

T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ
DÖNÜŞÜMÜ

DOKTORA TEZİ

İsmail Taygun BULMUŞ

Fizik Anabilim Dalı

Fizik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Yamaç PEHLİVAN

HAZİRAN 2022

T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ
DÖNÜŞÜMÜ

DOKTORA TEZİ

İsmail Taygun BULMUŞ

Fizik Anabilim Dalı

Fizik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Yamaç PEHLİVAN

HAZİRAN 2022

İsmail Taygun Bulmuş tarafından hazırlanan KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ DÖNÜŞÜMÜ adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Yamaç Pehlivan

Tez Danışmanı

Bu çalışma, jürimiz tarafından Fizik Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman	: Prof. Dr. Yamaç PEHLİVAN	
Üye	: Prof. Dr. Durmuş Ali DEMİR	
Üye	: Prof. Dr. Kazım Yavuz EKŞİ	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Savaş BİROL	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Nader GHAZANFARI	

Bu tez, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak yazılmıştır.

Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Ücret karşılığı başka kişilere yazdırmadığımı (dikte etme dışında), uygulamalarımı yaptırmadığımı,
- Bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

İsmail Taygun Bulmuş

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Taygun".

**KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ
DÖNÜŞÜMÜ
(Doktora Tezi)
İsmail Taygun BULMUŞ**

**MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Haziran 2022**

ÖZET

Nötrinolar evrende var olan diğer parçacıklarla çok küçük tesir kesitleri ile etkileşirler. Buna karşın çekirdek çökmeli süpernova (ÇCSN) gibi bir çok astrofiziksel fenomeni açıklamada kritik rol oynarlar. Bu tezde ÇCSN içindeki nötrino çeşni evrimini inceledik ve iki çeşni yaklaşılığının altında kollektif çeşni evrimini veren analitik sonuçlar elde ettik. Madde ortamından geçerken meydana gelen MSW rezonansını ve manyetik alandan kaynaklanan SFP rezonansını detaylıca çalıştık. İki seviyeli sistemler için yazılan Landau-Zener (LZ) geçiş olasılıklarını yoğunluk operatörünün evrimine dahil edip sayısal simülasyonlar ile karşılaştırdık. Yoğunluk operatörüne gelen fazları başlangıç koşullarındaki küçük değişiklikler dahilinde inceleyip ortalama yoğunluk operatörünün analitik ifadesini elde ettik. SN1987A ÇCSN modelinin $t = 1 - 3$ s arasındaki madde profili dikkate alındığında öngörüler ve sayısal sonuçlar uyumlu çıkmaktadır. $t = 4$ saniyeden sonra, özellikle yüksek enerjilerde, MSW ve SFP rezonansları birbirine yakınlaşır. Bu etki iki çeşni yaklaşılığının geçerliliğini azaltır. Bu analitik sonuçların geçerlilik koşullarını efektif karışım açılarından ürettiğimizde, antinötrinoların enerji spektrumunda oluşan spektral ayırmaların kaybolduğunu ve elektron antinötrinolarının isındığını bulduk. Son olarak nötrinoların ÇCSN içerisindeki çekirdek sentezlenmesindeki rolüne baktık ve nötrino çekirdek sentezlenmesi dahil edildiğinde lityum ve bor bolluklarının arttığını bulduk.

Anahtar Kelimeler: Nötrino Çeşni Salınımı, LZ geçiş olasılığı, Süpernova.

Sayfa Adedi: 131

Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Yamaç PEHLİVAN

**FLAVOR TRANSFORMATIONS OF COLLECTIVE
EVOLVED NEUTRINOS**
(Ph.D. Thesis)
İsmail Taygun BULMUS

**MİMAR SİNAN FINE ARTS UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**
June 2022

SUMMARY

Neutrinos interact with other particles in the universe with very small cross-sections. However, they play a critical role in explaining many astrophysical phenomena, such as core collapsed supernovae (CCSN). In this thesis, we considered flavor evolution of neutrinos in a CCSN and obtained analytical results that give the collective flavor evolution under the two flavor approximation. We studied the MSW resonance that occurs when passing through the matter and the SFP resonance caused by the magnetic field. We included the Landau-Zener (LZ) transition probabilities which are valid for two-level systems in the evolution of the density operator and compared results with numerical simulations. We obtained the analytical expression of the average density operator by examining the phases of the density operator with small changes in the initial conditions. Considering the baryon profile of the SN1987A CCSN model between $t = 1 - 3$ s, the predictions and numerical results are compatible. After $t = 4$ second, especially at high energies, the MSW and SFP resonances become closer together. This effect reduces the validity of the two-flavor approximation. We generated the validity conditions for our analytical results in terms of effective mixing. Then, we found that when we include the self-refraction effect using the parametric shock wave included CCSN model, the spectral split in the energy spectrum of the antineutrinos disappeared and the electron antineutrinos got warmer. Finally, we looked at the role of neutrinos in nucleosynthesis in the CCSN. We looked at its role in nucleosynthesis in the CCSN and found that lithium and boron abundances increased when neutrino process is included.

Key Words: Neutrino Flavor Evolution, LZ Transition Probability, Supernovae.

Page Number: 131

Supervisor: Prof. Dr. Yamaç PEHLİVAN

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında büyük emeği olan ve her konuda bana destek olan danışmanım Prof. Dr. Yamaç Pehlivan'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Her animda bana destek olan, yüreklen diren ve hayatı kolaylaştıran sevgili eşim Melisa Yılmaz'a ve varlığı ile beni rahatlatan kedim Mirket'e çok teşekkür ederim. Beni ben yapan canım anneme ve babama, önumü aydınlatıp, her düştüğüerde beni kaldırın en yakın dostum abime, destegini hiç esirgemeyen yengeme ve bu Dünya'yı güzel kılan yeğenlerim Selin'e ve Aylin'e sonsuz teşekkür ederim.

Aynı anda MSGSÜ Fizik bölümünde giriip, senelerce beraber dirsek çürüttüğüm dostum Mehmet Helva'ya, İTÜ ve MSGSÜ Fizik bölümündeki tüm çalışma arkadaşlarına, sayısal hesaplama ve dostluk konusunda hep yanımada olan Burak Atakan'ya, GSI'a gitmemi sağlayan Tuğba Arıcı'ya, bana kefil olan ve bu konuyu hiç açmayıp başarácagımı inanan Pınar Gerçek'e, Gökhan Kolutek'e ve Ceyhun Andaç'a teşekkürü bir borç bilirim.

Bu tez, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK), 1059B141700406 numaralı 2214A projesi ile desteklenmiştir. Bu araştırmada yer alan kısmi sayısal hesaplamalar TÜBİTAK ULAKBİM, Yüksek Başarım ve Grid Hesaplama Merkezi'nde (TRUBA kaynaklarında) gerçekleştirılmıştır.

17/06/2022

İsmail Taygun Bulmuş

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
SUMMARY	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
KISALTMA LİSTESİ	xi
1 GİRİŞ	1
2 NÖTRİNO SALINIM KİNEMATİĞİ	8
2.1 BOŞLUK SALINIMLARI	11
2.2 MADDE İLE ETKİLEŞİM	17
2.2.1 MADDE ORTAMINDA NÖTRİNO ÇEŞNİ EVRİMİ	20
2.3 ELEKTROMANYETİK ALAN İLE ETKİLEŞİM	22
2.3.1 MANYETİK ALAN İÇERİSİNDE ÇEŞNİ EVRİMİ	24
2.3.2 MANYETİK ALAN VE MADDE İÇERİSİNDE ÇEŞNİ EVRİMİ	25
2.4 NÖTRİNO ÖZ-KIRILIMI	33
3 REZONANSLAR	36
3.1 MSW REZONANSI	39
3.2 SFP REZONANSI	41
4 ANALİTİK ÖNGÖRÜLER VE SİMÜLASYONLAR	46

4.1	ANALİTİK ÖNGÖRÜLER	47
4.1.1	GEOMETRİ	55
4.2	OYUNCAK MODELLER	61
4.3	GERÇEKÇİ MODELLER	72
5	ÇEKİRDEK SENTEZLENMESİ	80
5.1	PUSHing ÇÇSN MODELİ	81
5.2	TERMONÜKLEER REAKSİYON AĞI	84
5.3	NÖTRİNO İŞLEMİ	86
5.4	NÖTRİNO-İŞLEM SİMÜLASYON SONUÇLARI	87
6	SONUÇ	94
KAYNAKLAR		97
Ek A Bloch Vektörü		110

TABLO LİSTESİ

3.1	SFP ve MSW rezonans koşulları	44
4.1	Simülasyon Adlandırılması, Etkileşimler Ve Potansiyeller.	47
4.2	Oyuncak Modellerin Ortak Başlangıç Koşulları.	62
4.3	Oyuncak Modellere Ait 9 Alt Simülasyonun Başlangıç Koşulları. .	62
5.1	Solar Bolluğa Göre Ortalama Üretim Faktörleri.	80
5.2	PUSH Modelinin Parametreleri.	83

ŞEKİL LİSTESİ

1.1	Nötrino Manyetik Momentinin Üst Sınır Değerleri	4
2.1	Bazlar arası dönüşüm diyagramı	29
3.1	Özdeğerlerin Kaçınan Kesişmeleri	38
3.2	MSW ve SFP rezonansları	44
3.3	MSW ve SFP Rezonansından geçen nötrinoların çeşni içerikleri	45
4.1	Ampul (Bulb) Modeli	56
4.2	θ_{expNbB} Modelinin, 9 Alt Simülasyonun, 10 MeV İçin Uzaklığı Karşılık Yaşama Olasılıkları	63
4.3	θ_{expNbB} Modeli, $R = 49.9$ km, $r_{\text{mat}} = 50.1$ km simülasyonu ve 10 MeV İçin Uzaklığı Karşılık Yaşama Olasılıkları	64
4.4	θ_{expNbB} Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları	64
4.5	$\theta_{\text{014expNbB}}$ Modelinin, 9 Alt Simülasyonun, 10 MeV İçin Uzaklığı Karşılık Yaşama Olasılıkları	65
4.6	$\theta_{\text{014expNbB}}$ Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları	66
4.7	$\theta_{\text{014expNbB}}$ Modelinde Rezonansların Birbirine Yakınlığı	68
4.8	$t = 1$ s başlangıç koşullu, $\theta_{\text{014expNbB}}$ Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları	71
4.9	$t = 3$ s başlangıç koşullu, $\theta_{\text{014expNbB}}$ Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları	72
4.10	$t = 5$ s İçin Baryon Yoğunluğu ve Elektron Kesri	73
4.11	$t_{\text{5sNoCollnuNoB}}$ Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığı Göre Değişimi	76
4.12	$t_{\text{5sNoCollnuNoB}}$ Modeli, Enerji Spektrumu	76
4.13	$t_{\text{5sNoCollnuB}}$ Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığı Göre Değişimi	77
4.14	$t_{\text{5sNoCollnuB}}$ Modeli, Enerji Spektrumu	77
4.15	$t_{\text{5sCollnuNoB}}$ Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığı Göre Değişimi	78
4.16	$t_{\text{5sCollnuNoB}}$ Modeli, Enerji Spektrumu	78
4.17	$t_{\text{5sCollnuB}}$ Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığı Göre Değişimi	79
4.18	$t_{\text{5sCollnuB}}$ Modeli, Enerji Spektrumu	79
5.1	Ata Yıldızın Bolluğu Ve Tepe (Peak) Sıcaklığı	83
5.2	^7Li ve ^{11}B Çekirdeklerinin Sentezleme Şeması	87

5.3	ÇÇSN Simülasyonunda Açığa Çıkan Her Nötrino Çeşnisinin Sıcaklığı	89
5.4	ÇÇSN Simülasyonunda Açığa Çıkan Her Nötrino Çeşnisinin Akısı.	90
5.5	^7Li ve ^{11}B Çekirdeklerinin Kütle Kesirleri.	90
5.6	Nötrinolu Ve Nötrinosuz Nötrino-islem Çekirdeklerinin Kütle Ke- sirleri	91
5.7	Toplam Ürünün Yük Sayısı Z 'ye Göre Değişimi.	93
A.1	Bloch Küresi ve Bloch Vektörü	111

SEMBOL LİSTESİ

c_α	: $\cos \alpha$
s_α	: $\sin \alpha$
r	: Uzaklık
E	: Enerji
m_i	: Nötrino Kütlesi
δm^2	: Nötrino Kütle Kare Farkı
Δ	: $\delta m^2/4E$
μ	: Nötrino Dipol Momenti
\hat{H}^f	: Çeşni Tabanında Hamiltonyen Operatörü
\hat{H}^k	: Kütle Tabanında Hamiltonyen Operatörü
\hat{H}^M	: Madde Tabanında Hamiltonyen Operatörü
$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$: α Çeşnisinden β Geçiş Olasılığı
$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}$: α Çeşnisine Sahip Olan Nötrinonun Yaşama Olasılığı
A	: Geçiş Genliği
$ \Psi(r)\rangle$: Nötrino Durum Keti
$ \nu_\alpha\rangle$: Çeşni Tabanında Nötrino Keti, $\alpha = e, x, \bar{e}, \bar{x}$
$ \nu_i\rangle$: Kütle Tabanında Nötrino Keti, $i = 1, 2, 3, 4$
$ \nu_i^M\rangle$: Madde Tabanında Nötrino Keti, $i = 1, 2, 3, 4$
$ \nu_i^{EM}\rangle$: Elektromanyetik Tabanında Nötrino Keti, $i = 1, 2, 3, 4$
θ	: Boşluk Karışım Açısı
θ_M	: Nötrinolar İçin Efektif Madde Karışım Açısı
$\bar{\theta}_M$: Antinötrinolar İçin Efektif Madde Karışım Açısı
γ	: $\theta_M - \bar{\theta}_M$
θ_{EM}	: Efektif Elektromanyetik Karışım Açısı
\mathcal{R}	: Dönme Matrisleri
U	: Boşluk Dönüşüm Matrisi
$U_M(r)$: Efektif Madde Dönüşüm Matrisi
$U_{EM}(r)$: Efektif Elektromanyetik Dönüşüm Matrisi
λ_i^ν	: Boşluk Salınım Hamiltonyen'in Özdeğerleri, $i = 1, 2, 3, 4$
$\lambda_i^{\nu,EM}$: Boşluk Salınım ve Elektromanyetik Hamiltonyen Toplamlarının Özdeğerleri, $i = 1, 2, 3, 4$
λ_i	: Boşluk Salınım, Madde ve Elektromanyetik Hamiltonyen Toplamlarının Özdeğerleri, $i = 1, 2, 3, 4$
ω_i	: Madde Hamiltonyen'in Özdeğerleri, $i = 1, 2, 3, 4$
$V_{NC}(r)$: Efektif Yüksüz Akım Potansiyeli
$V_{CC}(r)$: Efektif Yüklü Akım Potansiyeli
G_f	: Fermi Çiftlenim Sabiti
N_e	: Elektron Yoğunluğu

N_n	: Nötron Yoğunluğu
N_p	: Proton Yoğunluğu
N_b	: Baryon Yoğunluğu
Y_e	: Elektron Kesri
Y_n	: Nötron Kesri
B	: Manyetik Alan
P_{LZ}	: Landau - Zener Geçiş Olasılığı
Γ	: Adyabatisite
\vec{B}	: Bloch Vektörü
$\vec{\sigma}$: Pauli-spin Matris Vektörü

KISALTMA LİSTESİ

ÇCSN	: Çekirdek Çökmeli Süpernova
LZ	: Landau - Zener
MSW	: Mikheev, Smirnov ve Wolfenstein
SFP	: Spin Çeşni Yalpalama (Spin Flavor Precession)
YMYG	: Yarım Maksimumdaki Yarım Genişlik (Half Width At Half Maksimum)
PUSH	: Parametrized Spherically Symmetric Explosion Method
NİD	: Nükleer İstatistiksel Denge

1 GİRİŞ

Astrofiziksel nötrinolar hem nötrinoların temel özelliklerini hem de çekirdek-çökmeli süpernova (ÇÇSN) gibi astrofiziksel fenomenleri anlamamızı sağlayan, bilinen en hafif atom altı parçacıklardır [1, 2, 3]. Laboratuvar ortamında nötrinoların özelliklerini belirlemeye çalışan deneyler olmasına rağmen, bu deneylerin çoğu sadece fizikal niceliklerin üst sınırını belirler. Bu üst sınırlar, mesela nötrino manyetik momenti gibi, astrofiziksel olayların tüm fiziğini anlamak için yeterli değildir [4, 5]. Bu nedenle astrofiziksel fenomenleri anlayabilmek için çok çeşitli nötrino çeşni (flavor) salınım simülasyonları yapılmalıdır.

Standart model'de kütlesiz olarak öngörülen nötrinoların kütlesinin olduğu birçok deneye ispatlanmıştır [6, 7]. Sadece zayıf etkileşimler sonucu ortaya çıkan nötrinoların çeşnisi beraber meydana geldiği lepton tarafından belirlenir. Zayıf etkileşimler sonucunda ortaya çıktığında çeşnisi belli olan nötrinolar boşlukta kütle özbazında (eigenbasis) ilerler. Bu da nötrinoların çeşnisinin salınımına sebep olur [8, 9, 10, 11, 12]. Bu durum en az bir nötrino kütle değerinin sıfırdan farklı olduğu durumda geçerlidir [13].

Nötrino salınım fikrini 1950 yılında ilk olarak ortaya atan kişi Pontecorvo'dur [14]. Pontecorvo, laboratuvara üretilen kaon adlı parçacığın antikaon'a salınmasından esinlenmiştir. Maki, Nakagawa ve Sakata, 1970 tarihinde yazdıkları makalede, nötrinoların antinötrinolara değil kendi çeşnileri arasında salınım yapabileceğini öne sürmüştür [15]. Evrendeki toplam çeşni sayısı, Standart Model'in öngörüsüne göre üçtür [7] ve nötrino çeşnisi, tanımlanan bu üç kuantum büyülüklük arasında salınır. Analitik hesaplar yapılrken üç seviyeli sistemler incelemek yerine iki seviyeli sistemlerin incelenmesi daha kullanışlıdır. Bu yaklaşılık, hem hesap kolaylığı açısından önemlidir hem de kollektif çeşni evrimi gibi işlemci saatı harcayan karmaşık sistemleri çözerken zaman kazandırır [16, 17]. Bu tezin bazı noktalarında üç çeşnili evrim yapısına degeinilecektir ancak elde ettigimiz tüm

hesaplar iki çeşni yaklaşılığı ile yapılacaktır. Ayrıca nötrino salınım teorisi bildenin üç çeşnidenden daha fazla "çeşninin" varlığında da geçerlidir. Standart Model'de olmayan bu yeni çeşnili nötrinolara steril nötrinolar adı verilir. Bu tezde steril nötrino hesaplarına değinilmemiştir.

1987 yılında Büyük Macellan Bulutu içerisinde bir süpernova meydana gelmiştir ve bu astrofiziksel olay Dünya'dan gözlenmiştir. Gerçekleşen bu süpernova'ya SN1987A adı verilmiştir. O dönemde proton yarılanma süresi gibi fiziksel olayları incelemek için kullanılan deneyler, SN1987A optik gözlemlerinden birkaç saniye önce olağan dışı nötrino yoğunluğu gözlemlemişlerdir [18, 19]. Güneş nötrino gözlemlerini saymazsa, ilk defa kaynağı bilinen bir astrofiziksel fenomenden foton dışında bir parçacık gözlemlenmiştir.

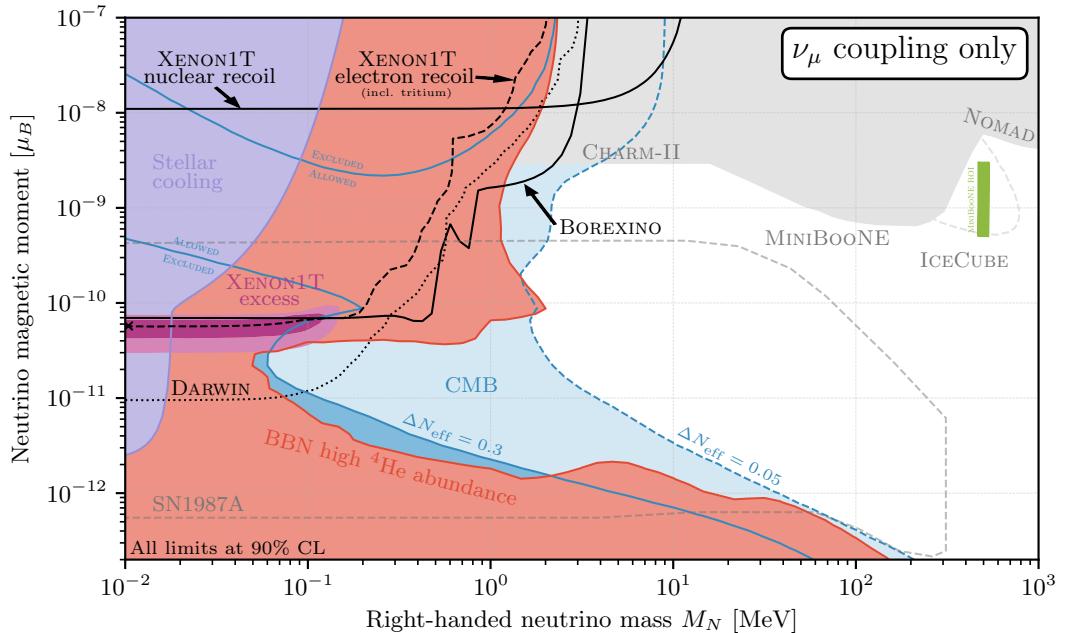
SN1987A nötrino gözlemlerinin ardından süpernova fiziği araştırmaları hız kazanmış ve bu konuda sayısız araştırma yapılmıştır ([1] numaralı derlemeye ve bu derlemenin referanslarına bakınız.) Süpernova fiziği çok boyutlu, dinamik değişkenli ve başlangıç parametrelerine sıkı bağlı olduğundan dolayı simülasyonların gerçekleştirilmesi veya "patlatılması" epeyce zordur. Bunun için az da olsa deneyel veriye sahip olduğumuz SN1987A yapısını modelleyen sistemler kullanılmaktadır. Bu tezde geçen süpernova kelimesi ÇCSN kelimesi yerine kullanılmıştır. ÇCSN oluşumunun adımları kısaca şöyle özetlenir. Füzyon reaksiyonlar sonucu soğan yapısında olan Yıldız'ın çekirdeğinde demir/nikel bölgesi bulunmaktadır. Yüksek basınç ve sıcaklığa rağmen zincirleme füzyon reaksiyonu demir çekirdeğinde durur. Bunun sebebi demir/nikel çekirdeğinin aşırı stabil olmasıdır. Bu çekirdekler ile zincirleme füzyon reaksiyonu meydana gelmez. Başka bir dille ifade edersek, çekirdek başına düşen ortalama bağlanma enerjisi en yüksek çekirdek demirdir. Füzyon reaksiyonunun durduğu Yıldız'ın merkezinde, dışarıya doğru basınç kalmayınca içe doğru çöküş başlar (collapse.) Çöküşün başlamasının ardından Yıldız'ın merkezinde yaklaşık 10 km yarıçapında, biriken madde nükleer yoğunluğa erişir ve elektron dejenerasyon basıncı çöken maddenin daha fazla çökmesine izin vermez. Bu durumda çöken madde geri seker (bouncing.) Sekme sonucunda şok dalgası oluşur (shock formation) ve merkezden dışarı doğru madde aktarımı başlar. Ardından Yıldız'ın merkezinden çok büyük miktarda nötrino ve antinötrino açığa çıkar (neutrino burst.) Çok yüksek miktarda parlaklığa sahip

olan nötrinolar Yıldız içerisinde biriken enerjinin yüzde 99’unu dışarıya taşır. Nötrinolar dışarı doğru giderken şok dalgasını "ısıtır" ve "iter" (neutrino heating.) Şok dalgası belli bir limit hızı erişikten sonra patlama "gerçekleşti" denilir. Ardından açığa çıkan muazzam miktardaki nötrino Yıldız’ın içerisindeki enerjiyi dışarıya çıkartır (cooling.). Patlamanın başlangıcı sekmenin olduğu zaman dilimi olarak kabul edilir. Bu çalışmada nötrinoların kollektif çeşni evrimi ÇÇSN’nin soğuma evresinde incelenecaktır. Soğuma evresi ise patlamanın başlangıcından yaklaşık bir saniye ile on saniye arasındaki dönemi kapsar.

Süpernova sırasında Yıldız çekirdeğinde bulunan proto-nötron yıldızının manyetik alanı olabilir. Bu durumda süpernova simülasyonu yapılırken dinamik manyeto -hidrodinamik denklemler de çözülmelidir [20, 21, 3]. Çekirdeğin oluşturduğu manyetik alan, foto-ayrılaşma (photodissociation) mekanizmasını etkileyerek şok dalgasının ilerlemesine ve ısınmasına yardımcı olur. Oluşan manyetik alan dinamik bir yapıya sahiptir ve zamana bağlı olarak değişmektedir. Bu tezde nötrino çeşni evrimi incelenirken bu manyetik alanın statik olduğu varsayılacaktır. Literatürde, statik manyetik alanın sabit değerde olduğu [22], uzaklığın karesi ile ters orantılı olduğu [23, 24, 25] ve uzaklığın üçüncü kuvveti ile ters orantılı [26] olduğu yaklaşımlar bulunmaktadır. Bu tezde kullanılacak olan manyetik alan uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak değişecektir.

Nötrinoların çeşni evrimi Yıldız içerisinde oluşan manyetik alandan etkilenmektedir [27]. Bu etkileşimin yapısı nötrinolar ile madde etkileşiminden farklı olarak gelecektir, çünkü nötrinolar yüksüz oldukları için foton ile etkileşmezler. Standart Model'in minimal bir genişlemesi yazıldığından, nötrino ile fotonu birinci mertebeden tedirgeme diyagramları ile etkileştirmek mümkündür [28]. Bu durumdan kaynaklı nötrinoların çok küçük değerli manyetik dipol momenti oluşacaktır. Standart Model'i, nötrino kütlesi kullanarak genişlettigimizde nötrino manyetik momenti için elde edilen değer 10^{-19} Bohr magnetonu (μ_B) değerinden düşüktür [29, 30, 31, 32, 33]. Nötrino elektromanyetik etkileşimler nötrinonun doğasına bağlı olarak da farklılık gösterecektir. Eğer nötrinolar Dirac doğasında ise Standart Model'e göre nötrinolar sadece sol elli (left handed) olmalı, sağ elli anti-partneri olmalıdır. Dirac nötrinosunun deneylerle belirlenen manyetik dipol moment üst sınır değerleri 1.1 numaralı şekilde verilmiştir. Majorana nötrinola-

rında ise Dirac nötrinolarından elde edilen manyetik momentin sadece köşegen elemanları bulunacaktır. Hem Dirac doğası hem de Majorana doğasında nötrino manyetik momentinin tanımı model bağımlıdır. Bu tezde sadece Majorana nötrinoları dikkate alınmış olup nötrino manyetik momentinin $\mu_\nu = 5 \times 10^{-16} \mu_B$ değerinde olduğu kabul edilmiştir. Bu değer literatürde kullanılan ve deneylerden elde edilen büyüklüklerle uyumludur [33, 34, 5, 35, 4].



Şekil 1.1: Nötrino Manyetik Momentinin Üst Sınır Değerleri. Bu şe... kaynaktan alınmıştır.

ÇÇSN soğuma evresinde açığa çıkan nötrinolar hem cinsleri ile de etkileşectir. Dikkate alınan test nötrinosu ÇÇSN ile açığa çıkan nötrino gazı ile etkileşime girecektir. Bu etkileşim terimleri yazılırken ortalama alan yaklaşımı kullanılmaktadır [36, 37]. Nötrinoların bu tip etkileşimlerine nötrino öz-kırılımı (self-refraction) adı verilir. ÇÇSN’ının erken zamanında en önemli kollektif etki, nötrino öz-kırılımından gelir [38, 39, 40, 41]. Bu konu hakkında yapılan çalışmalar için [16] numaralı derleme makalesine bakınız.

Boşluktaki nötrino çeşni salınımlarında salınım genliği ve salınım frekansı değişmez. Nötrinoların çeşni evrimini etkileyen bir dış etki varsa, salınım frekansı ve genliği, o dış etkinin yapısına göre değişecektir. Eğer dış etki evrim sırasında değişmez kalırsa çeşni salınımlarının frekansı ve genliği de sabit kalacaktır. Bu dış etken nötrino-madde etkileşimi veya nötrino-manyetik alan etkileşimi olabilir.

Dış etkinin zamanla değişmesi durumunda ise çeşni salınım frekansı ve genliği değişimden etkilenecektir. Etkinin değişmesinden kaynaklanan salınım frekansı ile nötrino boşluk salınım frekansında bir uyum sağlanır ise çeşni salınımlarında ani bir değişim meydana gelecektir. Bu ani değişim sadece belli frekanslarda oluşur. Bu fenomene genel olarak *rezonans* adı verilir. Bu özel frekansa ise *rezonans frekansı* adı verilir. Rezonans fenomeni, doğal olarak salınım hareketi yapan sistemlere dış etki tarafından uygulandığında oluşabilir.

Madde içerisinde salınan nötrinoların rezonansa girebileceği ilk olarak Mikheev, Smirnov ve Wolfenstein tarafından bulunmuştur [42, 43]. Bu fenomene de MSW rezonansı adı verilmiştir. Wolfenstein'in madde içerisinde nötrino salınımı-ları üzerine makalesinin yayılmasının ardından Mikheev ve Smirnov Güneş içe-risinde oluşan nötrinoların rezonansa girdiğini bulmuş ve literatürde solar nötrino problemi olarak adlandırılan sorun çözülmüştür. Bu çözüm Dünya'da yapılan de-neyelerle ispatlanmıştır [44].

Nötrinoların madde içerisinde geçerken MSW rezonansına girmesi gibi man-yetik alan içerisinde geçerken de salınımları rezonansa girebilir. Bu rezonansa SFP (spin-flavor precession) rezonansı adı verilir [45, 46, 47, 48, 49, 50]. SFP rezonansı nötrino manyetik momenti ve dış manyetik alan ile orantılıdır. Rezonansa girme koşulları büyük oranda MSW rezonansına benzemektedir. Bu rezonansın MSW rezonansından en büyük farkı nötrino-antinötrino geçişlerine olanak sağla-masıdır.

Bu tezde, nötrino-elektronyetik etkileşimi varlığında elde ettiğimiz analitik sonuçları çeşni evrimini veren diferansiyel denklemin sayısal sonuçları ile karşılaştırip bunların çoğulukla uyumlu olduğunu ve uyumlu olması için gerekli şartla-rın neler olduğunu gösterdik. Elde ettiğimiz şartlar dahilinde çeşni evrimini be-timleyen yoğunluk operatörünün analitik ifadesini elde ettik. Bu analitik/sayısal karşılaştırmalarında öz-kırılım potansiyelini ihmal ettik, çünkü nötrino öz-kırılımı sistemi doğrusal olmayan hale getirmektedir. Karşılaştırmayı yaparken sayısal çözümlerdeki başlangıç koşullarını küçük oranda rastgele değiştirip kuantum fazla-rından kaynaklanan farklılıkların açığa çıkmasını sağladık. Elde ettiğimiz analitik formülü bu fazlardan kaynaklanan değişimini kapsayacak şekilde yazdık. Analitik öngörümüz iki farklı rezonansın birbirinden ayrıldığı noktalarda geçerli olacaktır.

Rezonansların birbirinden ne kadar ayrı olması gerektiğini nitel birkaç büyülüük tanımlayarak belirledik. Rezonansların birbirinden yeteri kadar ayrı olduğu durumlarda analitik öngörümüz sayısal sonuçlarımızla tutarlı sonuçlar vermektedir.

Bu tezin ikincil çıktıları ise şunlardır: Nötrino elektromanyetik etkileşimi ve nötrino madde etkileşimi varlığında yazılan hareket denklemini tedirgeme yöntemi kullanarak çözdük. Tedirgeme kuramından özvektörleri ve enerjiye gelen katkıları elde ettik. Buna ek olarak efektif iki çeşni yaklaşılığı kullanıp sabit ve eksponansiyel manyetik alan için tam analitik çözümler elde ettik. Ayrıca gerçekçi ÇCSN modeli için sayısal simülasyonlar yaptık. Bu simülasyonlarda nötrino öz-kırılımı ve ÇCSN şok dalgası sisteme dahil edilmiştir. Son olarak PUSHing adlı parametrik ÇCSN modeli kullanarak nötrinolardan kaynaklanan çekirdek sentezi ağ denklemlerini çözdük. Nötrino etkileşimlerinin ÇCSN içerisinde nu-islem elementlerininin bolluğuunu artırdığını belirledik.

Tezin planı şöyledir: İkinci bölümünde nötrino hareket denklemleri, boşluk salınımları ve dış ortamla etkileşimleri incelenmiştir. Nötrino evrimini betimleyen hareket denklemleri verildikten sonra boşluktaki çeşni salınımları için hareket denklemleri çözülmüştür. Madde ortamında çeşni salınımı yapan nötrinoların hareket denklemleri incelenmiş ve efektif açı yaklaşılığı kullanılarak çözümler elde edilmiştir. Ardından elektromanyetik alan içerisinde hareket eden nötrinoların hareket dinamikleri belirlenmiş ve madde etkileşimi ile beraber alınarak hem tedirgenmiş çözümler hem de bazı profiller için analitik çözümler elde edilmişdir. Hareket kinematiğinin son bölümünde ise nötrino öz-kırılım potansiyeli elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde ise nötrino çeşni salınımları sırasında meydana gelen rezonans durumlarına değinilmiştir. Landau-Zener (LZ) formülü kullanılarak geçiş olasılıklarının genel ifadeleri incelenmiş, ardından MSW ve SFP rezonanslarının gerçekleşme koşulları yazılmıştır. Rezonans bölgeleri evrimin adyabatikliğini belirlediği için adyabatisite parametresi de bu bölümde tanımlanmıştır.

Dördüncü bölümde ise bu çalışmamızın sonuçları olan simülasyonların analitik öngörülerini ve karşılaştırmalı sonuçları yer almaktadır. Yoğunluk operatörünün özbazdaki ifadesi analitik olarak bu bölümde elde edilmiştir. Ardından ÇCSN içerisinde ilerleyen nötrinoların başlangıç koşulları ve geometrisi belirlenmiştir.

Bu tezde elde ettiğimiz analitik/sayısal sonuç karşılaştırması oyuncak model alt başlığında yer almaktadır. Son olarak gerçekçi ÇCSN modelinde nötrino etkileşimlerinin rolleri dört farklı etkileşim modeli kullanılarak incelenmiştir.

Beşinci bölümde ise nötrinoların süpernova içerisindeki çekirdek sentezlenmesine (nucleosynthesis) olan katkısı üzerine çalışmalar bulunmaktadır. Bu bölümde PUSHing adlı süpernova simülasyonu ve çekirdek sentezleme ağı kullanılarak Litium ve Bor izotoplarının kütle kesirleri elde edilmiştir. Nötrino işleminin veya nötrino ile sentezlemenin (nu-process), bu izotopları sentezlemede önemi ortaya konmuştur.

Çalışmalarımızın sonuçları ve tartışması sonuç bölümünde incelenmiştir.

Çalışmamızda, hem kolay sayısal hesaplamalar yapmamıza olanak sağlayan matris notasyonu hem de operatör notasyonu kullanılmıştır. Ayrıca hesaplama larda doğal birimler kullanılmıştır. Yani ışık hızı, Plank sabiti ve Stefan Boltzman sabiti 1 alınmıştır. Gerekli olduğu yerlerde uygun dönüşümler kullanılmıştır. Buna ek olarak nötrinoların hızı ışık hızına çok yakın olduğu için (erken evren soğuk nötrinolar dışında) zaman t ve konum r eşdeğer olarak görülmüştür. Bundan dolayı zamana bağlı olarak tanımlanan denklemler yerine konumla değişen denklemler yazılmıştır.

2 NÖTRİNO SALINIM KİNEMATİĞİ

Nötrinolar kütleli, ışık hızına yakın hızlarda giden ve Fermi-Dirac istatistikine sahip olan parçacıklardır. Nötrinoların çeşni evrimi Schrödinger tipi denklem ile verilir [31].

$$i \frac{d}{dr} |\Psi(r)\rangle = H^f(r) |\Psi(r)\rangle . \quad (2.1)$$

Burada $|\Psi(r)\rangle$ nötrino durum (state) keti veya vektörü H^f çeşni tabanında yazılmış Hamiltonyen'dir. Hareket denklemi Schrödinger tipi diferansiyel denklem ile yazılabileceği gibi integral denklemleri şeklinde de yazılabilir [51]. Bu tezde, dört (2 nötrino, 2 antinötrino) çeşni dikkate alınacaktır. (2.1) numaralı hareket denklemi nötrino çeşni ketlerine göre aşağıdaki gibi olur.

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix} = H^f(r) \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_x(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}(r)\rangle \end{pmatrix} . \quad (2.2)$$

Bu denklemdeki durum vektörü, çeşni bazında yazılmıştır. x olarak etiketlenen nötrinolar müon ve tau çeşnilerinin bir kombinasyonu olarak düşünülür. Üniter dönüşümler kullanılarak (2.2) numaralı denklem başka bazlara çevrilebilir.

Astrofiziksel ortamdaki parçacıkların davranışlarını tek tek incelemek imkansızdır. Bunun yerine onların toplu davranışlarını incelemek daha uygun olur. Bunu için nötrino parçacığının evrimini veren Schrödinger denklemini çözümü durum vektörünü elde etmek yerine yoğunluk operatörü formalizmine geçilir. Yoğunluk operatörü formalizmi nötrinoların istatistiksel dağılımının evrimine bakabilemize olanak verir. (2.1) numaralı denklemin $|\Psi_1(r)\rangle$ için yazıldığını varsayıyalım. Ardından (2.1) numaralı denklemi sağdan $a_1 \langle \Psi_1(r)|$ ile çarpalım. Aynı işlemi $|\Psi_2(r)\rangle$ için de yapıp alt alta i kere toplarsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$i \frac{d}{dr} \left(\sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)| \right) = \left[H^f(E, r), \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)| \right] . \quad (2.3)$$

Artık yoğunluk operatörünü tanımlayabiliriz.

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle\langle\Psi_i(r)| . \quad (2.4)$$

Burada a_i bir sayıdır ve sistemde ne oranda $|\Psi_i(r)\rangle$ durumu olduğunu betimler. Yani iki durumlu sistem için $a_1 = N_1/(N_1 + N_2)$ şeklinde yazılır. Yoğunluk operatörünü hareket denklemine koyduğumuzda *Liouville - von Neumann* denklemini elde ederiz.

$$i \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}] . \quad (2.5)$$

Bu denklem Heisenberg Denklemine benzemektedir ancak Liouville - von Neumann denkleminde operatörler değil durumlar evrilir. Buna ek olarak eksiyi işaret farkı da vardır. Liouville - von Neumann denkleminin sağ tarafına çarşışma (collision) katkılari da yazılabılır [37]. Bu çalışmada çarşışma terimleri ihmali edilecektir. Denklemin sol tarafı ise konuma göre tam türev içerir. Yani $\frac{d}{dr} = \frac{\partial}{\partial r} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}$ şeklinde yazılır. Bu çalışmada yoğunluk operatörü açıdan bağımsız bir şekilde evrilecektir. Bundan dolayı hız, \vec{v} , ile bağlı olan tüm terimler düşecektir. Geometri hakkında ayrıntılı bilgi için 4.1.1 numaralı bölüme bakabilirsiniz.

Yoğunluk operatöründen yoğunluk matrisine geçmek için bir baz seçilmesi gerekmektedir. Örneğin, çeşni bazını, $|\nu_\alpha\rangle$, ele alalım. Bunun için (2.4) numaralı denklemde iki adet tam küme (complete set) koymamız gereklidir.

$$\hat{\rho}(r) = \sum_{\alpha,\beta} \rho_{\alpha\beta}(r) |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| . \quad (2.6)$$

Burada $\rho_{\alpha\beta}(r)$ yoğunluk matrisidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\rho_{\alpha\beta}(r) = \sum_i a_i \langle \nu_\alpha | \Psi_i(r) \rangle \langle \Psi_i(r) | \nu_\beta \rangle \quad (2.7)$$

a_i , topluluğun (ensemble) içerisindeki nötrino çeşnilerinin (diğer bazlarda da tanımlanabilir) ağırlığını vermektedir. Yoğunluk matrisi tanımlanan baza göre değişiklik gösterir. Evrim ise yoğunluk operatörü ile ilişkili olduğu için seçilen bazdan bağımsızdır. Yani fiziksel evrim, seçilen bazdan bağımsızdır.

Yoğunluk matrisine örnek olarak iki durumlu nötrinoları ele alabilirmiz. Örneğin, $|\nu_e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ve $|\nu_x\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ olsun. Bu durumda yoğunluk operatörü şöyle yazılır.

$$\hat{\rho}(r) = \begin{pmatrix} \rho_{ee}(r) & \rho_{ex}(r) \\ \rho_{xe}(r) & \rho_{xx}(r) \end{pmatrix} . \quad (2.8)$$

Yoğunluk matrisi saf (pure) ve karışık (mixed) olmak üzere iki çeşit olabilir. Saf durumlar sadece aynı cins durumların bir araya gelmesiyle oluşur. Karışık durumlarda ise farklı kombinasyonlara sahip durumlar da olabilir. Bu çalışmada, başlangıçtaki yoğunluk matrisi her zaman saf durumda olacaktır.

Yoğunluk matrisinin temel özellikleri evrimin kavramsal olarak anlaşılmasını kolaylaştırır. Yoğunluk matrisinin izi birdir. Bu da topluluğun içerisindeki toplam maddenin korunduğu anlamına gelir. Yani toplulukta a_1 oranında $|\Psi_1\rangle$ parçacığı, a_2 oranında $|\Psi_2\rangle$ olsun. Başlangıçta $a_1+a_2 = 1$ olarak verilir. Bu toplamın evrimin her anında aynı olması beklenir. Yoğunluk matrisinin her bir köşegen elemanı ise yaşama olasılığı (survival probability) ile orantılıdır. Örneğin, saf bir durumda, yoğunluk matrisinin $\rho_{ee}(r)$ elemanı, hayata elektron nötrinosu olarak başlayıp r uzaklığında hala elektron nötrinosu olma olasılığının a_e ile çarpımını verir. Benzer şekilde köşegen olmayan elemanlar da geçiş olasılığı ile orantılıdır. Yoğunluk matrisinin izinin bir olmasının yanında üst köşegen elemanları ile alt köşegen elemanları birbirinin sanal eşlenigidir (complex conjugate.) Yoğunluk matrisinin diğer özellikleri ve uygulamaları [52] numaralı kaynakta ayrıntılı olarak verilmişdir.

