

Süpernovada Spin-Çeşni Presesyon Faz Etkileri

İsmail Taygun Bulmuş
MSGSÜ Fizik Bölümü

09 Kasım 2023

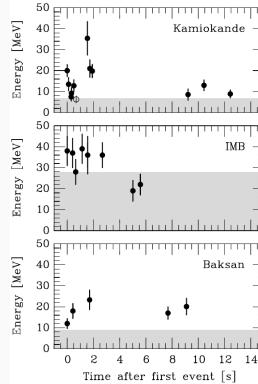
MSGSÜ Bölüm Semineri

- Giriş
- Nötrino Salınım Kinematığı
- Madde Etkileşimleri
 - MSW Rezonansı
- $H_\nu + H_M + H_{EM}$
- MSW + SFP - Rezonanslar
 - SFP Rezonansı
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Olası Gözlemler
- Sonuçlar

- Nötrino çeşni salınımları ve hareket denklemleri
- Madde içerisinde nötrino salınımları, MSW rezonansı ve madde bazının tanımlanması
- Hem madde hem de elektromanyetik etkileşimler altında nötrino çeşni evrimi
 - Tedirgeme (perturbasyon) yöntemi ile çözüm elde etme
 - İki çeşni indirgenmesi ve bazı profiller için tam çözüm eldesi
 - SFP Rezonansı
- Landau-Zener geçiş olasılıkları ve adyabatiste kavramı
- Stokes fazı ve çekirdek çökmeli süpernova (ÇÇSN) içerisinde faz etkileri
- İki çeşni yaklaşıklığı ve yaklaşıklığın geçerli olduğu durumlar
- Gerçekçi profil kullanarak faz etkilerine bir bakış ve olası gözlemler

Giriş - Motivasyon

- 1987 Yılında Büyük Macellan Bulutu içerisinde bir adet süpernova meydana gelmiştir (SN1987A.)
- SN1987A'dan gelen yaklaşık 20 adet antinötrino gözlemlenmiştir (Kamiokande, IMB ve Baksan.)
- ÇÇSN'den Dünya'ya gelen nötrinolar ÇÇSN dinamiği hakkında bilgi taşır.
- ÇÇSN'nin merkezinde oluşan manyetik alan ile nötrinolar etkileşir ve çeşni evrimine katkıda bulunur.
- Nötrino çeşni salınımlarında rezonanslar meydana gelir.



Raffelt, 1996

Schrödinger tipi denklem

$$i \frac{d}{dr} |\Psi(r)\rangle = H^f(r) |\Psi(r)\rangle$$

Matris formunda

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix} = H^f(r) \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

Schrödinger tipi denklem

$$i \frac{d}{dr} |\Psi(r)\rangle = H^f(r) |\Psi(r)\rangle$$

Matris formunda

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix} = H^f(r) \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_x(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}(r)\rangle \end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

(Anti)Nötrino boşluk Hamiltonyen'i

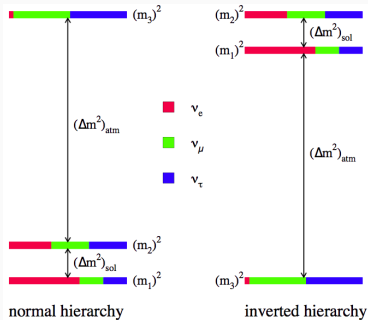
$$\begin{aligned}\hat{H}_\nu &= \sum_{i=1}^4 \frac{m_i^2}{2E} |\nu_i\rangle\langle\nu_i| \\ &= \sum_{\alpha,\beta=e,x,\bar{e},\bar{x}} \left(\sum_{i=1,2,3,4} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha i} U_{\beta i} \right) |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta|\end{aligned}$$

Çeşni karışım matrisi

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Madde Etkileşimleri

- Majorana Nötrinoları (Sıfır CP fazı)
- Dört "çeşni", ν_e, ν_μ, ν_τ (2 nötrino , 2 antinötrino)
- Normal veya ters hiyerarşi

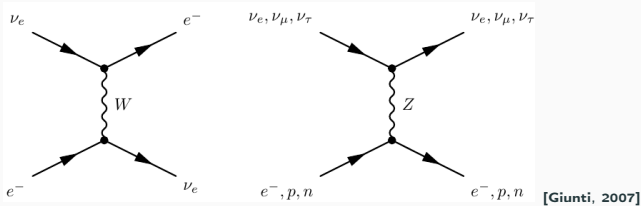


Madde Etkileşimleri

Boşluk ve madde etkileşim Hamiltonyen'i

$$(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Etkileşimler



$$V_{CC}(r) = \sqrt{2}G_F N_e(r) \quad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F N_n(r)$$

