

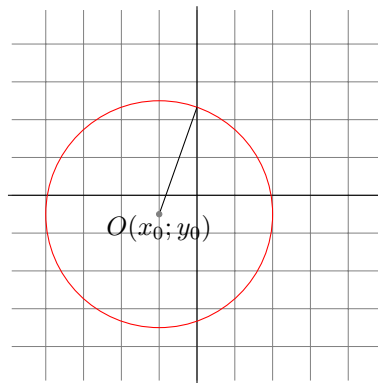
Geometria analitica - Circonferenza

Tommaso Severini

February 5, 2021

1 Definizioni

In geometria una circonferenza è il luogo geometrico di punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro.



In un sistema di riferimento cartesiano, la circonferenza di centro $O(x_0; y_0)$ e raggio r è caratterizzata dall'equazione:

Definition 1: Equazione di una circonferenza

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

Espandendo i quadrati di binomi e ordinando i termini in ordine di esponente decrescente, otteniamo la forma canonica dell'equazione scritta sopra:

Definition 2: Forma canonica

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

Dalle sostituzioni effettuate ne conviene che:

- $-2x_0 = a$ ovvero $x_0 = -\frac{a}{2}$
- $-2y_0 = b$ ovvero $y_0 = -\frac{b}{2}$
- $c = x_0^2 + y_0^2 - r^2$ ovvero $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - c}$

Se la circonferenza passa per l'origine $(0,0)$, $c=0$ e l'equazione diventa:

$$x^2 + y^2 + ax + by = 0$$

Se la circonferenza ha centro sull'asse x , $b=0$ e l'equazione diventa:

$$x^2 + y^2 + ax + c = 0$$

Se la circonferenza ha centro sull'asse y , $a=0$ e l'equazione diventa:

$$x^2 + y^2 + by + c = 0$$

2 Problemi

2.1 Circonferenza di cui è noto il centro e il raggio

Basta usare l'equazione $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$. A questo problema sono riconducibili anche i seguenti:

- è noto un diametro della circonferenza: il diametro è il doppio del raggio e il centro è il punto medio del diametro

2.2 Circonferenza per tre punti

2.2.1 Metodo geometrico

Basta ricordare che l'asse di una corda passa sempre per il centro della circonferenza. La procedura risolutiva è la seguente:

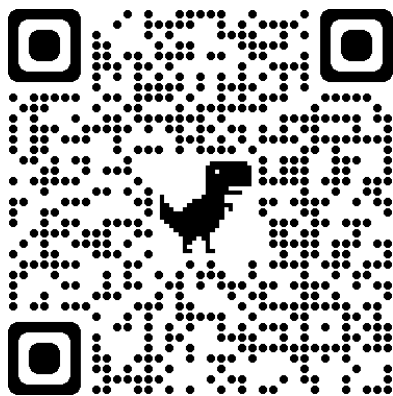
- si costruiscono gli assi di due corde;
- si fa il sistema tra le equazioni dei due assi;
- la soluzione del sistema è il centro della circonferenza;
- a questo punto si può calcolare il raggio.

2.2.2 Metodo algebrico

Il problema ha tre incognite: i coefficienti a, b, c dell'equazione canonica della circonferenza $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. Si impone il passaggio per i tre punti dati dal problema e si ottiene un sistema lineare in tre equazioni e tre incognite a, b, c .

3 Risorse aggiuntive

3.1 Illustrazioni geogebra



Si possono trovare le risorse del sito Geogebra all'indirizzo link:

<https://www.geogebra.org/calculator/amdzyutd>