12:00 0 12:45 SDU IOS
JJ3365 0 13:15 0 16:00 IOS SDU
JJ3945 0 17:15 0 18:08 SDU CGH
JJ3226 0 20:19 0 21:36 CGH CNF
JJ3458 0 22:25 0 23:35 CNF MAB

Rota[07 - 9]

JJ3739 0 02:30 0 05:59 FOR BSB
REPO 0 06:19 0 08:09 BSB SDU
JJ3261 0 08:42 0 10:27 SDU BSB
JJ3570 0 12:21 0 12:50 BSB CGR
JJ3571 0 13:25 0 15:56 CGR BSB
JJ3857 0 16:41 0 17:52 BSB CNF
JJ3755 0 18:26 0 19:26 CNF SDU
JJ3752 0 19:54 0 20:54 SDU CNF
JJ3226 0 22:20 1 01:05 CNF NAT

Rota[10 - 5]

JJ3201 0 02:40 0 09:22 NAT CGH
JJ3372 0 10:04 0 12:12 CGH SSA
JJ3661 0 12:52 0 17:14 SSA CGH
JJ3950 0 18:29 0 19:30 CGH SDU
JJ3959 0 20:45 0 21:37 SDU CGH

Rota[13 - 9]

JJ3775 0 03:35 0 06:03 CGR CGH
JJ3242 0 06:47 0 07:50 CGH UDI

Rota[02 - 7]

JJ3585 0 01:10 0 06:21 RBR BSB
JJ3855 0 07:10 0 08:15 BSB CNF
JJ3850 0 08:59 0 10:14 CNF BSB
JJ3574 0 11:04 0 12:20 BSB RBR
JJ3563 0 13:30 0 18:43 RBR BSB
JJ3563 0 19:30 0 21:05 BSB GRU
JJ3177 0 22:20 0 23:35 GRU FLN

Rota[05 - 5]

JJ3459 0 01:35 0 06:25 BEL CNF
REPO 0 06:45 0 07:53 CNF GIG
JJ3370 0 08:45 0 10:27 GIG REC
JJ3077 0 15:15 0 21:11 REC CGH
JJ3736 0 21:56 0 22:57 CGH SJP

Rota[08 - 7]

JJ2101 0 02:40 0 04:10 NAT SSA
JJ3201 0 04:45 0 09:22 SSA CGH
JJ3604 0 10:06 0 11:25 CGH SSA
JJ3605 0 12:00 0 15:34 SSA CGH
JJ3946 0 17:29 0 18:32 CGH SDU
JJ3953 0 19:15 0 20:15 SDU CGH
JJ3105 0 20:46 0 21:53 CGH FLN

Rota[11 - 10]

JJ3065 0 02:50 0 06:22 AJU SDU
JJ3903 0 06:45 0 07:49 SDU CGH
JJ3910 0 08:30 0 09:30 CGH SDU
JJ3917 0 10:15 0 11:12 SDU CGH
JJ3039 0 11:50 0 12:50 CGH JOI
JJ3038 0 13:25 0 14:29 JOI CGH
JJ3013 0 15:35 0 16:27 CGH CWB
JJ3012 0 17:02 0 17:50 CWB CGH
JJ3238 0 19:04 0 20:10 CGH UDI
JJ3245 0 20:45 0 21:55 UDI CGH

Rota[14 - 7]

JJ3201 0 04:45 0 07:20 SSA CNF
REPO 0 07:40 0 08:53 CNF SDU

Rota[03 - 9]

JJ3585 0 01:10 0 06:21 RBR BSB
JJ3023 0 07:12 0 09:02 BSB SDU
JJ3915 0 09:45 0 10:52 SDU CGH
JJ3922 0 11:30 0 12:25 CGH SDU
JJ3927 0 12:45 0 13:41 SDU CGH
JJ3934 0 14:28 0 15:30 CGH SDU
JJ3943 0 16:45 0 17:34 SDU CGH
JJ3948 0 18:00 0 19:04 CGH SDU
JJ3957 0 20:15 0 21:08 SDU CGH