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2}G_F n_b(r)Y_e \quad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_b(r)(1 - Y_e)$$

$$(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Özdeğerler

$$\omega_1 = -M + V_{NC} + V_{CC}/2$$

$$\omega_2 = +M + V_{NC} + V_{CC}/2$$

$$\omega_3 = -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2$$

$$\omega_4 = -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2$$

Burada

$$M, \overline{M} = \sqrt{(\Delta s_{2\theta})^2 + (\Delta c_{2\theta} \pm V_{CC}/2)}.$$

Madde bazında hareket denklemleri

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i \frac{d}{dr} \theta_M \\ i \frac{d}{dr} \theta_M & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix}$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M \\ i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix}$$

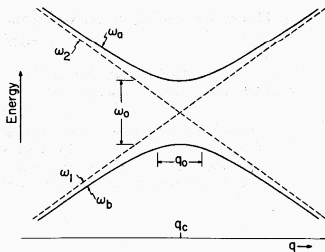
Efektif madde karışım açısı

$$\tan 2\theta_M(r) = \frac{\tan 2\theta}{1 \pm \frac{V_{CC}(r)}{2\Delta c_{2\theta}}}$$

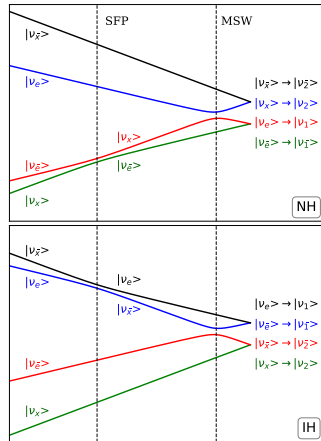
MSW Rezonansi

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i \frac{d}{dr} \theta_M \\ i \frac{d}{dr} \theta_M & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix}$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M \\ i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix}$$



[Rubbmark, 1981]



$$H_\nu + H_M + H_{EM}$$

Çeşni tabanında toplam Hamiltonyen matrisi

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

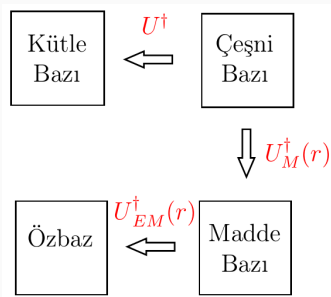
Madde tabanında ise

$$\begin{aligned} H_T^M(r) &= H_{\nu,M}^M + U_M^\dagger H_{EM}^f U_M \\ &= \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\gamma & s\gamma \\ 0 & 0 & s\gamma & c\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu B \\ 0 & 0 & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & 0 & 0 \\ \mu B & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Burada $\gamma = \theta_M - \bar{\theta}_M$.

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tedirgeme Çözümü

Baz geçiş diyagramı



Tedirgeme yönteminin geçerli olduğu koşul.

$$|c_\gamma \mu B|, |s_\gamma \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|$$

Özdurumlar

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1} \left| \nu_1^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_2} \left| \nu_2^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_3} \left| \nu_3^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_4} \left| \nu_4^{EM} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \left| \nu_3^M \right\rangle \\ \left| \nu_4^M \right\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{13} \\ \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{24} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{31} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{42} \end{pmatrix} \\ + \mu B c_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{14} \\ \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{23} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{32} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{41} \end{pmatrix} \\ + (\mu B)^2 \frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta \omega_{13} - \delta \omega_{14}}{\delta \omega_{12} \delta \omega_{13} \delta \omega_{14}} \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{23} - \delta \omega_{24}}{\delta \omega_{21} \delta \omega_{23} \delta \omega_{24}} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{32} - \delta \omega_{31}}{\delta \omega_{34} \delta \omega_{31} \delta \omega_{32}} \left| \nu_4^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{42} - \delta \omega_{41}}{\delta \omega_{43} \delta \omega_{41} \delta \omega_{42}} \left| \nu_3^M \right\rangle \end{pmatrix}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tam Çözüm

Hareket denklemi

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta_{C2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix}$$

İkinci dereceden diferansiyel denklem

$$\frac{d^2 \nu_i}{dr^2} + \left(i\kappa_i + iP(r) + \frac{\frac{dB}{dr}}{B(r)} \right) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B(r))^2 \nu_i = 0$$

