

Geometria analitica - Parabola

Tommaso Severini

March 25, 2021

Definition 1: Parabola

Dati nel piano una retta d e un punto $F \notin d$, si dice **parabola** di fuoco F e direttrice d il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da F e da d .

1 Parabola con vertice nell'origine

Consideriamo il caso di una parabola avente vertice nell'origine degli assi e asse parallelo all'asse y . Sia la distanza tra il fuoco F e l'origine O uguale a k . Le coordinate del fuoco saranno quindi $F(0; k)$. Poichè sappiamo che anche la direttrice dovrà avere distanza k dall'origine e dovrà essere perpendicolare all'asse y , essa avrà equazione $y = -k$.

Detto ciò consideriamo un punto generico $P(x; y)$ appartenente alla parabola e poniamo la sua distanza da F uguale a quella dalla direttrice d .

$$d(P; F) = d(P; d) \quad (1)$$

$$\sqrt{x^2 + (y - k)^2} = |y + k| \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 2ky + k^2 = y^2 + 2ky + k^2 \quad (3)$$

Da ciò si ottiene l'equazione di una parabola con vertice nell'origine e parallela all'asse y :

$$y = \frac{1}{4k} x^2 \quad (4)$$