Nötrino durumu, $|\Psi(r)\rangle$, başlangıçta Hamiltonyen'in özvektörleri cinsinden yazalım. Sistemin başlangıçtaki özvektörleri de $|E_i(R)\rangle$ olarak gösterilsin. Burada durum, tek bir özvektöre eşit olabildiği gibi birden çok öz durumun doğrusal kombinasyonu da olabilir. Eğer nötrino durumu, evrim boyunca fazladan bir faz ile beraber Hamiltonyen'in özbazında kalıyorsa, evrime *adyabatiktir* denir. Adyabatik evrimde, herhangi bir r uzaklığında nötrino durumu aşağıdaki gibi yazılır.

$$|\Psi(r)\rangle = \sum_i e^{-i \int_R^r E_i(r') dr'} |E_i(r)\rangle . \quad (2.9)$$

Burada $E_i(r')$ Hamiltonyen'in özdeğeridir. Yoğunluk operatörünün özbazındaki hali aşağıdaki gibi yazılır.

$$\hat{\rho}(r) = \sum_{i,j} \rho_{ij}(R) e^{-i \int_R^r (E_i(r') - E_j(r')) dr'} |E_i(r)\rangle \langle E_j(r)| . \quad (2.10)$$

Eğer yoğunluk matrisi, başlangıçta köşegen, bir diğer değişle $\rho_{ab}(R)|_{a \neq b} = 0$ ise eksponansiyel faz yok olacaktır. Adyabatik ve diyabatik (adyabatik olmayan) evrimler ilerleyen bölümlerde daha ayrıntılı incelenecaktır.

Tezin bu kısmından itibaren tüm denklemler iki çeşni gözetilerek (e, x, \bar{e}, \bar{x}) yazılacaktır. Efektif olarak iki çeşni almak teorik hesapların daha kolay yapılması için önemlidir. Buna ek olarak nötrinoların ve antinötrinoların ait olduğu denklemlerin ayrılamadığı durumlar için nötrino durum vektörü 4 boyutlu olacaktır. Bu da teorik olarak yapılan hesapları daha da karmaşık hale getireceği için çeşitli varsayımlarda bulunulacaktır.

Nötrinoların Majorana doğasına sahip olduğu varsayılacaktır. Bu varsayımda, Dirac nötrinoları varsayıldığında dört olan serbestlik derecesi ikiye düşecektir. Majorana parçacıkları için parçacık - antiparçacık ayrımı yoktur. Bunun yerine parçacıklara, sağ elli veya sol elli parçacıklar demek doğrudur. Tezin bu kısmından itibaren sol elli nötrinolar demek yerine nötrinolar, sağ elli nötrinolar demek yerine antinötrinolar denecektir. Majorana ve Dirac nötrinoları için daha ayrıntılı bilgi [53] numaralı kaynakta anlatılmıştır.

2.1 BOŞLUK SALINIMLARI

Standart Model'de nötrinolar kütlesiz parçacıklardır. Nötrinoların Standart Model'de sadece sol elli olarak var olmasından kaynaklıdır. SM'de nötrinolar ışık hızında giden "kütlesiz" parçacıklar olduğu için kiralite ve helisite aynı anlama gelir. Nötrinolara kütle verme mekanizması pariteyi açıkça ihlal eder ve Higgs Mekanizmasıyla nötrinolara kütle vermeyi olanaksız kılar. Bu nedenle nötrinolara "standart" bir biçimde kütle vermek imkansızdır. Bir diğer taraftan, deneylerle defalarca kanıtlanan nötrino salınımlarının teorisi yazıldığında, salım frekansının kütle kare farkları ile doğru orantılı olduğu görülür. Bu da en az bir nötrino özdürumünün kütleli olması gereği anlamına gelir. Bu bakımdan nötrinoların çeşni salımı standart model ötesi teoriler arasında çok önemli bir yer teşkil eder.

Bu bölümde nötrino salınımlarının teorisi ele alınacaktır. Salınımların alan teorisindeki tasviri [54] değil, kuantum mekaniği tasviri [55] kullanılacaktır.

Nötrinolar ve antinötrinolar boşlukta ilerlerken (propagation) özbazı kütle tabanıdır. Yani boşluktaki nötrinolar kütle tabanında iyi tanımlıdır (well-defined).

Tabandan bağımsız olarak Hamiltonyen operatörünü tanımlayabiliriz.

$$\begin{aligned}\hat{H}_\nu &= \hat{H}_{\text{nötrino}} + \hat{H}_{\text{antinötrino}} \\ &= \sum_{i=1}^4 \frac{m_i^2}{2E} |\nu_i\rangle\langle\nu_i| .\end{aligned}\quad (2.11)$$

Burada 1, 2 nötrinoları ve 3, 4 antinötrinoları temsil etmektedir. Bu çalışmada, *CP simetrisinin* kırılmadığı durumlar ele alınacaktır. Yani CP fazını sıfır alacağız. Bundan dolayı nötrinolar ve antinötrinolar aynı şekilde çeşnilerini dönüştürecek ve aynı kütle özdurumlarına sahip olacaklardır. Matematiksel olarak da özdeğerleri aynı olmalıdır $m_{1,2}^2 = m_{3,4}^2$. Çeşni tabanı ile kütle tabanı arasındaki geçiş dönme matrisi cinsinden yazılabilir.

$$|\nu_e\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle , \quad (2.12)$$

$$|\nu_x\rangle = -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle . \quad (2.13)$$

Burada θ boşluk salınım açısındandır. Hem kütle bazında hem de çeşni bazında özdurumlar birbirine diktir, $|\langle\nu_\alpha|\nu_\beta\rangle| = \delta_{\alpha\beta}$, $|\langle\nu_i|\nu_j\rangle| = \delta_{ij}$. Yukarıdaki dönüşümlerin aynısı antinötrinolar için de yazılır. Bu dönüşümler özel bir baz seçmeden matris formunda da yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_x\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} . \quad (2.14)$$

U , karışımı veren dönme matrisi olarak yazılabilir. Nötrinolar ve antinötrinolar için aynı U matrisi geçerlidir.

Nötrinolar sadece çeşni tabanında etkileşime girdiklerinden dolayı etkileşim tabanı çeşni tabanıdır. Bu durum nötrinoların kütlesi ve çeşnisini tanımlayan leptonlar arasında bir kafa karışıklığına yol açar. Herhangi bir etkileşime girmeyen nötrinolar boşlukta ilerlerken çeşni değiştiriyorsa kütle kazanmış gibi gözükmektedir. Bu sav örneğin, müon nötrinosunun elektron nötrinosundan ağır olması şartıyla ortaya konabilir. Bu kafa karışıklığı elektron nötrinosunun kütle tanımı ile çözülür. (2.12) denklemlerine göre *elektron* çeşnisine sahip nötrinonun öz durumu iki farklı kütle özdurumunun bir süperpozisyonu (superposition) şeklinde yazılmaktadır. Bundan dolayı elektron nötrinosunun kütlesi iyi tanımlı bir kavram değildir. Bazı yazarlar kuark salınımılarına gönderme yaparak nötrino salınımı yerine lepton salınımı ifadesini kullanmaktadır [56]. Ayrıca nötrino salınımı ile ilgili "paradokslar" için [57] numaralı kaynağa bakınız.

Eğer nötrinoları ve antinötrinoları aynı denklem içerisinde yazmak istersek, U matrisinin boyutunu arttırmamız gerekmektedir.

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_x\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_{\bar{1}}\rangle \\ |\nu_{\bar{2}}\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Yeni U matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

U dönüşüm matrisi nötrino enerjisine ve uzaklığına bağlı değildir. Yani statik bir dönme matrisidir. U matrisi dönme matrisleri, \mathcal{R}_θ , kullanmadan da tanımlanabilir ancak literatürde karışım açısı tanımlamak en yaygın yaklaşımıdır [7]. Dönüşüm matrisleri üniter olmak zorundadır, $UU^\dagger = U^\dagger U = 1$. U matrisini gerçel (reel) almak CP simetri kırılım fazını sıfır almak ile eşdeğerdir. CP kırılım fazı tezin bu anından itibaren sıfır alınacaktır. Sıfır δ_{CP} fazı almak, üniterlik koşulunu ortogonalilik koşuluna indirger. $UU^T = 1$. U matrisinin α, i bileşeni braket notasyonu ile de tanımlanabilir, $U_{\alpha i} = \langle \nu_\alpha | \nu_i \rangle$. Bu dönüşüm daha kapalı yani kompakt bir şekilde yazmak mümkündür [7].

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1,2,3,4} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad |\nu_i\rangle = \sum_{i=e,x,\bar{e},\bar{x}} U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle. \quad (2.17)$$

U matrisinde satırlar çeşniler üzerinden sıralanır, sütunlar ise kütle üzerinden sıralanır. Aksi belirtilmemişçe çeşitli bazı ile alakalı ifadelere α, β etiketleri verilecektir.

(2.11) numaralı Hamiltonyen operatörü kütle bazında yazılmıştır. Aynı Hamiltonyen (2.17) numaralı denklem kullanılarak çeşitli bazında da yazılabilir.

$$\begin{aligned} \hat{H}_\nu &= \sum_{i=1,2,3,4} \frac{m_i^2}{2E} |\nu_i\rangle\langle\nu_j| \\ &= \sum_{\alpha,\beta=e,x,\bar{e},\bar{x}} \left(\sum_{i=1,2,3,4} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* \right) |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta|. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Hamiltonyen'den her zaman birim matris ile orantılı terim çıkarılabilir. Birim matris ile orantılı terim çıkarmak sadece özdeğerlerin yerini kaydıracaktır. Biz bu

çalışmada Hamiltonyen'i izsiz (traceless) bırakacak olan birim matris ile orantılı terimi çıkaracağız. (2.18) numaralı denklem izsiz yapıldığında

$$\begin{aligned}\hat{H}_\nu = & \Delta c_{2\theta} (-|\nu_e\rangle\langle\nu_e| + |\nu_x\rangle\langle\nu_x| - |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}|) \\ & + \Delta s_{2\theta} (|\nu_e\rangle\langle\nu_x| + |\nu_x\rangle\langle\nu_e| + |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}|),\end{aligned}\quad (2.19)$$

denklemi elde edilir. Burada $s_{2\theta}$ sırasıyla sinüs 2θ ve kosinüs 2θ 'dır. Aynı zamanda, $\Delta = (m_j^2 - m_i^2)/4E$ değeri, boşluk salınım Hamiltonyen'in özdeğeridir. (2.11) numaralı denklemde verilen kütle tabanındaki Hamiltonyen'in izsiz hali aşağıdaki gibi yazılır.

$$\hat{H}_\nu = \Delta (-|\nu_1\rangle\langle\nu_1| + |\nu_2\rangle\langle\nu_2| - |\nu_3\rangle\langle\nu_3| + |\nu_4\rangle\langle\nu_4|). \quad (2.20)$$

Boşlukta ilerleyen nötrinoların geçiş olasılıkları, ($\beta \neq \alpha$) için aşağıdaki gibi yazılır [13]:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(r, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta j}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} \exp(-i2\Delta r). \quad (2.21)$$

Yaşama olasılıkları ise

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(r, E) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \sin^2(\Delta r) \quad (2.22)$$

şeklinde verilir. Burada çeşni salınım dalga boyu $L_{kj}^{osc} = \frac{4\pi}{\Delta}$ şeklindedir.

Nötrino yaşama olasılığuna bakıldığından, çeşni salınım frekansının nötrino kütle kare farkları ile orantılı olarak değiştiği görülür. Nötrino kütelerinin nasıl sıralanacağı hala çözülememiştir (standart modeldeki hiyerarşi problemi ile karıştırma-yınız.) Nötrino kütle hiyerarşisi iki ve üç çeşni varlığında iki türlü olabilir. Birincisi normal hiyerarşidir. Normal hiyerarşide nötrino küteleri $m_3 > m_2 > m_1$ şeklinde sıralanır. Ters hiyerarşide ise üçüncü kütle en sondadır ve $m_2 > m_1 > m_3$ şeklinde sıralanır. Bizim yaptığımız gibi 1 – 3 karışma parametreleri ile iki çeşni kullanıldığında ise normal hiyerarşi için $\Delta > 0$ ve ters hiyerarşi için $\Delta < 0$ olmalıdır. Bu tezde aksi belirtildikçe ters hiyerarşi kullanılacaktır.

Hamiltonyen operatörünü kütle ve çeşni bazında yazıldıktan sonra birbirine dönüşüm bağıntıları da yazılabılır. Bunun için Hamiltonyen operatörünün seçilen

bazdaki matris karşılığını yazmak gerekmektedir:

$$\hat{H}_\nu = \sum_{\alpha, \beta} (H_\nu^f)_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| \quad (2.23)$$

$$= \sum_{i,j} (H_\nu^k)_{ij} |\nu_i\rangle\langle\nu_j| . \quad (2.24)$$

Burada, kütle bazında yazılmış Hamiltoenyen'e H_ν^k , çeşni bazında yazılmış Hamiltoenyen'e H_ν^f adlandırılması yapılmıştır.

$$H_\nu^f = U H_\nu^k U^\dagger . \quad (2.25)$$

Çeşni tabanını veren $|\nu_\alpha\rangle$ ketlerinin matris temsili seçildikten sonra Hamiltoenyen matrisi çeşni tabanında yazılır. Çeşni tabanının en doğal seçimi aşağıdaki gibidir:

$$|\nu_e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\nu_x\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\nu_{\bar{e}}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\nu_{\bar{x}}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} . \quad (2.26)$$

Bu temsil kullanıldığında boşluk salınım Hamiltoenyen'i

$$(H_\nu^f)_{\alpha\beta} = \Delta \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

şeklinde olacaktır.

Boşluk salınım Hamiltoenyen'in özdeğerlerini, özvektörlerini, tabanlar arası geçiş açısını ve geometrik gösterimini elde etmek için Bloch vektöründen yararlanılır. Bloch vektörünü, (2.19), (2.20) ve (A.9) numaralı denklemleri kullanarak kütle bazında yazalım. Bloch vektörünü yazılabilmesi için sistemin SU(2) cebrine uyması gereklidir. (2.20) numaralı Hamiltoenyen operatörü ise iki ayrı SU(2) cebrinin çarpımına eşittir. Bu nedenle hem nötrinolar için \vec{B} hem de antinötrinolar için iki farklı Bloch vektörü tanımlanması gerekmektedir. Ancak sadece boşluk salınımı göz önüne alındığında, antinötrinoların Bloch vektörü, nötrinoların Bloch vektörüne eşittir. Bundan dolayı tek bir Bloch vektörü yeterli olacaktır:

$$\vec{B}_\nu = (0, 0, -\Delta)_k = (\Delta \sin 2\theta, 0, -\Delta \cos 2\theta)_f . \quad (2.28)$$

Hamiltoenyen'in özdeğerleri ise (A.3) bağıntısı kullanılarak yazılabilir.

$$\lambda_1^\nu = -\Delta , \quad \lambda_2^\nu = \Delta \quad (2.29)$$

Antinötrinoların Bloch vektörü nötrinolar ile aynı olduğu için Hamiltonyen'in özdeğerleri dejeneredir.

Bir sonraki bölümde nötrinoların ortamdan geçerken çesni evrimindeki değişimlere ışık tutulacaktır. Bu ortam özel olarak 3 farklı tipte etkileşime neden olacaktır. Birincisi nötrino - madde etkileşimleri, ikincisi nötrino - elektromanyetik etkileşimler üçüncü ve son olarak nötrino - nötrino etkileşimleri olacaktır. Tüm bu etkileşimler efektif potansiyel elde edildikten sonra hareket denklemine dahil edilecektir. Bunun anlamı, seçilen nötrino yoğunluğunu ortam ile teker teker etkileştirmek yerine ortamın oluşturduğu ortalama alanın nötrino yoğunluğununa olan etkisine bakılacaktır. Bunun için ortamda bulunan parçacıkların oluşturduğu çok parçacık alanı (field) hesapladıkta sonra *ortalama alan yaklaşımı* ile ortalaması alınacaktır. Çok parçacık etkiler [58, 59] kaynaklarında ayrıntılı olarak incelenmiştir. Tezde ortalama alan yaklaşımının nasıl yapıldığı ve standart model etkileşimleri ayrıntılı olarak incelenmeyecektir. Bunun yerine ortamın oluşturduğu efektif potansiyeller ve Hamiltonyenler inceleneciktir. Ortalama alan yaklaşımına ek olarak etkileşimi taşıyan parçacıkların (off shell veya mass shell) etkisi ihmali edilecektir. Bunun başlıca sebebi, zayıf etkileşimin aracı parçacıkları olan W ve Z bozonlarının çiplak kütlesi GeV mertebesinde iken bizim ele alacağımız nötrinoların enerjisinin birkaç on MeV mertebesinde olmasıdır. Bu aracı parçacıkların etkileşim potansiyellerine olan katkısı kütlelerinin karesinin tersi ile orantılı, $1/m_{W,Z}^2$, olarak gelmektedir [36].

2.2 MADDE İLE ETKİLESİM

Bu bölümde nötrino ile maddenin ileri saçılması (forward scattering) ve bunun sonucunda ortaya çıkan fenomenler incelenecaktır.

Standart model dikkate alındığında nötrinolar ve anti nötrinolar yüksüz parçacıklardır ve leptonlar ile W^\pm ve Z bozonları yardımı ile saçılırlar. Yani ağaç seviyesinde (tree level) nötrinolar sadece elektro-zayıf kuvvet yardımıyla etkileşirler. Elektron nötrinosu ve elektron leptonunun Z bozunu alışveriş yaparak elastik saçılması aşağıdaki gibi olur.

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- . \quad (2.30)$$

Burada reaksiyona giren elektron, elektron nötrinosu ile Z bozonu alışverişi yaparak yoluna devam etmektedir. Z bozonu alışverişi yaparak girilen reaksiyonlara *yüksüz akım etkileşimi* (neutral current interaction) adı verilir. Yüksüz akım etkileşimlerinde reaksiyona giren ve çıkan parçacıkların sadece enerji-momentum değerleri değişmektektir. (2.30) numaralı reaksiyonda yüksüz Z bozonu aracı parçacık olabileceği gibi W bozonu gibi yüklü bir aracı parçacık alışverişinde de bulunabilir. Buna örnek olarak reaksiyona girecek olan elektron nötrinosu W^+ ve elektrona bozunur. Benzer şekilde reaksiyona girecek olan elektron ise elektron nötrinosundan gelen W^+ bozonu ile etkileşerek elektron nötrinosuna dönüşür. Bunun gibi yüklü bozon alışverişi yapılan elektro-zayıf etkileşimlere *yüklü akım etkileşimleri* (charge current interaction) adı verilir.

Yukarıda verilen etkileşim örnekleri tüm çeşniler için geçerlidir. Örneğin, müon nötrinosu ile müon arasında da yüklü ve yüksüz akım etkileşimleri meydana gelir.

Bu çalışmada bazı çeşniler için yüklü akım etkileşimleri dikkate alınmayacağındır. ÇCSN'da aşağı çıkan ortalama enerji birkaç MeV iken müonun kütlesi 100 MeV civarındadır [7, 1]. Bu nedenle nötrinolar ile madde arasında yüklü etkileşim elektron nötrinosu ve elektronlar arasında sınırlı kalacaktır (Müonun ÇCSN üzerindeki etkileri için [60] numaralı referansa bakabilirsiniz.). Bir diğer taraftan yüksüz akım etkileşimleri nötrinolar ile elektronlar arasında olabildiği gibi nötronlar ve protonlar arasında da meydana gelebilir. ÇCSN gibi ortamlar toplam elektrik yükü sıfır olduğu düşünülmektedir [1]. Yük oluşturan başlıca parçacıklar elektron ve proton olduğu düşünüldüğünde ortamın yüksüz olması demek elekt-

ron ve proton sayısının eşit olması anlamına gelir. Nötrinoların elektron ve proton ile yaptıkları yüksüz akım etkileşim potansiyelinin büyüklüğü aynıdır ancak ters işaretlidir. Bunun sonucu olarak elektronun ve protonun oluşturduğu yüksüz akım etkileşimleri birbirlerini yok eder [13]. Geriye sadece nötrino - nötron yüksüz akım etkileşimleri kalır.

Tüm yüklü ve yüksüz akım etkileşimleri antinötrinolar için de geçerlidir. Nötrinolar ile antinötrinolar arasındaki niceliksel fark, antinötrino için yazılan efektif etkileşim potansiyelleri ters işaretli olmalıdır.

Nötrino - madde etkileşimleri incelerken efektif potansiyel yazılması gerekmektedir. İlerleyen test nötrinosunu teker teker madde ile etkileştirmektense madde ortamının efektif bir ortalaması alımlı ve nötrinolar bu ortalama ile etkileştilir. Bu yönteme *ortalama alan yaklaşımı* adı verilir. Ortalama alan yaklaşımını kullanarak yüklü ve yüksüz akım etkileşimlerinin efektif potansiyeli yazılır [13, 61]. Nötrino - nötron arasındaki yüksüz akım potansiyeli aşağıdaki gibidir.

$$V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2} G_F N_n(r) . \quad (2.31)$$

Elektron nötrinosu ve elektronlar arasındaki yüklü akım potansiyeli de aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2} G_F N_e(r) . \quad (2.32)$$

Burada G_F Fermi çiftlenim sabiti (Fermi Coupling Constant), N_e ve N_n elektron ve nötron sayı yoğunluklarıdır. Bu çalışmada elektron ve nötron sayı yoğunlukları sadece uzaklığa bağlıdır. Bunun anlamı ortamdaki madde izotropiktir veya her yönde özdeş dağılmıştır. Bir diğer varsayımda ise ortamdaki pozitron yoğunluğunun önemsenmemesidir. Yani "ortamdaki elektron yoğunluğu" sözünden "ortamdaki elektron yoğunluğundan pozitron yoğunluğu çıkardığımızda kalan elektron yoğunluğu" veya "net elektron yoğunluğu" anlamı çıkarılmalıdır.

Efektif madde etkileşim potansiyelleri çıkarılırken ortamın polarize olmadığını, yani spinlerin rastgele olduğunu varsayıyoruz. Bu çalışmanın ilerleyen kısımlarında nötrino elektromanyetik alan etkileşimlerini dahil edeceğiz ve manyetik alan ortamı bir miktar polarize edecktir. Bu tezde, manyetik alanın ortamı polarize etme etkisi ihmal edilecektir.

Matematiksel kolaylık olması açısından elektron kesri Y_e tanımlanacaktır. Elektron kesri ortamdaki elektron yoğunluğunun baryon yoğunluğununa oranı olarak ve-

rilmektedir.

$$Y_e = \frac{N_e}{N_b} . \quad (2.33)$$

Burada N_b baryon yoğunluğudur. Ortamda bulunan ve ortamin kütlesine başlıca katkıda bulunan baryonlar, nötronlar ve protonlardır. Bundan dolayı baryon yoğunluğu $N_b = N_n + N_p$ şeklinde olacaktır. Buna ilaveten ortamin yüksüz olmasından dolayı proton sayı yoğunluğunun elektron sayı yoğunluğununa eşit olması gerekmektedir.

Benzer şekilde nötron kesri Y_n , nötronun yoğunluğunun ortamda baryon yoğunluğununa oranı olarak verilmektedir. Eğer ortam yüksüz ise elektron kesri ile nötron kesri arasında aşağıdaki gibi bir ilişki kurulur.

$$Y_e = 1 - Y_n . \quad (2.34)$$

Buradaki ilişkiyi kullanarak V_{CC} ve V_{NC} potansiyellerini sadece elektron kesri ve baryon yoğunluğu cinsinden yazabiliriz.

$$V_{NC}(r) = \frac{\sqrt{2}}{2} G_F N_b(r) (Y_e - 1) , \quad (2.35)$$

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2} G_F N_b(r) Y_e . \quad (2.36)$$

(2.35) ve (2.36) numaralı denklemlerdeki potansiyeller kullanılarak madde ile etkileşim Hamiltonyen operatörü yazılır.

$$\begin{aligned} \hat{H}_M &= \sum_{\alpha, \beta} (H_M^f)_{\alpha \beta} |\nu_\alpha\rangle \langle \nu_\beta| \\ &= V_{CC}(|\nu_e\rangle \langle \nu_e| - |\nu_{\bar{e}}\rangle \langle \nu_{\bar{e}}|) + V_{NC}(|\nu_e\rangle \langle \nu_e| + |\nu_x\rangle \langle \nu_x| - |\nu_{\bar{e}}\rangle \langle \nu_{\bar{e}}| - |\nu_{\bar{x}}\rangle \langle \nu_{\bar{x}}|) . \end{aligned} \quad (2.37)$$

Yukarıdaki denklemde ortamda müon, tau (x çeşnili) leptonun olmadığı, ortamın yüksüz ve izotropik olduğu varsayılmıştır. Anizotropik ortamın varlığında nötrino - antinötrino geçişleri mümkündür [41, 62]. Bu tezde anizotropik madde dağılımı alınmamıştır. Nötrino ketlerinin (2.26) numaralı bağıntıda verilen matris temsilleri kullanıldığında madde etkileşim Hamiltonyen'i aşağıdaki gibi yazılır.

$$(H_M^f)_{\alpha \beta} = \begin{pmatrix} V_{CC} + V_{NC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_{CC} - V_{NC} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -V_{NC} \end{pmatrix} . \quad (2.38)$$

Eğer nötrinolar ile antinötrinolar arasında bir geçiş yoksa nötrinoların ve antinötrinoların hareket denklemleri ayrılacaktır (decouple.) Bu durumda yüksüz

akım etkileşimleri, yani V_{NC} , nötrinolar ve antinötrinoların hareket dinamiklerine etki etmeyecektir, çünkü bu terim birim matrisle orantılı olacaktır. İlerleyen bölgümlerde nötrino - antinötrino geçişleri mümkün olacağı için bu terimi tutacağımız.

2.2.1 MADDE ORTAMINDA NÖTRİNO ÇEŞNİ EVRİMİ

Bu bölümde, nötrino - madde etkileşiminin varlığında nötrino çeşni evrimini inceleyeceğiz.

Toplam Hamiltonyen operatörü boşluk salınımı ve madde etkileşim Hamiltonyen'i dikkate alınarak yazılıacaktır. Bu da çeşni tabanında aşağıdaki gibi verilir.

$$\hat{H}_{\nu,M} = \sum_{\alpha,\beta} (H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| . \quad (2.39)$$

Burada $(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = (H_\nu^f)_{\alpha\beta} + (H_M^f)_{\alpha\beta}$ şeklinde iki Hamiltonyen'in toplamıdır. Hamiltonyen'in çeşni tabanındaki matris temsili de aşağıdaki gibidir.

$$(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Bu denklemi analitik olarak çözmek için baryon yoğunluğu $N_b(r)$ ve elektron kesri $Y_e(r)$ terimlerinin analitik ifadeleri bilinmelidir. Ardından (2.5) numaralı diferansiyel denklemde yerine koyup uygun başlangıç koşulları yardımıyla çözüm elde edilir. Problemi fonksiyon uzayına taşımaktansa (2.40) numaralı denklemi köşegenleştirip, özdurumlarını Bloch vektörü tanımdan faydalananarak elde edebiliriz.

Boşluk salınımlarında olduğu gibi bu kısımda da Bloch vektörünü nötrinolar için ve antinötrinolar için ayrı ayrı yazmamız gereklidir. Bu sefer madde ile etkileşim Hamiltonyen'i nötrinolar ve antinötrinolar için farklı olduğundan dolayı iki farklı Bloch vektörü tanımlanması gerekmektedir. Üstü çizgili olan tüm terimler antinötrinolara ait terimlerdir.

$$\vec{B}_{\nu,M} = (\Delta s_{2\theta} \quad 0 \quad -\Delta c_{2\theta} \mp V_{CC}/2)_{\text{çeşni}} . \quad (2.41)$$

Bloch vektörünü kullanarak $\theta_M(r)$ ve $\bar{\theta}_M(r)$ efektif karışım açılarını belirlenebilir. Karışım açıları (A.10) numaralı denklemde tanımlanmıştır. Aşağıda efektif

karışım açısının tanjantı verilmiştir.

$$\tan 2\overset{(-)}{\theta}_M(r) = \frac{\tan 2\theta}{1 \pm \frac{V_{CC}(r)}{2\Delta c_{2\theta}}} . \quad (2.42)$$

Efektif karışım açıları kullanılarak madde bazına geçilebilir. Madde bazına yani öztabana geçerken üniter dönüşüm matrisi $U_M(r)$ kullanılır. Bu dönüşüm matrisi, 4×4 boyutlu olup efektif madde karışım açısına sahip 2×2 boyutlu dönme matrisleri cinsinden yazılır.

$$U_M(r) = \begin{pmatrix} \mathcal{R}_{\theta_M}(r) & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_{\bar{\theta}_M}(r) \end{pmatrix} . \quad (2.43)$$

Burada $\mathcal{R}_{\overset{(-)}{\theta}_M}$, $\overset{(-)}{\theta}_M$ açısına sahip $SO(2)$ dönme matrisleridir.

Bloch vektörü elde edildikten sonra özdeğerler de yazılır.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -M + V_{NC} + V_{CC}/2 , \\ \omega_2 &= +M + V_{NC} + V_{CC}/2 , \\ \omega_3 &= -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2 , \\ \omega_4 &= -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2 . \end{aligned} \quad (2.44)$$

Burada M ve \overline{M} terimleri

$$\overset{(-)}{M} = \sqrt{(\Delta s_{2\theta})^2 + (\Delta c_{2\theta} \pm V_{CC}/2)} , \quad (2.45)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Yukarıdaki hesaplar (2.40) numaralı denklemde verilen Hamiltonyen'in 2×2 blok köşegen elemanları gözeterek alınmıştır. Bundan dolayı (2.44) numaralı denklemde verilen özdeğerlerde V_{NC} potansiyeli gözükmemektedir. Literatürde madde etkileşim Hamiltonyen'inin özdeğerlerinde yüksüz akım potansiyeli, V_{NC} 'nin katkısı yoktur [13].

Madde içerisinde ilerleyen nötrinoların yaşama olasılıkları (2.22) numaralı denklemdekine benzer şekilde aşağıdaki gibi yazılır [13].

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{\text{ady,M}}(r) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} c_{2\theta_M(R)} c_{2\theta_M(r)} + \frac{1}{2} s_{2\theta_M(R)} s_{2\theta_M(r)} \cos \left(\int_R^r |\omega_1(r') - \omega_2(r')| dr' \right) . \quad (2.46)$$

Burada efektif karışım açısı $\theta_M(r)$, yüklü akım potansiyeline bağlı olduğu için konumla değişecektir. $c_{2\theta_M(R)}$ ve $s_{2\theta_M(R)}$ evrimin başlangıcında hesaplanan efektif karışım açısının kosinüs ve sinüs değerleridir. (2.46) numaralı formülde nötrino

durumu başlangıçta saf durumda (pure state) ve sadece bir çesnide (elektron) olduğu varsayılmıştır. (2.46) numaralı formülde kosinüs integral ile gelen katkı, salnimların fazını gösterir. Yani çesni evrimi bir ortalama etrafında hareket eder ve integral ile gösterilen terimin büyüklüğü kadar bu ortalamanın etrafında salınır.

2.3 ELEKTROMANYETİK ALAN İLE ETKİLEŞİM

Standart Model etkileşim diyagramlarına göre saçılma tesir kesitine en büyük katkı ağaç seviyesinden gelmektedir. Birinci seviye (first order) katkılar, Lagranjiyen'e bundan ötürü tesir kesitine daha düşük katkıda bulunacaktır. Bir diğer deyişle Standart Model tedirgenmiş (perturbative) bir teoridir. Bunun sonucu olarak her bir sonraki seviye diyagramlar dikkate alındığında daha hassas tesir kesiti sonucu, bozunma oranı (decay rate) elde edilir. Bazı ekstrem durumlarda ise ağaç seviyesine gelen katkılar önemli hale gelir. Nötrinolar için bu ekstrem durum ÇÇSN ortamındaki yüksek manyetik alan olabilir. Bu bölümde çok büyük elektromanyetik alan içerisinde ilerleyen nötrinoların çesni yapısındaki değişimi inceleyeceğiz.

Nötrinolar yüksüz temel (elementary) parçacıklardır. Standart modelde, varlığı kanıtlanmış hem yüksüz olup hem de fermiyon olan tek parçacık cinsi nötrinolardır [7]. Elektromanyetik etkileşimin aracı parçacığı olan foton ile nötrinolar arasında ağaç seviyesinde (tree-level) herhangi bir etkileşim bulunmamaktadır, yani nötrinolar sadece zayıf etkileşim bozonları vasıtıyla etkileşir. Zayıf etkileşim bozonlarının küteleri GeV mertebesinde olduğu için nötrinolar, astrophysical ortamda neredeyse hiç etkileşmeden ilerleyebilir. Bu özelliğinden dolayı Güneş veya Pre-SN gibi gök cisimlerinin iç mekanizmaları hakkında bilgi taşıyabilirler.

Nötrino - foton etkileşimlerinin birinci seviyede katkısını belirlemek için, yazılabilen tüm diyagram katkılarını belirleyip toplamak gerekmektedir. Örneğin, gelen nötrino bir adet W bozonu ve bir adet leptona bozunsun. Bozulan lepton ise dışarıdan gelen foton ile etkileşsin. Bu etkileşim bir döngü yaratarak nötrino - foton etkileşim çiftlenimine (coupling) katkı sağlar. Bu ve bunun gibi kesişim nokta (vertex) katkıları teker teker yazılıp toplanarak elektrik ve manyetik dipol momenti elde edilir. Burada çok önemli bir sorun ortaya çıkar. Kütleli nötrino için bir model yaratıldığında Standart Modelin ötesine geçilmesi gerekmektedir.

Bunun sebebi, kütleli nötrino ve foton ile etkileşimleri sağ elli nötrinoları ortaya çıkarır [27]. Bir diğer taraftan Standart Model, parite/yük korunumundan dolayı sadece sol elli nötrinolara izin verir. Bunun sonucu olarak nötrino elektromanyetik etkileşimlerin varlığı, Standart Modelin basit bir genişlemesidir. Ayrıca elektromanyetik etkileşimler sayesinde nötrinoların Dirac doğasında mı yoksa Majorana doğasında mı olduğu belirlenebilir. Nötrino elektromanyetik etkileşimler hakkında derlemeler için [4, 27, 63, 64] numaralı kaynaklara bakabilirsiniz.

Majorana nötrinoları için efektif nötrino elektromanyetik etkileşim Hamiltonyen'i aşağıdaki gibi yazılır [27].

$$\begin{aligned}\hat{H}_{EM}(r) &= \sum_{\alpha,\beta} (H_{EM}(r))_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| \\ &= \mu B(r) [|\nu_e\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| - |\nu_x\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| - |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_x| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_e|] .\end{aligned}\quad (2.47)$$

Burada μ nötrino dipol momentinin köşegen olmayan elemanı ve $B(r)$ nötrino-nun ilerleyişine dik, arka plan veya dış manyetik alandır. Hamiltonyen'in çesni tabanındaki temsili,

$$(H_{EM})_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu B(r) \\ 0 & 0 & -\mu B(r) & 0 \\ 0 & -\mu B(r) & 0 & 0 \\ \mu B(r) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.48)$$

şeklinde yazılır. Dönen manyetik alan, Hamiltonyen'in köşegen elemanlarına da katkı getirecektir. Bu katkı nötrinolar için negatif, antinötrinolar için pozitif olacaktır [65]. Bu tezde dış manyetik alanın statik olduğu varsayılacaktır. (2.48) numaralı Hamiltonyen $e - \bar{x}$ çesnileri arasında ve $x - \bar{e}$ çesnileri arasında geçişe olanak sağlar. Nötrino elektromanyetik etkileşimlerin bu özelliğinden dolayı hareket denklemi nötrinolar ve anti nötrinolar için ayıSAMAZ (non-decoupled.)

Nötrino manyetik momenti sabit bir değerdir, uzaklığa değişmez. Uzaklığa değişen tek büyülüklük dış manyetik alandır. Dış manyetik alanın sabit olduğu durumda, pozitif helisiteli Majorana nötrinolar ile negatif helisiteli Majorana nötrinoları sabit genlik ve frekansla salınırlar. Bu durum boşluk salınımları ile eşdeğerdir. Manyetik alan uzaklığa bağlı ise salının frekansı ve genliği uzaklığa değişecektir.

2.3.1 MANYETİK ALAN İÇERİSİNDE ÇEŞNİ EVRİMİ

Hem boşluk salınımları dikkate alındığında hem de nötrino manyetik alan etkileşimleri dikkate alındığında, ilerleyen nötrinoların Hamiltonyen operatörü aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\nu,EM}(r) &= \sum_{\alpha,\beta} (H_{\nu,EM}(r))_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| \\ &= \mu B(r)[|\nu_e\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| - |\nu_x\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| - |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_x| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_e|] \\ &\quad + \Delta c_{2\theta}(-|\nu_e\rangle\langle\nu_e| + |\nu_x\rangle\langle\nu_x| - |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}|) \\ &\quad + \Delta s_{2\theta}(|\nu_e\rangle\langle\nu_x| + |\nu_x\rangle\langle\nu_e| + |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}|). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Hamiltonyen operatörünün çeşni tabanındaki temsili ise,

$$(H_{\nu,EM})_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B(r) \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} & -\mu B(r) & 0 \\ 0 & -\mu B(r) & -\Delta c_{2\theta} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B(r) & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} \end{pmatrix}, \quad (2.50)$$

şeklinde olacaktır. (2.50) numaralı Hamiltonyen'in özdeğerlerini ve özvektörlerini bulabiliriz. Bir önceki bölümde, (2.40), numaralı Hamiltonyen'in özdeğerlerini, özvektörlerini ve efektif madde karışım açısını bulmuştuk. Burada Bloch vektörü formalizmini kullanmadan özdeğerleri ve öz vektörleri bulacağız. Önce (2.50) numaralı Hamiltonyen'i U karışım açısını kullanarak kütle tabanına çevirelim.

$$\begin{aligned}(H_{\nu,EM}^k)_{ij}(r) &= (H_\nu^k)_{ij} + (H_{EM}^k)_{ij} \\ &= \begin{pmatrix} -\Delta & 0 & 0 & \mu B(r) \\ 0 & \Delta & -\mu B(r) & 0 \\ 0 & -\mu B(r) & -\Delta & 0 \\ \mu B(r) & 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Elektromanyetik etkileşim Hamiltonyen'in kütle tabanındaki temsili ile çeşni tabanındaki temsili aynıdır. Hamiltonyen'i kütle tabanında yazarak özdeğerleri ve özvektörleri daha kolay elde edebiliriz.

$$\lambda_{(1,2),(3,4)}^{\nu,EM}(r) = \pm \sqrt{\Delta^2 + \mu^2 B^2(r)}. \quad (2.52)$$

Özdeğerler yozdur (degenerate.) Aynı değere sahip olan özdeğerler (1, 2) ve (3, 4) şeklinde gruplanmıştır. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörleri dönüşüm matrisi

şeklinde yazalım.

$$U_\sigma(r) = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha^N} \begin{pmatrix} -\Delta - |\lambda^{\nu,EM}| & 0 & 0 & \mu B \\ 0 & -\Delta - |\lambda^{\nu,EM}| & \mu B & 0 \\ 0 & \mu B & \Delta + |\lambda^{\nu,EM}| & 0 \\ \mu B(r) & 0 & 0 & \Delta + |\lambda^{\nu,EM}| \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

Burada $\alpha^N(r) = \sqrt{|\lambda^{\nu,EM}|^2 + \Delta|\lambda^{\nu,EM}|}$ normalizasyon katsayısıdır.

Nötrino elektromanyetik etkileşimler boşluk salınım Hamiltonyen'inin simetrisini kırmamaktadır. Özdeğerlerin yoz olması sistemin hala $SU(2) \times SU(2)$ simetrisine sahip olduğu anlamına gelir. Bu nedenle, uygun dönüşümler altında Hamiltonyen'i iki ayrı blok köşegen matris haline getirebiliriz. Boşluk salınımından farklı olarak burada hareket denklemleri nötrinolar ve antinötrinolar olarak ayrılmayacak, tüm çesnilerin bir karışımı şeklinde ayrılacaktır. Hareket denklemlerinin nasıl ayrıstiği ve sadece elektromanyetik etkileşimler altında çesni evrimi bu tezin kapsamı dışındadır.

Nötrino madde etkilesimi, az önce bahsedilen simetriyi kıracaktır. Bir sonraki bölümde madde etkileşimleri de evrime dahil edilecektir.

2.3.2 MANYETİK ALAN VE MADDE İÇERİSİNDE ÇEŞNİ EVRİMİ

Nötrinolar hem madde içerisinde hem de manyetik alan içerisinde ilerlerken onlara etki eden toplam Hamiltonyen aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\nu,M,EM}(r) &= \sum_{\alpha,\beta} (H_T(r))_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| \\ &= \mu B(r) [|\nu_e\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| - |\nu_x\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| - |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_x| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_e|] \\ &\quad + \Delta s_{2\theta} (|\nu_e\rangle\langle\nu_x| + |\nu_x\rangle\langle\nu_e| + |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}|) \\ &\quad + [(-\Delta c_{2\theta} + V_{CC}(r) + V_{NC}(r)) |\nu_e\rangle\langle\nu_e| + (\Delta c_{2\theta} + V_{NC}(r)) |\nu_x\rangle\langle\nu_x| \\ &\quad \quad + (-\Delta c_{2\theta} - V_{CC}(r) - V_{NC}(r)) |\nu_{\bar{e}}\rangle\langle\nu_{\bar{e}}| + (\Delta c_{2\theta} - V_{NC}(r)) |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}|]. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Hamiltonyen matrisi,

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

şeklinde olur. İlgileneceğimiz ortam elektrik yükü bakımından nötr olacaktır. Madde potansiyellerini, (2.35) ve (2.36) numaralı bağıntıları kullanarak baryon yoğunluğu ve elektron kesri cinsinden yazabiliriz. Bu durumda toplam Hamilton-yen matrisi 4 değişkene bağlı olacaktır. Birincisi Δ değişkeninden dolayı enerjiye bağımlılık, ikincisi baryon yoğunluğuna, üçüncüüsü elektron kesrine ve son olarak dış manyetik alana. Bunlardan Δ dışında hepsi uzaklığın bir fonksiyonu olabilir veya sabit olabilir.

Yukarıdaki gibi verilen toplam Hamiltonyen'in en genel analitik çözümünü bulmak imkansızdır. Bu çalışmada toplam Hamiltonyen'i çözmek için aşağıdaki yöntemleri kullanacağımız.

1. Tedirgenmiş (perturbative) çözümler,
2. 2×2 matrise indirgerek elde edilen Hamiltonyen'in bazı madde ve manyetik alan profillerindeki analitik çözümleri,
3. 2×2 matrise indirgerek elde edilen Hamiltonyen'in adyabatik evrim çözümleri.