Burada $P(r) \equiv -\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e)N_b(r)$ ve $\kappa_{1,2} \equiv \mp 2\Delta_{C2\theta}$

Eksponansiyel baryon profili, sabit manyetik çözümü

$$\nu_i(r) = N_1^{\xi_i^+} {}_1F_1 \left(\xi_i^+; 1 + 2\xi_i^+ - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha} \right) + N_2^{\xi_i^-} {}_1F_1 \left(\xi_i^-; 1 + 2\xi_i^- - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha} \right)$$

Burada $\xi_i^\mp \equiv \frac{i(\kappa_i \mp \sqrt{(2\mu B)^2 + \kappa_i^2})}{2\alpha}$ ve ${}_1F_1$ Kummer fonksiyonları.

Aynı eksponansiyel manyetik alan ve baryon profili için çözümler

Genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlar ve birleşmiş Laguerre polinomları.

$$(H_T)_{\alpha\beta}(\tau) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-
yen

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM} \Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$

$$(H_T)_{\alpha\beta}(\tau) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-
yen

$$H_{T,e\bar{e}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

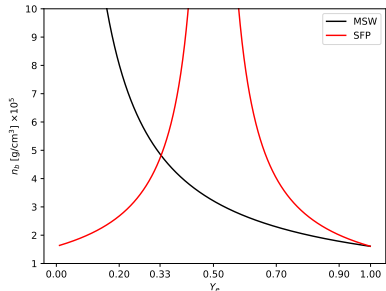
$$H_{T,e\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

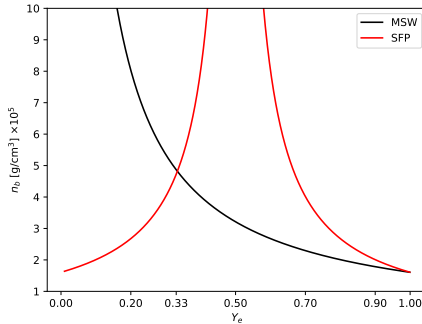
Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM} \Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$



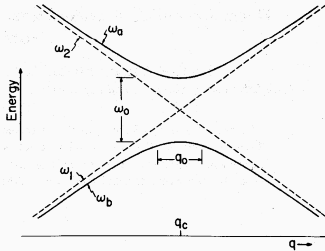
MSW + SFP - Rezonanslar

		IH	NH	Rezonans için $n_b(r)$
SFP	$\nu_e \leftrightarrow \nu_{\bar{x}}$	$Y_e < 0.5$	$Y_e > 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(2Y_e - 1))$
	$\nu_x \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	$Y_e > 0.5$	$Y_e < 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e))$
MSW	$\nu_e \leftrightarrow \nu_x$	\times	\checkmark	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$
	$\nu_{\bar{x}} \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	\checkmark	\times	$-2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$



Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçiştten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) öz durumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınladığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.



Adyabatisite

$$\Gamma = \frac{\omega_0^2}{4 \frac{d}{dr} [\omega_1(r) - \omega_2(r)]} \Big|_{r=r_c}$$

LZ geçiş olasılığı

$$P = e^{-2\pi\Gamma}$$

Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçişten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) öz durumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınlığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.

Adyabatik evrim için

$$\Gamma_{MSW} = \frac{(\Delta s_{2\theta})^2}{4 \frac{d}{dr} (\sqrt{2} G_F n_b(r))} \bigg|_{r_{MSW}} \lesssim 1$$
$$\Gamma_{SFP} = \frac{(\mu B)^2}{\frac{d}{dr} (\sqrt{2} G_F (2Y_e - 1) n_b(r))} \bigg|_{r_{SFP}} \lesssim 1$$

- ✓ Giriş
- ✓ Nötrino Salınım Kinematığı
- ✓ Madde Etkileşimleri
 - ✓ MSW Rezonansı
- ✓ $H_\nu + H_M + H_{EM}$
- ✓ MSW + SFP - Rezonanslar
 - ✓ SFP Rezonansı
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Olası Gözlemler
- Sonuçlar