Rota[06 - 10]

JJ3069 0 01:50 0 02:51 CGB CGR
JJ3069 0 03:24 0 06:24 CGR SDU
JJ3666 0 07:00 0 07:45 SDU IOS
REPO 0 08:05 0 10:50 IOS SDU
JJ3921 0 11:16 0 12:24 SDU CGH
JJ3928 0 13:00 0 14:00 CGH SDU
JJ3935 0 14:45 0 15:44 SDU CGH
JJ3033 0 18:46 0 19:45 CGH JOI
JJ3034 0 20:20 0 21:17 JOI CGH
JJ3769 0 21:42 0 22:40 CGH LDB

Rota[09 - 9]

JJ3201 0 02:40 0 07:20 NAT CNF
JJ3201 0 08:00 0 09:22 CNF CGH
JJ3916 0 10:02 0 11:00 CGH SDU
JJ3925 0 12:15 0 13:14 SDU CGH
JJ3932 0 14:00 0 15:00 CGH SDU
JJ3263 0 16:47 0 18:55 SDU POA
JJ3262 0 19:30 0 21:28 POA SDU
JJ3068 0 22:09 0 23:20 SDU CGR
JJ3068 0 23:55 1 00:55 CGR CGB

Rota[12 - 7]

JJ3409 0 03:23 0 05:27 BPS CNF
JJ3211 0 06:07 0 07:21 CNF CGH
JJ3740 0 07:55 0 10:05 CGH CGB
JJ3745 0 10:45 0 14:56 CGB CGH
JJ3966 0 16:59 0 18:06 CGH SDU
REPO 0 18:26 0 19:39 SDU CNF
JJ3757 0 20:33 0 21:34 CNF SDU

Rota[15 - 6]

JJ3737 0 05:50 0 06:45 SJP CGH(-5)
JJ3904 0 07:00 0 08:02 CGH SDU

JJ3239 0 08:30 0 09:41 UDI CGH
 JJ3660 0 10:04 0 10:58 CGH IOS
 JJ3660 0 11:33 0 12:12 IOS SSA
 JJ3661 0 12:52 0 13:37 SSA IOS
 JJ3661 0 14:12 0 17:14 IOS CGH
 JJ3767 0 18:23 0 19:25 CGH LDB
 JJ3764 0 20:05 0 21:11 LDB CGH

Rota[16 - 8]

JJ4723 0 06:00 0 07:43 BSB CGH
 JJ3130 0 08:12 0 09:35 CGH VIX
 JJ3127 0 10:00 0 11:29 VIX CGH
 JJ3924 0 12:00 0 13:00 CGH SDU
 JJ3931 0 13:45 0 14:35 SDU CGH
 JJ3942 0 16:30 0 17:28 CGH SDU
 JJ3951 0 18:46 0 19:37 SDU CGH
 JJ3960 0 21:29 0 22:19 CGH SDU

Rota[19 - 8]

JJ3900 0 06:04 0 07:04 CGH SDU(-8)
 JJ3905 0 07:16 0 08:13 SDU CGH
 JJ3912 0 09:00 0 10:00 CGH SDU
 JJ3919 0 10:45 0 11:48 SDU CGH
 JJ3121 0 12:22 0 13:25 CGH NVT
 JJ3120 0 14:00 0 15:02 NVT CGH
 JJ3938 0 15:30 0 16:32 CGH SDU
 JJ3947 0 17:44 0 18:34 SDU CGH

Rota[22 - 9]

JJ3768 0 06:20 0 07:27 LDB CGH
 JJ3740 0 07:55 0 08:55 CGH SJP
 JJ3740 0 09:35 0 10:05 SJP CGB
 JJ3745 0 10:45 0 13:15 CGB SJP
 JJ3745 0 13:55 0 14:56 SJP CGH
 JJ3744 0 15:42 0 16:40 CGH SJP
 JJ3743 0 17:15 0 18:14 SJP CGH
 JJ3954 0 19:29 0 20:28 CGH SDU
 JJ3961 0 21:16 0 22:15 SDU CGH

