

Matematica - Fasci di rette

Tommaso Severini

January 28, 2021

Sappiamo come descrivere una retta conoscendo il suo coefficiente angolare ed un punto per cui questa retta passa attraverso la formula:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Se supponiamo che m possa variare e assumere qualsiasi valore appartenente a \mathbb{R} , essa diventerà l'equazione che descrive tutte le rette passanti per il punto $P(x_0; y_0)$. Questo insieme prende il nome di **fascio di rette proprio** si centro P . L'unica retta non descritta da questa equazione è la retta $x = x_0$, in quanto il coefficiente angolare di questa retta tende a infinito.

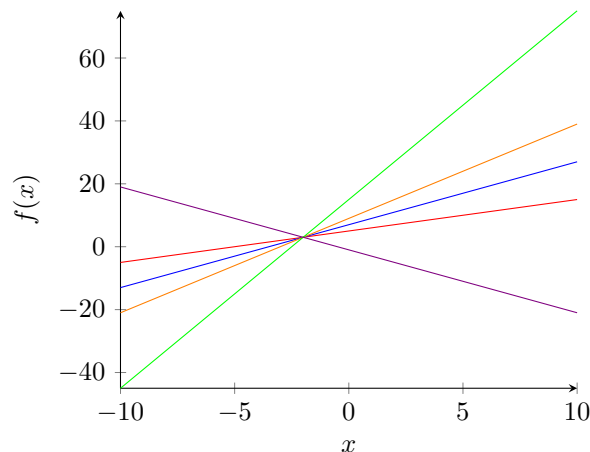
Definition 1: Fascio proprio di rette

L'equazione

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

dove m è un elemento dei numeri reali, definisce il fascio di rette proprio di centro $P(x_0; y_0)$, esclusa l'equazione $x = x_0$

Fascio di rette generato da $y - 3 = m(x + 2)$



Consideriamo adesso l'insieme delle rette aventi lo stesso coefficiente angolare ma diversa intercetta con l'asse y . Esso avrà equazione:

$$y = mx + k \quad k \in \mathbb{R}$$

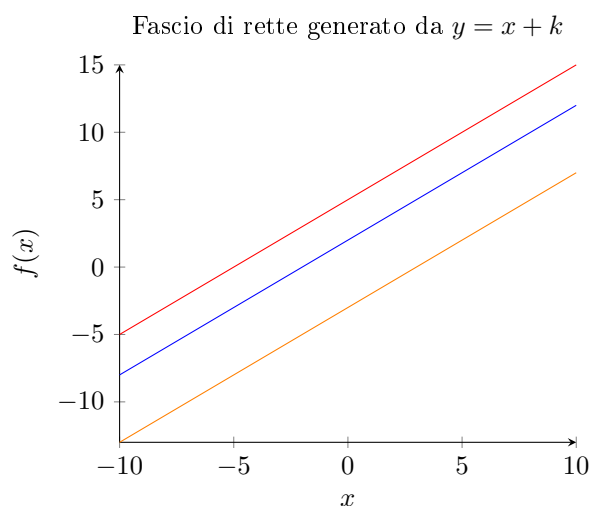
Questo insieme prende il nome di **fascio di rette improprio**. Nel caso di rette verticali, l'equazione del fascio diviene $x = k$.

Definition 2: Fascio di rette improprio

L'equazione

$$y = mx + k \quad k \in \mathbb{R}$$

definisce un fascio di rette di rette improprio. Esso sarà composto da rette parallele di coefficiente angolare m .



Bisogna anche ricordare che un fascio di rette proprio può essere generato da due rette date r e s :

Definition 3: Fascio generato da due rette

Date due rette r e s , il fascio generato da queste rette sarà dato dall'equazione

$$ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0 \quad k \in \mathbb{R}$$

Dove $ax + by + c$ e $a'x + b'y + c'$ rappresentano le rette r e s .

1 Esercizio

Dato il fascio di rette $x + 1 + k(2x + 3y + 1) = 0$, determinare le equazioni generatrici, la tipologia di fascio e il centro del fascio.

Le due rette generatrici saranno $x + 1$ e $2x + 3y + 1$

Per determinare il tipo di fascio, bisogna verificare se il coefficiente di una delle rette generatrici dipenda dal parametro k . Esso sarà uguale a $-\frac{2k+1}{3k}$. Poichè esso dipende da k , il fascio sarà proprio.

Per trovare il centro del fascio, troviamo il punto di intersezione tra due rette del fascio. Utilizziamo, ad esempio, le rette generatrici.

$$\begin{aligned} x + 1 &= -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3}x &= -\frac{4}{3} \\ 5x &= -4 \\ x &= -\frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{4}{5} + 1 = \frac{1}{5} \end{aligned}$$