TEDİRGENMİŞ ÇÖZÜMLER

Tedirgenmiş çözümlere geçmeden toplam Hamiltonyen matrisini $U_M(r)$ matrisini kullanarak madde tabanına döndürmemiz gerekmektedir. Toplam Hamiltonyen matrisi, çeşni tabanında $H_T^f = H_\nu^f + H_M^f + H_{EM}^f$ şekilde yazılmaktadır. $H_\nu^f + H_M^f$ matris toplamını madde tabanında yazdığımızda, madde tabanın özdeğerleri, ω_i , elde ederiz. O halde sadece H_{EM}^f matrisini madde tabanına çevirmek yeterli olacaktır [66]. Bu noktadan itibaren şapka konmamış değişkenler, o değişkenin matris temsilini ifade edecktir.

$$H_T^M(r) = H_{\nu,M}^M + U_M^\dagger H_{EM}^f U_M \\ = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_\gamma & -s_\gamma & 0 & 0 \\ s_\gamma & c_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\gamma & s_\gamma \\ 0 & 0 & s_\gamma & c_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu B \\ 0 & 0 & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & 0 & 0 \\ \mu B & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.56)$$

Burada $\gamma = \theta_M - \bar{\theta}_M$ şeklindedir. Nötrino elektromanyetik etkileşimleri [66] numaralı referansta da madde tabanında incelenmiş ve bu Hamiltonyen yazılmıştır.

γ 'nın açıkça ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\tan 2\gamma = \frac{\Delta s_{2\theta} V_{CC}}{\Delta^2 - V_{CC}^2}. \quad (2.57)$$

γ açısının sıfır limiti ancak ve ancak yüklü akım etkileşimlerinin olmadığı yani $V_{CC} = 0$ olduğu durumlarda ortaya çıkar. Bu limit, baryon yoğunluğunun veya elektron kesrinin sıfır olması anlamına gelecektir. Baryon yoğunluğunun sıfır olması efektif olarak madde etkileşiminin olmadığı limit anlamına gelir. Elektron kesrinin sıfır olması ise ortamda hiç elektron olmaması demektir ki bu da herhangi bir astrofiziksel ortam için mümkün değildir. Sonuç olarak $\gamma \rightarrow 0$ demek madde etkileşimi göz ardı etmek demektir.

Tedirgeme teorisini uygularken Hamiltonyen'i bir adet büyük terim ve ona gelen küçük katkılar şeklinde yazmamız gerekmektedir. Burada tedirgenmiş katkı veren terim $|c_\gamma \mu B|$ ve $|s_\gamma \mu B|$ terimleridir. Tedirgemenin geçerli olması için aşağıdaki şartın sağlanması gerekmektedir.

$$|c_\gamma \mu B|, |s_\gamma \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|. \quad (2.58)$$

Kosinüs ve sinüs terimleri en büyük 1 olabileceği için, asıl kısıtlamayı dış manyetik alan ile ω arasındaki büyüklük farkı yaratacaktır.

Madde Hamiltonyen'in özdeğerlerine gelen tedirgenmiş katkılar

$$W_1 = \mu B \left(\frac{s_\gamma^2}{\delta\omega_{13}} + \frac{c_\gamma^2}{\delta\omega_{14}} \right), \quad (2.59)$$

$$W_2 = \mu B \left(\frac{s_\gamma^2}{\delta\omega_{24}} + \frac{c_\gamma^2}{\delta\omega_{23}} \right), \quad (2.60)$$

$$W_3 = \mu B \left(\frac{s_\gamma^2}{\delta\omega_{31}} + \frac{c_\gamma^2}{\delta\omega_{32}} \right), \quad (2.61)$$

$$W_4 = \mu B \left(\frac{s_\gamma^2}{\delta\omega_{42}} + \frac{c_\gamma^2}{\delta\omega_{41}} \right), \quad (2.62)$$

şeklinde yazılır. Burada, $\delta\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$, madde tabanı özdeğerlerinin farkıdır. Tedirgenmiş Hamiltonyen, $R_\gamma H_{EM}^f$, izsiz (traceless) matris olduğu için özdeğerlere gelen katkı ikinci mertebeden olacaktır. Madde özdurumlarına, $|\nu_i^M\rangle$, gelen ikinci

mertebeden katkılar topluca aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1} & \left| \nu_1^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_2} & \left| \nu_2^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_3} & \left| \nu_3^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_4} & \left| \nu_4^{EM} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \left| \nu_3^M \right\rangle \\ \left| \nu_4^M \right\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta\omega_{13} \\ \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta\omega_{24} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta\omega_{31} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta\omega_{42} \end{pmatrix} + \mu B c_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta\omega_{14} \\ \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta\omega_{23} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta\omega_{32} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta\omega_{41} \end{pmatrix} + (\mu B)^2 \frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta\omega_{13}-\delta\omega_{14}}{\delta\omega_{12}\delta\omega_{13}\delta\omega_{14}} & \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{23}-\delta\omega_{24}}{\delta\omega_{21}\delta\omega_{23}\delta\omega_{24}} & \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{32}-\delta\omega_{31}}{\delta\omega_{34}\delta\omega_{31}\delta\omega_{32}} & \left| \nu_4^M \right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{42}-\delta\omega_{41}}{\delta\omega_{43}\delta\omega_{41}\delta\omega_{42}} & \left| \nu_3^M \right\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.63)$$

Burada N_i normalizasyon katsayısıdır.

$$N_1 = \frac{\delta\omega_{13}\delta\omega_{14}}{\sqrt{(\delta\omega_{13})^2(\delta\omega_{14})^2 + \mu B(s_\gamma^2(\omega_{14})^2 + c_\gamma^2(\delta\omega_{13})^2)}} \quad (2.64)$$

$$N_2 = \frac{\delta\omega_{23}\delta\omega_{24}}{\sqrt{(\delta\omega_{23})^2(\delta\omega_{24})^2 + \mu B(s_\gamma^2(\omega_{23})^2 + c_\gamma^2(\delta\omega_{24})^2)}} \quad (2.65)$$

$$N_3 = \frac{\delta\omega_{31}\delta\omega_{32}}{\sqrt{(\delta\omega_{31})^2(\delta\omega_{32})^2 + \mu B(s_\gamma^2(\omega_{32})^2 + c_\gamma^2(\delta\omega_{31})^2)}} \quad (2.66)$$

$$N_4 = \frac{\delta\omega_{41}\delta\omega_{42}}{\sqrt{(\delta\omega_{41})^2(\delta\omega_{42})^2 + \mu B(s_\gamma^2(\omega_{41})^2 + c_\gamma^2(\delta\omega_{42})^2)}} \quad (2.67)$$

Tedirgeme teorisi kullanarak sistemin özbazı $\left| \nu_i^{EM} \right\rangle$ elde edilmiştir. Özvektörler kullanılarak madde bazından özbaza geçilebilir.

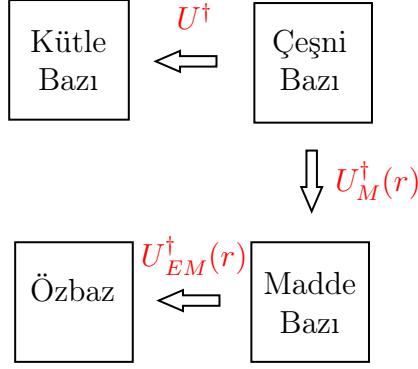
$$U_{EM}(r) = \left(\left| \nu_1^{EM} \right\rangle \quad \left| \nu_2^{EM} \right\rangle \quad \left| \nu_3^{EM} \right\rangle \quad \left| \nu_4^{EM} \right\rangle \right)_{4 \times 4} \quad (2.68)$$

Açıkça görülebilir ki $B \rightarrow 0$ limitinde sistemin özdürumu madde özdürumuna çökecektir. $\gamma \rightarrow 0$ limitinde ise sistemin $H_{\nu,EM}$ özdürumuna çökmesi beklenir. Bu limit (2.63) denkleminden açıkça gözükmemektedir.

Tüm baz dönüşümleri 2.1 numaralı diyagramda gösterilmiştir.

ANALİTİK ÇÖZÜLEBİLEN ÖZEL DURUMLAR

İkinci ve üçüncü çözüm yöntemlerine geçmeden önce (2.55) numaralı bağıntıda verilen toplam Hamiltonyen'i 2×2 matrise indirmemiz gerekmektedir. Bu indirgeme işlemi ile $\Delta s_{2\theta}$ terimini ihmal ediyoruz. Bu yaklaşıklik, boşluk karışım açısı θ 'nın, küçük değerleri için uygun bir yaklaşımındır. Hamiltonyen'in elektromanyetik etkileşimler dikkate alınarak indirgenmesi iki farklı şekilde olabilir. Birincisi $e - \bar{x}$ terimlerini alarak, buna $H_{T,e\bar{x}}$ adı verilecektir, veya $x - \bar{e}$ terimleri alarak,



Şekil 2.1: Bazlar arası dönüşüm diyagramı.

buna da $H_{T,x\bar{e}}$ adı verilecektir, indirgeyebiliriz.

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

Hamiltonyen'i $e - \bar{x}$ ve $x - \bar{e}$ olarak ayırmamızın sebebi nötrino antinötrino geçişlerinin ancak ve ancak $e - \bar{x}$ ve $x - \bar{e}$ arasında olmasıdır. Hamiltonyen'in $|\nu_e\rangle\langle\nu_{\bar{e}}|$ ve $|\nu_x\rangle\langle\nu_{\bar{x}}|$ bileşenleri sıfırdır. Hangi matrisin ne zaman kullanılması gerektiği ise 3.2 numaralı kısımda açıklanacaktır.

Hamiltonyen'i (2.2) numaralı denklemde yerine koyacağımız. (2.2) numaralı denklemdeki çesniler düzeltildikten sonra Hamiltonyenler'in ee elemanları sıfır olacak şekilde birim matrisle orantılı terimler çıkaracağız.

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_x\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\mu B \\ -\mu B & -2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_x\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Nötrino hareket denklemleri birinci dereceden çiftlenmiş (coupled) diferansiyel denklemlerdir. İki adet birinci dereceden hareket denklemleri, bir adet ikinci dereceden hareket denklemi haline getirilebilir. Basitlik olması açısından $\nu_1 \equiv |\nu_e\rangle$ ve $\nu_2 \equiv |\nu_x\rangle$ olarak değiştirilecektir (bu isimlendirme ile kütle tabanını karşıtmayınız.) Bu değişikliklerden sonra ν_1 , (2.71) numaralı denklemin çözümü ve ν_2 ise (2.72) numaralı denklemin çözümü olacaktır.

$$\frac{d^2\nu_i}{dr^2} + \left(i\kappa_i + iP(r) + \frac{\frac{dB}{dr}}{B(r)} \right) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B(r))^2 \nu_i = 0. \quad (2.73)$$

Burada $P(r) \equiv -\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e)N_b(r)$ ve $\kappa_{1,2} \equiv \mp 2\Delta c_{2\theta}$ şeklinde tanımlanmıştır (bu isimlendirme ile olasılık hesabındaki ifadeyi karıştırmayınız.) Bu denklemler

çok kullanılan baryon ve manyetik alan profilleri için çözülememektedir. Örneğin, manyetik alanın polinom tipi bir profile, baryon yoğunluğunun eksponansiyel profile sahip olduğu durumda bir çözüm yoktur. En genel çözümü bulmaktansa bu bölümde *sabit manyetik alan* ve *eksponansiyel olarak aynı şekilde azalan baryon ve manyetik alan* profillerini kullanacağız. Hareket denkleminin genel hali aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d^2\nu_i}{dr^2} + i(\kappa_i + P(r)) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B(r))^2 \nu_i = 0 . \quad (2.74)$$

Bu tip denklemlere *konfluent hipergeometrik* denklemler adı verilir. Denklemlerin bu formu, sadece madde etkileşimi dikkate alındığında da karşımıza çıkar. Sadece madde etkileşimi aldığımız durumda, köşegen olmayan terim μB yerine $\Delta s_{2\theta}$ ve köşegen terim ise $\kappa_i + P(r) \equiv 2\Delta c_{2\theta} - V_{CC}$ şeklinde gelecektir. Sadece madde etkileşiminde çeşitli baryon (veya elektron) profillerine göre elde edilen çözümler [67, 68, 69, 70, 61, 71] numaralı referanslarda verilmiştir. Bu eşdeğerlilik, B 'nin uzaklığa bağlı olduğu durumlarda kırılır.

Sabit dış manyetik alan profili için çözümler *Kummer Fonksiyonları* cinsinden yazılır. Burada, baryon profili $N_b(r) = N_i \exp(-\alpha r)$ ve elektron kesri Y_e sabit olacak şekilde madde potansiyeli seçilmiştir. Dikkate alınan bu profillerin ışığında (2.74) numaralı denklemlerin çözümleri aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \nu_i(r) &= N_1^{\xi_i^+} {}_1F_1\left(\xi_i^+; 1 + 2\xi_i^+ - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha}\right) \\ &\quad + N_2^{\xi_i^-} {}_1F_1\left(\xi_i^-; 1 + 2\xi_i^- - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha}\right) , \end{aligned} \quad (2.75)$$

Burada $N_{1,2} \equiv C_{1,2} \frac{i}{\alpha} (\pm \sqrt{2} G_F (2Y_e - 1) n_i e^{-\alpha r})$ ve

$$\xi_i^\mp \equiv \frac{i(\kappa_i \mp \sqrt{(2\mu B)^2 + \kappa_i^2})}{2\alpha} , \quad (2.76)$$

şeklindedir. Kummer'in fonksiyonları, ${}_1F_1(a; b; z)$, konfluent hipergeometrik denklemının çözümleridir. $C_{1,2}$ katsayıları ise çözümlerin limit durumlarından çıkarılır. Örneğin, $B \rightarrow 0$ limitinde çeniler arası salınım olmaması gerekmektedir. Bu ve bunun gibi limitler kullanılarak integral sabitleri belirlenir.

Çözümü olan bir diğer profil ise manyetik alanın ve baryon yoğunluğunun aynı eksponansiyel fonksiyona sahip olduğu durumdur; elektron kesri sabittir. Bu profiller kullanıldığından hareket denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d^2\nu_i}{dr^2} + (i\kappa_i + iP(r) + \alpha) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B_i e^{-\alpha r})^2 \nu_i = 0 . \quad (2.77)$$

Burada baryon yoğunluğu ve manyetik alan $\exp(-\alpha r)$ şeklinde uzaklığa bağlıdır. B_i ise başlangıç noktasındaki manyetik alanın büyüklüğüdür. (2.77) numaralı denklemin çözümü genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlar $U(a, b, z)$ ve birleşmiş Laguerre polinomları (associated Laguerre polynomials) $L(n, l, m)$ cinsinden verilir. Açık ifadeleri bu tezin kapsamı dışındadır. Yaklaşık çözümler için [72] numaralı kaynağa ve Demkov-Kunike modeli için [73] numaralı kaynağa bakınız.

ADYABATİK EVRİM ÇÖZÜMLERİ

Toplam Hamiltonyen (2.55) numaralı denklemin üçüncü ve son çözüm yöntemi ise efektif karışım açısı elde etmektir. Efektif karışım açısının elde edilmesi ile 2.2.1 numaralı bölümde $\overset{(-)}{\theta}_M$ elde edilmesi benzerlik gösterir. Bunun için (2.69) ve (2.70) numaralı denklemlerde verilen Hamiltonyenler'i köşegenleştirilen dönme (dönüşüm) matrislerini elde etmek gerekecektir. Köşegenleştirme Bloch vektörü yardımıyla yapılacaktır.

$H_{T,e\bar{x}}$ Hamiltonyen'i için yazılacak olan Bloch vektörü $\vec{B}_{T,e\bar{x}}$ ve $H_{T,x\bar{e}}$ için yazılacak olan Bloch vektörü $\vec{B}_{T,x\bar{e}}$ olarak adlandırılacaktır.

$$\vec{B}_{T,e\bar{x}} = (2\mu B \quad 0 \quad 2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC})_{\text{çeşni}}, \quad (2.78)$$

$$\vec{B}_{T,x\bar{e}} = (2\mu B \quad 0 \quad -2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC})_{\text{çeşni}}. \quad (2.79)$$

Buradan özdeğerler,

$$(\lambda_{1,2})_{e\bar{x}} = \pm M_{EM} + V_{CC}/2, \quad (2.80)$$

$$(\lambda_{1,2})_{x\bar{e}} = \pm \overline{M}_{EM} - V_{CC}/2 \quad (2.81)$$

şeklinde yazılır. Burada $\overset{(-)}{M}_{EM} = \sqrt{(\mu B)^2 + (\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2)^2}$ şeklindedir Özvektörleri veren efektif elektromanyetik karışım açıları ise

$$\tan 2\overset{(-)}{\theta}_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}, \quad (2.82)$$

şeklinde yazılır. Madde etkileşiminde elde edilen, $\theta_M(r)$ açısı kullanılarak yazılan $U_M(r)$ dönüşüm matrisi, $\theta_{EM}(r)$ kullanılarak da da yazılır. Bu yöntem ile elde edilen $U_{EM}(r)$ matrisi ile (2.68) numaralı denklemde verilen $U_{EM}(r)$ matrisi farklıdır. (2.68) numaralı denklemdeki dönüşüm dört çeşni, düşük manyetik alan yaklaşıklığında elde edilmiş, (2.82) numaralı denklemdeki dönüşüm matrisi ise

iki çeşni ve düşük $\Delta s_{2\theta}$ yaklaşıklığında üretilmiştir. Aksi belirtilmemişçe $\theta_{EM}(r)$ açısından elde edilen dönüşüm matrisi kullanılacaktır.

Hamiltonyen'i indirgeyerek elde edilen fiziksel büyüklükler, Hamiltonyen'in ex , $e\bar{e}$ ve $x\bar{x}$ terimleri dikkate alınarak da yapılır. Bu işlemleri ayrı ayrı yapmak yerine genelleştirilmiş ifadesini elde etmek mümkündür. [65, 63]. Not edilmelidir ki, birazdan yazılacak olan genelleştirmelerin hepsi alt matrise indirgendikten sonra hesaplanır. Örneğin, $\alpha = e$ ve $\beta = \bar{x}$ alındığında (2.71) numaralı Hamiltonyen ile alakalı büyüklükler elde edilir. $H_{\alpha\beta}$, (2.55) numaralı Hamiltonyen'in elemanları olmak üzere yaşama olasılığı [27]

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = 1 - \sin^2 2\theta_{EM} \sin^2\left(\frac{\pi}{L_{EM}} r\right), \quad (2.83)$$

şeklinde yazılır. Bu ifade başlangıçta sadece α çeşnisine sahip nötrinoların yaşama olasılıklarını veren genel ifadedir. Efektif açı θ_{EM} yerine θ konulduğunda boşlukta ilerleyen α nötrinolarının yaşama olasılıklarını verir. Bu denklemdeki L_{EM} salım dalga boyudur ve aşağıdaki gibi genel olarak tanımlanabilir.

$$L_{EM} = \frac{2\pi}{\sqrt{4H_{\alpha\beta}^2 + (H_{\beta\beta} - H_{\alpha\alpha})^2}}. \quad (2.84)$$

Hamiltonyen'in elemanlarından salım dalga boyunu yazabileceğimiz gibi karışım açısı θ_{EM} terimini de yazabiliriz. Burada θ_{EM} açısının tanjantı değil θ_{EM} açısının sinüsünün yazıldığına dikkat edilmelidir¹.

$$\sin 2\theta_{EM} = \frac{H_{\alpha\beta}}{\sqrt{H_{\alpha\beta}^2 + [(H_{\beta\beta} - H_{\alpha\alpha})/2]^2}}. \quad (2.85)$$

(2.82) numaralı denklemde verilen efektif karışım açısını yukarıdaki formülden de elde etmek mümkündür. Hamiltonyen'in $e\bar{x}$ elemanı için (θ_{EM}) , $(\alpha, \beta) = (1, 4)$ ikilisi ve Hamiltonyen'in $x\bar{e}$ elemanı için $(\bar{\theta}_{EM})$, $(\alpha, \beta) = (2, 3)$ ikilisi seçilmelidir.

Efektif elektromanyetik karışım açısının tanjantını (2.82) numaralı denklemde elde etmiştik. (2.35) ve (2.36) numaralı denklemelerdeki madde etkileşim potansiyellerinin (V_{CC} ve V_{NC}) açık ifadeleri kullanılarak da yazabiliriz.

$$\tan 2\overset{(+) }{\theta}_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm (\sqrt{2}G_F N_b)(2Y_e - 1)/2}. \quad (2.86)$$

¹[63] numaralı kaynaktakı efektif açı θ_{EM} olarak tanımlanmış ancak [65] numaralı kaynaktakı $2\theta_{EM}$ olarak tanımlanmıştır.

Bu açık ifadeleri kullandığımızda, $Y_e = 0.5$ 'in özel bir değer olduğu görülür. Bu özel değerde, efektif karışım açısı aşağıdaki gibi verilir.

$$\tan 2\theta_{EM}^{(-)} \Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}. \quad (2.87)$$

$Y_e = 0.5$ değeri için efektif elektromanyetik karışım açısı içerisinde madde etkileşim terimi bulunmamaktadır. Bu limitte Hamiltonyen'i 2×2 boyutlu matrise indirgerken dikkatli olunması gerekmektedir. $Y_e = 0.5$ limitinde (2.71) ve (2.72) numaralı Hamiltonyenler'i tekrar yazalım.

$$H_{T,e\bar{x}} \Big|_{Y_e=0.5} = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta c_{2\theta} \end{pmatrix}, \quad (2.88)$$

$$H_{T,x\bar{e}} \Big|_{Y_e=0.5} = \begin{pmatrix} 0 & -\mu B \\ -\mu B & -2\Delta c_{2\theta} \end{pmatrix}. \quad (2.89)$$

Yukarıdaki yazılan iki matris de aynıdır. Hamiltonyen'i indirgerken boşluk salınımlarının etkisinin çok düşük olacağı varsayılmıştı. $Y_e = 0.5$ limitinde bu varsayıym, sadece ve sadece $\mu B \gg 2\Delta c_{2\theta}$ yakınlığında geçerli olacaktır.

Son olarak bu limitte özdeğerler de yazılabilir. Özdeğerler her iki Hamiltonyen için aynı olacaktır.

$$(\lambda_{1,2}) \Big|_{Y_e=0.5} = \pm \sqrt{(\mu B)^2 + (\Delta c_{2\theta})^2}. \quad (2.90)$$

Dikkatli bakıldığından $\theta = 0$ için (2.90) ve (2.52) numaralı denklemler aynıdır.

Sonuç olarak nötrino elektromanyetik alan etkileşimi ve nötrino madde etkileşimi dikkatte aldığımızda, $Y_e = 0.5$ için madde etkileri neredeyse yok olmaktadır. Bu limit astrofizikselle ortamlar için önemlidir, çünkü $Y_e = 0.5$, nötr bir ortam için proton ve nötron sayılarının eşitliği anlamına gelir.

Bir sonraki bölümde nötrino-nötrino etkileşimlerinden kaynaklanan terimler inceleneciktir. Astrofizikselle ortamlarda yani nötrino yoğunluğunun çok yüksek olduğu yerlerde nötrino-nötrino etkileşimlerinden bahsetmek mümkün olacaktır.

2.4 NÖTRİNO ÖZ-KIRILIMI

Nötrinoların Standart Model etkileşim tesir kesitleri diğer temel parçacıklara nazaran çok küçüktür [74]. Buna rağmen ÇÇSN, nötron yıldızı birleşmeleri veya kozmoloji gibi nötrino akısının (flux) çok yüksek olduğu fenomenlerde nötrino - nötrino etkileşimleri söz konusu olabilir [75]. Nötrino - nötrino etkileşmelerinin

efektif Hamiltonyen'i diğer etkileşimler gibi değildir ve ortamın geometrisine bağlıdır. Bu bölümde nötrino - nötrino etkileşimlerini inceleyeceğiz. Literatürde nötrino - nötrino etkileşimleri ismi yerine nötrino öz-etkileşimi [75] (self-interaction), nötrino öz-kırılımı (self-refraction) [76, 77], nötrino kolektif çeşni değişimi [78] gibi isimler kullanılmaktadır. Tezin geri kalanında nötrino - nötrino etkileşimleri yerine nötrino öz-kırılımı ifadesi kullanılacaktır.

Nötrino madde etkileşimlerinden ve nötrino elektromanyetik etkileşimlerden farklı olarak nötrino öz-kırılımı dinamik bir etkileşimdir. Nötrinolar arka plandaki madde veya manyetik alanla etkilesirken, etkileşilen madde ve manyetik alanın değişmediği varsayılmıştır. Bu durum etkileşimleri statik yapar. Nötrino öz-kırılımında ise test nötrinosu, diğer nötrinoların oluşturduğu nötrino alanı ile etkileşir. Bu etkileşimin hemen ardından nötrinoların tüm çeşni yapısı değişecektilir. Bunun sonucunda arka plandaki nötrino profili her adımda değişecektir. Bu nedenden ötürü nötrino öz-kırılma Hamiltonyen'i içerisinde nötrino alanının integrali bulunmaktadır. Aynı zamanda bu dinamik değişim hareket denklemlerini de birbirine bağlar. Çeşni evrimini veren (2.5) numaralı denklem seti birbirine bağlı yani çiftlenmiş (coupled) olacaktır. Buna ek olarak, nötrino profilinin dinamik olması, (2.5) numaralı denklem setini doğrusal olmayan (non linear) diferansiyel denklem haline getirecektir.

Nötrino öz-kırılım Hamiltonyen'i aşağıdaki gibi yazılır [36].

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\nu\nu}(r) &= \sum_{\alpha\beta=e,x,\bar{e},\bar{x}} (H_{\nu\nu})_{\alpha\beta} |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| , \\ &= \sqrt{2}G_F D(r) \sum_{\alpha,\beta=e,x} \left[\int [\rho_{\alpha\beta}(E, r) - \rho_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}(E, r)] dE \right] (|\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| - |\nu_{\bar{\alpha}}\rangle\langle\nu_{\bar{\beta}}|) .\end{aligned}\quad (2.91)$$

Burada $D(r)$, sistemin geometrisinden gelen katkıdır ve 4.1.1 numaralı bölümde tartışılacaktır. Öz-kırılım Hamiltonyen operatörü Standart Model çifflenim sabitine göre yazılmıştır. Bu operatör çeşni tabanında yazılmıştır, ancak öz-kırılım Hamiltonyen'i tabandan bağımsızdır. Yani üniter dönüşümler altında değişmez

(invariant) kalır. Matris temsili $(H_{\nu\nu})_{\alpha\beta}$ ise

$$(H_{\nu\nu})_{\alpha\beta}(r) = \sqrt{2}G_F D(r) \int dE \begin{pmatrix} (\rho_{ee} - \rho_{\bar{e}\bar{e}}) & (\rho_{ex} - \rho_{\bar{e}\bar{x}}) & 0 & 0 \\ (\rho_{xe} - \rho_{\bar{x}\bar{e}}) & (\rho_{xx} - \rho_{\bar{x}\bar{x}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\rho_{\bar{e}\bar{e}} - \rho_{ee}) & (\rho_{\bar{e}\bar{x}} - \rho_{ex}) \\ 0 & 0 & (\rho_{\bar{x}\bar{e}} - \rho_{xe}) & (\rho_{\bar{x}\bar{x}} - \rho_{xx}) \end{pmatrix}, \quad (2.92)$$

şeklinde yazılır. Hamiltonyen matrisine bakıldığından nötrino - antinötrino geçişleri bulunmamaktadır. Öz-kırılım Hamiltonyen'i sadece ileri saçılmaları (forward scattering) dikkate almıştır. İleri saçılmalardan, öz-kırılım Hamiltonyen'ine en büyük katkıyı getirecektir [79, 37]

Nötrino öz-kırılımının çeşni evrimine etkisi ele alınan sistemin geometrisine göre çeşitlilik gösterir. Örneğin, küresel bir kaynaktan çıkan nötrinolar için etki-leşim geometrisi küresel simetrik olur. Ortamda var olan nötrinolar belli bir açıyla öz-kırılım potansiyelinin içeresine girer ve birbirleri ile etkileşirler. Bu geometriye örnek olarak ÇCSN gösterilebilir. Bir diğer taraftan iki nötron yıldızının birleşmesi gibi iki kaynaktan çıkan nötrinoların oluşturduğu geometri daha karmaşıktır. Bu tezde nötrinoların ÇCSN'nin merkezinde oluşan proto-nötron yıldızından çıktıgı varsayılmaktadır. Öz-kırılım geometrisi ise 4.1.1 numaralı bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Nötrino öz-kırılımı için efektif karışım açısı veya Bloch vektörü yazmak ola-naksızdır, çünkü çözülecek olan hareket denklemi yoğunluk matrisinin kendisine bağlıdır. Bu nedenle, öz-kırılım Hamiltonyen'i dikkate alındığında hareket denk-lemlerinin analitik çözümü bulunmamaktadır. Buna rağmen iki çeşni için çeşitli simetriler ve değişmezler (invariants), yani korunan büyülüklükler hesaplanabilir [40]. Simetriler ve korunan büyülüklükler bu tezde bahsedilmeyecek olan polariza-syon vektörü ve özelliklerini kullanılarak hesaplanır [80]. Analitik çözümün eğilimini belirlemek adına hareket denklemini doğrusallaştırılmış (linearization) incelemek de literatürde kullanılan bir yöntemdir. Bu doğrusallaştırma neticesinde çeşitli analizler yapılabilir [81, 82, 83]. Çeşitli sayısal çözümler ve spektral ayırtma/ spektral yer değiştirme (spectral split/spectral swap) gibi kolektif etkiler 4 nu-maralı bölümde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

3 REZONANSLAR

Rezonans olayını anlamak için Hamiltoenyen'in matris formülasyonu daha uygundur. İki seviyeli bir sistem için gerçek bir Hamiltoenyen aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$H = \begin{pmatrix} 0 & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Rezonans olayını anlayabilmek için sistemi basitleştirelim. Başlangıçtaki durum keti $|\Psi(R)\rangle = (1 \ 0)^T$ olsun, yani başlangıçta sadece elektron nötrinosu olsun. Elektron nötrinosundan x nötrinosuna geçiş H_{12} elemanı kontrol edecektir. H_{12} elemanı evrim boyunca sıfır veya sıfıra yakın olduğunda sistem başlangıçtaki özdurumundan sapmayacaktır ve elektron nötrinosu olarak hayatına devam edecektir. Bir diğer taraftan Hamiltoenyen'in köşegen terimi H_{22} , H_{12} 'ye göre küçük ise sistem başlangıçtaki durumunda olmayacağı, iki özdurumun bir süperpozisyonu olacaktır. Herhangi bir r uzaklığında nötrino çeşni ölçümü yapıldığında x nötrinosu olma olasılığı sıfırdan farklı olacaktır.

Rezonans etkisi, evrimin bir aşamasında $H_{11} - H_{22}$ farkının sıfır olduğunda ve H_{12} elemanın sıfırdan farklı olduğu durumda ortaya çıkacaktır. Bu durumda köşegen elemanlar sıfır olacak ve karışım maksimum olacaktır. Bunun anlamı tüm elektron nötrinolarının x nötrinosuna geçmesidir.

Rezonans etkisini genel olarak anlayabilmek için sistemin özdeğerlerine bakmak gerekektir. Özdeğerlere karşılık gelen özvektörler takip edilerek rezonans durumu incelenebilir. Bunun için özdeğerlerin konuma bağlı değişimi bakılır. Özdeğerler önce birbirlerine yakınlaşır sonra uzaklaşırsa sistem rezonansa girmış demektir. Bizim ilgilendiğimiz sistemlerde özdeğerler birbirlerine yakınlaşacak ve sistem rezonanslara girecektir.

Rezonans bölgesinde özdurumların birbirlerine *zıplamasının* ifadesini veren Landau - Zener geçiş olasılıklarını hesaplamadan önce Zener'in makalesinde [84] yapılan yaklaşıklıklar açıklanacaktır.

1. Hamiltoenyen'in geçişten sorumlu olan elemanı (yukarıdaki basitörnekte H_{12}) konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) özdurumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır. Örneğin başlangıçta sadece elektron nötrinosu var ise sistemin başlangıçtaki özdurumu da çeşni tabanı olmalıdır. Bu yaklaşıklık, Hamiltoenyen'deki çeşni geçişinden sorumlu olan elemanın, başlangıçta küçük olmasını zorunlu kılar.
3. Özdeğerlerin yakınlaştığı geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.

İki seviyeli sistemlerde LZ geçiş olasılığını bulmak için en genel Hamiltoenyen'i yazacağız [85].

$$H(r) = \begin{pmatrix} \omega_1(r) & \frac{1}{2}\omega_0 e^{-i\phi} \\ \frac{1}{2}\omega_0 e^{i\phi} & \omega_2(r) \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Burada ω_0 , birinci yaklaşıkluktan dolayı konumla değişmemektedir. Bizim kullanacağımız Hamiltoenyenler gerçek olduğu için sanal ϕ fazını sıfır alacağız. Bunlara ek olarak çoğunlukla izsiz Hamiltoenyenler ile çalışacağımız için $\omega_1 + \omega_2$ terimi de sıfır olacaktır.

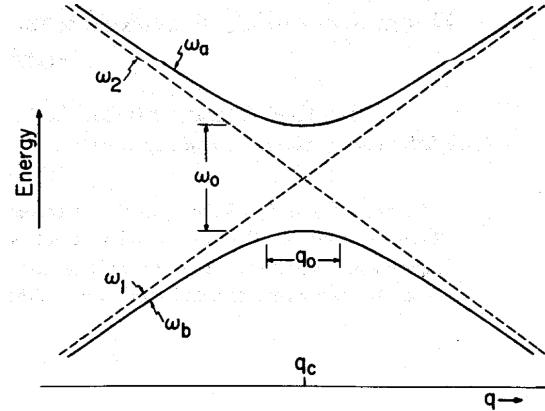
Bu Hamiltoenyen'in özdeğerleri,

$$\omega_{a,b} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\omega_1(r) - \omega_2(r))^2 + \omega_0^2}, \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Eğer Hamiltoenyen'in köşegen olmayan terimi sıfır olursa, özdeğerler çakışabilir. Böyle bir durumda, özdeğerlerin çakıştığı noktanın özel bir anlamı yoktur. Eğer köşegen olmayan terim sıfır olmaz ise özdeğerler, çakışma noktası etrafında birbirlerinden uzaklaşacaktır.

Kaçınan kesişme (avoided crossing), özdeğerlerin birbirlerine yaklaşması ve ardından ayrılması olarak karakterize edilir. Özdeğerlerin yakınlaşması 3.1 numaralı şekilde gösterilmiştir. Bu şekilde birbirlerine en yakın olunan nokta q_c noktasıdır. q , Hamiltoenyen'i parametrize eden değişkendir. Bizim ilgileneceğimiz sistemler konuma göre evrilecektir. Bundan dolayı kritik nokta q_c , kritik uzaklık r_c olacaktır. Kritik noktanın diğer noktalardan ayrılan özelliği, evrim boyunca özdeğerlerin birbirine en yakın olduğu noktası olmasıdır. İşte bu noktada da rezonans meydana gelmektedir. $\omega_a - \omega_b$ ise geçişin genişliğini, ω_0 ise özdeğerlerin

ne oranda açıldığını karakterize eder. Eğer $\omega_0 / \frac{d(\omega_a - \omega_b)}{dr}$ küçük ise durumlar arası geçiş diyabatiktir, tersi ise adyabatiktir.



Şekil 3.1: Özdeğerlerin Kaçınan Kesişmeleri. Bu grafik [85] numaralı kaynaktan alınmıştır.

Geçiş olasılığını verecek olan Γ parametresi yani *adyabatisite parametresi* aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Gamma = \left. \frac{\omega_0^2}{4 \frac{d}{dr} [\omega_1(r) - \omega_2(r)]} \right|_{r=r_c}. \quad (3.4)$$

Burada Γ parametresi hesaplanırken, türev alındıktan sonra uzaklık yerine rezonansın uzaklığı yani kritik uzaklık r_c konulmalıdır. Geçiş olasılığını elde etmek için $r_{\text{başlangıç}} \rightarrow -\infty$ ve $r_{\text{bitiş}} \rightarrow \infty$ limiti almırsa sonuç

$$P = e^{-2\pi\Gamma} \quad (3.5)$$

şeklinde olur. Bu sonuç Landau [86] ve Zener [84] tarafından birbirlerinden bağımsız olarak elde edilmiştir. Burada başlangıç ve bitiş noktalarının sonsuzda alındığını vurgulamak gerekmektedir, çünkü rezonans noktasının simülasyonun sınır noktalalarında olmaması gerekmektedir. Rezonans noktaları sınır noktalarına yakınlaştıkça (3.5) numaralı formül geçersiz olmaya başlayacaktır. Bu sınırlama yukarıda bahsedilen ikinci yaklaşım ile uyumludur, çünkü rezonans noktası başlangıç noktasına yakın olduğunda sistemin başlangıç durumu özdürumda olmayacağıdır.

Rezonans noktasını belirlemek için Hamiltonyen'i köşegenleştirten dönüşüm matrisi incelenir. Dönüşüm matrisinin efektif açı bağımlılığı (A.7) numaralı özyeşitörlerden gözükmemektedir. Efektif açıyı betimleyen tanjant formülüne bakılarak bu nokta belirlenir.

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \langle \nu_e | \hat{H} | \nu_x \rangle}{\langle \nu_e | \hat{H} | \nu_e \rangle - \langle \nu_x | \hat{H} | \nu_x \rangle}. \quad (3.6)$$

Burada payda sıfır olduğunda sistem rezonansa girecektir. Yani $(\omega_1(r) - \omega_2(r))|_{r=r_c} = 0$ olmalıdır. Not edilmelidir ki, köşegen olmayan terim $\langle \nu_e | \hat{H} | \nu_x \rangle$ terimi sıfır veya çok çok küçük olursa rezonans meydana gelmez. Paydanın sıfır olması demek, iki durum arasında karışımın maksimum olması demektir. Yani iki çeşni arasındaki geçiş maksimum değere r_c 'de ulaşır.

Eğer birden fazla rezonans meydana gelirse geçiş genlikleri çarpılır.

$$A(r) = A_1(r_{c_1}) \times A_2(r_{c_2}) \quad (3.7)$$

Bu formülüün kullanılabilmesi için iki farklı rezonansın birbirinden yeteri kadar ayrılmış olması gerekmektedir. Yani birinci rezonans tamamlandıktan sonra ikinci rezonansın başlaması gerekir. Aksi taktirde rezonanslar arasında karışma (interference) meydana gelir. Karışma meydana geldiğinde P_{LZ} formülü çalışmaz. İki rezonansın birbirine yaklaşması durumu 4.2 numaralı bölümde incelenmiştir.

Birden fazla rezonans meydana gelirken her rezonansta aynı özdurumlar arasında geçiş olmayabilir. Bu durumda geçiş genliği matris olarak yazılmalıdır. Bu matrisi oluşturan elemanlar sanal sayı olacaktır ve köşegen elemanlarının mutlak değer karesi ise geçiş olasılığını, P_{LZ} , verecektir. LZ formülü içerisinde geometrik fazlar (Stokes fazı) ihmal edilmiştir. Yani geçiş matrisi $A(r)$ saf geldir. 4.1 numaralı bölümde geçiş genliğinin sanal olmasından kaynaklanan ve evrime gelen katkılar hakkında bilgi mevcuttur.

3.1 MSW REZONANSI

İki çeşnili nötrinolar, boşlukta belli bir açı ile salınır ve bu açı madde içerisindenden geçenken (2.42) numaralı denklemde tanımlanan efektif bir değere gider. Efektif açı kullanılarak elde edilen köşegenleştirme işleminde özdeğerler elde edilir. Sadece madde etkileşimi ve nötrino salınını Hamiltonyen'i dikkate alındığında hareket denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_1^M\rangle \\ |\nu_2^M\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i \frac{d}{dr} \theta_M \\ i \frac{d}{dr} \theta_M & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1^M\rangle \\ |\nu_2^M\rangle \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_3^M\rangle \\ |\nu_4^M\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M \\ i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_3^M\rangle \\ |\nu_4^M\rangle \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Burada hareket denklemini nötrinolar ve antinötrinolar için ayırdık ve (2.1) numaralı denklemi soldan U_M^\dagger ve sağdan U_M ile çarparak madde tabanına çevirdik.

Hareket denklemi madde tabanına yazarken, $U_M \frac{d}{dr} U_M^\dagger$ teriminden efektif açının türevi gelmektedir. Efektif karışım açılarının tanımları (2.42) numaralı denklemde verilmiştir. Eğer baryon yoğunluğu ve elektron kesri sabit ise sistem tam adyabatik durumdadır. Yani efektif karışım açısı konuma bağlı olmadığı için madde özdurumlarının birbirine geçiş mümkün değildir.

Rezonans durumunu incelemek için (2.42) numaralı ifadelerini tekrar yazalım.

$$\tan 2\theta_M = \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{V_{CC}}{2\Delta c_{2\theta}}} , \quad (3.10)$$

$$\tan 2\bar{\theta}_M = \frac{\tan 2\theta}{1 + \frac{V_{CC}}{2\Delta c_{2\theta}}} , \quad (3.11)$$

Yukarıdaki ifadede tanjant ifadesini sonsuza götürüren yani paydayı sıfır yapan özel koşula *rezonans koşulu* adı verilir ve aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{CC}(r_{MSW}) + 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.12)$$

$$V_{CC}(r_{MSW}) - 2\Delta c_{2\theta} = 0 . \quad (3.13)$$

Burada kritik uzaklık yani sistemin MSW rezonansına girdiği uzaklık r_{MSW} olarak verilmiştir.

Nötrinoların veya antinötrinoların MSW rezonansına girme koşulları sadece yüklü akım etkileşimine bağlıdır. Yüklü akım etkileşiminin de açık ifadesi yazılılığında

$$\sqrt{2}G_F n_b(r_{MSW}) Y_e + 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.14)$$

$$\sqrt{2}G_F n_b(r_{MSW}) Y_e - 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.15)$$

elde edilir. Burada elektron kesri, Y_e , de konuma bağlı olabilir ancak bu tezde biz konumdan bağımsız alacağımız. Bu koşullara bakıldığından nötrinolar ve antinötrinolar aynı anda MSW rezonansına giremezler. Nötrinoların hiyerarşisine göre ya nötrinolar ya da antinötrinolar MSW rezonansına girecektir. Daha açık ifade için 3.1 numaralı tabloyu inceleyiniz. Ayrıca nötrinoların MSW rezonansından geçmesi için gereken baryon yoğunluğu ve elektron kesri değerleri için 3.2 numaralı grafiğe bakabilirsiniz.