Rota[25 - 8]

JJ3758 0 06:34 0 07:47 SDU CNF
 JJ3385 0 08:30 0 09:38 CNF GIG
 JJ3411 0 10:02 0 12:05 GIG POA
 JJ3410 0 12:47 0 14:41 POA GIG
 JJ3410 0 15:22 0 16:20 GIG VIX
 JJ3137 0 17:00 0 18:28 VIX CGH
 JJ3276 0 19:24 0 20:22 CGH RAO
 JJ3275 0 21:02 0 22:04 RAO CGH

Rota[28 - 5]

JJ3370 0 06:52 0 10:27 CGH REC
 JJ3077 0 15:15 0 19:15 REC GIG
REPO 0 19:35 0 20:43 GIG CNF
 JJ3854 0 21:28 0 22:44 CNF BSB
 JJ3594 0 23:26 1 00:25 BSB PVH

JJ3913 0 09:15 0 10:21 SDU CGH
 JJ3920 0 11:00 0 12:00 CGH SDU
 JJ3963 0 12:58 0 14:01 SDU CGH
 JJ3628 0 14:54 0 16:13 CGH SSA
 JJ3629 0 16:52 0 20:15 SSA CGH

Rota[17 - 6]

JJ3597 0 06:00 0 08:42 CGB BSB
 JJ3825 0 11:12 0 12:50 BSB SDU
 JJ3929 0 13:15 0 14:07 SDU CGH
 JJ3109 0 17:58 0 19:10 CGH FLN
 JJ3110 0 19:50 0 21:05 FLN CGH
 JJ3774 0 22:07 0 22:47 CGH CGR

Rota[20 - 10]

JJ3100 0 06:05 0 07:15 FLN CGH
 JJ3908 0 08:00 0 09:00 CGH SDU
 JJ3024 0 09:42 0 11:27 SDU BSB
 JJ3814 0 12:41 0 12:55 BSB PMW
 JJ3815 0 13:35 0 15:51 PMW BSB
 JJ3029 0 16:22 0 17:58 BSB SDU
 JJ3966 0 18:48 0 19:15 SDU CFB
 JJ3967 0 19:45 0 20:12 CFB SDU
 JJ3030 0 20:37 0 22:23 SDU BSB
 JJ3738 0 23:47 1 01:20 BSB FOR

Rota[23 - 9]

JJ3119 0 06:24 0 07:35 CGH NVT
 JJ3118 0 08:15 0 09:09 NVT CGH
 JJ3212 0 10:06 0 11:10 CGH CNF
 JJ3215 0 11:50 0 12:57 CNF CGH
 JJ3930 0 13:30 0 14:27 CGH SDU
 JJ3939 0 15:45 0 16:35 SDU CGH
 JJ3123 0 17:07 0 18:08 CGH NVT
 JJ3122 0 18:48 0 19:49 NVT CGH
 JJ3226 0 20:19 1 01:05 CGH NAT

Rota[26 - 7]

JJ3035 0 06:49 0 08:00 CGH JOI
 JJ3032 0 08:40 0 09:52 JOI CGH
 JJ3053 0 10:16 0 11:37 CGH POA
 JJ3052 0 12:22 0 13:48 POA CGH
 JJ3940 0 16:01 0 17:02 CGH SDU
 JJ3028 0 17:54 0 19:43 SDU BSB
 JJ3584 0 23:11 1 00:20 BSB RBR

Rota[29 - 6]

JJ3732 0 06:52 0 08:12 CGH SSA
 JJ3733 0 08:54 0 12:09 SSA CGH
 JJ3926 0 12:30 0 13:33 CGH SDU
 JJ3933 0 14:16 0 15:14 SDU CGH
 JJ3652 0 15:57 0 16:40 CGH CGR