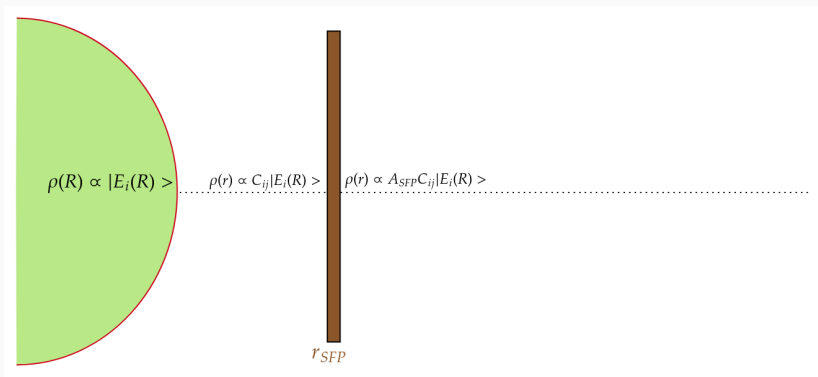
Analitik Öngörüler - Adyabatik Evrim

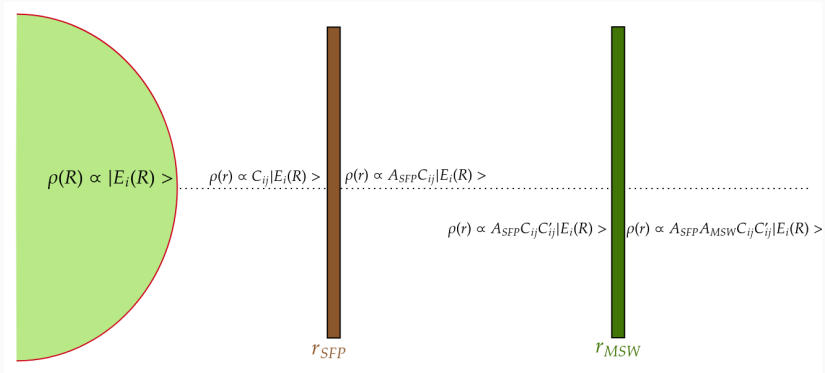
Yoğunluk operatörünü, sonsuzdaki terim ve salınım olarak ikiye ayırabiliriz.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}^{ad}(r) &= \hat{\rho}^{ad}(\infty) + \hat{\rho}_{sal}^{ad}(r) \\ &= \sum_a \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{ja}^\dagger(r) \right) |E_i(r)\rangle \langle E_j(r)| \\ &\quad + \sum_{\substack{a,b \\ a \neq b}} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{jb}^\dagger(r) \right) C_{ij}(E) |E_i(r)\rangle \langle E_j(r)|\end{aligned}$$

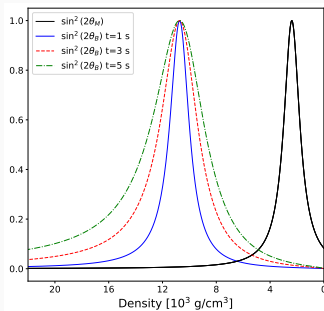
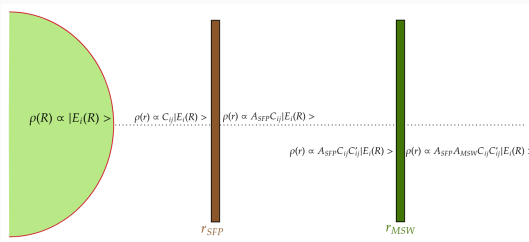
- Salınımlar, decoherencedan dolayı çok uzakta yok olacaktır.
- **Adyabatik evrim** için öz durumlar geçiş genliği **A_{ij} matrisi birim matristir.**
- Ortalama etrafında salınım, $C_{ij}(E)$, salınım fazından kaynaklanır.

$$C_{ij}(E) = \exp\left(-i \int_r^R (E_i(x) - E_j(x)) dx\right)$$





Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim



İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-P_{MSW}}}{e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-P_{MSW}}}{e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \frac{\sqrt{P_{SFP}}}{\sqrt{1-P_{SFP}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-P_{MSW}}}{e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}}} & -e^{-i\beta} \frac{\sqrt{P_{MSW}}}{\sqrt{1-P_{MSW}}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kısmen-adyabatik evrim için yoğunluk operatörünü üçe ayırabiliriz.

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) + \hat{\rho}_{\text{hata}}(r) + \hat{\rho}_{\text{naKos}}(r)$$

Ortalama terimi ve hata terimi $|E_i\rangle\langle E_i|$, köşegen olmayan terimler ise $|E_i\rangle\langle E_j|$, $i \neq j$ terimlerinden oluşur.