Yüksek baryon yoğunluğu altında efektif açı küçük bir değer olacaktır. Baryon yoğunluğu azaldığında ve (3.14), (3.15) numaralı koşul(lar) sağlandığında

efektif açı aniden $\pi/4$ ye yakınlaşacaktır. Böyle bir durumda $|\nu_M^i\rangle$ madde özdurumunun çeşni içeriği değişecektir. Özdeğerlerin konumla değişimi 3.3 numaralı şeklinde verilmiştir. Bu şekilde, özdeğerlerin birbirine yakınlaşıp uzaklaştığı yerde rezonans meydana gelmektedir. Özdeğerlerin üzerinde yazan çeşni vektörleri ise o özdeğere ait özvektördeki en büyük çeşni vektöridür.

Nötrinolar MSW rezonansından adyabatik veya diyabatik olarak geçebilir. Bu geçişti betimlemek için adyabatisite parametresi yazılabilir [13].

$$\Gamma_{MSW} = \left. \frac{\delta\omega_{12}}{\frac{d}{dr}\theta_M} \right|_{r_{MSW}}, \quad (3.16)$$

$$\bar{\Gamma}_{MSW} = \left. \frac{\delta\omega_{34}}{\frac{d}{dr}\bar{\theta}_M} \right|_{r_{MSW}}. \quad (3.17)$$

Bu ifade madde tabanında yazılan Hamiltonyen'in köşegen elemanlarının köşegen olmayan elemanlarına oranıdır. Eğer Γ_{MSW} çok çok büyük ise sistem adyabatiktir. Tam tersi Γ_{MSW} sıfıra yakın ise sistem diyabatiktir. Eğer sistemin özdurumu başlangıçtaki halindeyse evrim adyabatiktir denir.

Adyabatisite parametresi LZ geçiş olasılığından yani (3.4) numaralı denklemde hesaplanabilir. Her iki ifadeden hesaplanan adyabatisite aynı olacaktır.

3.2 SFP REZONANSI

Nötrinolar sadece madde içerisinde geçiyorsa sadece MSW rezonansına girebilir. Nötrino madde etkileşimlerine ek olarak nötrino elektromanyetik etkileşim varlığında ise sistem yeni bir rezonansa yani spin çeşni yalpalama, SFP, (spin flavor precession) rezonansına girebilir. Bu bölümde SFP rezonansı için yapılacak olan tüm prosedür MSW rezonansı ile benzerlik gösterecektir.

SFP rezonansından geçen nötrinoların evrimini incelemek için (2.69) ve (2.70) numaralı denklemlerde verilen matrislerden hesaplamaya başlanır. İndirgenmiş olan bu Hamiltonyenler'in özdeğerleri hesaplanır. Özdeğerler (2.80) ve (2.81) numaralı denklemlerde verilmiştir. Ardından efektif elektromanyetik karışım açısı, θ_{EM} , hesaplanır. Bu açı da (2.82) numaralı denklemde verilmiştir. SFP rezonansına girme koşulu ise, (2.82) numaralı denklemin paydasının sıfır olduğu değerdede-

dir.

$$V_{NC}(r_{SFP}) + V_{CC}(r_{SFP})/2 - 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.18)$$

$$V_{NC}(r_{SFP}) + V_{CC}(r_{SFP})/2 + 2\Delta c_{2\theta} = 0 . \quad (3.19)$$

MSW rezonansı ile SFP rezonansı arasındaki tek fark, rezonans koşulunda yüksüz akım etkileşim potansiyelinin, V_{NC} , bulunmasıdır. Potansiyellerin açık ifadeleri yazıldığında

$$\sqrt{2}G_F n_b(r_{SFP})(2Y_e - 1) - 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.20)$$

$$\sqrt{2}G_F n_b(r_{SFP})(1 - 2Y_e) - 2\Delta c_{2\theta} = 0 , \quad (3.21)$$

bağıntıları elde edilir. Burada r_{SFP} , rezonansın meydana geldiği uzaklıktır. SFP rezonansının meydana gelmesi için elektron kesri Y_e 'nin 0,5 değerinden farklı olması gerekmektedir. Ayrıca elektron kesrinin 0,5'ten büyük veya küçük olmasına göre $e - \bar{x}$ veya $x - \bar{e}$ geçiş belirlenir. Rezonansların oluşma koşulları için 3.1 numaralı tabloyu bakınız.

Her ne kadar rezonans koşulu içerisinde μB terimi olmasa da, SFP rezonansının meydana gelmesi için elektromanyetik etkileşime ihtiyaç vardır. μB teriminin büyüklüğü, özdeğerlerin birbirlerine en yakın olduğu noktada, birbirlerinden ne kadar ayırik olduğunu belirleyecektir. Bu da SFP rezonansının adyabatik olup olmadığını belirler. SFP rezonansı için adyabatiklik koşulu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\Gamma_{SFP} = \left. \frac{\mu B}{\frac{d}{dr}(\sqrt{2}G_F(2Y_e - 1)n_b(r))} \right|_{r_{SFP}} , \quad (3.22)$$

$$\bar{\Gamma}_{SFP} = \left. \frac{\mu B}{\frac{d}{dr}(\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e)n_b(r))} \right|_{r_{SFP}} . \quad (3.23)$$

Yukarıda bağıntı, LZ geçiş olasılığı için elde edilen ifadeden elde edilmiştir. Benzer bir ifade, efektif karışım açısı θ_{EM} 'nin türevi kullanılarak da yazılabılır.

$$\Gamma_{SFP} = \left. \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)_{e\bar{x}}}{\frac{d}{dr}\theta_{EM}} \right|_{r_{SFP}} , \quad (3.24)$$

$$\bar{\Gamma}_{SFP} = \left. \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)_{x\bar{e}}}{\frac{d}{dr}\bar{\theta}_{EM}} \right|_{r_{SFP}} . \quad (3.25)$$

Yukarıdaki adyabatisite parametrelerinin arasındaki fark, bu tezde dikkate alınacak dış koşullara göre küçük kalacaktır. Farklar hakkında detaylı bilgi için [66] numaralı kaynağa bakınız.

SFP rezonansının adyabatisitesi ile MSW rezonansının adyabatisitesi arasındaki en büyük fark, efektif açılarının uzaklık bağımlılıklarıdır. MSW rezonansındaki uzaklık bağımlılığı sadece baryon yoğunluğundan gelir. SFP rezonansındaki uzaklık bağımlılığında dış manyetik alanın değişimi de önemlidir. Bu da dikkate alındığında θ_{EM} açısının konuma göre türevi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d}{dr} \theta_{EM}^{(\pm)} = \frac{\mu}{2M_{EM}} \left[\frac{dB}{dr} (\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2) \mp B \left(\frac{d(V_{NC} + V_{CC}/2)}{dr} \right) \right]. \quad (3.26)$$

Dış manyetik alanın konuma bağlılığı (3.24) numaralı denklemin paydasında kendini gösterebileceği gibi payında da gösterecektir. Ancak LZ formülünü kullanabilmemiz için geçisi veren terim, ki burada μB , konumdan bağımsız olmak zorundadır. Bundan dolayı dış manyetik alanın rezonans bölgesinde çok değişmediği varsayılacaktır.

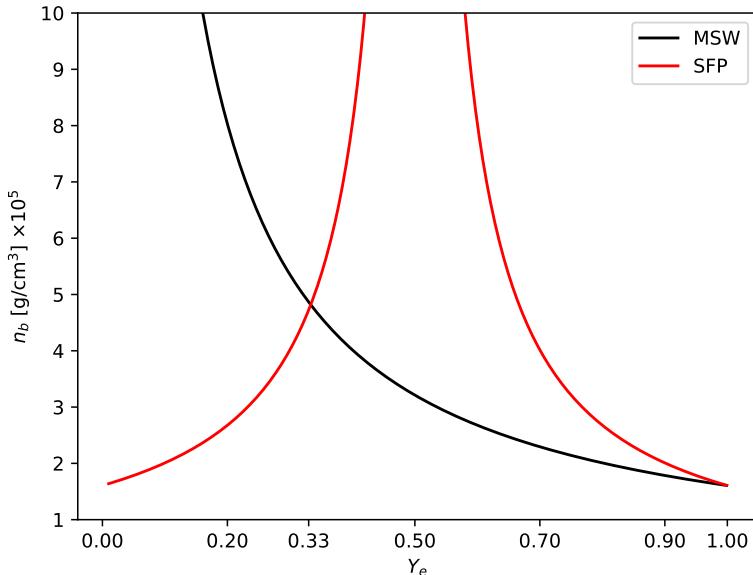
Bu kısma kadar yazılan tüm rezonans koşullarını ve adyabatisite parametelerini elde ederken, potansiyellerin konuma bağıllıklarının rezonans noktasında doğrusal olduğu varsayılmıştır. Bu varsayılmış adyabatik geçişlerde önemli olmasa da diyabatik geçişlerde önemli hale gelecektir. Maksimal diyabatik MSW rezonans geçisi durumlarda ortalama yaşama olasılığı Parke formülü ile verilir [87]. Parke formülü de doğrusal potansiyeller için yazılmış olup doğrusal olmayan potansiyelleri için [61] numaralı kaynağı ve bu makalenin referanslarına bakınız. MSW rezonansı için yazılan Parke formülü dış manyetik alanın değişimi için yazılamamaktadır. Bu tezde ele alınacak madde ve elektromanyetik potansiyeller konuma doğrusal olarak bağlı değildir ancak rezonans bölgesinde konuma bağılılığın doğrusal olduğu varsayılacaktır. Bir diğer değişle sistemin rezonansa girdiği nokta yakınlarında $V_{NC}(r) + V_{CC}(r)$ teriminin doğrusal, $B(r)$ teriminin ise sabit olduğu varsayılacaktır. Buradan elde ettiğimiz adyabatisite parametreleri ve LZ geçiş olasılığı kullanılacaktır.

Adyabatisite koşullarına bakıldığından hem MSW hem de SFP rezonansı aynı noktada olabilir. Bu noktalar, 3.2 numaralı şekilde kırmızı ve siyah noktaların üst üste bindiği noktalardır. Bu durumda, SFP rezonansı için elde edilen LZ geçiş olasılığı ve diğer bağıntılar geçersiz olacaktır. Bunun sebebi, SFP rezonans koşulları ve adyabatisite ifadeleri elde edilirken Hamiltonyen 2×2 boyuta indirgenmiştir. MSW rezonansı ise Hamiltonyen'in 12 veya 34 terimlerinin maksimum olduğunda

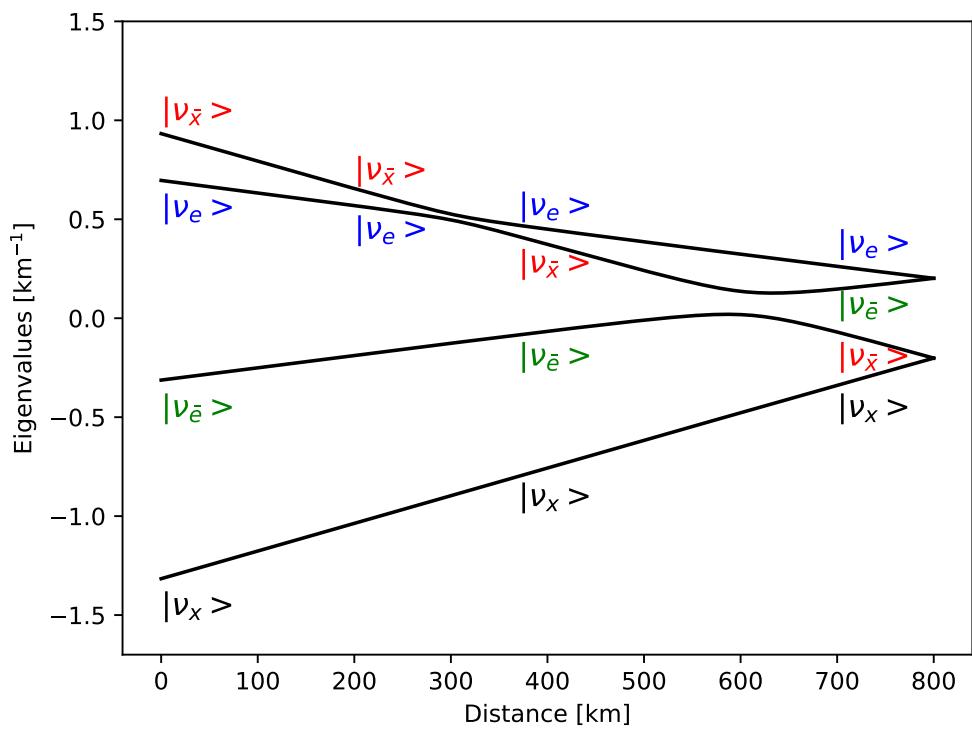
oluşur. Bundan dolayı MSW ve SFP rezonanslarının meydana geldiği noktalar birbirlerine yakınlaştığında dört çeşni etkileri açığa çıkar ve sayısal çözüme ihtiyaç duyulur. Bir başka deejle, buradaki formülasyon SFP rezonansı bölgesinde sistemi $|\nu_{\bar{x}}\rangle - |\nu_e\rangle$ alt uzayına indirgerek, MSW bölgesinde ise $|\nu_{\bar{x}}\rangle - |\nu_{\bar{e}}\rangle$ alt uzayına indirgerek çalışmaya dayalıdır. Doğal olarak iki rezonans birbirine yakınlaştıkça dinamik $|\nu_{\bar{x}}\rangle - |\nu_{\bar{e}}\rangle - |\nu_e\rangle$ alt uzayına yayılacak ve 3×3 bir sistem ele almak gerekecektir.

		IH	NH	Rezonans için $n_b(r)$
SFP	$\nu_e \leftrightarrow \nu_{\bar{x}}$	$Y_e < 0.5$	$Y_e > 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(2Y_e - 1))$
	$\nu_x \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	$Y_e > 0.5$	$Y_e < 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e))$
MSW	$\nu_e \leftrightarrow \nu_x$	✗	✓	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$
	$\nu_{\bar{x}} \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	✓	✗	$-2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$

Tablo 3.1: SFP ve MSW rezonans koşulları. Madde arka planı yüksüz olmalı. $n_p = n_e$. Son sütun MSW rezonansına girmek gereken baryon değerini göstermektedir. Üç nötrino çeşnisi için SFP rezonans koşulları için [88] numaralı kaynağa bakınız.



Şekil 3.2: MSW ve SFP rezonansları. Eğer madde ortamında $Y_e = 0.33$, $n_b(r) \simeq 5 \times 10^4$ g/cm³ veya $Y_e \simeq 1$, $n_b(r) \simeq 2 \times 10^4$ g/cm³ değerleri mevcut ise MSW ve SFP meydana geldiği uzaklıklar kesişir. Bu şekil 1 MeV enerjiye ve atmosferik karışım açılarına sahip nötrinolar için hesaplanmıştır.



Şekil 3.3: MSW ve SFP Rezonansından geçen nötrinoların çeşni içerikleri. Bu grafik 16 MeV için çizilmiştir. Madde profili doğrusal olup manyetik alan ise sabittir.

4 ANALİTİK ÖNGÖRÜLER VE SİMÜLASYON-LAR

Bu tezde altı adet ana simülasyon modelinin sonucu incelenmiştir. Simülasyonların isimlendirilmesi, dikkate alınan etkileşimler ve potansiyellerin konum bağımlılıkları 4.1 numaralı tabloda yer almaktadır. Simülasyon modelleri, oyuncak model ve gerçekçi model olarak ikiye ayrılmıştır. Oyuncak modeller etkileşim potansiyellerinin analitik formülleri kullanılarak yapılırken, gerçekçi modellerde ÇCSN simülasyonundan elde edilen sayısal baryon profili kullanılmıştır.

Öncelikle, oyuncak modeller başlığı altında madde profilinin analitik ifadesi bilinen bir potansiyel için simülasyonlar yapılacaktır. Eksponansiyel olarak azalan madde profili ve $(50 \text{ km}/r)^2$ ile azalan manyetik alan profili altında analitik öngörüler ile sayısal sonuçlar karşılaştırılacaktır. Sonuçları daha iyi anlayabilmek için önce karışım açısının sıfır olduğu, yani boşluk salınımlarının olmadığı durumda, hem analitik hem de sayısal elektron nötrino yaşama olasılıkları elde edilecektir. Ardından küçük bir çeşni karışım açısı altında sonuçların değişimine bakılacaktır. Tüm bunlar 4.2 numaralı bölümde inceleneciktir.

Oyuncak modeller incelendikten sonra 4.3 numaralı bölümde ÇCSN'nin gerçekçi madde profili kullanılarak çeşni evrimi inceleneciktir. Gerçekçi modeller için [89] numaralı kaynaktan ön süpernova (pre-supernova) modeli alınıp üzerine şok dalgası eklenmiştir. Şok dalgası ise [90] numaralı kaynaktaki parametrizasyon yardımı ile madde profiline eklenmiştir.

Gerçekçi modeller için de dört farklı simülasyon yapılmıştır. Simülasyonlarda nötrino öz-kırılımı ve nötrino manyetik alan etkileşiminin kollektif çeşni salınımlarına olan etkisi incelenmiştir. Simülasyonların adlandırılması 4.1 numaralı tabloda verilmiştir.

	Etkileşimler	Potansiyeller
theta0expNbB	M, EM	$n_b(r) = 10^6 e^{-r/200 \text{ km}} [\text{g/cm}^3], B \approx 10^{15} \left(\frac{50 \text{ km}}{r}\right)^2 [\text{Gauss}]$
theta014expNbB	ν, M, EM	$n_b(r) = 10^6 e^{-r/200 \text{ km}} [\text{g/cm}^3], B \approx 10^{15} \left(\frac{50 \text{ km}}{r}\right)^2 [\text{Gauss}]$
t5sNoCollnuNoB	ν, M	[89, 90] kaynaklarından $t = 5\text{s}$ için $n_b(r)$
t5sNoCollnuB	ν, M, EM	[89, 90] kaynaklarından $t = 5\text{s}$ için $n_b(r)$ ve $B = 10^{15} \left(\frac{50 \text{ km}}{r}\right)^2 [\text{Gauss}]$
t5sCollnuNoB	$\nu, M, \nu\nu$	[89, 90] kaynaklarından $t = 5\text{s}$ için $n_b(r)$
t5sCollnuB	$\nu, M, EM, \nu\nu$	[89, 90] kaynaklarından $t = 5\text{s}$ için $n_b(r)$ ve $B = 10^{15} \left(\frac{50 \text{ km}}{r}\right)^2 [\text{Gauss}]$

Tablo 4.1: Simülasyon adlandırılmasında, dikkate alınan etkileşimler ve potansiyellere ait profiller. theta014expNbB adlı modelde, baryon profilinin başlangıçtaki değeri olan 10^6 g/cm^3 değeri ÇÇSN $t = 5 \text{ s}$ için olan profilen fit değeridir. Bu modelin altında, başlangıç baryon yoğunluğu farklı olan alt simülasyonlar da yapılmıştır. Ayrıca, theta014expNbB modeli incelenirken normal hiyerarşî ve elektron antinötrino kutu spektrumuna sahip simülasyonlar da yapılmıştır. Manyetik alan profilleri [24, 25, 23] numaralı referanslarla uyumludur.

4.1 ANALİTİK ÖNGÖRÜLER

Bu bölümde, yapılacak olan simülasyonların hareket denklemlerini, özbazda ortalama çözümleri ve geçiş olasılıklarını inceleyeceğiz. Yoğunluk operatörünün başlangıçtaki ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(R) &= \sum_{i,j} \langle E_i(R) | \hat{\rho} | E_j(R) \rangle | \Psi_i(R) \rangle \langle \Psi_j(R) | , \\ &= \sum_{i,j} \rho_{ij}(R) | \Psi_i(R) \rangle \langle \Psi_j(R) | . \end{aligned} \quad (4.1)$$

Burada $|E_i(R)\rangle$ sistemin başlangıçtaki özvektörü, $\Psi_i(R)$ ise nötrinoların başlangıçtaki durum ketidir. Bu çalışmada, aksi belirtilmekçe başlangıç nötrino durum keti, ya sadece elektron nötrino olarak ya da sadece elektron antinötrinosu olarak tanımlanacaktır. Yoğunluk operatörünü herhangi bir uzaklıktaki ifadesini yazmak için durum ketini evrimleştirmek gerekmektedir.

$$|\Psi_i(r)\rangle = \sum_a A_{ia}^\dagger(r) \exp\left(-i \int_R^r E_a(x) dx\right) |E_a(r)\rangle . \quad (4.2)$$

A matrisi, evrimin adyabatikliğini belirleyen, (3.7) numaralı denklemde tanımlanan, özvektörler arasındaki geçişini veren LZ geçiş genlik matrisidir.

Nötrinolar evrimlerini bir özbazda başlayıp bitirebilir. Bu durum, başlangıçtaki özbazda yazılın yoğunluk matrisinin, köşegen elemanlarının değişmeden aynı kalması anlamına gelir. Bir önceki bölümde bu çeşit evrime adyabatik evrim adı verilmiştir. Bir diğer taraftan, nötrinolar belli bir uzaklığa geldiğinde, o uzaklıktaki özvektörler, başlangıçtaki özvektörlerin bir süper pozisyonu olabilir. Bu

durum da adyabatiklikten sapma olarak belirtebiliriz. Son olarak özvektörler yer değiştirebilir. Bu da evrimin diabatik olduğu anlamına gelir.

(4.2) numaralı denklemde $E_a(r)$, sistemin r uzaklığındaki özdeğerleridir. Tüm eksponansiyel terim evrimin salınım fazını oluşturur. Yoğunluk operatörü, r uzaklığına geldiğinde

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(r) &= \sum_{a,b} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{jb}^\dagger(r) \right) \exp\left(-i \int_R^r (E_a(x) - E_b(x)) dx\right) \\ &\quad \times |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)| , \\ &= \sum_{a,b} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{jb}^\dagger(r) \right) C_{ij}(E) |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)| ,\end{aligned}\quad (4.3)$$

şeklinde olacaktır. Evrime gelen salınım fazı, $C_{ij}(E)$, sadece enerji özdeğerlerine bağlıdır. Bu faz çeşni bazında yazılan yaşama olasılığında ortalama bir değer üzerinde salınımı sebep olur. Yoğunluk operatörünü ortalama kısmı, $\hat{\rho}(r)$, ve salınan kısmı, $\hat{\rho}_{sal}(r)$, olarak iki şekilde yazabiliriz.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(r) &= \hat{\rho}(r) + \hat{\rho}_{sal}(r) , \\ &= \sum_a \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{ja}^\dagger(r) \right) |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)| \\ &\quad + \sum_{\substack{a,b \\ a \neq b}} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{jb}^\dagger(r) \right) C_{ij}(E) |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)| .\end{aligned}\quad (4.4)$$

Yoğunluk operatörünün ortalama kısmı evrim hakkında genel bir fikir vermemizi sağlar. Özellikle çok uzaklardan gelen kaynaklarda, na-eş evreli (decoherence) kaynaklı çeşni salınım kısmı sıfır inecektir [91, 92]. Çeşni evrimi sırasında nötrinolar, bir özbazdan başka bir özbaza atlarsa salınımların etkisi ortaya çıkacaktır.

Özdurumların yerine tedirgeme teorisinden elde ettigimiz (2.63) numaralı ifadeleri koyabiliriz. Bu durumda yoğunluk operatörünün çeşni tabanındaki ifadesini yaklaşık olarak elde edebiliriz. Ortalama yoğunluk operatörünün ee tabanına izdüşümü, adyabatik bir evrim için aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned}\rho_{ee}(r) &= \sum_i \rho_{ii}(R) \langle \nu_e | \nu_i^{EM}(r) \rangle \langle \nu_i^{EM}(r) | \nu_e \rangle \\ &= \frac{\rho_{11}(R) c_{\theta_M}^2}{N_1^2} + \frac{\rho_{22}(R) s_{\theta_M}^2}{N_2^2} + \frac{\rho_{33}(R) \mu^2 B^2}{N_3^2} \left(\frac{s_\gamma c_{\theta_M}}{\delta\omega_{31}} + \frac{c_\gamma s_{\theta_M}}{\delta\omega_{32}} \right)^2 \\ &\quad + \frac{\rho_{44}(R) \mu^2 B^2}{N_4^2} \left(\frac{c_\gamma c_{\theta_M}}{\delta\omega_{41}} + \frac{s_\gamma s_{\theta_M}}{\delta\omega_{42}} \right)^2\end{aligned}\quad (4.5)$$

Burada LZ geçiş genlik matrisi A , birim matris olarak tanımlanarak adyabatik evrim varsayılmıştır.

Nötrinoların içerisindeki geçtiği ortam çok ani değiştiğinde veya bir süreksizlik meydana geldiğinde evrim bir özbazdan başka bir özbaza geçecektir. Bu yeni özbaz evrimin geri kalanından sorumlu olacak ve çeşni evrimini belirleyecektir. Bu örnek, iki farklı başlangıç koşulu ve iki farklı simülasyonun birleştirilmesi olarak düşünülebilir. Bu süreksızlığın olduğu noktanın öncesindeki ve sonrasındaki yoğunluk operatörlerinin birleştirilmesi gerekmektedir.

Yukarıda bahsedilen süreksızlık, elektron kesrinin ani değişmesinden kaynaklanabilir. ÇÇSN oluşmadan önce ve olduğu ilk saniyelerde elektron kesrinin belli bir r_d değerinde çok hızlı değişmesi gerektiği düşünülmektedir [90]. Bu değerden kaynaklı çeşni evriminde bir süreksızlık meydana gelecektir.

Ani değişimin yaşadığı r_d uzaklığının öncesindeki özvektörlere $|E_i\rangle$, sonrasındaki özvektörlere de $|E'_i\rangle$ adını verelim. Basitlik olması açısından, nötrinoların arka planda meydana gelen ani değişim kadar ve ani değişimden sonraki evrimi adyabatik olsun. Yani LZ geçiş matrisi, $A(r)$, süreksızlikten önce ve sonra birim matris olsun. Bu durumda yoğunluk operatörü r_d uzaklığına kadar aşağıdaki gibi yazılır.

$$\hat{\rho}(r) = \sum_{i,j,k,l} [\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)C'_{kl}(E)] |E'_k(r)\rangle\langle E'_l(r)| \\ \times |E'_k(r)\rangle\langle E_i(r_d)| |E_j(r_d)\rangle\langle E'_l(r)| . \quad (4.6)$$

Burada $C'_{kl} = \exp\left(-i \int_{r_d}^r (E'_k(x) - E'_l(x)) dx\right)$ şeklindedir. Ani değişim yaklaştırıldığında, Hamiltonyen aniden değiştiğinde, yoğunluk operatörünün evrimi aniden değişmiyor veya değiştirmek için yeterli zamanı olmuyor [93]. Süreksızlikten sonra $C_{ij}(E)$ terimi salınınım yapmayı bırakır. Süreksızlik noktasına kadar gelen salınınım fazına *donmuş faz* (frozen phase) adı verilecektir. Çeşni bazına geçtiğimizde donmuş fazın bilgisi, r_d uzaklığından sonra da kalır. Donmuş faz nedeniyle salinan yaşama olasılığı, r_d değerine geldiğinde bambaşka bir faz ile salınmaya başlar. İşte bulduğumuz bu donmuş fazın varlığı ve r_d noktasındaki değeri, süreksızlikten sonra da etkisini göstermektedir. Öte yandan $C'_{kl}(E)$ salınınım fazı, süreksızlık noktasından sonra kazandığı fazdır ve bir ortalamanın etrafında salınır. Eğer ikinci bir süreksızlık yoksa $C'_{kl}(E)$ fazı sadece salınınım terimlerini verecektir.

Süpernova ortamında elektron kesrinin süreksizliği gibi baryon kütlesinin süreksizliği de oluşmaktadır. Bu süreksizliği yaratacak olan en büyük değişim şok dalgasının ön yüzü olacaktır. Şok dalgasının, süpernova merkezinden dışarı doğru bakan bölümünü yani ön yüzündeki değişim nötrinoların çeşni evrimini etkiler ancak yukarıda bahsedildiği gibi bir değişim sebep olmaz. Gerçekçi modeller bölümünde bu konu daha ayrıntılı inceleneciktir.

Donmuş fazların etkisine ve çeşni evrimine daha ayrıntılı bakabilmek için yoğunluk operatörünü çeşni tabanında yazmak gerekmektedir. ÇÇSN'nin iç kısımlarına baktığımızda manyetik moment etkisiyle $e - \bar{x}$ veya $x - \bar{e}$ geçişleri olabilir. Sadece $e - \bar{x}$ geçişleri dikkate alındığında enerji özdurumlarından $|E_{1,2}\rangle$ ve $|E'_{1,2}\rangle$ baskındır. O halde iki duruma indirgenmiş yoğunluk matrisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\hat{\rho}(r) = \sum_{i,j,k}^2 C_{ij}(E)\rho_{ij}(R) |E'_k(r)\rangle\langle E_i(r_d)| |E_j(r_d)\rangle\langle E'_k(r)| |E'_k(r)\rangle\langle E'_k(r)| . \quad (4.7)$$

Burada $k = l$ şeklinde alındığı için C'_{kl} terimi atılmıştır. Madde arka planın çok büyük olduğu bir ortamda özvektörler neredeyse çeşni tabanındadır. Bunu, nötrinoların salınım yapamadan madde ile etkileşerek sürekli çeşni tabanında olmaya zorlanması gibi görülebilir. Bu çalışmada genelligi bozmamak için özvektörleri iki farklı çeşinin süperpozisyonu olarak alacağız. Başlangıçta, manyetik alan güclü olduğundan dolayı özdurumlar çeşni tabanından bir miktar sapabilir. Bundan dolayı şunu yazabiliriz.

$$|E_1(r_d)\rangle = \cos \theta_{EM}(R) |\nu_{\bar{x}}\rangle + \sin \theta_{EM}(R) |\nu_e\rangle , \quad (4.8)$$

$$|E_2(r_d)\rangle = -\sin \theta_{EM}(R) |\nu_{\bar{x}}\rangle + \cos \theta_{EM}(R) |\nu_e\rangle , \quad (4.9)$$

$$|E'_1(r)\rangle = \cos \theta_{EM}(r) |\nu_{\bar{x}}\rangle + \sin \theta_{EM}(r) |\nu_e\rangle , \quad (4.10)$$

$$|E'_2(r)\rangle = -\sin \theta_{EM}(r) |\nu_{\bar{x}}\rangle + \cos \theta_{EM}(r) |\nu_e\rangle . \quad (4.11)$$

Cebirsel işlemler yapıldığında öz tabanındaki yoğunluk operatörü, çeşni tabanında yazılabılır.

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(r) = & (\alpha_{11} \cos^2 \theta_{EM}(r) + \alpha_{22} \sin^2 \theta_{EM}(r)) |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| \\ & + (\alpha_{11} \sin^2 \theta_{EM}(r) + \alpha_{22} \cos^2 \theta_{EM}(r)) |\nu_e\rangle\langle\nu_e| \\ & + (\alpha_{11} \sin 2\theta_{EM}(r) - \alpha_{22} \sin 2\theta_{EM}(r)) (|\nu_e\rangle\langle\nu_{\bar{x}}| + |\nu_{\bar{x}}\rangle\langle\nu_e|) . \end{aligned} \quad (4.12)$$

Burada α_{11} ve α_{22} aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}\alpha_{11} = & \rho_{11}(R) \cos^2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r)) \\ & + \rho_{22}(R) \sin^2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r)) \\ & + \rho_{12} \frac{C_{12} + C_{21}}{2} \sin(2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r))) ,\end{aligned}\quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{22} = & -\rho_{11}(R) \sin^2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r)) \\ & + \rho_{22}(R) \cos^2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r)) \\ & - \rho_{12} \frac{C_{12} + C_{21}}{2} \sin(2(\theta_{EM}(R) - \theta_{EM}(r))) .\end{aligned}\quad (4.14)$$

Elde edilen sonuçlar, 2×2 'ye indirgenebilen $1 - 4$ Hamiltonyen'i için ve ad-yabatik evrim varsayımlı altında türetilmiştir. Dört çeşni için yaklaşık çözümler tediğeme kuramından elde edilen özvektörler kullanılarak yazılır.

Geçiş matrisini birim matristen farklı aldığımızda, nötrino yaşama olasılıklarına LZ geçiş olasılıkları dahil olacaktır. Bu sefer LZ geçiş olasılıklarını sisteme dahil ederken salınınm terimi C_{ij} terimi ortalamaya girmez. İki çeşniye indirgenmiş ortalama yoğunluk operatörü (4.4) numaralı denklem kullanılarak aşağıdaki gibi yazılr.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(r) = & [(1 - P_{LZ})\rho_{11}(R) + P_{LZ}\rho_{22}(R) \\ & - (e^{i\varphi}\rho_{12} + e^{-i\varphi}\rho_{21}(R))\sqrt{P_{LZ}(1 - P_{LZ})}] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & [P_{LZ}\rho_{11}(R) + (1 - P_{LZ})\rho_{22}(R) \\ & + (e^{i\varphi}\rho_{12} + e^{-i\varphi}\rho_{21}(R))\sqrt{P_{LZ}(1 - P_{LZ})}] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| .\end{aligned}\quad (4.15)$$

Burada φ terimi Stokes fazdır ve özvektörlerin birbirine geçmesinden gelir. Matematiksel olarak düşünürsek, geçiş genliği A matrisinin sanal tanımlı olmasından kaynaklıdır. Stokes fazı, aşağıdaki koşul sağlandığında evrimde kendini göstermeyecektir.

$$\frac{(1 - P_{LZ})\rho_{11}(R) + P_{LZ}\rho_{22}(R)}{\sqrt{P_{LZ}(1 - P_{LZ})}\rho_{12}(R)} \gg 1 .\quad (4.16)$$

LZ geçiş olasılık formülü, 3 bölümünde elde edilirken üç adet yaklaşımından bahsedilmiştir. (4.16) numaralı denklemdeki koşul, ikinci yaklaşıklığın sağlanmadığı durumlarda geçerli olur. Yani başlangıçta durum keti Hamiltonyen'in özdurumunda değilse yaşama olasılığına Stokes fazları gelecektir. Başlangıç koşullarında yapılan küçük değişiklikler ise çeşni evriminin son halinde farklılıklara sebep olacaktır.

4.2 numaralı bölümde, 9 farklı başlangıç koşulu alınarak fazlardan kaynaklanan değişim gösterilecektir.

SFP rezonansının adyabatik olmaması gibi MSW rezonansı da adyabatik olmayabilir. Bu durumda A matrisi iki farklı rezonans matrisinin çarpımı olacaktır. Bu tezde, aksi belirtildikçe, ters hiyerarşî ve $Y_e < 0.5$ değeri göz önüne alınlarından dolayı A matrisini oluşturan LZ rezonans geçiş matris çarpım sırası aşağıdaki gibi olur.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW},$$

$$= \begin{pmatrix} \sqrt{1 - P_{SFP}} & -e^{-i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ e^{i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & \sqrt{1 - P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1 - P_{MSW}} & -e^{-i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1 - P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Burada A_{SFP} matrisi P_{SFP} geçiş olasılıkları ve α fazına sahiptir. A_{MSW} matrisi ise P_{MSW} ve β fazına sahiptir. Bu denklem ancak ve ancak SFP ve MSW rezonansları birbirlerinden "yeterince" ayrı olduklarında doğrudur. Rezonansların birbirlerinden ne kadar ayırdığı 4.2 numaralı bölümde belirlenecektir.

Geçiş genliğini (4.4) numaralı denklemde yerine koyup tüm elemanları açık açık yazabiliz. Bu işlemi yaparken salınım fazı $C_{ij}(E)$ terimini ise katacağız. Yani geçiş matrislerini sırayla ekleyeceğiz.

$$\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \quad (4.18)$$

$$\rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \quad (4.19)$$

$$\rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}. \quad (4.20)$$

Denklemeleri bu şekilde kurdugumuzda donmuş fazlar dahil neredeyse tüm fazları yoğunluk operatörüne koyuyoruz. Tek dahil etmediğimiz faz, en uzakta meydana gelen MSW rezonansından sonra ortalamaya gelen salınım fazıdır.

Denklemelerin açık ifadesini yazarken ortalama yoğunluk operatörünün öz tabandaki halini üç terime ayıracagız. Bunlardan birincisi ortalama değer, $\hat{\bar{\rho}}_{\text{ort}}$ olacaktır. İkincisi ise ortalama değerden sapma yani fazlardan kaynaklanan fark olacaktır. Bu terimdeki fazlar başlangıç koşullarına çok hassas şekilde bağlı olduğu için Dünya'da gözlemlenecek her bir nötrino için farklı olacaktır. Bu nedenle kendini bir çeşit ölçüm hatası (error bar) gibi gösterecektir. Biz buna analitik

öngörünün *hatası* olarak adlandırılacak ve $\hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}$ olarak göstereceğiz. Son olarak ortalama etrafındaki salınımları veren kösegen olmayan terimler olacaktır. Bu terime de $\hat{\bar{\rho}}_{\text{naKos}}$ adı verilecektir. Ortalama yoğunluk operatörü,

$$\hat{\bar{\rho}}(r) = \hat{\bar{\rho}}_{\text{ort}}(r) + \hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}(r) + \hat{\bar{\rho}}_{\text{naKos}}(r) , \quad (4.21)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu terimlerden ortalama terim aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \hat{\bar{\rho}}_{\text{ort}} = & \left[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & + \left[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \quad \left. + P_{MSW}\rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\ & + \left[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \quad \left. + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\ & + \rho_{44}(R) |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)| . \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ortalama yoğunluk operatöründen de görüleceği üzere dördüncü özdurum ki, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ değeri göz önüne alındığında içerisinde en fazla x çeşnisinden bulunur, diğerlerinden ayıracaktır. İlk önce SFP rezonansı meydana geldiği için birinci özdurum ile ikinci özdurum karışır. Ardından gerçekleşecek olan MSW rezonansından birinci özdurum etkilenmez. İkinci ve üçüncü özdurum SFP rezonansından sonra MSW rezonansından da geçtiği için hem P_{MSW} hem de P_{SFP} terimlerine sahiptir.

Stokes ve salınım fazlarından kaynaklanan terimler ise yukarıdaki verilen formül etrafında salınımlara neden olacaktır. Dikkat edilmesi gereken konu, kösegen terimlere gelen katkılar fazlardan kaynaklıdır ve salınımlarla alakası yoktur. Yani $\hat{\bar{\rho}}_{\text{ort}} + \hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}$ terimlerinde $i \neq j$ için $|E_i(r)\rangle\langle E_j(r)|$ terimleri bulunmamaktadır.

$\hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}(r)$ operatörü,

$$\begin{aligned}
 \hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}(r) = & \pm 2 \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{12}(R) \right] \\
 & \times [(1 - P_{MSW}) |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|] \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}} \rho_{13}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{23}(R) \right) \right] \\
 & [|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \\
 & \pm 2 \left[P_{MSW} \sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{12}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| , \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

şeklinde yazılır. Burada fazlardan kaynaklanan eksponansiyel terimlerin maksimum ve minimum değerleri göz önüne alınmıştır. Bundan dolayı her bir terimin başına \pm terimleri gelmiştir. Ayrıca yoğunluk operatörünün $\rho_{ij}(R) = \rho_{ji}(R)$ özelliğini kullanıp, eksponansiyel terimler yerine kosinüs koyduğumuzda 2 katsayıı gelir.

Son olarak köşegen olmayan terimler ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
 \hat{\bar{\rho}}_{\text{naKos}}(r) = & \pm 2 \left[\sqrt{1 - P_{MSW}} \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP}) \rho_{12}(R) \right. \right. \\
 & \left. \left. - (P_{SFP} \rho_{21}(R) + \sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{22}(R)) \right] \right. \\
 & \left. - \sqrt{P_{MSW}} \left(\sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{13}(R) - \sqrt{P_{SFP}} \rho_{23}(R) \right) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_2(r)| \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{P_{MSW}} \left(\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP}) \rho_{12}(R) \right. \right. \\
 & \left. \left. - (P_{SFP} \rho_{21}(R) + \sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{22}(R)) \right) \right. \\
 & \left. + \sqrt{1 - P_{MSW}} \left(\sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{13}(R) - \sqrt{P_{SFP}} \rho_{23}(R) \right) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_3(r)| \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{14}(R) - \sqrt{P_{SFP}} \rho_{24}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_4(r)| \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{12}(R) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}} \rho_{21}(R) + P_{SFP}(\rho_{11}(R) - \rho_{22}(R)) + \rho_{22}(R) \right) \right. \\
 & \left. + (1 - P_{MSW}) \left(\sqrt{P_{SFP}} \rho_{13}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{23}(R) \right) \right. \\
 & \left. - P_{MSW} \left(\sqrt{P_{SFP}} \rho_{31}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{32}(R) \right) \right. \\
 & \left. - \sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_3(r)| \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{1 - P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}} \rho_{14}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{24}(R) \right) \right. \\
 & \left. - \sqrt{P_{MSW}} \rho_{34}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_4(r)| \\
 & \pm 2 \left[\sqrt{P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}} \rho_{14}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}} \rho_{24}(R) \right) \right. \\
 & \left. + \sqrt{1 - P_{MSW}} \rho_{34}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_4(r)| . \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

Köşegen olmayan terimlerin en büyük ve en küçük terimleri çeşni bazındaki salınımların etrafını sarmalayan zarfi verecektir. Bu tezdeki sayısal-analitik hesap karşılaştırılmalarında bu terim dikkate alınmayacağındır.

Son olarak, (4.21) numaralı denklem ile verilen ortalama yoğunluk operatöründeki "ortalama" kelimesi ile (4.22) numaralı denklemdeki "ortalama" kelimesinin farklı durumlarda kullanıldığını belirtmek isteriz. (4.22) numaralı denklemdeki ortalama, evrimin MSW rezonansı bitene kadar olan uzaklıktaki ortalama yoğunluk matrisini kapsamaktadır. Yoğunluk operatörünün ortalaması ise tüm evrimin ortalaması anlamına gelmektedir. Yani MSW rezonansından sonra meydana gelen salınımların ortalamasıdır.

Geometrik faz kuantum sistemlerin genel özelliği ve eğer Hamiltonyen iki veya daha fazla konuma (zamana) bağlı parametresi varsa açığa çıkabilir. Eğer sistem faz uzayında kapalı bir eğri üzerinde hareket ederse dinamik faza geometrik faz eklenir. SFP rezonanslarında geometrik fazlar ilk olarak [94, 95, 96] numaralı makalelerinde çalışılmıştır.