JJ3909 0 08:15 0 09:15 SDU CGH(+7)
 JJ3660 0 10:04 0 12:12 CGH SSA
 JJ3373 0 12:52 0 17:14 SSA CGH
 JJ3226 0 20:19 0 22:59 CGH SSA

Rota[18 - 7]

JJ3770 0 06:00 0 07:00 GRU IOS
 JJ3667 0 08:15 0 11:00 IOS SDU
 JJ3923 0 11:45 0 12:48 SDU CGH
 JJ3107 0 15:17 0 16:20 CGH FLN
 JJ3104 0 16:55 0 17:56 FLN CGH
 JJ3956 0 19:59 0 21:03 CGH SDU
 JJ3064 0 22:07 0 23:40 SDU AJU

Rota[21 - 11]

JJ3901 0 06:15 0 07:07 SDU CGH
 JJ3906 0 07:30 0 08:29 CGH SDU
 JJ3756 0 08:49 0 09:55 SDU CNF
 JJ3856 0 10:29 0 11:43 CNF BSB
 JJ3260 0 12:06 0 13:31 BSB SDU
 JJ3937 0 15:15 0 16:11 SDU CGH
 JJ3944 0 16:59 0 18:06 CGH SDU
 JJ3955 0 19:44 0 20:38 SDU CGH
 JJ3958 0 21:00 0 21:55 CGH SDU
REPO 0 22:15 0 23:28 SDU CNF
 JJ3408 0 23:50 1 00:59 CNF BPS

Rota[24 - 9]

JJ3902 0 06:30 0 07:30 CGH SDU(-5)
 JJ3907 0 07:45 0 08:51 SDU CGH
 JJ3914 0 09:30 0 10:30 CGH SDU
 JJ3754 0 12:04 0 13:03 SDU CNF
 JJ3759 0 13:50 0 14:52 CNF SDU
 JJ3826 0 15:43 0 17:19 SDU BSB
 JJ3827 0 18:32 0 20:01 BSB GIG
REPO 0 20:21 0 21:29 GIG CNF
 JJ3458 0 22:25 1 01:05 CNF BEL

Rota[27 - 7]

JJ3370 0 06:52 0 07:49 CGH GIG
 JJ3269 0 08:18 0 09:48 GIG CWB
 JJ3266 0 10:36 0 11:57 CWB SDU
 JJ3026 0 12:43 0 14:28 SDU BSB
 JJ3027 0 15:18 0 17:04 BSB SDU
 JJ3949 0 18:15 0 19:05 SDU CGH
 JJ4722 0 20:05 0 21:44 CGH BSB

Rota[30 - 7]

JJ3022 0 07:06 0 08:56 SDU BSB
 JJ3025 0 09:52 0 11:37 BSB SDU
 JJ3265 0 12:19 0 13:45 SDU CWB
 JJ3264 0 14:30 0 15:53 CWB SDU
 JJ3941 0 16:15 0 17:11 SDU CGH

JJ3653 0 17:50 0 20:29 CGR CGH

JJ3952 0 19:00 0 20:06 CGH SDU
JJ3967 0 20:45 0 21:37 SDU CGH

Rota[31 - 7]
JJ3411 0 08:15 0 09:22 VIX GIG
JJ3820 0 10:30 0 12:20 GIG BSB
JJ3709 0 13:00 0 14:38 BSB CGH
JJ3936 0 15:00 0 16:00 CGH SDU
JJ3267 0 16:56 0 18:30 SDU CWB
JJ3268 0 19:14 0 20:46 CWB GIG
JJ3077 0 22:02 0 23:11 GIG CGH

Rota[32 - 1]
JJ3871 0 13:15 0 14:15 BEL MAB

Rota[33 - 2]
JJ3563 0 13:30 0 18:43 RBR BSB
JJ3031 0 20:46 0 22:05 BSB SDU