4.1.1 GEOMETRİ

Kinematik bölümünde, (2.5) numaralı denklemde, Liouville - von Neumann denklemini yazmıştık. Saçılmaları ihmali ettiğimizde, denklemin açıya bağlı şekli aşağıdaki gibi olur [38, 97].

$$i(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (4.25)$$

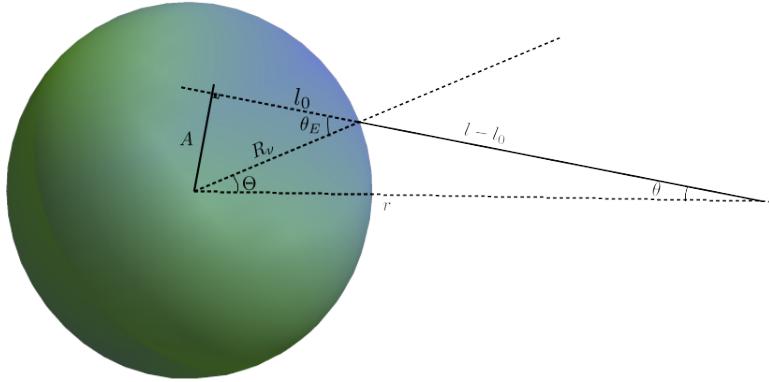
Burada \vec{v} , nötrinoların hız vektörüdür. (2.5) numaralı denklemi (4.25) numaralı denklemi özel halidir. En genel olarak nötrinolar etkileşim potansiyelleri ile farklı hızlarda ve/veya açılarda girebilir.

Süpernova oluşmadan hemen önce merkezdeki küresel simetrik ve kompakt çekirdeğe proto-nötron yıldızı adı verilmektedir. Proto-nötron yıldızının merkezinde nötrinolar, diğer tüm parçacıklar gibi termal dengeye ulaşmıştır [1]. Yıldız çekirdeğinin öyle bir katmanı vardır ki nötrinolar etkileşim dengesinden çıkar ve dışarıya doğru hareket ederler. Bu noktaya nötrinosfer (neutrinosphere) adı verilmektedir. Bu çalışmada ele alınan nötrinoların başlangıç noktası nötrinosfer

katmanıdır. Bu katman, ata yıldızın kütlesine göre değişiklik gösterse, merkezden yaklaşık 20 - 50 km ötede bulunur [1, 98].

Nötrinosferden çıkan nötrinoların izotropik olarak yayıldığı varsayılmaktadır.. Bunun anlamı, sistemdeki nötrinolar *her yönde* eşit ağırlıkla yayılmaktadır. Yayılan nötrinolar ise ortam ile etkileşirken tek bir açı ile saçılır. Bundan dolayı (4.25) numaralı denklemde $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}$ terimi bulunmaktadır. Bu terimden kaynaklanan katkıyı sadece nötrino potansiyeli için, yani nötrino öz-kırılımı için inceleyeceğiz.

Nötrinosferin şematik yapısı 4.1 numaralı şekilde gösterilmiştir. 4.1 numaralı şekilde verilen nötrinosfer ve nötrinoların ilerleme modeline *ampul modeli* adı verilir ve [38] numaralı kaynakta geliştirilmiştir. Bu bölümde, bahsedilen referanstaki çıkışım yöntemi üzerinden gidilecektir. Not etmek gerekir ki, sadece bu bölümde θ , nötrino salınım karışım açısı değil saçılma açısıdır. Ampul modeli-



Şekil 4.1: Ampul (Bulb) Modeli. Bu şekil [38] numaralı referanstan benzetilerek oluşturulmuştur.

nin temelde iki adet simetrisi vardır. Birincisi küresel simetri ikincisi ise radyal doğrultuda azimuthal simetridir. Azimuthal simetri, sistemin azimuthal açısından yani φ açısından bağımsız olduğu anlamına gelir. Buradaki θ ve φ açıları küresel koordinatlardan gelen açılardır, $d\vec{r} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\varphi \hat{\varphi}$. Bu simetrileri, (4.25) numaralı denkleme uygularsak

$$iv_r \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (4.26)$$

denklemi elde edilir. Burada v_r , hız vektörünün radyal bileşenidir. Hareket denklemi hızdan bağımsız hale getirip saçılım açısı θ ile alakalı hale getirmek için sinüs teoremi kullanılır.

$$\frac{\sin \theta}{R_\nu} = \frac{\sin \Theta}{l - l_0}. \quad (4.27)$$

Burada $l = r \cos \theta$ ve $l_0 = R_\nu \cos \theta_E$ şeklindedir. R_ν ise nötrinosferin yarıçapıdır ve nötrino evriminin başladığı uzaklığıdır. Açıların geometri üzerindeki yerleri, 4.1 şeklinde gözükmektedir. $\sin \theta_E$ ve $\sin \theta$ arasındaki ilişki de aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\sin \theta}{R_\nu} = \frac{\sin \theta_E}{r} . \quad (4.28)$$

Tüm bu ilişkiler bir araya getirildiğinde, sinüs teoremine benzer bir ifade elde edilir.

$$\frac{\sin \theta}{R_\nu} = \frac{\sin \Theta}{l - l_0} = \frac{\sin \theta_E}{r} \quad (4.29)$$

Yukarıdaki bağıntı sayesinde iki bağımsız açı elde edebiliriz.

Nötrinosferden seçilmiş r kadar uzaklıgına kadar, sadece belli bir maksimum θ_E yayılma açısıyla çıkan nötrino ulaşabilir. Örneğin seçilen bir P noktasına, proto-nötron yıldızının arka tarafından nötrino gelemez. Bu sınırlamayı θ_{max} olarak gösterebiliriz. Açıkça ifadesi

$$\theta_{max} = \arcsin \left(\frac{R_\nu}{r} \right) \quad (4.30)$$

şeklinde olacaktır. Sonuç olarak rastgele bir r noktasına gelebilen nötrinoların ilgili açı karşılıklarını elde ettik.

Nötrinolar öz-kırılım etkilerini anlayabilmek için rastgele bir noktadaki, o noktaya P noktası diyelim, diferansiyel nötrino yoğunluğunu belirlememiz gerekdir. α çeşnisine sahip, r uzaklığında ve q enerjisine sahip nötrinoların diferansiyel sayı yoğunluğu aşağıdaki gibi yazılır.

$$dn_{\nu_\alpha}(\vec{q}) = j_{\nu_\alpha}(q) \cos \theta_E \frac{1}{(l - l_0)^2} R_\nu^2 d(\cos \Theta) d\Phi . \quad (4.31)$$

Burada $j_{\nu_\alpha}(q)$, α çeşnisine sahip olan q enerjili nötrino sayı akısı (flux), $(l - l_0)^{-2}$ geometrik genişlemeden (dilation) gelen terim ve $R_\nu^2 d(\cos \Theta) d\Phi$ terimi diferansiyel hacim kismıdır. Burada $j_{\nu_\alpha}(q)$ terimi sadece ileri saçılan nötrinoları kapsar. Şimdi elde ettigimiz geometrik bağıntıları kullanarak (4.31) numaralı denklemi sadelestirebiliriz.

$$\begin{aligned} dn_{\nu_\alpha}(\vec{q}) &= j_{\nu_\alpha}(q) \cos \theta_E \frac{1}{(l - l_0)^2} R_\nu^2 d(\cos \Theta) d\Phi \\ &= j_{\nu_\alpha}(q) \frac{R_\nu^2}{(l - l_0)^2} \cos \theta_E \frac{(l - l_0) \sin \theta}{R_\nu} \frac{(l - l_0) d\theta}{R_\nu \cos \theta_E} d\Phi \\ &= j_{\nu_\alpha}(q) d(\cos \theta) d\phi . \end{aligned} \quad (4.32)$$

Burada $\cos \theta_E R_\nu d\Theta = (l - l_0) d\theta$ bağıntısı kullanılmıştır. Ayrıca geometri bize $d\Phi = d\phi$ bağıntısını verir.

Elde edilen (4.32) numaralı bağıntı yardımıyla r yarıçaplı bir küre yüzeyinden geçen toplam nötrino sayısı şöyle yazılır.

$$\begin{aligned} \text{Toplam } \nu_\alpha \text{ sayısı} &= 4\pi r^2 \int \cos \theta dn_{\nu_\alpha} \\ &= 4\pi^2 R_\nu^2 j_{\nu_\alpha}(q) . \end{aligned} \quad (4.33)$$

Toplam α çeşnisine sahip olan nötrino sayısı başka bir şekilde de ifade edilebilir.

$$4\pi R_\nu^2 \int_0^1 2\pi j_{\nu_\alpha} \cos \theta_E d(\cos \theta_R) = 4\pi^2 R_\nu^2 j_{\nu_\alpha}(q) . \quad (4.34)$$

r noktasındaki nötrino akısı da aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$4\pi R_\nu^2 \int_0^1 2\pi j_{\nu_\alpha} \cos \theta_E d(\cos \theta_R) = \frac{L_{\nu_\alpha}}{\langle E_{\nu_\alpha} \rangle} f_{\nu_\alpha} . \quad (4.35)$$

Burada L_{ν_α} nötrino parlaklığı (luminosity), $\langle E_{\nu_\alpha} \rangle$ ortalama nötrino enerjisi ve f_{ν_α} normalize edilmiş enerji dağılımıdır. (4.34) ve (4.35) numaralı denklemler birleştirildiğinde, nötrino akısı elde edilir.

$$j_{\nu_\alpha} = \frac{L_{\nu_\alpha}}{4\pi^2 R_\nu^2 \langle E_{\nu_\alpha} \rangle} f_{\nu_\alpha} . \quad (4.36)$$

Nötrinolar proto-nötron yıldızı içerisinde termalize olmuşlardır. Bundan dolayı başlangıçtaki enerji dağılımları ve sıcaklıklar güzel tanımlıdır. Nötrinoların spin 1/2 parçacıklar yani fermiyon olduğu dikkate alındığında başlangıçtaki dağılımları Fermi-Dirac dağılımındır.

$$f_{\nu_\alpha}(q) \equiv \frac{1}{F_2(\eta_{\nu_\alpha})} \frac{1}{T_{\nu_\alpha}^3} \frac{q^2}{\exp(q/T_{\nu_\alpha} - \eta_{\nu_\alpha}) + 1} . \quad (4.37)$$

Burada η_{ν_α} dejenerelik parametresidir. $F_2(\eta_{\nu_\alpha})$ terimi ise Fermi-Dirac integrali ve T_{ν_α} , α çeşnisine sahip nötrinoların sıcaklığıdır. Bu çalışmada dejenerelik parametresi sıfır alınacaktır. Nötrinolar ultra-göreli parçacıklar olduğu için momentum büyülüğu q yerine enerji E yazılabilir.

Nötrinoların proto-nötron yıldızı içerisinde termalize olma aşamalarında farklılıklar olabilir [99]. Yüksek enerjili nötrinolar biraz daha fazla etkileşikleri için nötrinosferin daha dış yani soğuk katmanlarında ayıırlar. Yani her ne kadar nötrinolar termal dengeye gelmiştir, belli bir sıcaklığı vardır desek de ashında yüksek

enerjili nötrinolar bundan biraz daha soğuk, düşük enerjili nötrinolar biraz daha sıcaktır. Bunun sonucu olarak spektrum Fermi-Dirac olmaktan bir miktar sapar. Bu farklılığı parametrize ederek Fermi-Dirac dağılımı *sıskalaştırılır* (pinched). Sıksa dağılım aşağıdaki gibi yazılır.

$$f_{\nu_\alpha}(E) \equiv \frac{\beta^\beta}{\Gamma(\beta)} \frac{E^{\beta-1}}{\langle E_{\nu_\alpha} \rangle^\beta} \exp(-\beta E/E_{\nu_\alpha}) . \quad (4.38)$$

Burada β spektral parametre ve $\Gamma(\beta)$ ise Euler Gamma fonksiyonudur. Bu parametreler model bağımlıdır. Bu çalışmada kullanılmasa da nötrino öz-kırılım çalışmalarında sıksa dağılım oldukça popülerdir, çünkü öz-kırılımlar altındaki çeşitli evrimi spektruma çok bağlıdır. Genelde $\beta = 3$ parametresi seçilse de $\beta = 4$ seçilen çalışmalar da mevcuttur [100]. Son olarak ortalama nötrino enerjisi ile sıcaklık arasında aşağıdaki gibi bir bağlantı vardır.

$$\begin{aligned} \langle E_{\nu_\alpha} \rangle &= \frac{\int_0^\infty E f_{\nu_\alpha}(E) dE}{\int_0^\infty f_{\nu_\alpha}(E) dE} \\ &= \frac{F_3(0)}{F_2(0)} T_{\nu_\alpha} \\ &\approx 3.1516 T_{\nu_\alpha} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Burada Fermi-Dirac integrali, $F_n(0) \equiv \int dx \frac{x^n}{e^x + 1}$ şeklinde tanımlanmıştır.

İlerleme hız vektörüne bağlı olarak yazılan (4.25) numaralı hareket denklemi nötrino saçılma açısı θ cinsinden tekrar yazılabilir [36, 101].

$$i \cos \theta \frac{d}{dr} \hat{\rho}(E, r, \theta) = [\hat{H}(E, r, \theta), \hat{\rho}(E, r, \theta)] . \quad (4.40)$$

Bu denklem kullanılarak çeşitli sayısal modeller elde edilebilir. Bu tip yaklaşıklığa *çok-açı yaklaşımı* (multi-angle approximation) adı denir. Yoğunluk operatörü saçılma açısından bağımsız olarak alınırsa, hareket denkleminin serbestlik derecesi bir derece azalır. Bu durumda saçılma açısı $\theta = 0$ şeklinde alınır. Bahsedilen bu yaklaşıklığa da *tek-açı yaklaşımı* (single-angle approximation) adı verilir. Tek-açı yaklaşıklığında hareket denklemi (2.5) numaralı denkleme indirgenir.

Tek-açı yaklaşımı ile çok-açı yaklaşımı arasında çözüm farkları olacaktır. Özellikle nötrino öz-kırılım dikkate alındığında çok-açı yaklaşımı kollektif nötrino salınımlarında gecikmeye sebep olacaktır [102]. Çok-açı yaklaşımının etkileri proto-nötron yıldızından daha uzak noktalarda kollektif salınının başlaması

dışında fazla etkisi bulunmamaktadır. Diğer taraftan geç başlayan kollektif salınımlar νp çekirdek sentezlenmesi gibi süpernova içerisindeki nükleer dinamikleri de etkileyecektir [103].

Çok-açı yaklaşıklığı parametre uzayını, saçılma açı modu (saçılma açı aralığının kaç parça olacağı) kadar katlayacaktır. Hali hazırda bulunan diferansiyel denklem hem doğrusal değildir hem de çiftlenmişdir. Bu duruma ek olarak öz-kırılım Hamiltonyen'i, proto-nötron yıldızına yakın noktalarda çok yüksek değerdedir ve yüksek frekanslı çeşni salınımına sebep olur. Runge–Kutta–Fehlberg gibi dışsal (extrinsic) veya LSODA gibi hem içsel (intrinsic) hem dışsal diferansiyel denklem çözme algoritmaları bilgisayar kaynaklarını oldukça harcar. Bu sebeplerden dolayı bu çalışmada tek-açı yaklaşıklığı kullanılmıştır.

Nötrino öz-kırılım Hamiltonyen operatörü (2.91), çok-açı ve tek-açı yaklaşımına göre değişir. Çok-açı yaklaşımında nötrino öz-kırılım Hamiltonyen'i aşağıdaki gibi olur.

$$\hat{H}_{\nu\nu}(r) = \sqrt{2}G_F \sum_{\alpha,\beta=e,x} \int dE dn_{\nu_\alpha} (1 - \cos\theta) [[\rho_{\alpha\beta}(E, r, \theta) - \rho_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}(E, r, \theta)]] \\ \times (|\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| - |\nu_{\bar{\alpha}}\rangle\langle\nu_{\bar{\beta}}|) . \quad (4.41)$$

Suçılım açısını $\theta = 0$ alıp nötrino sayı yoğunluğunu, dn_{ν_α} , da yerine koyduğumuzda, tek-açı yaklaşımına sahip nötrino öz-kırılım Hamiltonyen'i elde edilir [38].

$$\hat{H}_{\nu\nu}(r) = \sum_{\alpha,\beta=e,x} \int dE \left[\rho_{\alpha\beta}(E, r) f_{\nu_\alpha}(E) \frac{L_{\nu_\alpha}}{\langle E_{\nu_\alpha} \rangle} - \rho_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}(E, r) f_{\nu_{\bar{\alpha}}}(E) \frac{L_{\nu_{\bar{\alpha}}}}{\langle E_{\nu_{\bar{\alpha}}} \rangle} \right] \\ \times \sqrt{2}G_F D_T(r) (|\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta| - |\nu_{\bar{\alpha}}\rangle\langle\nu_{\bar{\beta}}|) . \quad (4.42)$$

Burada $D_T(r)$ katsayısı

$$D_T(r) = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_\nu}{r} \right)^2} \right]^2 \quad (4.43)$$

şeklinde verilir. Tek açı yaklaşımı altında nötrino öz-kırılımının etkisi, $1/r^2$ gibi azalmaktadır. Bu nedenle nötrino öz-kırılım Hamiltonyen'i proto-nötron yıldızının yakınlarında baskın olur.

4.2 OYUNCAK MODELLER

Oyuncak modelleri oluştururken madde profilini yani ortamdaki baryonun konumla nasıl değiştiğini analitik olarak bildiğimizi varsayıyoruz. Bunun sayesinde, 4.1 numaralı bölümde verilen birçok analitik öngörü kullanılabilir olmaktadır. Oyuncak modeller olarak adlandırdığımız ve bu başlık altındaki tüm simülasyonlarda baryon profili, aksi belirtildiğe aşağıdaki gibi olacaktır.

$$n_b(r) = 10^6 \exp\left(-\frac{r}{r_{mat}}\right) [\text{g/cm}^3]. \quad (4.44)$$

Burada santimetre küp başına kaç gram baryon düştüğü verilmiştir. r_{mat} olarak verilen ifade ise baryon yoğunluğunun eksponansiyel olarak nasıl düşeceğini belirten katsayıdır ve birimi [km] cinsindendir. Oyuncak modeller için kullandığımız simülasyonlarda bu değer $r_{mat} = 200$ km olarak alınacaktır. Analitik baryon profili ve kullanılan değerler rastgele seçilmemiştir. Bu değerler, süpernova simülasyonunun $t = 5$ s'deki baryon profiline fit edilmiş değerleridir.

Oyuncak model simülasyonları da kendi içerisinde 9'a ayrılacaktır. İki ana simülasyonun 9'ar alt simülasyonlara bölünmesinin sebebi nötrino-manyetik etkileşimlerinde başlangıç koşullarının küçük değişiminin sonuçlara olan etkisine bakılmasıdır. Başlangıç koşullardaki küçük değişimler ortalama yoğunluk operatörünün *ortalama* değerini neredeyse etkilemeyecektir. Sayısal sonuçların değişimi ise (4.23) denkleminde verilen *hata* oranından düşük bir oranda değişmesi beklenmektedir, çünkü sistemde yapılan küçük değişikliklerin evrime olan etkisi, evrimin fazlarından kaynaklanan terimler kadar kendisini gösterecektir. (4.23) numaralı denklemde maksimum ve minimum fazlar dikkate alındığı için sayısal sonuçların hata barının içerisinde kalması beklenmektedir.

Sayısal sonuçlar ile analitik sonuçları karşılaştırmadan önce iki "ana" simülasyonun ortak başlangıç parametrelerini aşağıdaki tabloda verebiliriz. Dış madde yoğunluk profili ve dış manyetik alan profili 4.1 numaralı tabloda verilmiştir. Bu tabloda verilen değerler [7] numaralı kaynaktan alınmıştır.

Oyuncak model olarak yapılan iki simülasyonun birbirinden tek farkı karışım açısındandır. $\theta_{01} \exp N_B$ adlı simülasyonda boşluk karışım açısı sıfırdır. $\theta_{014} \exp N_B$ adlı simülasyonda ise boşluk karışım açısı 0.14 olarak alınmıştır. Bu, θ_{13} boşluk salınım açısı değeridir [7]. Bu ve 4.2 numaralı tabloda verilen değerler kullanılarak

Çeşni Sayısı	4
Hiyerarşi	Ters
Boşluk Karışım Açısı [Rad]	0.14
CP Fazı [Rad]	0
Kütle Kare Farkı [MeV ²]	2.4×10^{-15}
Nötrino Manyetik Momenti [μ_B]	5×10^{-16}
Nötrino Enerji Aralığı [MeV]	1-50
Son uzaklık [km]	4000
Nötrino İstatistiksel Dağılımı	Sadece Elektron, kutu dağılımı

Tablo 4.2: Oyuncak Modellerin Ortak Başlangıç Koşulları. `theta014expNbB` adlı modelde normal hiyerarşi ve sadece elektron antinötrino kutu dağılımı da kullanılmıştır.

oyuncak model oluşturulmuş ve simülasyonlar yapılmıştır.

Oyuncak modellerin simülasyon sonuçlarına geçmeden önce her bir oyuncak modelin 9 alt simülasyonu hakkında bilgi vereceğiz. Tüm başlangıç koşullar, 4.1 ve 4.2 numaralı tabloda verilmiştir. Bu koşullardan, simülasyonun başlangıç uzaklığı R ve dış manyetik alanın azalma parametresi r_{Mag} üzerinde küçük değişiklikler yapılacaktır. Bu değişiklikler 4.3 numaralı tabloda verilmiştir.

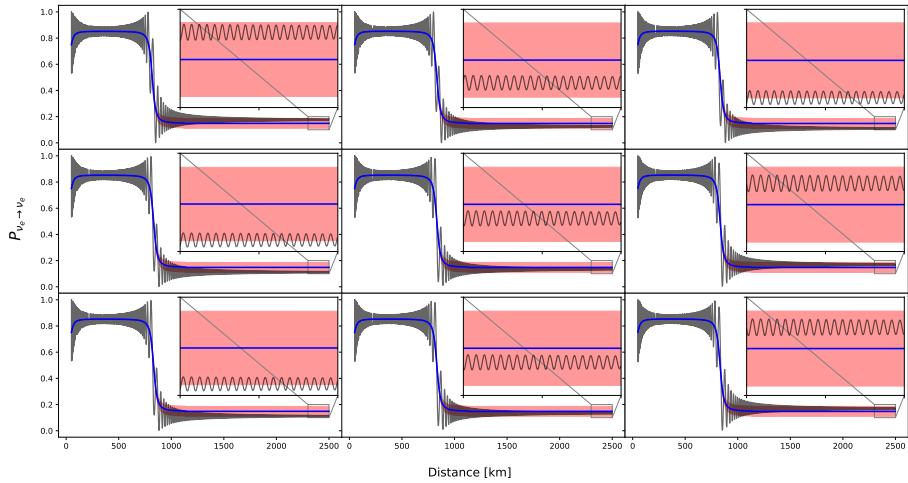
$R = 49.90, r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.90, r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.90, r_{Mag} = 50$
$R = 49.95, r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.95, r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.95, r_{Mag} = 50$
$R = 50.00, r_{Mag} = 50.1$	$R = 50.00, r_{Mag} = 50.05$	$R = 50.00, r_{Mag} = 50$

Tablo 4.3: Oyuncak Modellere Ait 9 Alt Simülasyonun Başlangıç Koşulları. Buradaki tüm değerler km birimindedir.

theta0expNbB adlı simülasyonun analitik ve sayısal sonuçları, karşılaştırılmalı olarak 4.2 numaralı şekilde verilmiştir.

Boşluk karışım açısı sıfır olduğunda MSW rezonansı gözükmemesi beklenmektedir. 4.2 numaralı grafikten de görüldüğü gibi sadece SFP rezonansı meydana gelmektedir. 10 MeV enerjili nötrinoların SFP rezonansı yaklaşık 830 km'de meydana gelmiştir ve `theta0expNbB` simülasyonları için SFP rezonansının LZ geçiş olasılıkları 0.003 mertebesindedir. Bu geçiş olasılığını veren adyabatisite parametresi ise 0.9'dur.

Analitik olarak elde ettiğimiz bağıntılar (4.22) ve (4.23) numaralı formüller ile verilmiştir. Bu formüllerin, 4.2 numaralı şekildeki hangi terimlere denk geldiğini açıklayabiliriz. Analitik olarak elde edilen ortalama yoğunluk matris elemanları grafikte mavi çizги olarak gösterilmiştir. Mavi çizgiler, siyah olan sayısal çözümle-

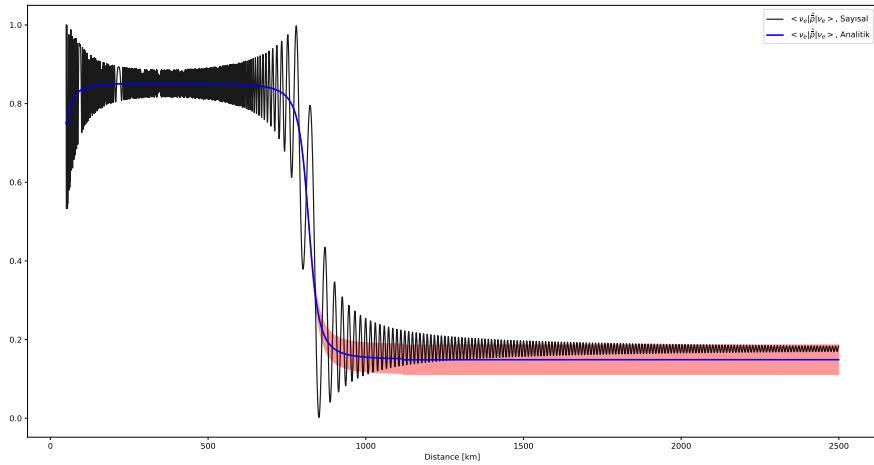


Şekil 4.2: theta0expNbB Modelinin, 9 Alt Simülasyonun, 10 MeV İçin Uzaklığı Karşılık Yaşama Olasılıkları. Siyah çizgiler simülasyonların sayısal sonuçları, mavi çizgiler analitik öngörü sonuçlarını ve kırmızı aralıklar ise analitik öngörüden sapmaları, yani hatayı göstermektedir. Alt simülasyonların başlangıç koşullarındaki farklar, 4.3 numaralı tabloda verilmiştir ve sıralama da bu tablodaki gibidir.

rin ortalaması olarak ilerlemektedir. SFP rezonansından sonra da sayısal çözümler ortalama etrafında salınmaya devam etmektedir. Sayısal çözümlerin salınım genlikleri düştüğünde ise ortalama teriminden sapmalar açığa çıkmaktadır. Bu sapmanın tek sebebi rezonansın adyabatik olmamasıdır. Adyabatik olmayan geçişlerde ise fazlar kendisini gösterir. Faz ile orantılı olan analitik sonuçlar ise (4.23) numaralı bağıntıda verilmiştir. Bu bağıntıda fazların maksimum ve minimum olduğu terim 4.2 numaralı şekilde kırmızı alan olarak işaretlenmiştir. Yaptığımız çalışmada sayısal sonuçlar ile theta0expNbB adlı model için analitik sonuçlarla tam olarak uyum göstermektedir. Sadece $R = 49.9$ km, $r_{mag} = 50.1$ km için olan sonuçlar, 4.3 numaralı grafikte daha yakından gösterilmiştir.

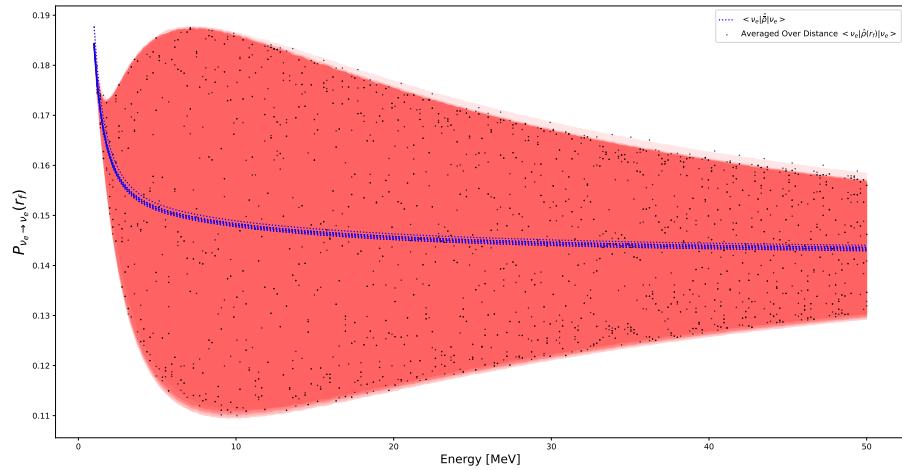
theta0expNbB modeli için 9 farklı alt simülasyon yapmamızın sebebi şudur; başlangıç koşullarındaki küçük değişiklikler, fazlardan kaynaklanan sonsuzdaki sayısal çözümlerde küçük değişiklikler meydana getirir. Bu küçük değişikler altında analitik ve sayısal çözümlerin uyumlu olup olmadığına bakılmıştır. Boşluk karışım açısının sıfır olduğu bu simülasyonlar, öngördüğümüz analitik hata aralığı dahilinde doğru sonuçlar vermiştir.

Elde edilen bu sonuçlar her enerji için geçerlidir. 4.4 numaralı grafikte son yaşama olasılıklarının enerjiye göre dağılımı verilmiştir. Bu grafikte mavi çizgiler



Şekil 4.3: theta0expNbB Modeli, $R = 49.9$ km, $r_{mat} = 50.1$ km simülasyonu ve 10 MeV İçin Yaşama Olasılıkları

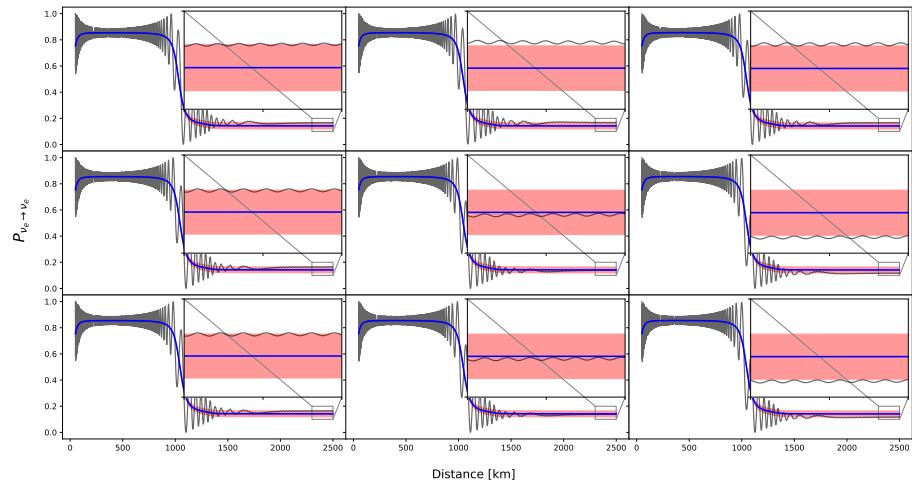
her enerjideki ortalamanın simülasyon sonundaki değerini göstermektedir. Siyah noktalar ise 9 farklı simülasyonun en son ortalama sayısal değeridir. Yukarıda verilen ve 10 MeV için geçerli olduğunu gösterdiğimiz analitik ve sayısal sonuç karşılaştırmaları her enerji için geçerlidir. Yani her bir enerji için analitik ve sayısal çözümler tutarlıdır. Düşük enerjide hata aralığının küçülmesi veya yok olmasının sebebi, bu enerjiler için evrimin adyabatik olmasıdır. Adyabatik evrimde P_{SFP} terimi sıfırdır. Bundan dolayı (4.23) terimi de sıfır olarak gelecektir. Hata olarak tabir ettiğimiz kırmızı bölge de düşük enerjilerde olmayacağındır.



Şekil 4.4: theta0expNbB Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları. Her siyah nokta, sayısal sonuçların son birkaç kilometredeki ortalamasıdır.

Fazların çeşni evrimine olan etkisi de 4.4 numaralı grafikten gözükmektedir. Her enerji için yapılan 9 simülasyon sonucunda sayısal sonuçlar belli bir noktada olmayıp bir aralık arasında "rastgele" dağılmaktadır. LZ geçiş olasılığından kaynaklanan hata aralığı, 10 MeV civarında en yüksek değere ulaşmıştır. Bu sonuç, Dünya'dan yapılacak olan nötrino algıç (detect) deneylerinden SN modelleri oluşturulmasında önemli yer tutar.

theta014expNbB adlı simülasyonun analitik ve sayısal sonuçları, karşılaştırmalı olarak 4.5 numaralı şekilde verilmiştir.

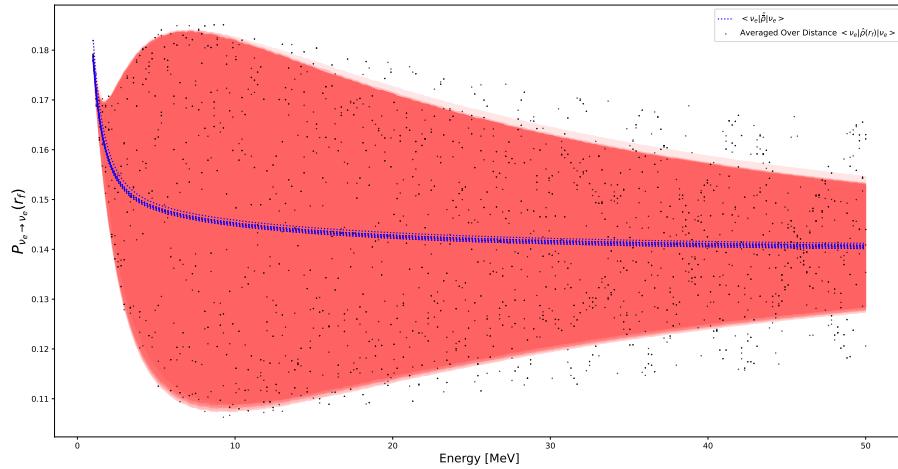


Şekil 4.5: theta014expNbB Modelinin, 9 Alt Simülasyonun, 10 MeV İçin Uzaklığa Karşılık Yaşama Olasılıkları. Siyah çizgiler simülasyonların sayısal sonuçları, mavi çizgiler analitik öngörü sonuçlarını ve kırmızı aralıklar ise analitik öngörüden sapmaları, yani hata aralığını göstermektedir. 10 MeV enerjisi için, ($R = 49.90$, $r_{Mag} = 50.05$), ($R = 49.90$, $r_{Mag} = 50$), ($R = 49.95$, $r_{Mag} = 50$) ve ($R = 50.00$, $r_{Mag} = 50$) başlangıç koşullarına sahip olan simülasyon sonuçları analitik öngörü ile uyuşmamaktadır.

Karışım açısının sıfır olmadığı durumda SFP rezonansına ek olarak MSW rezonansı da gerçekleşecektir. 4.5 numaralı şekil 10 MeV enerjili nötrinolar için çizilmiş olup SFP rezonansı yaklaşık 840 km'de meydana gelmiştir. MSW rezonansı ise 1270 km civarında meydana gelmektedir. theta014expNbB simülasyonları için SFP LZ geçiş olasılıkları 0.003 mertebesinde ve MSW geçiş olasılıkları 10^{-14} mertebesindedir. Bu geçiş olasılığını veren adyabatisite parametresi ise SFP için 0.9, MSW için 4.8 mertebesindedir.

theta0expNbB modelinden farklı olarak theta014expNbB modelinde, analitik olarak elde ettiğimiz bağıntılar (4.22) (4.23) numaralı formüller ile bazı sayısal

çözümlerin uyuşmadığı görülmektedir. Bu MSW ve SFP rezonanslarının iki ayrı 2×2 sistem olarak ele alınmasından kaynaklanan bir hatadır diyebiliriz. Öncelikle bu durumun 10 MeV ile sınırlı olmadığını, tüm enerjilerde bir miktar uyumsuzluk olduğunu söylemek gereklidir. 4.6 numaralı grafikten de açıkça görüldüğü gibi siyah nokta ile gösterilen sayısal çözümler kırmızı ile verilen hata aralığının dışına çıkmıştır. Hatta yüksek enerjili nötrinolarda fark büyümektedir.



Şekil 4.6: theta014expNbB Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları. Her siyah nokta, sayısal sonuçların son birkaç kilometredeki ortalamasıdır. Boşluk karışım açısının sıfırdan farklı olması durumunda, analitik öngörü/sayısal sonuç uyumsuzluğu görülmektedir. Uyumsuzluk, yüksek enerjilerde daha belirgin hale gelmektedir.

Eğer nötrino çeşni evriminde, bir rezonans tamamlanmadan sonraki rezonansa girer ise analitik olarak hesapladığımız ortalamaya yoğunluk matrisi terimi yani (4.4) numaralı denklem tam olarak doğru sonucu vermez. Bunun ilk sebebi adyabatik olmayan geçişleri veren A_{ij} terimi MSW ve SFP olmak üzere iki ayrı matrisin çarpımı olarak yazılamayacaktır. (4.23) numaralı denklemde hata terimi türetilirken $A_{LZ} = A_{SFP} \times A_{MSW}$ şeklinde yazıldığından dolayı elde ettiğimiz analitik öngörü formülleri tam doğru değildir. İkinci olarak ise SFP rezonansı için yazılan ve LZ geçiş olasılığını veren (3.5) numaralı formül geçerli olmayacağındır. Bunun nedeni SFP rezonansının adyabatisitesi, rezonans bölgesinde hesaplanırken efektif 2 çeşniye düşülmüştür. Bu da, rezonans bölgesinde $\Delta \sin(2\theta)$ teriminin μB teriminden çok büyük olması varsayımda geçerlidir. theta014expNbB modelinde, 10 MeV enerjili nötrinoların tam SFP rezonansına girdiği noktada

toplam Hamiltoneyen'in sayısal değeri aşağıdaki gibidir.

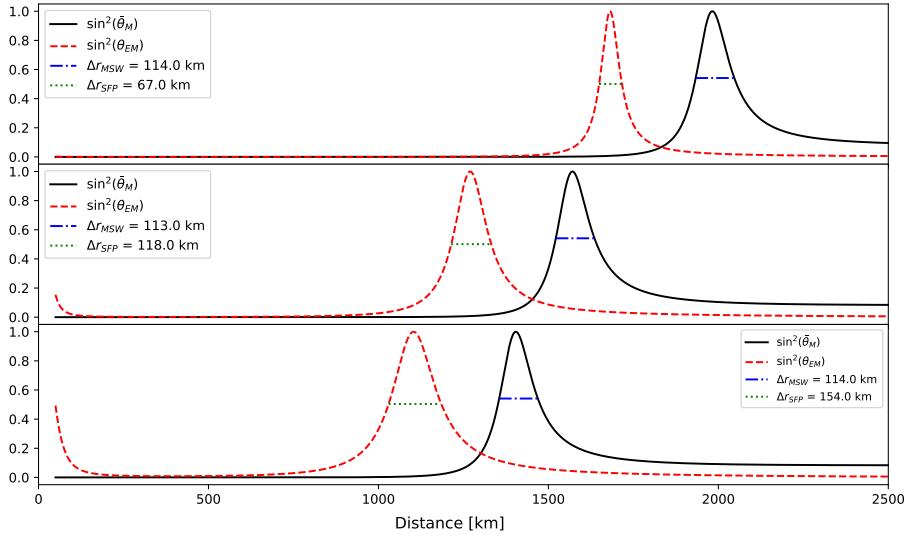
$$H(r = 840 \text{ km}) = \begin{pmatrix} 1.4 & -0.1 & 0 & 0.1 \\ -0.1 & -2.0 & -0.1 & 0 \\ 0 & -0.1 & -0.7 & -0.1 \\ 0.1 & 0 & -0.1 & 1.4 \end{pmatrix} [\text{km}^{-1}] . \quad (4.45)$$

Yukarıdaki denklemden de görüleceği üzere Hamiltoneyen matrisinin 12 elemanın değeri ile 14 elemanın değeri aynıdır. Bu da SFP rezonansının adyabatisite değerini bulmak için yaptığımız 2×2 çeşni indirgenmesini olanaksız kılar. Budan dolayı P_{SFP} , yanlış bir değer alır.

Analitik sonuçlar ile sayısal sonuçların uyuşmamasını daha ayrıntılı inceleyebilmemiz için iki rezonans noktası etrafındaki efektif karışım açısının sinüsünün karesine bakmak gerekmektedir, çünkü salınım ortalaması alınmış elektron yaşama olasılıkları, $\sin^2(2\theta)$ ile orantılıdır [61]. Buradaki θ terimi, madde etkileşimleri için θ_M şeklinde, hem madde hem de elektromanyetik etkileşimler için θ_{EM} şeklinde gelir. $\sin^2(2\theta_M)$ ve $\sin^2(2\theta_{EM})$ terimlerinin uzaklıkla değişiminde, bu terimlerin ilgili rezonanslarda 1 değeri olacağı bilinmektedir, çünkü rezonans değerlerinde efektif karışım açısı $\pi/4$ değerine yaklaşacaktır.

Efektif karışım açısının sinüsünün karesinin uzaklıkla değişimi 4.7 numaralı şekilde verilmiştir. Bu grafikte 40 MeV enerjili nötrinolar, SFP rezonansından çıkamadan MSW rezonansına girdiği gözükmemektedir. Rezonansların üst üste binmesini farklı başlangıç baryon yoğunluklarına bakarak karşılaştırabiliriz. 4.7 numaralı şeklindeki en üstteki şekil, $n_0 = 10^6 \text{ g/cm}^3$ için yapılmış simülasyon sonucudur. Bu değerden daha büyük değerler alınırsa, ÇÇSN'nin daha erken dönemlerine gidilmiş olur. $n_0 = 2.3 \times 10^6 \text{ g/cm}^3$ değeri $t = 3 \text{ s}$ için evreye ve $n_0 = 1.8 \times 10^7 \text{ g/cm}^3$ değeri $t = 1 \text{ s}$ için evreye denk gelmektedir. Bunlar için analitik öngörümüzü test edebiliriz.

Rezonansların birbirine yakınlığı ve öngörülerimizin çalıştığı aralığı belirlemek için $\sin^2(2\theta_M)$ ve $\sin^2(2\theta_{EM})$ terimlerinin eksponansiyel profil için analitik değerlerini hesaplamalıyız. $\sin^2(2\theta)$ fonksiyonu neredeyse Gausyen bir dağılım verdiği için dağılımin yarı maksumumdaki yarı genişlik (YMYG), (half width at half maximum, HWHM) değerleri anlamlı olacaktır. 4.7 numaralı grafikte yazan Δr_{MSW} ve Δr_{SFP} değerleri YMYG değerinin iki katıdır ve grafik üzerinden hesaplanmıştır. Bu değeri analitik olarak hesaplamak da mümkünündür. $\sin^2(2\theta_M)$



Şekil 4.7: theta014expNbB Modelinde Rezonansların Birbirine Yakınlığı. Δr_{MSW} uzaklığı ile Δr_{SFP} uzaklığının baryon yoğunluğunun başlangıçtaki değerine göre değişimi gösterilmiştir. Şekiller, yukarıdan aşağı $t = 1$ s, $t = 3$ s ve $t = 5$ s için kullanılan ÇCSN baryon profilleri baz alınmıştır.

teriminin yarı maksimum olduğu uzaklık, Δr_{MSW} , ifadenin 0.5'e eşit olduğu değerde olacaktır.

$$\sin^2(2\theta_M(\Delta r_{MSW})) = 0.5 = \frac{1}{1 + \frac{\Delta c_{2\theta} - V_{CC}(\Delta r_{MSW})/2}{\Delta s_{2\theta}}} . \quad (4.46)$$

Burada Δr_{MSW} uzaklığı, maksimum değerinin etrafında, iki farklı değerde olacaktır. Bu uzaklıklar, $n_b(r) = n_0 \exp(-r/r_{mat})$ profili için aşağıdaki değerleri alır.

$$r_{hm1}^{MSW}, r_{hm2}^{MSW} = (-r_{mat}) \ln \left(\frac{1}{n_0} \frac{\Delta c_{2\theta} \pm \Delta s_{2\theta}}{\sqrt{2} G_F Y_e / 2} \right) . \quad (4.47)$$

MSW rezonansının meydana geldiği noktadaki yarımm genişlik r_{hw}^{MSW} , MSW rezonansının kaç kilometre boyunca meydana geldiğini betimleyen bir büyülüklük olarak karşımıza çıkar ve bu değer aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} \Delta r_{MSW}/2 &= |r_{hm1}^{MSW} - r_{hm2}^{MSW}|/2 , \\ &= \frac{-r_{mat}}{2} \ln \left(\frac{c_{2\theta} - s_{2\theta}}{c_{2\theta} + s_{2\theta}} \right) . \end{aligned} \quad (4.48)$$

Bu ifadeden de görüleceği üzere, MSW rezonansının genişliği enerjiden, kütle kare farkından ve baryon yoğunluğunun başlangıçtaki değerinden bağımsızdır.

Benzer işlemleri SFP rezonansı için de yapabiliriz. Manyetik alanın $B(r) = B_0(50 \text{ km}/r)^2$ şeklinde alınacaktır. SFP rezonansının gerçekleştiği yarı maksimum

uzaklıklarını aşağıdaki denklemlerin çözümü ile verilir.

$$\Delta c_{2\theta} - \frac{2Y_e - 1}{2} \sqrt{2} G_F n_0 e^{-\Delta r_{SFP}/r_{mat}} \pm \mu B_0 (50 \text{ km}/\Delta r_{SFP})^2 = 0 . \quad (4.49)$$

Bu denklemin Δr_{SFP} için çözümü yoktur. Bunun yerine rezonans bölgesinde manyetik alanın neredeyse sabit ve B_1 değeri aldığı varsayıcağız. Bu yaklaşım altında yarım genişlik $\Delta r_{SFP}/2$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Delta r_{SFP}/2 = \frac{-r_{mat}}{2} \ln \left(\frac{\Delta c_{2\theta} - \mu B_1}{\Delta c_{2\theta} + \mu B_1} \right) . \quad (4.50)$$

Bu ifade, r_{hw}^{MSW} genişliğinden farklı olarak enerjiye, kütle kare farkına ve manyetik alana da bağlıdır. (4.48) ve (4.50) numaralı denklemlerden elde edilen YMYG ile 4.7 numaralı sekilden elde edilen YMYG değeri farklı olacaktır. Örneğin karışma açısı büyükçe, $\sin^2(2\theta_M)$ ifadesinin grafikten elde edilen yarı maksimum değeri 0.5'ten uzaklaşacaktır. Ayrıca 4.7 numaralı sekilden MSW rezonansının YMYG değeri, n_0 'dan bağımsız olduğu gözükmemektedir.

Rezonansların birbirine ne kadar yakın olduklarını sayısal bir değer tanımlayarak belirleyebiliriz. Bunun için 4.7 numaralı şekildeki Gausyen dağılımın YMYG değeri bize bir fikir verecektir. [104] numaralı kaynağın 6 numaralı şeklinde, rezonansın başlangıç ve bitiş noktaları rezonansın meydana geldiği noktadan yaklaşık 3 adet YMYG değeri kadar uzaklarda "bittiği" anlaşılmaktadır. Eğer, rezonansların birbirlerine olan uzaklığının, yarı uzaklık toplamlarına oranı sıfıra yaklaşırsa rezonanslar üst üste geliyor demektir. 4.7 numaralı grafikteki değerler için bu oranları yazabiliriz.

$$\left| \frac{r_{hw}^{SFP} - r_{hw}^{MSW}}{r_{hw}^{SFP} + r_{hw}^{MSW}} \right|_{t=1,3,5 \text{ s}} = 3.31, 2.60, 2.24 . \quad (4.51)$$

Yukarıdaki değerlere bakınca, ÇÇSN erken evrelerinde (başlangıç baryon yoğunluk değeri arttıkça) rezonansların birbirinden daha ayrı olduğunu söyleyebiliriz. ÇÇSN evriminde zaman ilerledikçe rezonanslar birbirine yaklaşmaktadır. Rezonansların birbirine yaklaşması üç çeşni etkilerinin ortaya çıkması anlamına da gelir.

Çeşni evrimindeki üç çeşni etkilerini başka bir parametre ile de görmek mümkündür. SFP rezonansının başladığı sırada, (2.56) numaralı Hamiltonyen'i üç çeşniye indirgeyelim. Bu Hamiltonyen, madde tabanında yazılıdığı için seçeceğimiz

üç terim, başlangıç koşullarına bağlıdır. Bizim notasyonumuza göre, ters hiyerarşî ve $Y < 0.5$ başlangıç koşulları için indirgenmesi gereken terimler $\omega_{1,2,4}$ ve bunlarla alakalı olan terimler olacaktır.

$$H_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} \omega_1 & \mu B \sin \gamma & \mu B \cos \gamma \\ \mu B \sin \gamma & \omega_2 & \mu B \sin \gamma \\ \mu B \cos \gamma & \mu B \sin \gamma & \omega_4 \end{pmatrix}. \quad (4.52)$$

Salınım etkilerinin olmadığı durumlarda, $\theta = 0$, efektif madde karışım açı farkı $\gamma = 0$ olur. Bu durumda geçişler sadece ω_1 ile ω_4 arasında olacaktır. Başlangıçta, birinci öz durum çoğunlukla elektron, dördüncü öz durum çoğunlukla anti x çeşnisi olduğu düşünüldüğünde, bu geçişler SFP rezonansına sebep olacaktır.

Boşluk salınım açısının sıfırdan farklı olduğu durumda ise SFP rezonansı sırasında köşegen olmayan terimler sıfır olmayacağı. Yani $\mu B \sin \gamma \neq 0$ şeklinde olacaktır. Bir diğer taraftan, SFP rezonansının meydana geldiği uzaklıkta $\omega_1 - \omega_4$ ne redye sefır olacaktır. Bu noktadaki üç çeşniye indirgenmiş Hamiltonyen'i tekrar yazalım. Hamiltonyen'i yazarken ω_4 ile birim matris çarpımını Hamiltonyen'den çıkaralım.

$$H_{3 \times 3}(r_{SFP}) = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \sin \gamma & \mu B \cos \gamma \\ \mu B \sin \gamma & \omega_2(r_{SFP}) - \omega_4(r_{SFP}) & \mu B \sin \gamma \\ \mu B \cos \gamma & \mu B \sin \gamma & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.53)$$

Sistem SFP rezonansına girerken, özdurum geçişleri sadece ω_1 ile ω_4 arasında olmayacağı. $\mu B \sin \gamma$ teriminden kaynaklı ω_2 ile ω_4 arasında da olacaktır. Bu nedenle, iki çeşniye indirgenerek elde edilen tüm parametreler düzgün çalışmaz.

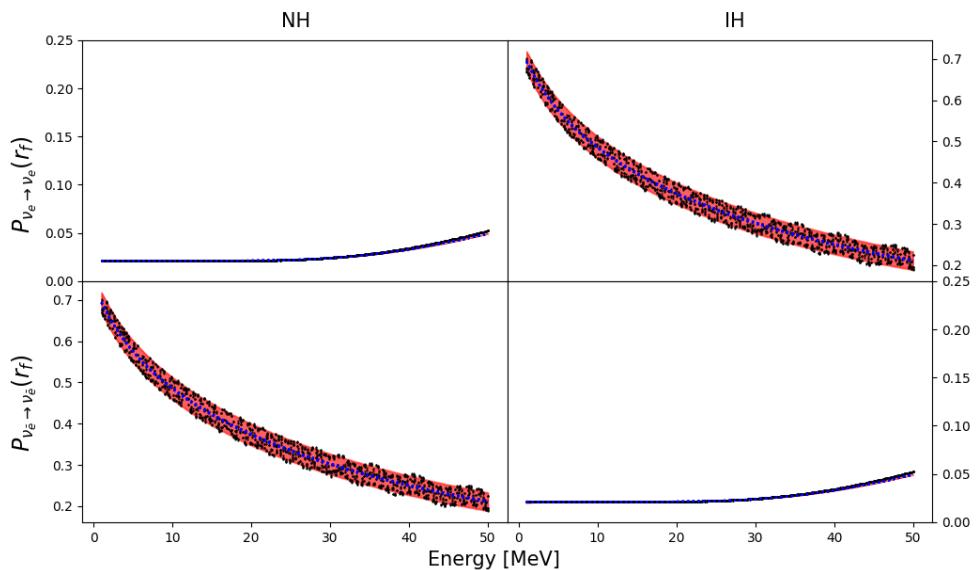
Yukarıda bahsedilen, özdurumlar arasındaki bu *sizma* (leaking) olayının büyülüüğünü, sizma parametresi L terimini tanımlayarak belirleyebiliriz.

$$L = \left. \frac{\mu B \sin \gamma}{\omega_i - \omega_j} \right|_{r_{SFP}} \quad (4.54)$$

theta014expNbB başlangıç koşulları kullanıldığından $i, j = 2, 4$ olacaktır. *Sizma parametresi* ne kadar küçük olursa üç çeşni etkileri o kadar az olur. theta014expNbB simülasyonu için L parametresi 20 civarındadır. Sizma parametresi 5 civarında iken üç çeşni etikleri çok küçütür ve öngörü/simülasyon sonuçları tam olarak uyumlu çıkar. Sizma parametresi için söylenecek son söz ise boşluk karışım açısı θ arttığında veya başlangıçtaki madde yoğunluğu azaldığında L değeri büyüğecektir.

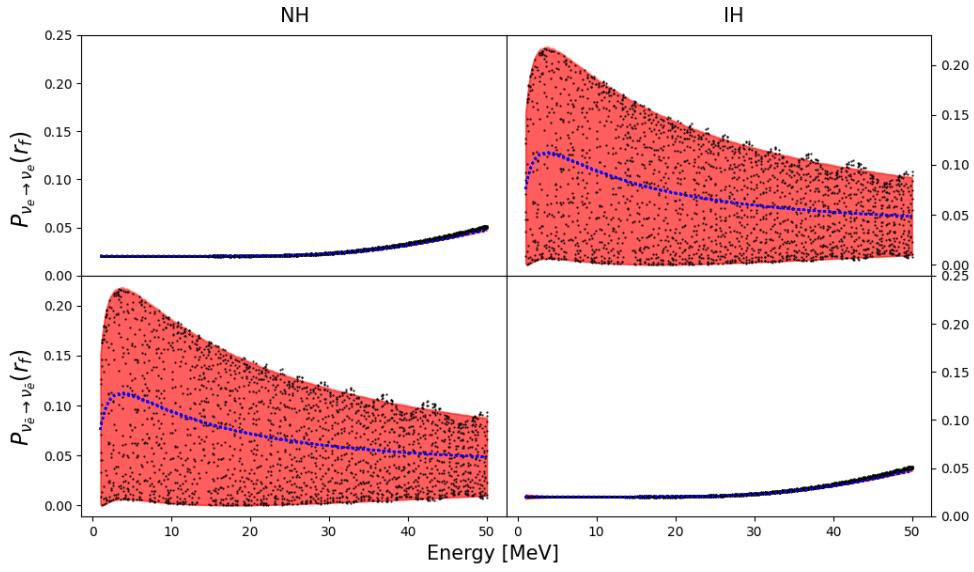
Sonuç olarak (4.22) ve (4.23) numaralı denklemler ancak ve ancak (4.51) numaralı bağıntıda verilen oran 3'ten büyük ise veya $L \sim 5$ olduğunda kullanılabilir. Elde ettiğimiz bu iki koşul birbirile ilişkilidir.

Elde ettiğimiz öngörüler ve geçerli olduğu başlangıç koşulları kullanarak ÇÇSN'nın $t = 1$ s ve $t = 3$ s evrelerinde yaşama olasılıklarını belirleyebiliriz. Enerjiye bağlı son yaşama olasılıkları $t = 1$ s için 4.8 numaralı şekilde ve $t = 3$ s için 4.9 numaralı grafikte belirlenmiştir. Öngördüğümüz gibi zaman azaldıkça analitik sonuçlar ve sayısal sonuçlar üst üste oturmaktadır. Tüm bu hesapları normal hiyerarşi için de yaptık ve benzer sonuçlar elde ettik.



Şekil 4.8: $t = 1$ s başlangıç koşullu, theta014expNbB Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları. Her siyah nokta, sayısal sonuçların son birkaç kilometredeki ortalamasıdır. Normal hiyerarşi ile yapılan simülasyonlarda başlangıçta sadece elektron antinötrinosu bulunmaktadır. Başlangıç baryon yoğunluğu $n_0 = 1.8 \times 10^7$ g/cm³ değerindedir.

Y_e değiştiğinde MSW ve SFP rezonanslarının konumu değişir (bakınız 3.2 numaralı şekil.) Özellikle Y_e değeri 0.5 değerine yaklaşıkça rezonanslar birbirinden uzaklaşır. Bu başlangıç koşulu kurulumunda ise P_{SFP} değeri çok küçük çıkar ve SFP rezonansı adyabatik bir geçiş olur. Adyabatik geçişler de başlangıç koşullarındaki küçük değişimlerden bağımsızdır. Başka türlü ifade etmek gerekirse 9 farklı simülasyonun analitik öngörüsü aynı çıkar. Bu bölümde, kırmızı ile belirtilen hata aralığı sıfır olur ve fazların etkisi yok olur.



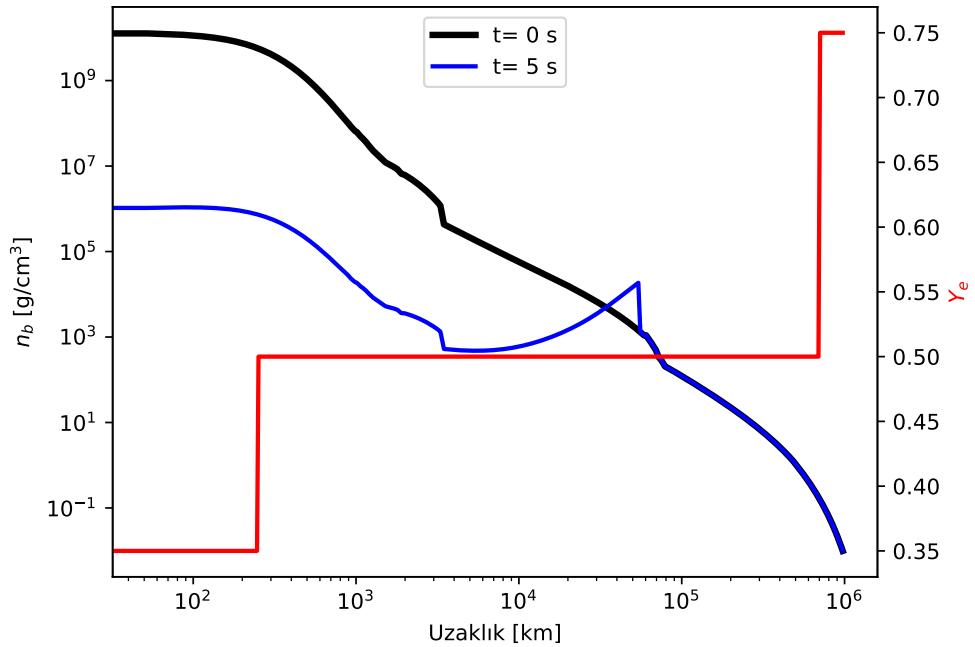
Şekil 4.9: $t = 3$ s başlangıç koşullu, theta014expNbB Modeli, 9 simülasyonun Enerjiye Karşılık Yaşama Olasılıkları. Her siyah nokta, sayısal sonuçların son birkaç kilometredeki ortalamasıdır. Normal hiyerarşi ile yapılan simülasyonlarda başlangıçta sadece elektron antinötrinosu bulunmaktadır. Başlangıç baryon yoğunluğu $n_0 = 2.3 \times 10^6$ g/cm³ değerindedir.

4.3 GERÇEKÇİ MODELLER

Bu bölümde, gerçekçi bir ÇCSN modeli kullanarak simülasyonlar yapılacaktır. Yapılan simülasyonlarda nötrino elektromanyetik etkileşimin ve nötrino öz-kırılımının kollektif nötrino salımına olan etkisi inceleneciktir. Bir önceki bölümün aksine bu bölümde baryon yoğunluğu ÇCSN modelinden alınacaktır. Özel olarak $t = 0$ s'deki yoğunluk [89] numaralı referanstaki SN1987A modelinden alınacak, onun üzerine [90] numaralı referansta tarif edilen şekilde parametrik bir şok dalgası eklenerek $t > 0$ anlarındaki yoğunluklar elde edilecektir. Manyetik alan ise 4.1 numaralı tabloda verildiği gibi alınacaktır.

Baryon yoğunluğunu ve elektron kesrini veren grafik 4.10 numaralı şekilde verilmiştir. Tüm simülasyonlar bu profile göre yapılmıştır.

ÇCSN oluşmadan önce merkeze yakın noktalarda nötron fazlalığı bulunmaktadır [90]. Bu nötron fazlalığı elektron kesrini 0.5 değerinden daha küçük bir değere getirecektir. Patlama gerçekleştikten sonra açığa çıkan şok dalgası ile beraber bu nötron yoğunluğu olan bölge daha iç bölgelere taşınacaktır. Bu tezde nötron zengin bölgeyi 50 ile 250 km arasında alacağız. Bu değer bir önceki bö-



Şekil 4.10: $t = 5$ s için Baryon Yoğunluğu ve Elektron Kesri. Yaklaşık 250 km'de elektron kesri aniden yükselmektedir. Şok dalgasının konumu ise 55000 km civarındadır.

lümdeki süreksizliğin olduğu r_d uzaklığına denktir. Pre-süpernova fazındayken r_d değeri yaklaşık $10^{-3} R_\odot$ uzaklığındadır [90]. Son olarak, not edilmelidir ki bu nötron zengin bölgede r -işlem (r -process, rapid process) çekirdek sentezi meydana gelmektedir [1, 105, 106].

Gerçekçi simülasyonlarda ortak olan bir diğer nicelik ise nötrino parlaklığıdır. Nötrino parlaklığı, süpernova evresine yani zamana bağlı olarak düşecektir. Bu düşme aşağıdaki gibi parametrize edilir.

$$L(t) = L_0 \exp(-t/\tau) \quad (4.55)$$

Burada $\tau = 3$ olarak alınmıştır [107, 17]. L_0 total bağlanma enerjisinden bulunabilir ve yapılan SN simülasyonuna bağlıdır. Bu çalışmada bağlanma enerjisi yaklaşık 10^{53} erg civarında seçilmiştir. Buna bağlı olarak $L_0 = 10^{52}$ erg/s olacaktır. Bu değerler SN1987A modelini ortaya koyan çalışmalarla uyumludur [108]. $t = 1$ s için 0.7 katına, $t = 5$ s. için 0.26 katına düşecektir. Tüm nötrino çeşnileri için aynı parlaklık değeri kullanılmıştır.

Nötrino dağılımları ise Fermi-Dirac dağılımı olarak alınacaktır. Nötrino sıcaklıklar ise $T_{\nu_e} = 3$, $T_{\nu_{\bar{x}}} = 4$ ve $T_{\nu_{\bar{x}}, \nu_x} = 6$ MeV değerleri alınmıştır. Bunun dışındaki

diğer temel parametreler, son uzaklık ve nötrino istatistiksel dağılım dışında, 4.2 numaralı tabloda verilmiştir. Ayrıca $\delta m^2 = 2.56 \times 10^{-15}$ MeV alınmıştır [7].

Aşağıdaki, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 ve 4.18 numaralı grafiklerin hepsinde aynı renk kodu kullanılmıştır. Siyah renk elektron çeşnisine, mavi renk x çeşnisine, kırmızı renk anti elektron çeşnisine ve yeşil renk ise anti x çeşnisine denk gelmektedir. Spektrum grafikleri, çeşni evriminin başlangıçtaki ve simülasyonun sonundaki durumlarını gösterir. Simülasyonlar 70000 km'ye kadar yapılmıştır. Bu uzaklıktan sonra nötrinoların çeşni evrimini etkileyen bir olay olmamaktadır, yani, nötrinolar efektif olarak boşluğa ulaşmıştır diyebiliriz. Ayrıca antinötrinoların spektrumu ile nötrinoların spektrumu karışmaması için antinötrinoların spektrumu negatif enerjili gibi gösterilmiştir.

Tüm modellerde, ters hiyerarşi dikkate alındığı için MSW rezonansı antinötrino çeşnileri arasında gerçekleşecektir.

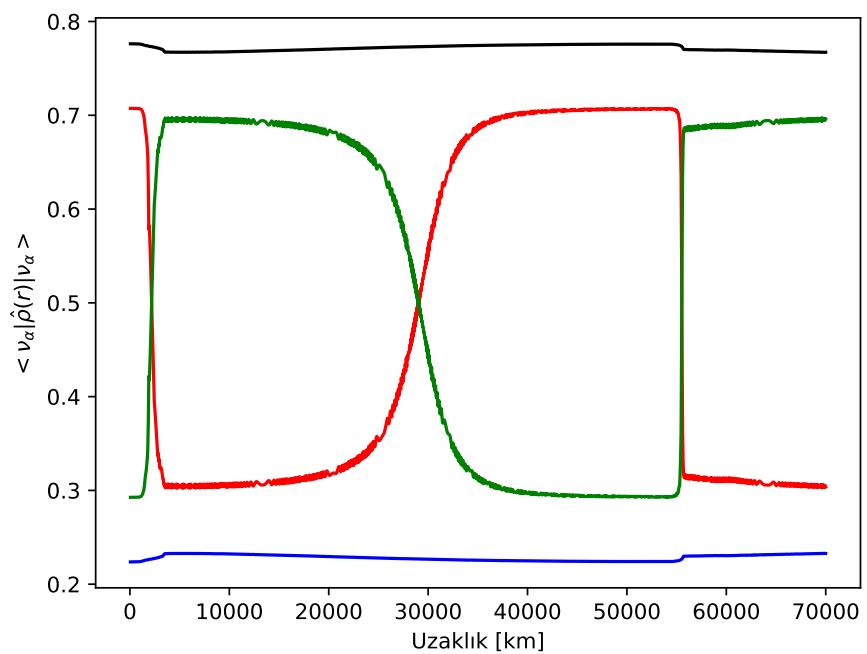
t5sNoCollnuNoB adlı simülasyonda sadece nötrino madde etkileşimi dikkate alınmıştır. 10 MeV enerjileri nötrinoların uzaklığa göre çeşni evrimi 4.11 numaralı şekilde, enerjiye göre spektrumları ise 4.12 numaralı şekilde gösterilmektedir. 250 km uzaklığına kadar elektron kesri 0.35 değerinde olduğu için antinötrinolar bu bölgede bir adet rezonansa girmektedir. Ardından elektron kesri 0.5 değeri almıştır. Bu değeri alındığında ise antinötrinolar yaklaşık 30000 km'de tekrar MSW rezonansına girer. Son olarak 55000 km'de nötrinolar şok dalgası ile karşılaşır. Bu noktada baryon yoğunluğu yükseldiği için üçüncü MSW rezonansı meydana gelmektedir. Elektron ve x nötrinolarında ise girilen rezonansın adyabatikliğinden sapma oranında değişimler gözükmemektedir. 4.12 numaralı sekilden görüldüğü üzere, meydana gelen tüm rezonanslar sadece 10 MeV için değil tüm antinötrinolara etki etmektedir. Bu durum $t < 5$ s için geçerli değildir. Daha yüksek baryon yoğunluklarında, sadece yüksek enerjili nötrinolar üçüncü rezonansa girecektir [109].

t5sNoCollnuB adlı simülasyonda nötrino madde etkileşimi ve nötrino elektromanyetik etkileşimi dikkate alınmıştır. 10 MeV enerjileri nötrinoların uzaklığa göre çeşni evrimi 4.13 numaralı şekilde, enerjiye göre spektrumları ise 4.14 numaralı şekilde gösterilmektedir. Başlangıçtaki yüksek manyetik alan elektron nötinosu ve x antinötrinosunu karıştıracaktır. Çeşni bazında bakıldığından temiz bir

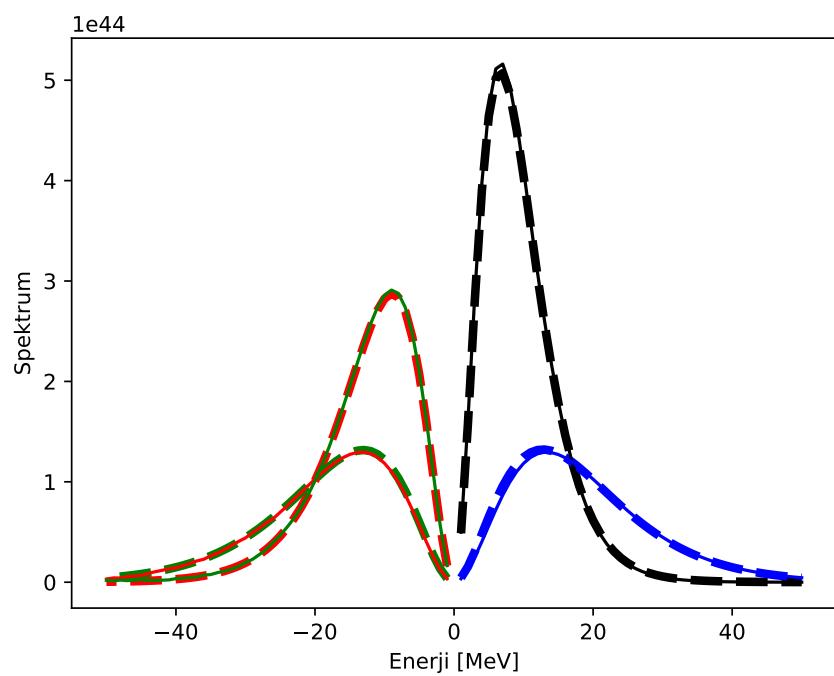
MSW ve SFP rezonansı meydana gelmemektedir. Bir diğer taraftan x nötrinosu, etkileşimlerden etkilenmeden ayrılacaktır. 4.14 numaralı spektrum şekli, çeşni evrimi sonlandığında elektron nötrinosunun bir kısmının x antinötrinosuna geçtiğini gösterir. Bunun sebebi 250 km'ye kadar etkisini gösteren elektromanyetik alan etkileşimleridir. Eğer 250 km'den sonrasında elektron kesri 0.5 yerine 0.5'ten çok küçük farklı alınsaydı SFP rezonansı da meydana gelir. Nötrino öz-kırılımı dikkate alınmadığında, x antinötrinosunun ile elektron antinötrinosu aynı sıcaklığı geldiğini söyleyebiliriz. Bu "yeni" sıcaklığı veren elektron nötrinosudur. Elektron nötrinosunun sıcaklığının düşmesi QCNS dinamiklerini değiştirebilir.

t5sCollnuNoB adlı simülasyonda nötrino madde etkileşimi ve nötrino öz-kırılımı dikkate alınmıştır. 10 MeV enerjileri nötrinoların uzaklığa göre çeşni evrimi 4.15 numaralı şekilde, enerjiye göre spektrumları ise 4.16 numaralı şekilde gösterilmektedir. Nötrino öz-kırılımının doğrusal olmayan etkileri 4.15 numaralı şeilden gözükmektedir. Elektron ve x nötrinoları başlangıçta çok hızlı salınmaktadır. Antinötrinoların çeşni salınım genlikleri nötrinolar kadar fazla değildir ve MSW rezonansına girişleri açıkça gözükmektedir. 4.16 numaralı spektrum grafiğinde ise iki adet temiz spektral yer değiştirme davranışları gözükmeektedir. Spektral yer değiştirmeler nötrinolar için 9 MeV'de, antinötrinolar için 11 MeV'de gözükmektedir. Antinötrinolar MSW rezonansına da girdiği için 11 MeV'den düşük enerjili antinötrinoların spektrumları hali hazırda yer değişmiş bulunmaktadır.

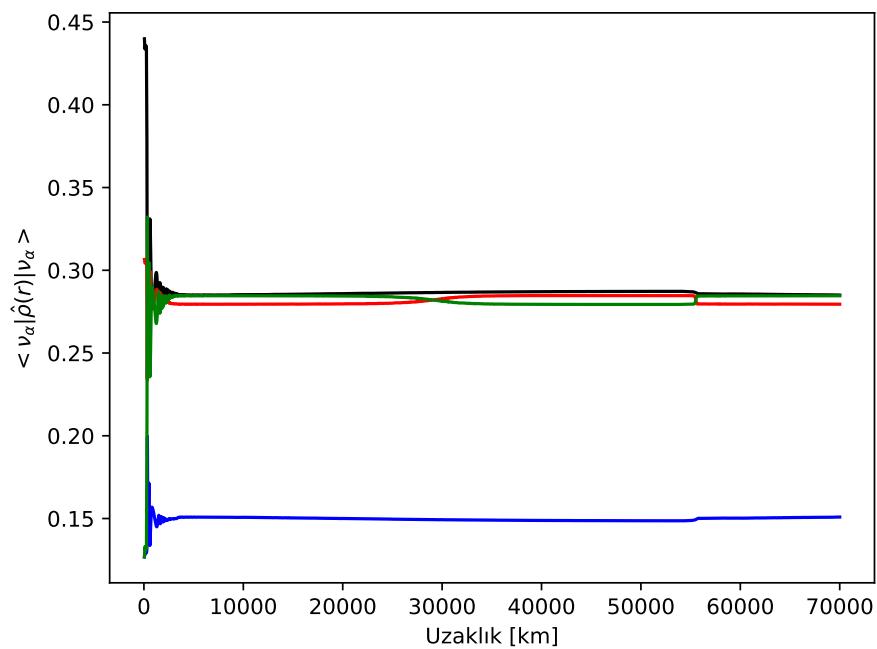
t5sCollnuB adlı simülasyonda nötrino madde etkileşimi, nötrino öz-kırılımı ve nötrino elektromanyetik etkileşimi dikkate alınmıştır. 10 MeV enerjileri nötrinoların uzaklığa göre çeşni evrimi 4.17 numaralı şekilde, enerjiye göre spektrumları ise 4.18 numaralı şekilde gösterilmektedir. Bu model en gerçekçi modeldir. t5sCollnuNoB modeli ile karşılaştırıldığında manyetik momentin çeşni evrimine olan katkısı görülebilir. 4.17 numaralı şekil ile 4.16 numaralı şeklin birbirinden en önemli farkı antinötrinoların spektral yer değiştirmesi kaybolmuş veya gizlenmiş tir. Manyetik alan, x antinötrinoların sıcaklığını arttılarından dolayı yer değiştirme kaybolmuştur. Bir diğer taraftan nötrinoların 9 MeV'de başlayan spektral yer değiştirme davranışları elektron nötrinoları için tamamlanmış ancak x antinötrinosu için tamamlanmamıştır.



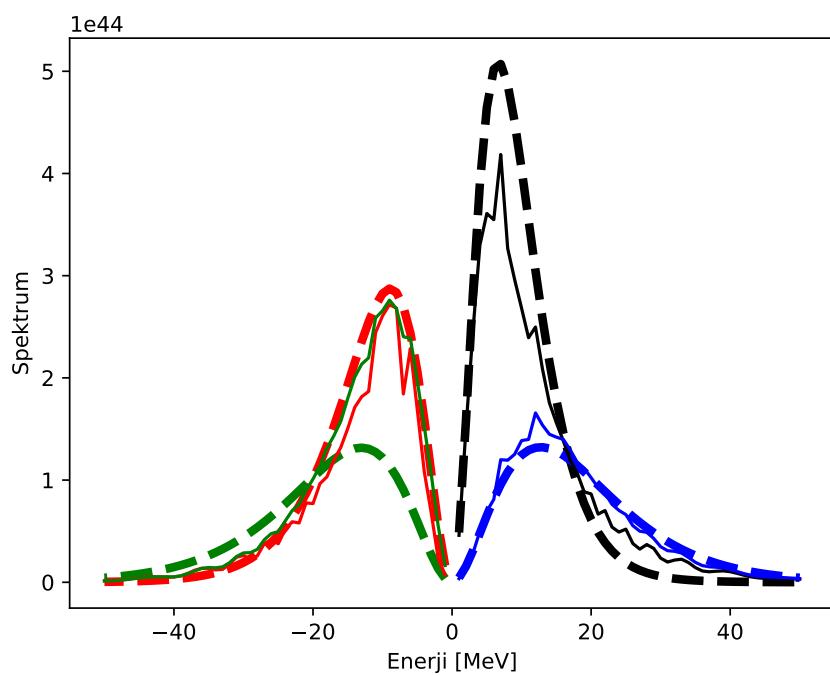
Şekil 4.11: t5sNoCollnuNoB Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığa Göre Değişimi. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



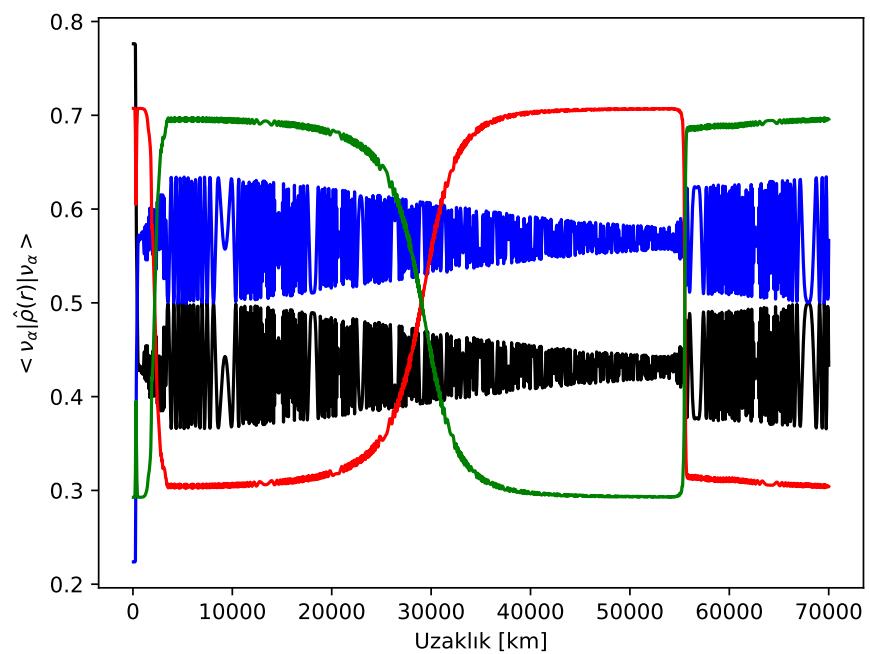
Şekil 4.12: t5sNoCollnuNoB Modeli, Enerji Spektrumu. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



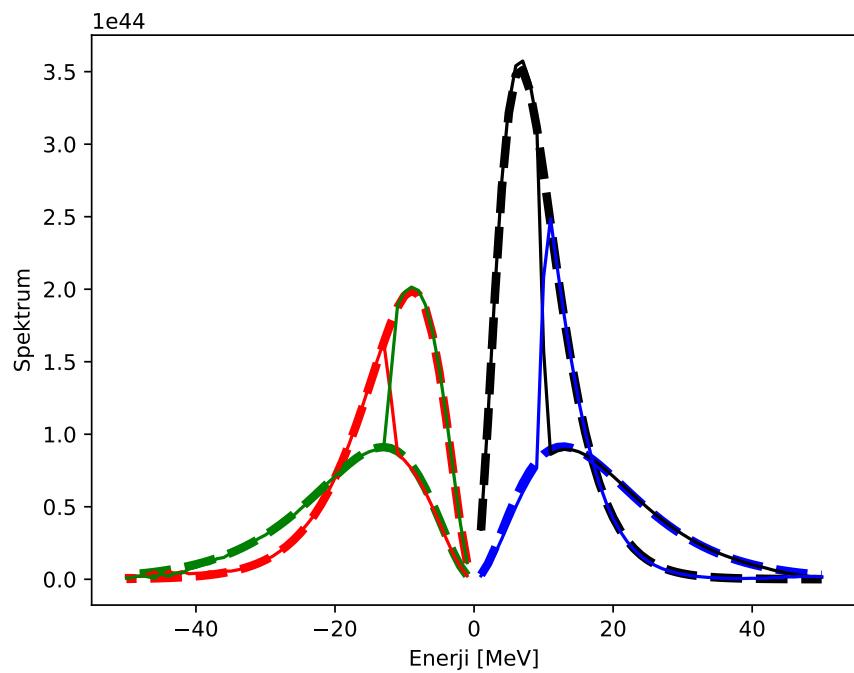
Şekil 4.13: t5sNoCollnuB Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığa Göre Değişimi. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



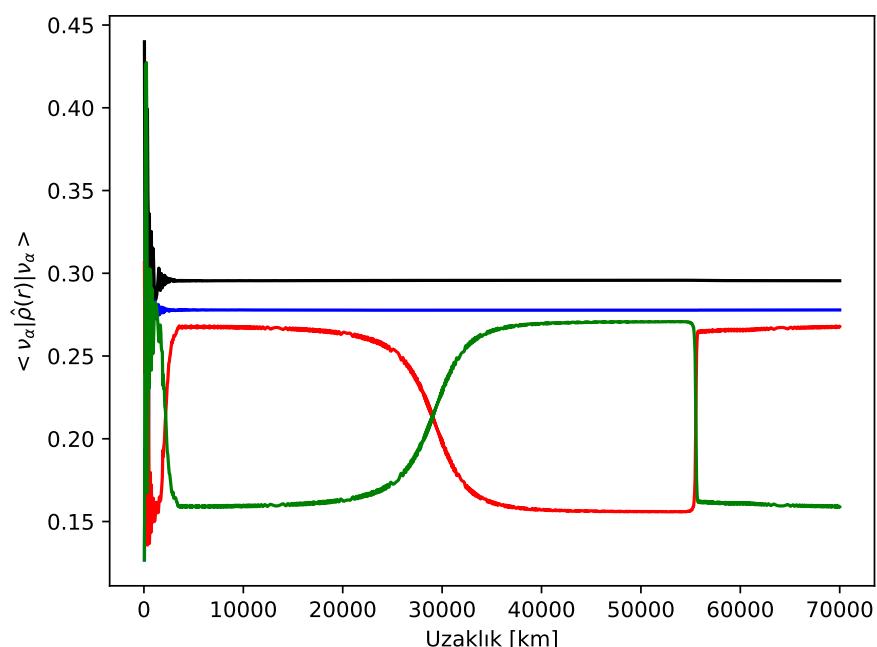
Şekil 4.14: t5sNoCollnuB Modeli, Enerji Spektrumu. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



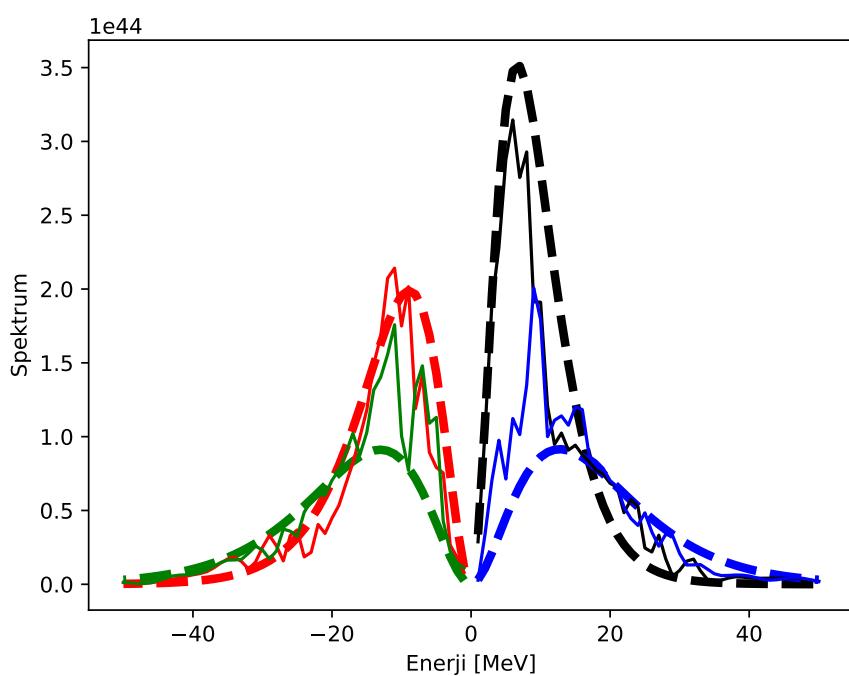
Şekil 4.15: t5sCollnuNoB Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığa Göre Değişimi. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



Şekil 4.16: t5sCollnuNoB Modeli, Enerji Spektrumu. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



Şekil 4.17: t5sCollnuB Modeli, Yoğunluk Matrisinin Köşegen Elemanlarının Uzaklığa Göre Değişimi. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$



Şekil 4.18: t5sCollnuB Modeli, Enerji Spektrumu. Renk kodu: Siyah ν_e , mavi ν_x , kırmızı $\nu_{\bar{e}}$, yeşil $\nu_{\bar{x}}$

5 ÇEKİRDEK SENTEZLENMESİ

ÇCSN evrende meydana gelen en uç olaylar arasındadır. 8-9 Güneş kütlesinden daha büyük kütleye sahip yıldızlar olağanüstü bir patlama ile ömürlerini sonlandırırlar. Çöken materyalden açığa çıkan kütle çekim bağlanma enerjisi büyük oranda nötrinolar tarafından dışarı aktarılır [110, 111, 112]. Enerji emisyonu sırasında dışarı aktarılan enerji yıldız içerisindeki elementleri uzay boşluğununa fırlatır. Bu elementler, yalnızca yıldızın ömrü boyunca hidrostatik yanmadan çıkan ürünlerini değil, aynı zamanda patlama sırasında sentezlenmiş nükleer çekirdeklerdir. Ayrıca, patlama enerjisinin %99’unu taşıyan nötrinolar bazı anahtar elementlerin üretilmesinde de önemli rol oynar. Açıga çıkan nötrinolar ÇCSN başlamadan önce yıldızın çekirdeğinde termal dengeye gelmiştir. Bundan dolayı nötrinoların sıcaklığından bahsedilebilir. Nötrino sıcaklıklar 5.1 numaralı şekilde de görüldüğü üzere çeşitlilik gösterebilir. Bu sıcaklık farklıları da nötrino etkileşimleri ile oluşmuş elementlerin üretiminde önemli rol oynar. Bu tipte etkileşimlere *nu-islemi* (nu-process) adı verilir.

Çekirdek	Düşük Enerji	Yüksek Enerji
^7Li	0.04	0.58
^{11}B	0.31	1.57
^{15}N	0.09	0.16
^{19}F	0.18	0.29
^{138}La	0.46	0.77
^{180}Ta	0.49	0.84

Tablo 5.1: Solar bolluğa göre ortalama üretim faktörleri [113]. ^{16}O üretimine göre normalize edilmiştir. Buradaki düşük veya yüksek enerji, sıcaklıklar manasındadır; Düşük enerji için $T_{\nu_e} = 2.8 \text{ MeV}$, $T_{\bar{\nu}_e} = T_{\nu_{\mu,\tau}} = 4.0 \text{ MeV}$ ve Yüksek enerji için $T_{\nu_e} = 4.0 \text{ MeV}$, $T_{\bar{\nu}_e} = 5.0 \text{ MeV}$, $T_{\nu_{\mu,\tau}} = 6.0 \text{ MeV}$. Burada müon ve tau nötrinoları ve antinötrinoları aynı sıcaklıktadır.

Yıldız evrimi sırasında demir elementine kadar sentezlenen elementlerin, örneğin karbon, oksijen, demir gibi, bolluğunu nükleer tepkimeler yardımcı ile açıklayabiliriz [114]. Öte yandan, güneş sisteminde bulunan nadir izotopların sentezlen-

mesi hala açık bir sorudur. Süpernova sırasında meydana gelen çekirdek sentezi Güneş sistemindeki elementlerin bir kısmının bolluğunu açıklamak için kullanılır. Ancak ÇÇSN’deki nükleer sentezleme hakkındaki bilgimiz patlama modelleri ile sınırlıdır. Çoğunlukla yapay parametreler kullanılarak yapılan patlama modelleri Güneş sistemindeki element bolluğunu tamamen karakterize edemez. Süpernova çekirdek sentezi üzerine çeşitli çalışmalarla yapılmış olsa da, [115, 116, 117], gözlemlenen süpernova kalıntıları ve evrimleri hala model bağımlıdır veya serbest parametre bağımlıdır. Yıldız evriminde çekirdek sentezi, tek başına demirden daha ağır elementler üretmek için yeterli olmaya da ^7Li ve ^{11}B izotoplari gibi bazı izotopların üretimini sağlayarak Güneş sistemindeki bilinen elementlerin bolluğuna katkıda bulunur [113].

Günümüzde çok boyutlu ÇÇSN simülasyonları, son hesaplama teknolojisindeki gelişmelerle beraber daha ayrıntılı olarak gerçekleştirilebilir [118]. Ancak patlama simülasyonlarının çoğu sadece birkaç yüz milisaniye kadar çalışabilir. Geç zaman ÇÇSN soğuma fazında (cooling phase) çekirdek sentezlenme hesapları için yeterli değildir. Biz bu zorlukların üstesinden gelmek için başarılı bir şekilde patlayan PUSHing yöntemi [119] adlı, tamamen kendisi tutarlı tek boyutlu süpernova modelini kullandık. Bu model ata yıldızı (progenitor) oluşturan elementlerin her bir zaman aralığında dinamik değişimini açıklar ve neredeyse beş saniye boyunca dinamik çekirdek sentezleme hesabının yapılmasına olanak verir.

5.1 PUSHing ÇÇSN MODELİ

PUSH (Parametrized Spherically Symmetric Explosion Method) veya PUSHing modeli patlama için yapay olarak tetiklenen tek boyutlu bir ÇÇSN modelidir. Bu modelin ayrıntılı açıklamaları [119, 120] numaralı kaynaklarında ve PUSH yöntemini kullanarak çekirdek sentezi analizi yapan [121] numaralı kaynakta bulunmaktadır. Bu bölümde kısaca modeli açıklayıp bizim kullandığımız parametreleri vereceğiz. Bu çalışmada tek boyutlu simülasyondan elde edilen başlangıç koşullarını dikkate alınacaktır. İki boyutlu ÇÇSN için [122] numaralı kaynağa başvurabilirsiniz.

PUSH simülasyonu, küresel simetrik başlangıç koşulları ile başlayıp göreli hidrodinamik denklemleri çözen AGILE [123] kodunu kullanmaktadır. Kod nötrino

güdümlü (neutrino-driven) mekanizmaya dayanır. Tek boyutlu simülasyonlar herhangi bir türbülans, konveksiyon veya SASI (Standing Accretion Shock Instabilities) oluşturmasa da ÇCSN'nin temellerini anlamak için uygundur. Üstelik çok boyutlu yöntemlerin bir saniyeden öteye gidemeyecek kadar bilgisayar hesaplama maliyeti vardır. Bilgisayar kaynaklarındaki hesaplama kısıtlaması tam çekirdek sentezleme sonuçlarını elde etmedeki çok büyük engellerden biridir. Bu nedenle, PUSH gibi parametrize edilmiş yöntemler çekirdek sentezleme hesaplaması için büyük öneme sahiptir. Çok boyutlu simülasyonlarda nötrinoların çeşnilere göre sıcaklıklarını ÇCSN'nin patlayıp patlamamasında kritik rol oynar. Başarılı bir patlama sekme (bouncing) evresinden sonra açığa çıkan şok dalgasının enerjisine bağlıdır. Açıga çıkan nötrinolar şok dalgasını hem ısıtır hem de iter. PUSH metodu şokun kinetik enerjisini besleyen nötrinoların oranını yapay olarak artırarak şoku besler. Yani nötrinoların sıcaklıklarını artıran serbest bir parametre kullanır. Bu ısıtmayı betimleyen yerel bir büyülüklük tanımlayabiliriz.

$$Q_{push}^+(r, t) = 4\mathcal{G}(t) \int_0^\infty q_{push}^+(r, E) dE . \quad (5.1)$$

Burada

$$q_{push}^+(r, E) \equiv \sigma_0 \frac{1}{m_b} \left(\frac{E}{m_e c^2} \right)^2 \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dL_{\nu_x}}{dE} \mathcal{F}(r, E) \quad (5.2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. σ_0 , nötrinoların tipik tesir kesiti, $m_{e,b}$ elektron ve baryon kütlesi, $(dL_{\nu_x}/dE)/(4\pi r^2)$ terimi spektral enerji akısı \mathcal{G} ve \mathcal{F} terimleri ise PUSH simülasyonundan elde edilen uygun evrim fonksiyonlarıdır. Daha ayrıntılı hesap için [119] numaralı kaynağı bakınız.

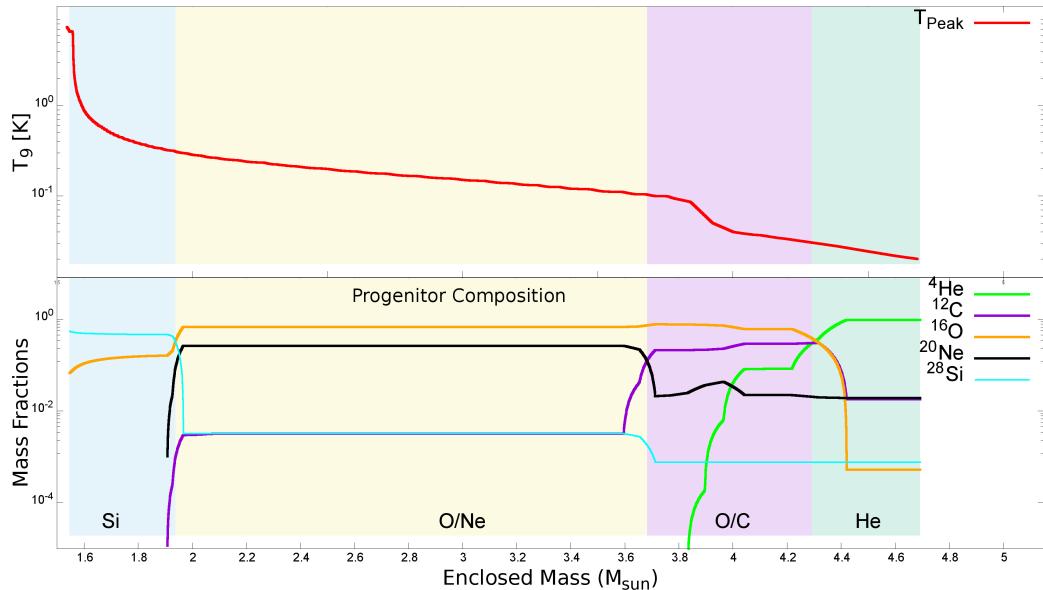
Müon ve tau nötrinolarının ve antinötrinolarının sıcaklıklarını yapay olarak artırmak kendisiyle tutarlı (self-consistent) süpernova patlaması meydana getirmektedir. Buradaki simülasyonu tetikleyen tüm parametreler, Süpernova *SN1987A* 'dan esinlenmiştir. Sonuç olarak 18.8 Güneş kütlesine sahip bir ata yıldızı kullanarak yaptığımız simülasyonun başlangıç parametreleri numaralı tabloda verilmiştir.

Bizim kullandığımız ata yıldız modelinde dış katmanların verisi bulunmamaktadır. 5.1 numaralı sekilden de görüleceği üzere, yıldızın en büyük katmanı olan Helyum (HE) katmanı çok küçük gözükmemektedir. Bu şekilde almamızın sebebi simülasyonun $t = 4$ s'de sonlaması ve şok dalgasının yaklaşık O/C katmanına

Parametreler	Değerler
Ata Yıldızın Kütlesi	$18.8 M_{\odot}$
Kütle Kesimi (Mass Cut)	1.5466
İzleyici (Tracer) Çıktı Sayısı	3146
Kütle Hassasiyeti	$10^{-3} M_{\odot}$
Patlama Zamanı	~ 4 s
Patlama Enerjisi	1.2×10^{51} erg

Tablo 5.2: PUSH Modelinin Parametreleri.

gelmesidir. Yani bu katmandan sonrasında çekirdek sentezlenmesinin başlamamasıdır. 5.1 numaralı şekilde, tepe sıcaklığının $t = 5$ s'deki dağılımı ve ata yıldızın (simülasyon başlamadan önceki hali) katmanları içerisindeki bazı elementlerin kütle oranlarını gösterilmektedir. Tepe sıcaklık grafiğinde, O/C katmanındaki ani değişimin sebebi şok dalgasıdır. Yani şok dalgası $t = 5$ s süre geçtiğinde yaklaşık 3.8 - 4.2 Lagranjiyen kütle koordinatlarında bulunmaktadır. Grafikte arka planda bulunan renkler süpernova içerisindeki katmanları göstermektedir; Mavi Si katmanını, sarı O/Ne katmanını, mor O/C katmanını ve yeşil ise He katmanını gösterir.



Şekil 5.1: Ata yıldızın bolluğu ve tepe (peak) sıcaklığı. Çekirdek sentez ağ simülasyonu, 6.5 GK sıcaklığında nükleer istatistiksel dengededir (nuclear statistical equilibrium.) Bu da yaklaşık Si katmanının ortasına denk gelir.

Tepe sıcaklığının nükleer istatistiksel dengeyi nasıl etkilediğini ve çekirdek sentezlenme hakkındaki detayları göreceğiz. Bunun için termonükleer reaksiyon

ağı (thermonuclear reaction network) oluşturamamız gerekecektir.

5.2 TERMONÜKLEER REAKSİYON AĞI

Termodynamik değişkenleri belirlemek için sadece çekirdek bolluğuuna ek olarak büyük ölçekli termonükleer reaksiyon ağına ihtiyaç duyulur. Bu bölümde, çiftlenmiş adı diferansiyel denklemler kümesi olan termonükleer reaksiyon ağı evrimlerini inceleyeceğiz.

Başlangıç noktası olarak en genel reaksiyonu yazalım.

$$\dots a + B \rightarrow C + d + \dots . \quad (5.3)$$

Reaksiyon çeşitlerini, transfer reaksiyonları ($^{15}N(p,\alpha)^{12}C$), yakalama (capture) reaksiyonları ($^3He(\alpha,\gamma)^7Be$), zayıf reaksiyonlar ($p(p,e^+\nu_e)d$) veya bozunumlar ($^{56}Ni \rightarrow ^{56}Co + e^+ + \nu_e$) olarak kategorize edebiliriz. Bunlara ek olarak üçlü α -islemi gibi, üç çekirdekten oluşan reaksiyonlar da önemlidir. Reaksiyon sonucunda her bir tepkiyen (reactant) sayı yoğunluğu, n_i , zamanla ve reaksiyon hızı, r , ile değişecektir.

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_j \mathcal{N}_j^i r_j + \sum_{j,k} \mathcal{N}_{j,k}^i r_{j,k} + \sum_{j,k,l} \mathcal{N}_{j,k,l}^i r_{j,k,l} . \quad (5.4)$$

Enerji-momentumun ve toplam elektrik yükün ağ hesaplaması sırasında korunması gerekmektedir. Burada \mathcal{N} pozitif olursa oluşum (creation) negatif olursa yıkım (destruction) tepkimesi olur. \mathcal{N} ifadesinin tanımı

$$\mathcal{N}_i^i = N_i, \quad \mathcal{N}_{j,k}^i = \pm \frac{N_i}{|N_j|!|N_k|!} \quad \dots \quad (5.5)$$

şeklinde olur. Bu ifadede pay kısmı ayrı edilemez (indistinguishable) parçacık sayımından gelmektedir.

Sayı yoğunluğunu her bir çekirdeğin bolluğuuna dönüştürmek için yeni değişkenler tanımlamamız gereklidir. Her şeyden önce, her bir çekirdeğin nükleer bolluğu veya molar kesri $\mathbf{Y}_i = \frac{n_i}{\rho N_a}$ şeklinde tanımlanır. Burada ρ yoğunluk, N_a ise Avagadro sayısıdır. Her reaksiyon tipi için reaksiyon hızı r değişecektir. Örneğin yavru çekirdeklerin (daughter nuclei) bozunmasında veya kütlesiz parçacıklar ile reaksiyona girmesinde reaksiyon hızı $r_i = \lambda Y_i$ şeklinde yazılır ki λ bahsedilen

reaksiyonun bozunma hızıdır. Eğer (5.4) numaralı denklemi tekrar yazarsak,

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_j \mathcal{N}_j^i \lambda_j Y_j + \sum_{j,k} \mathcal{N}_{j,k}^i \left(\frac{\rho}{m_a} \right) \langle j, k \rangle Y_j Y_k + \sum_{j,k,l} \mathcal{N}_{j,k,l}^i \left(\frac{\rho}{m_a} \right)^2 \langle j, k, l \rangle Y_j Y_k Y_l , \quad (5.6)$$

ifadesini elde ederiz. Burada $\langle i, j \rangle$ yıldızsal (stellar) reaksiyon hızıdır. Bozunma hızı λ ise bozunan parçacığın bozunma hızı ile orantılıdır. Bu değerler hem sayısal simülasyonlarla hem de deneylerle elde edilir. Üç cisim etkileşimleri (three-body interactions) nadiren meydana gelmesine rağmen dikkate alındığında sonuçlarda dramatik etkiye sebep olacaktır. Yukarıda bahsedilen kütle kesri ise $X_i = A_i Y_i = \frac{\rho_i}{\rho}$ şeklinde tanımlanmıştır. Denklemlerdeki baryon korunumunu sağlamak için $\sum_i Y_i A_i = 1$ ifadesi her an sağlanmalıdır.

Ağı betimleyen (5.6) numaralı denklem takımını çözebilmek için başlangıç yoğunluğunu ortamın sıcaklığı bilinmelidir. Ayrıca, başlangıçtaki madde bileşimi ve elektron kesri Y_e , yani ata yıldızın içeriği hakkında da bilgi sahibi olunması gerekecektir. Eğer sıcaklık ve yoğunluk yeteri kadar yüksek ise nükleer reaksiyonlar iki taraflı olacaktır. Yani yıkım ve oluşum reaksiyon hızları eşit olacaktır (β bozunumu hariç.) Bu durumda ortamdaki madde *nükleer istatistiksel dengeye* (NİD) ulaşmış olacaktır. NİD'de çekirdek sentezlenmesi olmaz. Çekirdek sentezleme hesaplama zamanını azaltmak için nükleer ağ kodu NİD'den çıktıgı noktadan başlar. Bu çalışmada NİD sıcaklığı 6.5 GK civarıdır ve ağ simülasyon kodu 6.5 GK'den düşük noktalarda çalışacaktır. Böylece gereksiz ve çok katı salınan (stiff) diferansiyel denklem sistemi çözmemize gerek kalmayacaktır.

Nötrino-çekirdek etkileşimleri düşük tesir kesitlerinden dolayı ihmal edilmektedir. Diğer taraftan ÇCSN'nin merkeze yakın noktalarında nötrino-çekirdek etkileşimlerinin etkileri görülebilir. Bu etkileşimler yüklü ve yüksüz etkileşimler olacaktır. 2.2 bölümünde kütleli nötrinolar için etkileşim potansiyelleri ve Hamiltonianları verilmiştir. Tezin çekirdek sentezi bölümünde ise nötrinolar kütlesiz parçacıklar olarak alınacaktır. Nötrino salınımlar dikkate alınarak yapılan çalışmalar için [124, 125] numaralı kaynaklarına bakınız. Bu durumda nötrinolar da fotonlar gibi davranışacak ancak Fermi-Dirac istatistiğine uyacaktır. Ayrıca elektromanyetik etkileşime de girmeyecekler. Nötrinoların reaksiyon hızı

$$\lambda_\nu = N \langle \sigma \phi(E_\nu, T_\nu) \rangle \quad (5.7)$$

şeklinde verilir.

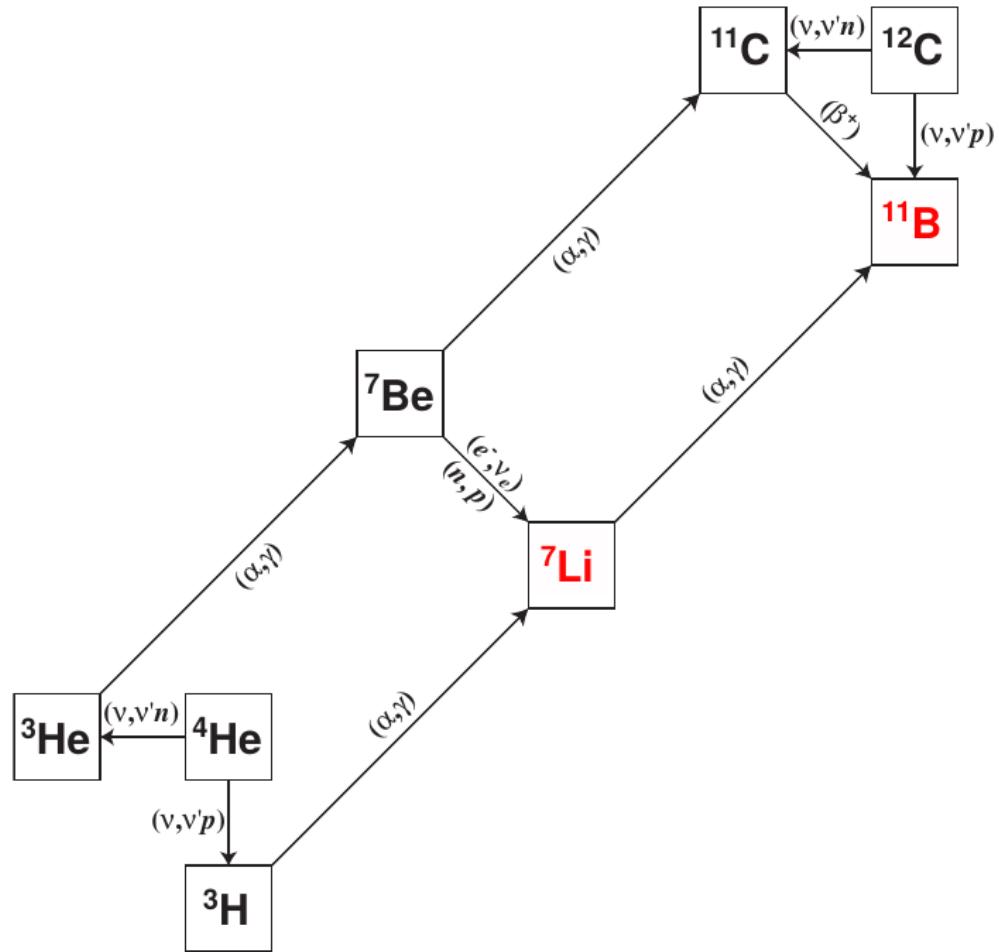
5.3 NÖTRİNO İŞLEMİ

Süpernova nötrinoları, proto-nötron yıldızının içinde termal ve kimyasal dengedir. Patlama sırasında nötrinosferden çıkan nötrinolar, sıcak ve yoğun yıldız ortamından geçerler. Nötrinoların tipik tesit kesiti çok küçük olsa bile, nötrino-çekirdek etkileşimi aşırı koşullarda önemli hale gelir. Aslında, yüksüz akım etkileşimi ile çekirdeği uyarabilecek veya yüklü akım etkileşimi ile proton/nötron sayısını değiştirebilecek kadar enerjiye sahiptirler. Bu etkileşimler, çekirdek sentezlenme sürecini etkiler [126]. Nötrinoların yoğun madde içerisinde çekirdek sentezleme olayına kısaca *nötrino işlemi* veya ν -*işlemi* adı verilir. Bu bölümde nötrino işlemini kısaca tanıtacağız ve çekirdek sentezleme hesaplamalarımızın sonucunu özetleyeceğiz.

Birçok ν -işlem çekirdek sentezleme çalışmasında, nötrinolardan kaynaklanan çekirdek üretimini belirlemenin iki yolu vardır. Birincisi, nötrinolar yeni çekirdeklere doğrudan sentezleyebilir,örneğin, $^{12}\text{C}(\nu, \nu p)^{11}\text{B}$ tepkimesi sayesinde. Karbon 12 atomları, nötrinolar tarafından yüksüz akım yoluyla uyarılır ve uyarılmış karbon, bir proton ile boron 11'e bozunur. Bu etkileşim esas olarak ^{11}B elde etmekten sorumludur. İkinci olarak, nötrinolar, ^7Li ve ^{26}Al gibi bazı çekirdek bolluklarını önemli ölçüde değiştirebilen parçalanma reaksiyonunun hızını artırabilir [113].

^7Li ve ^{11}B hafif elementlerinin kırılgan yapıları nedeniyle yıldız ortamında üretilmesi zordur. Bu çekirdekler, yüklü akım etkileşimleriyle kolayca yok edilir. Öte yandan, ^7Li ve ^{11}B çekirdeklerinin Güneş içerisindeki bollukları açıklamak için bir mekanizmaya ihtiyaç duyulmaktadır [127]. ÇÇSN içerisindeki nötrino işlemi, hafif çekirdek üretimini açıklamak için en umut verici mekanizmadır. Çekirdek sentezleme ağı hem yüksüz hem de yüklü akım etkileşimlerini içerir. Bahsedilen sentez ağı 5.2 numaralı şekilde gözükmektedir.

Nötrino işlemi çekirdek sentezlenmesinde, sadece nötrinoların akısı nihai bollukları etkilemekle kalmaz, aynı zamanda nötrino enerji spektrumu da üretim faktörlerini değiştirir. [113] numaralı makaleye göre, yüksek enerjili nötrinolar için ortalama ^7Li üretim faktörü, düşük enerjilerden on kat daha büyktür (bkz. 5.1 numaralı tablo.) Bu dramatik farklılığın nedeni, yüksüz akım etkileşimleri-



Şekil 5.2: ${}^7\text{Li}$ ve ${}^{11}\text{B}$ çekirdeklerinin sentezleme şeması. Bu şekil [128] numaralı kaynaktan şekilden esinlenerek çizilmiştir.

nin büyük ölçüde nötrino enerjilerine bağlı olmasıdır. Bunun yanında ${}^{138}\text{La}$ gibi çekirdekler, yüksüz akım etkileşiminden iki kat daha fazla oranda yüklü akım etkileşimleri ile üretilir. Bu nedenle, tüm ν -işlem çekirdekleri ayrı ayrı incelenmelidir.

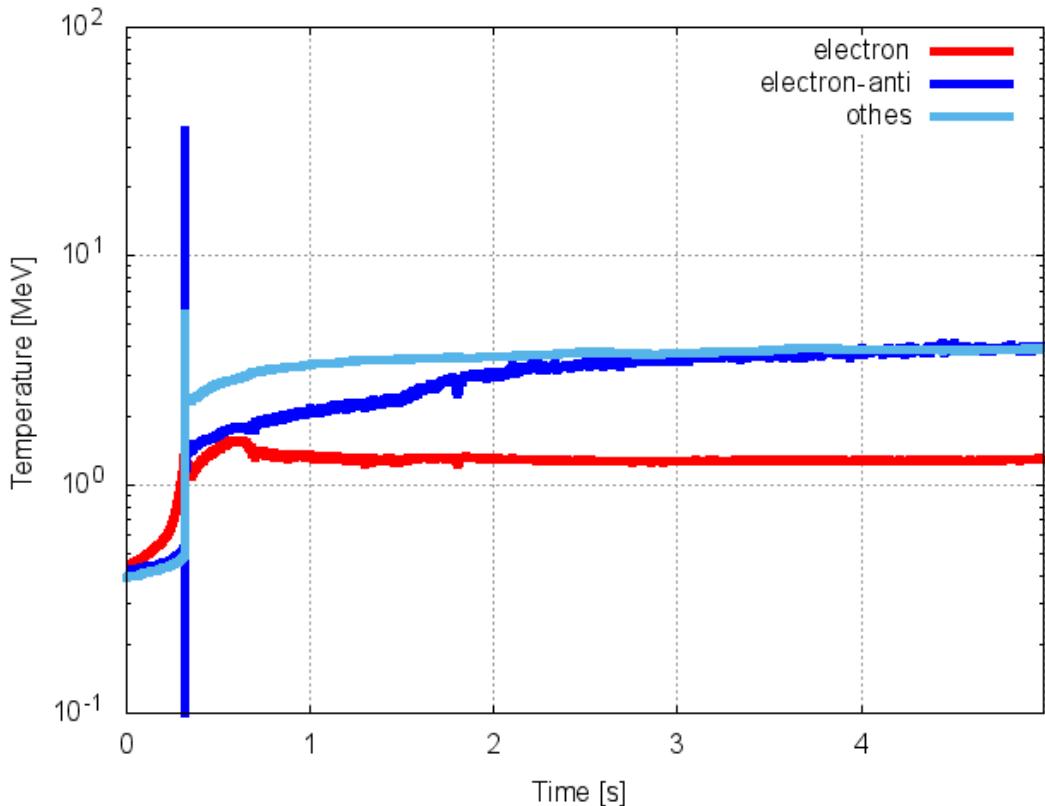
5.4 NÖTRİNO-İŞLEM SİMÜLASYON SONUÇLARI

Yapılan nötrino-ışlem simülasyon sonuçlarını irdelemeden önce, PUSHing ÇCSN model parametrelerinin netleştirilmesi gereklidir. Çekirdek sentezi kodu tarafından kullanılan bazı termodinamik değişkenler aşağıda açıklanmıştır. Patlama sırasında nötrinoların sıcaklığı ve parlaklığı, patlamanın hangi fazda olduğuna, yani zamana göre değişir. Proto-nötron yıldızının içi, nükleer yoğunlukta olduğundan nötrinolar termal dengeye ulaşır. ÇCSN simülasyonunun başlangıcında nötrinos-

ferden yayılan nötrinolar görece soğuktur. Nicelik olarak değerleri 5.3 numaralı şekilde gösterilmiştir. Bir süre sonra demir çekirdek çöker ve birkaç milisaniye içinde çöken malzeme, proto-nötron çekirdeğine çarpar ve seker (bouncing.) Sekmenin hemen ardından şok dalgası oluşur. Açıga çıkan nötrinoların sıcaklığı 50 MeV'e kadar çıkar. Buraya kadar olan olaylara *patlama* (explosion) adı verilir ve patlamanın başlangıcı, sekmenin olduğu andır. Sekme fazının akabinde sıcak nötrinolar, proto-nötron yıldızının yakınındaki malzemeyi ısıtır ve onları uzaya doğru iter. Nötrinolar yardımıyla şok dalgasını ısıtmak ve iç malzemeyi dışarı itmek *nötrino güdümlü mekanizma* (neutrino driven mechanism) olarak adlandırılır. Nötrinoların parlaklığı, evrendeki en uç değerlerden biri olan 10^{58} erg/s'ye ulaşır. Her bir nötrino tipinin parlaklıkları şekil 5.4'da gösterilmiştir.

Sonuçlar, ortamın sıcaklığını ve yoğunluğunu, izleyicilerin mesafe değişimini, elektron fraksiyonunu, her bir nötrino çeşisinin parlaklığını ve her bir SN izleyici için geçerli sıcaklıklarını (zamana bağlı) içermektedir. Ayrıca n , p , ${}^3\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{32}\text{S}$, ${}^{36}\text{S}$, ${}^{36}\text{Ar}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$, ${}^{48}\text{Cr}$, ${}^{50}\text{Ti}$, ${}^{52}\text{Fe}$, ${}^{54}\text{Fe}$, ${}^{56}\text{Fe}$, ${}^{56}\text{Ni}$, ${}^{58}\text{Fe}$, ${}^{60}\text{Fe}$, ${}^{62}\text{Fe}$ ve ${}^{62}\text{Ni}$ çekirdeklerinin bollukları başlangıç koşulu olarak verilir. Bu çekirdekler, ata yıldızın kütlesine bağlı olarak yıldız evriminde üretilmiştir. Ata yıldızın içeriğindeki tüm çekirdekler dahil edilmemektedir, yani daha yüksek kütleli ata yıldız modelleri dikkate alınmadığı için, ağır izotoplar olmak üzere birçok radyoaktif izotop hariç tutuyoruz. Bu ağır izotoplar, ağır ν -elementler üretmemizi sağlayacaktır. Temel olarak, çekirdek sentezleme kodu, her izleyicinin içerisinde bulunan her izotop için çiftlenmiş diferansiyel denklemler çözüzer. Çalıştırılan kodda 1988 farklı çekirdek türü ve 3146 izleyiciyi bulunmaktadır. Bu çekirdek türlerin bazlarının bollukları sıfırdır. Bol sıfır bulunan diferansiyel denklem sistemleri çözmek için seyrek matris (sparse matrix) tekniği kullanılır. Bu teknik sayesinde büyük miktarda bilgisayar gücünden tasarruf edilir. Çekirdek sentezleme kodunun çözümleri daha hızlı analiz etmek ve genel sentezleme eğilimine bakmak için, bu çalışmayı ${}^7\text{Li}$, ${}^{11}\text{B}$, ${}^{15}\text{N}$ ve ${}^{19}\text{F}$ gibi hafif ν -işlemi elemanlarını analiz etmekle sınırlandırdık.

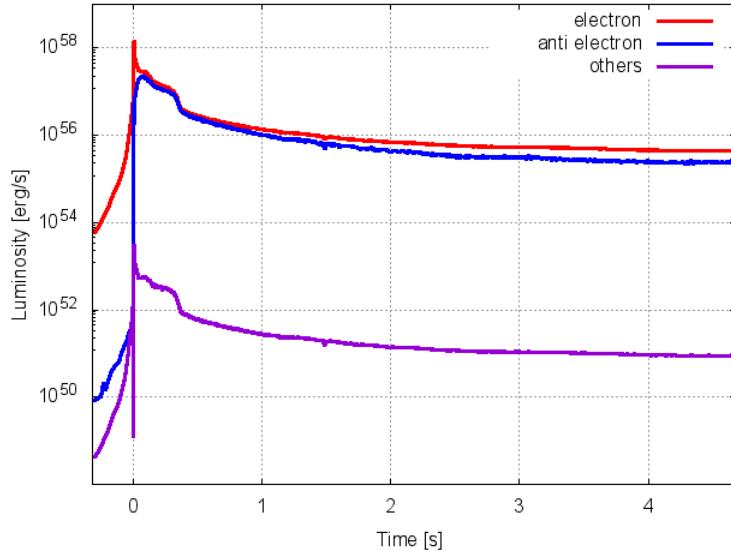
SN modelinin özellikleri 5.2 numaralı tabloda ve başlangıç kütle kesirleri ise 5.1 numaralı şekilde (alt panel) verilmiştir. Ata yıldızın bileşimi ve termodinamik değişkenler patlama için uygundur. Bunun anlamı kullandığımız ÇÇSN modeli



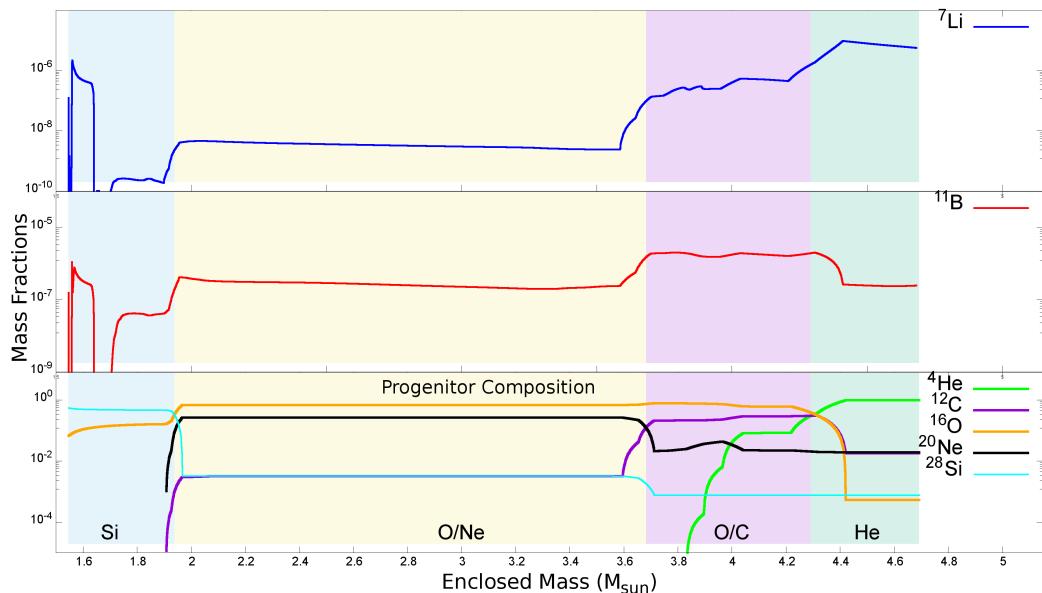
Şekil 5.3: ÇÇSN Simülasyonunda açığa çıkan her nötrino çeşnisinin sıcaklığı. Sıcaklığın 10^{-3} MeV civarına düştüğü an sekmenin olduğu andır ve bu dramatik değişim sayısal hatadan kaynaklanır. Sekme öncesinde elektron çeşnisinin sıcaklığı yüksek iken patlamadan sonra elektron çeşnisinin sıcaklığı düşük olur. Bu sıcaklık farkının en önemli sebebi nötrinoların küçük tesir kesitinin çeşniye göre küçük farklılıklar oluşturmasıdır. Elektron nötrinosunun tesir kesiti diğerlerine göre büyktür ve proto-nötron yıldızından ısl olarak ayrışması daha dış katmanlarda olur. Bu da elektron nötrino sıcaklığının düşük olmasını sebep olur. Daha ayrıntılı bilgi için [129] numaralı kaynağın içeriğine ve bu kaynaktaki 3 numaralı şeke bakınız.

başarıyla patlamaktadır. [113] numaralı kaynak ve [125] numaralı kaynaktan farklı olarak, ^{12}C çekirdeğinin başlangıç bolluğu, O/Ne bölgesinin sonunda keskin bir şekilde artmaz. Bu da, o bölgedeki ^7Li ve ^{11}B üretim oranını değiştirir.

5.5 numaralı şekilde, ^7Li ve ^{11}B çekirdeklerinin SN katmanlarına göre karakteristik üretimi gösterilmektedir. ^7Li bolluğunun yükselişi Si katmanında başlar ancak O/Ne katmanında sabit kalır. Çok iç bölgede (inner most region), ^7Li ve ^{11}B çekirdeklerinin ana üretim mekanizmaları, ^7Li için $^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}(\beta^+)^7\text{Li}$ ve ^{11}B için $^3\text{H}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$ (α, γ) ^{11}B tepkimeleridir. Çok iç bölgedeki bileşiminde yeterli ^4He çekirdeği yok gibi görünse de, ÇÇSN patlama mekanizması ile bu bölgede yüksek miktarda α parçası asılı kalır. Bu duruma *α -zengin dondurması* (α -rich



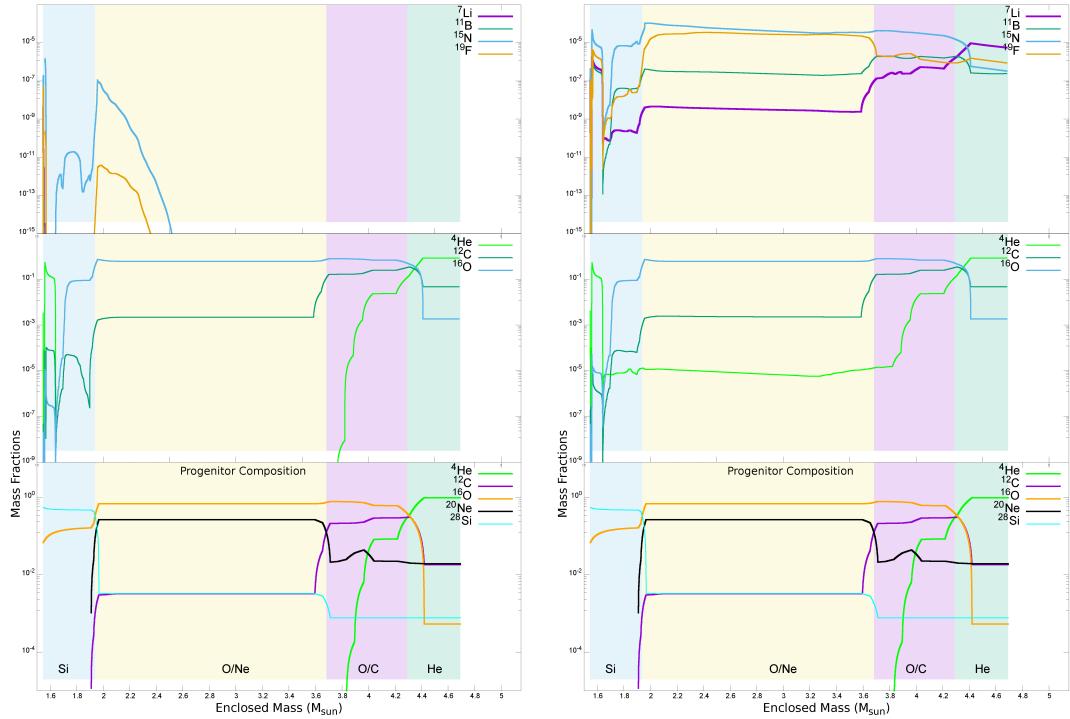
Şekil 5.4: ÇQSNS simülasyonunda açığa çıkan her nötrino çeşnisinin. Bu şekilde, ÇQSNS'nin başlama zamanı 0 s'dir ve (5.3) numaralı şekilde gözüken sayısal hata bu grafikte de mevcuttur.



Şekil 5.5: ^7Li ve ^{11}B çekirdeklerinin kütle kesirleri. Burada ^7Li ve ^{11}B üretimleri O/C katmanında arttığı görülmektedir.

freeze-out) adı verilir. Ayrıca, Si katmanındaki nötrino akısı, dış katmanlardan çok daha büyüktür. Nötrinolar O/C ve He katmanlarına geldiğinde, şekil 5.2'deki tüm etkileşimler çok hızlı gerçekleştiği için çekirdek bollukları tekrar artacaktır. ^4He ve ^{12}C bollukları, ^7Li ve ^{11}B üretim hızını O/C ve O kabuklarında doğrudan etkiler. Bu etkinin asıl sebebi nötrinolarıdır. Özellikle He katmanında nötrino akıları en düşük değere sahip olsa bile bahsedilen çekirdeklerin üretim hızı arta-

caktır. 5.5 numaralı şekil hakkında son bir not vermek gerekirse, elektron nötrino akışını azaltabilen nötrino salınımları, bu çalışmada dikkate alınmamıştır.



(a) Nötrino sentezlenmesi ihmal edildi- (b) Nötrino sentezlenmesi dahil edildi-
ğinde
ğinde.

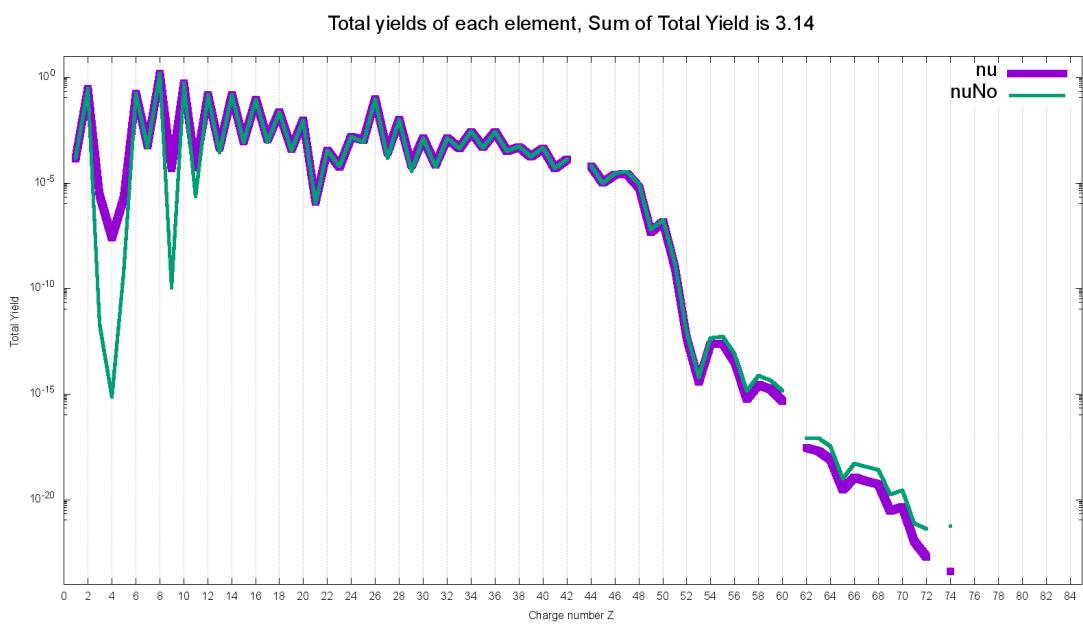
Sekil 5.6: Nötrinolu ve nötrinosuz nötrino-islem çekirdeklerinin kütle kesirleri.

$18.8 M_{\odot}$ kütleyeli PUSHing simülasyonu kullanılarak elde edilen bazı ν -islem çekirdeklerinin, ^{7}Li , ^{11}B , ^{15}N ve ^{19}F , kütle kesirleri 5.6 numaralı şekillerde verilmiştir. Bu şekillerde, nötrinolu ve nötrinosuz çekirdek sentezi arasındaki fark, O/Ne, O/C ve He kabuklarında açıkça gözükmektedir. Nötrino etkileşimleri dikkate alınmaz ise, yıldız içerisinde ^{7}Li ve ^{11}B izotopu sentezlenemez. Bu çekirdekler ek olarak ^{15}N ve ^{19}F üretimi de nötrino varlığından etkilenir. Nötrino işlemi, bu çekirdeklerin üretimine $^{16}\text{O}(\nu, \nu' p/n)^{15}\text{N}$ ve $^{20}\text{Ne}(\nu, \nu' p/n)^{19}\text{F}$ tepkimeleri ile katkıda bulunur.

Şeillerdeki tüm kütle fraksiyonları değerleri, bozunmaların ardından elde edildiğini söylemek önemlidir. Bu, çekirdek sentezleme simülasyonun bitip 200 saniye sonrasında kadar bozunma hesaplamalarının dahil edildiği anlamına gelir. Son olarak 5.6 numaralı şekilde, nötrinoların O/Ne katmanında önemli miktarda ^4He yani α parçacıkları ürettiği görülür. Süpernova evrim simülasyonu 5 saniye süregi ve

o anda şok dalgası O/Ne tabakasının sonuna ulaştığı için bu bölgedeki bolluklar nötrino işlem veya diğer tip işlem (n,p,ν gibi) etkileşimlerle kolayca açıklanamaz. Şok dalgasının enerjisi ile bu noktadaki çekirdekler de parçalanır. Yani parçalanma (spallation) reaksiyonları çekirdek bolluğu ve çekirdek sentezleme hesaplarında önemli yer tutar. Bu çalışmada parçalanma etkisi dikkate alınmıştır.

Yük sayıları (charge number) göre tüm çekirdeklerin toplam ürünleri (yield) 5.7 numaralı şekilde verilmiştir. Nötrino-çekirdek etkileşimleri çoğunlukla Li, Be, B ve F elementlerinin ve bunların izotoplarının üretimini önemli ölçüde etkiler. Tüm ürünler, kararsız ^7Be ve ^{11}C çekirdeklerinin bozunumundan önce hesaplanmıştır. 5.7 numaralı şekilde, $Z = 4$ ve $Z = 9$ civarındaki ani artış, nötrino sürecinin kırılgan haff elementlerin Güneş sistemindeki bollugunu açıklamada umut vericidir. Ayrıca nötrino etkileşimleri yoluyla Be çekirdeğinin üretilmesi, Li ve B çekirdeklerinin toplam verimini değiştirir. Bunun iki nedeni vardır. Bunlardan en önemlisi, nötrinoların Be çekirdeğindeki proton/nötron sayısını değiştirmesi ve bunun sonucundaki beta bozunumlarıdır. Bir diğeri ise nötrinolar, yüksüz akım etkileşimleri yoluyla enerjilerini yıldız ortamına aktarmalarıdır. Bu aktarım elementlerin reaksiyon hızını da arttırır. Son olarak $Z = 50$ 'nin ötesindeki küçük değişiklikler önemli değildir çünkü ata yıldızın bileşeninde ağır elementleri üretebilecek olan ağır izotoplar bulunmamaktadır.



Şekil 5.7: Toplam ürünün yük sayısı Z 'ye göre değişimi. Nu ile adlandırılan mor çizgiler nötrino etkileşimleri gözetildiğinde açığa çıkan toplam ürünler, "nuNo" ise nötrino etkileşimlerinin ihmali edildiği durumda açığa çıkan toplam ürünler gösterir.

6 SONUÇ

Bu çalışmada, nötrinoların kollektif çeşni evriminin, nötrino elektromanyetik alan etkileşimi varlığında nasıl değiştiğini hem analitik olarak hem de sayısal olarak inceledik. Elde ettiğimiz analitik sonuçların ÇÇSN soğuma evresinin erken dönemi için tutarlı ve doğru sonuç verdiği gördük. ÇÇSN meydana geldikten yaklaşık $3 - 4$ saniye sonra, MSW ve SFP rezonanslarının gerçekleştiği uzaklıklar yakınlaştığı için iki çeşniye indirgenmiş analitik çözümler ile sayısal çözümler arasında farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Faz etkileri ile kendisini gösteren bu farklılık yüksek enerjili nötrinolarda daha belirgin hale gelmektedir.

Yaptığımız çalışmayı özetlersek, öncelikle nötrinoların manyetik alan ve madde etkileşimleri altında çeşni evrimini veren hareket denklemlerini yazdık. Bu denklemleri iki farklı şekilde çözdük. Birincisi, manyetik alanın etkisini tedirgenmiş bir potansiyel olarak alıp evrimin özvektörlerini elde ettik. Bu özvektörlerle karşılık gelen özdeğer katkılardan hesapladık. Ardından eksponansiyel olarak değişen baryon yoğunluğu ve sabit manyetik alan altında, iki çeşniye indirgenmiş hareket denklemlerinin çözümünün konfluent hipergeometrik fonksiyonlar olduğunu elde ettik. Ayrıca manyetik alanın baryon yoğunluğu ile aynı eksponansiyel azalma sahip olduğunda, çözümlerin genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlar ve birleşmiş Laguerre polinomları cinsinden verildiğini bulduk.

ÇÇSN içerisindeki çeşni evrimini incelemek adına oyuncak modeller kurduk. Bunun için yoğunluk operatörünün özbazdağı analitik ifadesini, LZ geçiş olasılıkları ve fazların katkısını da dahil ederek yazdık. Yoğunluk operatörüne sırayla salınınm fazını, SFP rezonansından kaynaklanan LZ geçiş olasılığını ve bunun fazını ve son olarak MSW rezonansından kaynaklanan LZ geçiş olasılığını ve bunun fazını ekledik. Elde ettiğimiz ifadeyi *ortalamadan* sorumlu, *hatadan* sorumlu ve *salınumdan* sorumlu terim olarak üçe ayırdık. Sonsuz uzaklıkta salınınmdan sorumlu terim sıfıra gideceği için bu terimi hesaba katmadık. Tümüyle adyabatik evrim

olması durumunda, fazlardan gelen katkıların yanı hatadan sorumlu olan terimin sıfır olacağını elde ettik. Hatadan sorumlu kısma gelen tüm katkılar nötrinoların rezonanslara farklı fazlarla girmelerinden kaynaklanır ve bunlar sadece geçişleri adyabatik olmadığından kendini gösterir. Bu etkiyi daha iyi gözleme bilmek için adyabatik olmayan ÇCSN'ya ait başlangıç koşullarında küçük değişiklikler yapıp fazların etkisini ortaya çıkardık. SFP ve MSW rezonansının birbirinden yeteri kadar ayrıldığı趁着 evrimde faz etkileri, analitik öngörülerimizle tam olarak uyumlu çökmaktadır. Burada bahsettiğimiz "yeteri kadar" kavramını niceliksel olarak tanımladık ve rezonans noktalarındaki $\sin^2(2\theta)$ teriminden yarı uzunluk yarı maksimum değerlerini analitik olarak elde ettik. Yaptığımız analizler sonucunda ÇCSN meydana geldikten yaklaşık 3 – 4 saniye sonra MSW ve SFP rezonansının birbirine yaklaştığını ve üç趁着 etkilerin ortaya çıktığını bulduk. Yoğunluk operatörünün hatadan sorumlu kısmı, başlangıçta Hamiltonyen'in enerji özdurumlarının趁着 özdurumları olmaktan ne kadar uzak olduğuna da bağlıdır. Bu da doğrudan μB teriminin madde potansiyeline göre ne kadar güçlü olduğuna bağlıdır. Buna göre μ ya da B artacak olursa gözlemsel belirsizlik de artacaktır.

Analitik çözümler ile sayısal çözümleri karşılaştırmamızın ardından gerçekçi ÇCSN modeli için simülasyon yaptık. Elektromanyetik etkileşimlerin ve nötrino öz-kırılımının趁着 evrimine olan etkilerine bakmak için dört ayrı model ile çalıştık. Elektromanyetik etkileşimlerin x antinötrino yoğunluğunu artttığını bulduk. Ayrıca, bu etkileşimin kollektif nötrino salınımlarından kaynaklanan spektral ayırmayı belirsizlestirdiğini, hatta antinötrino enerji spektrumunda bulunan spektral ayırmayı yok ettiğini gözlemledik.

Bu tezin son bölümünde ise nötrino işlemi çekirdek sentezlenme sonucunda ${}^7\text{Li}$ ve ${}^{11}\text{B}$ gibi nötrino-islem elementlerinin kütle kesirleri elde edilmiştir. Nötrino etkileşimlerinin toplam ürün üzerindeki etkisine bakılmıştır. Çekirdek sentezleme hesapları yapılırken nötrino işlemi dikkate alınırsa Lityum elementi 10^{10} kat, Bor elementi ise 10^5 kat daha bol bulunacaktır.

Tüm nötrino-islem hesapları, başka ata yıldız modelleri ve onlara uygun süpernova simülasyonları kullanılarak yapılabilir. İstatistik artırılarak, Güneş sistemindeki element bollukları bu yolla açıklanabilir. Ayrıca iki major nötrino-islem element üretim mekanizması anlaşılmasının ardından Güneş sistemi ile daha sağ-

laklı karşılaştırma olanağı bulabiliyoruz.

Bu çalışmanın bir sonraki adımı SFP ile MSW rezonansı arasında kalan donmuş fazların çeşni evrimine olan katkısını incelemektir. Elektron kesrinin ani den değiştiği Yıldız'ın iç bölgelerinde nötrino enerji spektrumu, donmuş fazlardan dolayı spektral ayrışmaya benzer bir davranışta bulunacaktır. Ayrıca bu bölge, nötrino öz-kırılım etkilerinin de meydana geldiği bölge olduğu için birden fazla spektral ayrışmanın meydana gelmesi muhtemeldir.

KAYNAKLAR

- [1] H.-T. Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martinez-Pinedo, and B. Mueller, “Theory of Core-Collapse Supernovae,” *Phys. Rept.*, vol. 442, pp. 38–74, 2007.
- [2] H.-T. Janka, “Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, vol. 62, pp. 407–451, 2012.
- [3] A. Burrows, “Colloquium: Perspectives on core-collapse supernova theory,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 85, p. 245, 2013.
- [4] V. Brdar, A. Greljo, J. Kopp, and T. Opferkuch, “The Neutrino Magnetic Moment Portal: Cosmology, Astrophysics, and Direct Detection,” *JCAP*, vol. 01, p. 039, 2021.
- [5] K. Abe *et al.*, “Search for solar electron anti-neutrinos due to spin-flavor precession in the Sun with Super-Kamiokande-IV,” *Astropart. Phys.*, vol. 139, p. 102702, 2022.
- [6] M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, “Phenomenology with Massive Neutrinos,” *Phys. Rept.*, vol. 460, pp. 1–129, 2008.
- [7] M. Tanabashi *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Phys. Rev. D*, vol. 98, no. 3, p. 030001, 2018.
- [8] Y. Fukuda *et al.*, “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, pp. 1562–1567, 1998.
- [9] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola, and J. W. F. Valle, “Status of global fits to neutrino oscillations,” *New J. Phys.*, vol. 6, p. 122, 2004.

- [10] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “Evidence for neutrino oscillations from the observation of $\bar{\nu}_e$ appearance in a $\bar{\nu}_\mu$ beam,” *Phys. Rev. D*, vol. 64, p. 112007, 2001.
- [11] Q. R. Ahmad *et al.*, “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 011301, 2002.
- [12] K. Abe *et al.*, “Combined Analysis of Neutrino and Antineutrino Oscillations at T2K,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 118, no. 15, p. 151801, 2017.
- [13] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007.
- [14] B. Pontecorvo, “Mesonium and anti-mesonium,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 6, p. 429, 1957.
- [15] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, “Remarks on the unified model of elementary particles,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 28, pp. 870–880, 1962.
- [16] H. Duan, G. M. Fuller, and Y.-Z. Qian, “Collective Neutrino Oscillations,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, vol. 60, pp. 569–594, 2010.
- [17] A. Mirizzi, I. Tamborra, H.-T. Janka, N. Saviano, K. Scholberg, R. Bolliig, L. Hudepohl, and S. Chakraborty, “Supernova Neutrinos: Production, Oscillations and Detection,” *Riv. Nuovo Cim.*, vol. 39, no. 1-2, pp. 1–112, 2016.
- [18] R. Schaeffer, Y. Declais, and S. Jullian, “The neutrino emission of SN1987A,” *Nature*, vol. 330, pp. 142–144, Nov. 1987.
- [19] K. Hirata, T. Kajita, M. Koshiba, M. Nakahata, Y. Oyama, N. Sato, A. Suzuki, M. Takita, Y. Totsuka, T. Kifune, T. Suda, K. Takahashi, T. Tanimori, K. Miyano, M. Yamada, E. W. Beier, L. R. Feldscher, S. B. Kim, A. K. Mann, F. M. Newcomer, R. van, W. Zhang, and B. G. Cortez, “Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A,” *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 1490–1493, Apr. 1987.

- [20] J. M. LeBlanc and J. R. Wilson, “A Numerical Example of the Collapse of a Rotating Magnetized Star,” *The Astrophysical Journal*, vol. 161, p. 541, Aug. 1970.
- [21] T. Takiwaki and K. Kotake, “Gravitational Wave Signatures of Magnetohydrodynamically Driven Core-collapse Supernova Explosions,” *The Astrophysical Journal*, vol. 743, p. 30, Dec. 2011.
- [22] S. Abbar, “Collective Oscillations of Majorana Neutrinos in Strong Magnetic Fields and Self-induced Flavor Equilibrium,” *Phys. Rev. D*, vol. 101, no. 10, p. 103032, 2020.
- [23] O. G. Kharlanov and P. I. Shustov, “Effects of nonstandard neutrino self-interactions and magnetic moment on collective Majorana neutrino oscillations,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, no. 9, p. 095004, 2021.
- [24] A. de Gouvea and S. Shalgar, “Effect of Transition Magnetic Moments on Collective Supernova Neutrino Oscillations,” *JCAP*, vol. 10, p. 027, 2012.
- [25] A. de Gouvea and S. Shalgar, “Transition Magnetic Moments and Collective Neutrino Oscillations:Three-Flavor Effects and Detectability,” *JCAP*, vol. 04, p. 018, 2013.
- [26] H. Sasaki and T. Takiwaki, “Neutrino-antineutrino oscillations induced by strong magnetic fields in dense matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 104, no. 2, p. 023018, 2021.
- [27] C. Giunti and A. Studenikin, “Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 87, p. 531, 2015.
- [28] P. B. Pal and L. Wolfenstein, “Radiative Decays of Massive Neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 25, p. 766, 1982.
- [29] W. J. Marciano and A. I. Sanda, “Exotic Decays of the Muon and Heavy Leptons in Gauge Theories,” *Phys. Lett. B*, vol. 67, pp. 303–305, 1977.
- [30] R. E. Shrock, “Electromagnetic Properties and Decays of Dirac and Majorana Neutrinos in a General Class of Gauge Theories,” *Nucl. Phys. B*, vol. 206, pp. 359–379, 1982.

- [31] G. G. Raffelt, *Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles*. University of Chicago Press, 5 1996.
- [32] N. F. Bell, V. Cirigliano, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, and M. B. Wise, “How magnetic is the Dirac neutrino?,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 151802, 2005.
- [33] N. F. Bell, M. Gorchein, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, and P. Wang, “Model independent bounds on magnetic moments of Majorana neutrinos,” *Phys. Lett. B*, vol. 642, pp. 377–383, 2006.
- [34] T. Kuroda, “Impact of a Magnetic Field on Neutrino–Matter Interactions in Core-collapse Supernovae,” *Astrophys. J.*, vol. 906, no. 2, p. 128, 2021.
- [35] M. Agostini *et al.*, “Limiting neutrino magnetic moments with Borexino Phase-II solar neutrino data,” *Phys. Rev. D*, vol. 96, no. 9, p. 091103, 2017.
- [36] G. Sigl and G. Raffelt, “General kinetic description of relativistic mixed neutrinos,” *Nucl. Phys. B*, vol. 406, pp. 423–451, 1993.
- [37] C. Volpe, “Neutrino Quantum Kinetic Equations,” *Int. J. Mod. Phys. E*, vol. 24, no. 09, p. 1541009, 2015.
- [38] H. Duan, G. M. Fuller, J. Carlson, and Y.-Z. Qian, “Simulation of Coherent Non-Linear Neutrino Flavor Transformation in the Supernova Environment. 1. Correlated Neutrino Trajectories,” *Phys. Rev. D*, vol. 74, p. 105014, 2006.
- [39] H. Duan, G. M. Fuller, and Y.-Z. Qian, “Symmetries in collective neutrino oscillations,” *J. Phys. G*, vol. 36, p. 105003, 2009.
- [40] Y. Pehlivan, A. B. Balantekin, T. Kajino, and T. Yoshida, “Invariants of Collective Neutrino Oscillations,” *Phys. Rev. D*, vol. 84, p. 065008, 2011.
- [41] C. Volpe, D. Väänänen, and C. Espinoza, “Extended evolution equations for neutrino propagation in astrophysical and cosmological environments,” *Phys. Rev. D*, vol. 87, no. 11, p. 113010, 2013.

- [42] L. Wolfenstein, “Neutrino Oscillations in Matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 17, pp. 2369–2374, 1978.
- [43] S. P. Mikheyev and A. Y. Smirnov, “Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos,” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 42, pp. 913–917, 1985.
- [44] A. Bellerive, J. R. Klein, A. B. McDonald, A. J. Noble, and A. W. P. Poon, “The Sudbury Neutrino Observatory,” *Nucl. Phys. B*, vol. 908, pp. 30–51, 2016.
- [45] L. B. Okun, M. B. Voloshin, and M. I. Vysotsky, “Neutrino Electrodynamics and Possible Effects for Solar Neutrinos,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 64, pp. 446–452, 1986.
- [46] K. Fujikawa and R. Shrock, “The Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino Spin Rotation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, p. 963, 1980.
- [47] A. Cisneros, “Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 10, pp. 87–92, 1971.
- [48] E. K. Akhmedov, “Resonant Amplification of Neutrino Spin Rotation in Matter and the Solar Neutrino Problem,” *Phys. Lett. B*, vol. 213, pp. 64–68, 1988.
- [49] E. K. Akhmedov, “Resonance enhancement of the neutrino spin precession in matter and the solar neutrino problem,” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 48, pp. 382–383, 1988.
- [50] C.-S. Lim and W. J. Marciano, “Resonant Spin - Flavor Precession of Solar and Supernova Neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 37, pp. 1368–1373, 1988.
- [51] J. P. Kneller and G. C. McLaughlin, “Monte Carlo neutrino oscillations,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, p. 056003, 2006.
- [52] K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications*, vol. 64. Springer, 2012.
- [53] S. Bilenky, “Neutrinos: Majorana or Dirac?,” *arXiv preprint 2008.02110*, 8 2020.

- [54] M. Dvornikov, “Field theory description of neutrino oscillations,” *arXiv preprint 1011.4300*, p. arXiv:1011.4300, Nov. 2010.
- [55] G. G. Raffelt, *Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles*. University of Chicago press, 1996.
- [56] B. Kayser, “Neutrino mass, mixing, and oscillation,” in *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics (TASI 2000): Flavor Physics for the Millennium*, pp. 625–650, 4 2001.
- [57] E. K. Akhmedov and A. Y. Smirnov, “Paradoxes of neutrino oscillations,” *Phys. Atom. Nucl.*, vol. 72, pp. 1363–1381, 2009.
- [58] A. Vlasenko, G. M. Fuller, and V. Cirigliano, “Neutrino Quantum Kinetics,” *Phys. Rev. D*, vol. 89, no. 10, p. 105004, 2014.
- [59] S. Birol, Y. Pehlivan, A. B. Balantekin, and T. Kajino, “Neutrino Spectral Split in the Exact Many Body Formalism,” *Phys. Rev. D*, vol. 98, no. 8, p. 083002, 2018.
- [60] T. Fischer, G. Guo, G. Martínez-Pinedo, M. Liebendörfer, and A. Mezzacappa, “Muonization of supernova matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 102, no. 12, p. 123001, 2020.
- [61] T.-K. Kuo and J. T. Pantaleone, “Neutrino Oscillations in Matter,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 61, p. 937, 1989.
- [62] J. Y. Tian, A. V. Patwardhan, and G. M. Fuller, “Prospects for Neutrino Spin Coherence in Supernovae,” *Phys. Rev. D*, vol. 95, no. 6, p. 063004, 2017.
- [63] C. Broggini, C. Giunti, and A. Studenikin, “Electromagnetic Properties of Neutrinos,” *Adv. High Energy Phys.*, vol. 2012, p. 459526, 2012.
- [64] A. Bahá Balantekin and B. Kayser, “On the Properties of Neutrinos,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, vol. 68, pp. 313–338, 2018.

- [65] G. G. Likhachev and A. I. Studenikin, “Neutrino oscillations in the magnetic field of the sun, supernovae, and neutron stars,” *J. Exp. Theor. Phys.*, vol. 81, pp. 419–425, 1995.
- [66] A. Friedland, “Do solar neutrinos probe neutrino electromagnetic properties?,” *arXiv preprint hep-ph/0505165*, 5 2005.
- [67] M. Ito, T. Kaneko, and M. Nakagawa, “On Analytic Solution of Resonant Mixing for Solar Neutrino Oscillations,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 79, p. 13, 1988. [Erratum: Prog.Theor.Phys. 79, 555 (1988)].
- [68] S. Toshev, “Exact Analytical Solution of the Two Neutrino Evolution Equation in Matter With Exponentially Varying Density,” *Phys. Lett. B*, vol. 196, pp. 170–174, 1987.
- [69] T. Kaneko, “Analytic Solution for Resonant Mixing of Solar Neutrinos,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 78, p. 532, 1987.
- [70] D. Notzold, “Exact Analytic Solutions for Mikheev-smirnov-wolfenstein Level Crossings,” *Phys. Rev. D*, vol. 36, p. 1625, 1987.
- [71] A. B. Balantekin and J. F. Beacom, “Semiclassical treatment of matter enhanced neutrino oscillations for an arbitrary density profile,” *Phys. Rev. D*, vol. 54, pp. 6323–6337, 1996.
- [72] A. B. Balantekin and C. Volpe, “Does the neutrino magnetic moment have an impact on solar physics?,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 033008, 2005.
- [73] S. Joshi and S. R. Jain, “Neutrino spin-flavor oscillations in solar environment,” *Research in Astronomy and Astrophysics*, vol. 20, p. 123, 6 2019.
- [74] J. A. Formaggio and G. P. Zeller, “From eV to EeV: Neutrino Cross Sections Across Energy Scales,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 84, pp. 1307–1341, 2012.
- [75] J. M. Berryman *et al.*, “Neutrino Self-Interactions: A White Paper,” in *2022 Snowmass Summer Study*, 3 2022.

- [76] Y. Pehlivan, T. Kajino, A. B. Balantekin, T. Yoshida, and T. Maruyama, “On the neutrino self refraction problem from a many-body perspective,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1269, no. 1, pp. 189–194, 2010.
- [77] A. Friedland, “Self-refraction of supernova neutrinos: mixed spectra and three-flavor instabilities,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, p. 191102, 2010.
- [78] S. Chakraborty, R. Hansen, I. Izaguirre, and G. Raffelt, “Collective neutrino flavor conversion: Recent developments,” *Nucl. Phys. B*, vol. 908, pp. 366–381, 2016.
- [79] J. F. Cherry, J. Carlson, A. Friedland, G. M. Fuller, and A. Vlasenko, “Halo Modification of a Supernova Neutronization Neutrino Burst,” *Phys. Rev. D*, vol. 87, p. 085037, 2013.
- [80] O. Fackler, *86 Massive neutrinos in astrophysics and in particle physics*. Editions Frontieres, 1986.
- [81] S. Chakraborty, G. Raffelt, H.-T. Janka, and B. Müller, “Supernova de-leptonization asymmetry: Impact on self-induced flavor conversion,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, no. 10, p. 105002, 2015.
- [82] M. Chakraborty and S. Chakraborty, “Three flavor neutrino conversions in supernovae: slow \& fast instabilities,” *JCAP*, vol. 01, p. 005, 2020.
- [83] Z. Xiong and Y.-Z. Qian, “Stationary solutions for fast flavor oscillations of a homogeneous dense neutrino gas,” *Phys. Lett. B*, vol. 820, p. 136550, 2021.
- [84] C. Zener, “Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels,” *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, vol. 137, pp. 696–702, Sept. 1932.
- [85] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman, and D. Kleppner, “Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms,” *Physical Review A*, vol. 23, pp. 3107–3117, June 1981.
- [86] L. D. Landau, “Zur theorie der energieubertragung ii,” *Z. Sowjetunion*, vol. 2, pp. 46–51, 1932.

- [87] S. J. Parke, “Nonadiabatic Level Crossing in Resonant Neutrino Oscillations,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, pp. 1275–1278, 1986.
- [88] E. K. Akhmedov and T. Fukuyama, “Supernova prompt neutronization neutrinos and neutrino magnetic moments,” *JCAP*, vol. 12, p. 007, 2003.
- [89] K. Nomoto, T. Shigeyama, and M.-A. Hashimoto, “Hydrodynamical Models of Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud,” in *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, vol. 26 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, p. 325, Jan. 1987.
- [90] H. Athar, J. T. Peltoniemi, and A. Y. Smirnov, “Neutrino spin flip effects in collapsing stars,” *Phys. Rev. D*, vol. 51, pp. 6647–6662, 1995.
- [91] C. Giunti, C. Kim, and U. Lee, “Coherence of neutrino oscillations in vacuum and matter in the wave packet treatment,” *Physics Letters B*, vol. 274, no. 1, pp. 87 – 94, 1992.
- [92] R. S. L. Hansen and A. Y. Smirnov, “The Liouville equation for flavour evolution of neutrinos and neutrino wave packets,” *JCAP*, vol. 12, p. 019, 2016.
- [93] A. Messiah, *Quantum mechanics*. Courier Corporation, 2014.
- [94] J. Vidal and J. Wudka, “Nondynamical contributions to left-right transitions in the solar neutrino problem,” *Phys. Lett. B*, vol. 249, pp. 473–477, 1990.
- [95] A. Y. Smirnov, “The Geometrical phase in neutrino spin precession and the solar neutrino problem,” *Phys. Lett. B*, vol. 260, pp. 161–164, 1991.
- [96] E. K. Akhmedov, A. Y. Smirnov, and P. I. Krastev, “Resonant neutrino spin flip transitions in twisting magnetic fields,” *Z. Phys. C*, vol. 52, pp. 701–709, 1991.
- [97] A. Mirizzi, G. Mangano, and N. Saviano, “Self-induced flavor instabilities of a dense neutrino stream in a two-dimensional model,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, no. 2, p. 021702, 2015.

- [98] B. Dasgupta, A. Dighe, A. Mirizzi, and G. G. Raffelt, “Spectral split in prompt supernova neutrino burst: Analytic three-flavor treatment,” *Phys. Rev. D*, vol. 77, p. 113007, 2008.
- [99] M. T. Keil, G. G. Raffelt, and H.-T. Janka, “Monte Carlo study of supernova neutrino spectra formation,” *Astrophys. J.*, vol. 590, pp. 971–991, 2003.
- [100] B. Dasgupta, A. Mirizzi, I. Tamborra, and R. Tomas, “Neutrino mass hierarchy and three-flavor spectral splits of supernova neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 81, p. 093008, 2010.
- [101] C. Y. Cardall, “Liouville equations for neutrino distribution matrices,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 085017, 2008.
- [102] H. Duan and A. Friedland, “Self-induced suppression of collective neutrino oscillations in a supernova,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, p. 091101, 2011.
- [103] H. Sasaki, T. Kajino, T. Takiwaki, T. Hayakawa, A. B. Balantekin, and Y. Pehlivan, “Possible effects of collective neutrino oscillations in three-flavor multiangle simulations of supernova νp processes,” *Phys. Rev. D*, vol. 96, no. 4, p. 043013, 2017.
- [104] A. Y. Smirnov, “The MSW effect and solar neutrinos,” in *10th International Workshop on Neutrino Telescopes*, pp. 23–43, 5 2003.
- [105] M. Arnould, S. Goriely, and K. Takahashi, “The r-process of stellar nucleosynthesis: Astrophysics and nuclear physics achievements and mysteries,” *Phys. Rept.*, vol. 450, pp. 97–213, 2007.
- [106] Y. Z. Qian and S. E. Woosley, “Nucleosynthesis in neutrino driven winds: 1. The Physical conditions,” *Astrophys. J.*, vol. 471, pp. 331–351, 1996.
- [107] L. F. Roberts and S. Reddy, “Neutrino Signatures from Young Neutron Stars,” in *Handbook of Supernovae* (A. W. Alsabti and P. Murdin, eds.), p. 1605, 2017.
- [108] M. Fukugita and A. Suzuki, *Physics and astrophysics of neutrinos*. Springer Science & Business Media, 2013.

- [109] B. Ekinci, Y. Pehlivan, and A. V. Patwardhan, “Time dependent signatures of core-collapse supernova neutrinos at HALO,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, no. 4, p. 043016, 2021.
- [110] S. A. Colgate and R. H. White, “The hydrodynamic behavior of supernovae explosions,” *The Astrophysical Journal*, vol. 143, p. 626, 1966.
- [111] S. E. Woosley and T. A. Weaver, “The physics of supernova explosions,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 24, no. 1, pp. 205–253, 1986.
- [112] W. D. Arnett, J. N. Bahcall, R. P. Kirshner, and S. E. Woosley, “Supernova 1987a,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 27, no. 1, pp. 629–700, 1989.
- [113] A. Sieverding, G. Martínez-Pinedo, L. Huther, K. Langanke, and A. Heger, “The ν process in the light of an improved understanding of supernova neutrino spectra,” *Astrophys. J.*, vol. 865, no. 2, p. 143, 2018.
- [114] M. E. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, and F. Hoyle, “Synthesis of the elements in stars,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 29, pp. 547–650, 1957.
- [115] F. Hoyle, “On Nuclear Reactions Occuring in Very Hot STARS.I. the Synthesis of Elements from Carbon to Nickel.,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 1, p. 121, Sept. 1954.
- [116] S. E. Woosley and T. A. Weaver, “The Evolution and Explosion of Massive Stars. II. Explosive Hydrodynamics and Nucleosynthesis,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 101, p. 181, Nov. 1995.
- [117] F.-K. Thielemann, K. Nomoto, and M.-A. Hashimoto, “Core-Collapse Supernovae and Their Ejecta,” *The Astrophysical Journal*, vol. 460, p. 408, Mar. 1996.
- [118] H. T. Janka, “Neutrino-driven Explosions,” *arXiv preprint 1702.08825*, 2017.

- [119] A. Perego, M. Hempel, C. Fröhlich, K. Ebinger, M. Eichler, J. Casanova, M. Liebendörfer, and F. K. Thielemann, “PUSHing Core-collapse Supernovae to Explosions in Spherical Symmetry I: the Model and the Case of SN 1987A,” *The Astrophysical Journal*, vol. 806, p. 275, June 2015.
- [120] K. Ebinger, S. Curtis, C. Fröhlich, M. Hempel, A. Perego, M. Liebendörfer, and F.-K. Thielemann, “Pushing core-collapse supernovae to explosions in spherical symmetry ii: Explodability and remnant properties,” *The Astrophysical Journal*, vol. 870, no. 1, p. 1, 2018.
- [121] S. Curtis, K. Ebinger, C. Fröhlich, M. Hempel, A. Perego, M. Liebendörfer, and F.-K. Thielemann, “PUSHing Core-Collapse Supernovae to Explosions in Spherical Symmetry III: Nucleosynthesis Yields,” *Astrophys. J.*, vol. 870, no. 1, p. 2, 2019.
- [122] A. Sieverding, L. Huther, G. Martínez-Pinedo, K. Langanke, and A. Heger, “Neutrino nucleosynthesis in core-collapse supernova explosions,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 940, p. 012054, 2018.
- [123] M. Liebendoerfer, A. Mezzacappa, and F.-K. Thielemann, “Conservative general relativistic radiation hydrodynamics in spherical symmetry and comoving coordinates,” *Phys. Rev.*, vol. D63, p. 104003, 2001.
- [124] M.-R. Wu, Y.-Z. Qian, G. Martinez-Pinedo, T. Fischer, and L. Huther, “Effects of neutrino oscillations on nucleosynthesis and neutrino signals for an 18 M supernova model,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, no. 6, p. 065016, 2015.
- [125] M. Kusakabe, M.-K. Cheoun, K. S. Kim, M.-a. Hashimoto, M. Ono, K. Nomoto, T. Suzuki, T. Kajino, and G. J. Mathews, “Supernova Neutrino Process of Li and B Revisited,” *Astrophys. J.*, vol. 872, no. 2, p. 164, 2019.
- [126] S. E. Woosley, D. H. Hartmann, R. D. Hoffman, and W. C. Haxton, “The Neutrino Process,” *Astrophys. J.*, vol. 356, pp. 272–301, 1990.
- [127] K. Lodders, “Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements,” *The Astrophysical Journal*, vol. 591, pp. 1220–1247, July 2003.

- [128] T. Suzuki, S. Chiba, T. Yoshida, T. Kajino, and T. Otsuka, “Neutrino nucleus reactions based on new shell model Hamiltonians,” *Phys. Rev. C*, vol. 74, p. 034307, 2006.
- [129] G. J. Mathews, J. Hidaka, T. Kajino, and J. Suzuki, “Supernova Relic Neutrinos and the Supernova Rate Problem: Analysis of Uncertainties and Detectability of ONeMg and Failed Supernovae,” *Astrophys. J.*, vol. 790, p. 115, 2014.
- [130] F. Bloch, “Nuclear Induction,” *Phys. Rev.*, vol. 70, pp. 460–474, 1946.

A Bloch Vektörü

Bu bölümde, Hamiltonyen matrisinden Bloch vektörü ve ilgili büyüklükler elde edilecektir. Bloch vektörü, iki seviyeli saf (pure) kuantum mekaniksel bir sistemin geometrik temsilini anlamamıza yardımcı olur. *Bloch* ismi, Nobel ödüllü Felix Bloch'dan gelmektedir [130]. Spin ve izospin gibi ikili kuantum mekaniksel sistemlerin analizi ve yoğunluk matrisinin davranışını anlamak için ortaya konan Bloch küresi ve Bloch vektörü, matematiksel özellikleri nedeniyle başka alanlarda da kullanılır. Biz, Hamiltonyen'in özdeğerlerini, özvektörlerini, ölçülebilirlerini ve özbaza döndüren açayı bulmak için Bloch vektöründen yararlanacağız. Bloch vektor tanımı Hamiltonyen'den bağımsız herhangi bir 2×2 sanal matris için de yazılabilir.

$$\begin{aligned} H_{\alpha\beta} &= \begin{pmatrix} H_{ee} & H_{ex} \\ H_{xe} & H_{xx} \end{pmatrix}, \\ &= \frac{H_{ee} + H_{xx}}{2} I + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H_{ee} - H_{xx} & 2H_{ex} \\ 2H_{xe} & H_{xx} - H_{ee} \end{pmatrix}, \\ &= kI + \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Evrime katkı sağlamayan ve birim matrisle orantılı olan kI terimini ayrı yazdık. k katsayısı, Hamiltonyen matrisinin köşegen elemanlarının toplamının yarısıdır ve I matrisi ise 2 boyutlu birim matristir. Denklemde $\vec{\sigma}$ Pauli-spin matris vektöridür. \vec{B} ise *Bloch vektörü*dür ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\vec{B} = (H_{ex} \quad 0 \quad [H_{ee} - H_{xx}]/2). \quad (\text{A.2})$$

Bloch vektörü kullanılarak özdeğerler ve özvektörler kolayca yazılabılır. Özdeğerler aşağıdaki gibidir.

$$\lambda_1 = k + |\vec{B}|, \quad (\text{A.3})$$

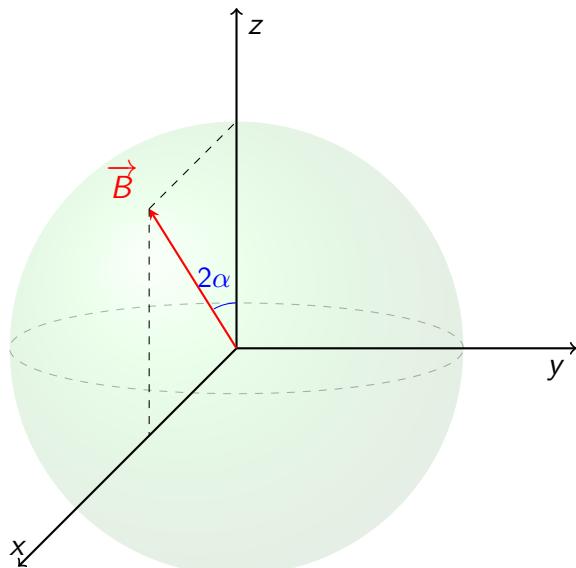
$$\lambda_2 = k - |\vec{B}|. \quad (\text{A.4})$$

Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler de Bloch vektörünün elemanları cinsinden yazılabilir.

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} B_x - iB_y \\ |\vec{B}| - B_z \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

$$\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} B_x - iB_y \\ -|\vec{B}| - B_z \end{pmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Bloch vektörleri yardımıyla sistemin geometrik gösterimi yapılabilir. İlgilendiğimiz sistemlerde Hamiltonyen gerçek (reel) olduğundan dolayı Bloch vektörünün y bileşeni sıfırdır. Bu da \vec{B} vektörünü $x - z$ düzleme iz düşürür.



Şekil A.1: Bloch Küresi ve Bloch Vektörü

Nötrino salınımlarında, bir bazdan diğer baza geçerken dönme matrisleri \mathcal{R}_θ kullanılır. Bloch vektörü \vec{B} ile z -ekseni arasında açı karışım açısının iki katı olarak tanımlanır. Bu tanım altında Bloch vektörünün bileşenleri $B_x = |\vec{B}| \sin 2\alpha$, $B_y = 0$ ve $B_z = |\vec{B}| \cos 2\alpha$ şeklinde yazılır. Özvektörler de karışım açısı α cinsinden yazılabilir. Boşluk salınımı ile karşılaştığımızda α açısı ile θ açısı eşdeğerdir.

$$\vec{v}_1 = 2|\vec{B}| \sin \alpha \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{v}_2 = 2|\vec{B}| \cos \alpha - \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Özvektörlerin başındaki katsayı, normalizasyon katsayısıdır.

(A.2) numaralı denklem, matris notasyonu kullanılarak elde edilmiştir. Benzer işlemleri ve denklemleri Hamiltonyen operatörünün bileşenleri için de yazabilirmiz.

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \langle \nu_e | \hat{H} | \nu_x \rangle & 0 & (\langle \nu_e | \hat{H} | \nu_e \rangle - \langle \nu_x | \hat{H} | \nu_x \rangle) / 2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Bloch vektörü, Hamiltonyen'in hangi bazda yazıldığına göre değişir [40]. (A.9) numaralı denklemde çeşitli bazı kullanılarak yazılmıştır. Bloch vektörünün z -ekseni ile arasındaki açı 2α ise aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\cos 2\alpha = \frac{B_z}{|\vec{B}|}, \quad \sin 2\alpha = \frac{B_x}{|\vec{B}|}. \quad (\text{A.10})$$

Elde edilen açıların işaretini, analitik düzlemede hangi kuadrantta olduğunu belirler. Uygun trigonometrik özdeşlikler ile istenilen kuadranta geçiş yapılır.

Taygun Bulmus

INFORMATION	Github: github.com/bulmust No: (+90) 535 416 1978	bulmust@gmail.com İstanbul, Turkey
PROFESSIONAL EXPERIENCE	Research Assistant , MSGSÜ Physics Department, Turkey Research Visitor , GSI Theory Division, Germany Teaching Assistant , MSGSÜ Physics Department, Turkey Advisor , Nişantaşı Private Physics Teaching Institution, Turkey Teaching Assistant , İTÜ Physics Eng. Department, Turkey	May 2017 - Present Oct 2018 - Apr 2019 Sep 2013 - Jun 2014 Sep 2011 - Jun 2012 Sep 2008 - Jan 2010
SKILLS	Python, Git, C++, SSH, SLURM, MATLAB, L ^A T _E X, Bash, Markdown	
COURSES	CCNA Introduction to Network, Neutrino Physics, Quantum Field Theory, Astrophysics, Solid State Physics	
EDUCATION	Doctor of Philosophy, Physics , MSGSÜ, Turkey Master of Science, Physics , MSGSÜ, Turkey Bachelor of Science, Physics Engineering , İTÜ, Turkey	Jun 2022 Jun 2015 Jun 2012
PROJECTS	GSI, Get Involved Coordinator. Project is canceled due to COVID-19. Budget: 7.200 € MSGSÜ, Scientific Research Department Coordinator. <i>Flavor Evolution of Collective Evolved Neutrinos.</i> Budget: 6.000 TL TÜBİTAK Coordinator. <i>Nucleosynthesis in Core-Collapse Supernova.</i> Budget: 10.000 € TUBITAK Researcher. <i>Flavor Evolution of Supernova Neutrinos and Many Body Effects.</i> Budget: 340.000 TL TUBITAK Researcher. <i>ν-ν Interactions and Flavor Oscillations in Dense Media.</i> Budget: 190.000 TL	Apr 2020 - Canceled Apr 2018 - Apr 2020 Oct 2018 - Apr 2019 Sep 2015 - May 2017 May 2013 - May 2015
PUBLICATIONS	T. Bulmus and Y. Pehlivan <i>Astrophysical Neutrinos and Flavor Evolution with Self Interaction</i> , (2017)	
PROFESSIONAL ACTIVITIES	APS International Young Leaders Forum , Online 55th Karpacz Winter School of Theoretical Physics , Poland BS2018 - CERN-SEENET PhD Training Program , Serbia VII Pontecorvo Neutrino Physics School , Czechia NBIA Summer School on ν's , Denmark Nuclei In the Cosmos NIC-XIV , Japan	Feb 2021 Feb 2019 Jun 2018 Aug 2017 Aug 2016 Jun 2016
AFFILIATIONS	Member of European Physics Society (EPS) Secretary of EPS Young Minds İstanbul Section (YMİstanbul) Member of The Chamber of Physics Engineers (FMO)	
INTERESTS	Rock Climbing, Mountaineering, Swimming, Blues and Funk Music, Home Servers	
LANGUAGE	Turkish (Native), English (Working Proficiency)	