Ortalama teriminde α, β Stokes fazları ve C_{ij} ve C'_{ij} salınım fazları yoktur.

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\rho}_{\text{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{ort}} = & \left[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & + \left[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + P_{MSW}\rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\ & + \left[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\ & + \rho_{44}(R) |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|\end{aligned}$$

Hata terimi

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{hata}}(r) = & 2 \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right. \\ & \times [(1 - P_{MSW}) |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|] \\ & + 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}\rho_{13}(R)} + \sqrt{1 - P_{SFP}}\rho_{23}(R) \right) \right. \\ & \left. [|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \right. \\ & \left. + 2 \left[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \right]\end{aligned}$$

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\rho}_{\text{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{ort}} = & \left[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & + \left[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + P_{MSW}\rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\ & + \left[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\ & + \rho_{44}(R) |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|\end{aligned}$$

Hata terimi

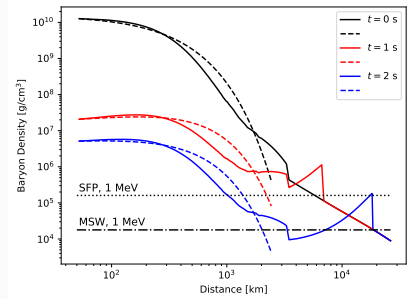
$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{hata}}(r) = & 2 \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right. \\ & \times [(1 - P_{MSW})|E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|] \\ & + 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}\rho_{13}(R)} + \sqrt{1 - P_{SFP}\rho_{23}(R)} \right) \right. \\ & \left. [|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \right. \\ & \left. + 2 \left[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \right]\end{aligned}$$

Simülasyonlar - ÇÇSN

- Çekirdek çökmesinden hemen öncesi
- Çökme (Collapse)
- Sekme (Bouncing): [Video](#)
- Şok Dalgası Oluşumu
- Nötrino Patlaması (Neutrino Burst)
- Nötrino Isıtması (Neutrino Heating)

“PATLAMA”

- “Soğuma”, $t = 1 - 10$ s (Cooling)



Simülasyonlar - Başlangıç Koşulları

Simülasyonlarda kullanılan başlangıç koşulları

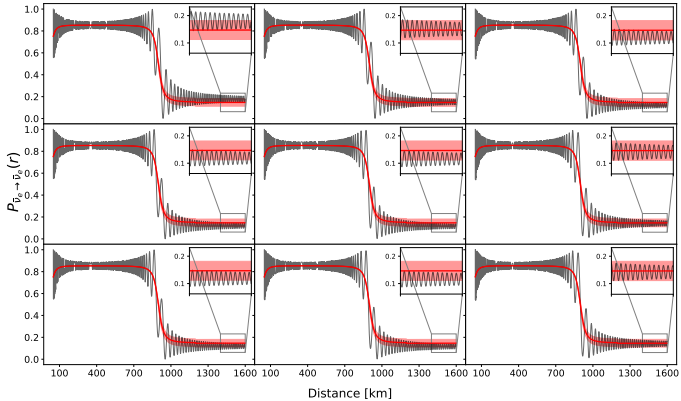
Çeşni Sayısı	4
Hiyerarşi	Normal
θ	0.14
δm^2	2.4×10^{-15}
Manyetik Alan	$10^{15} (r_{\text{mag}} [\text{km}]/r)^2$
Yoğunluk	$n_0 e^{r/r_{\text{mat}}}$
Y_e	0.45
Hiyerarşi	Normal

Bir sonraki slayttaki grafiğin açıklaması (15 MeV, $r_f \approx 850$ km).

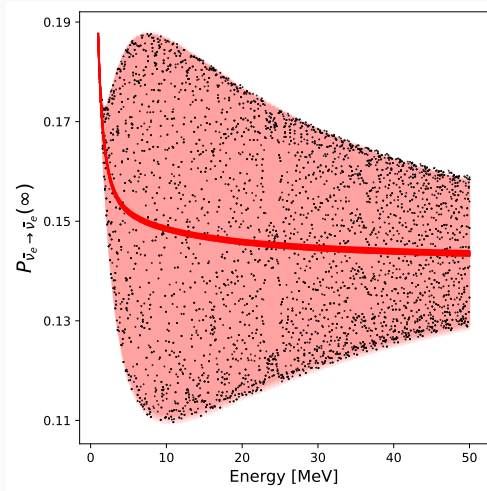
$R = 49.90, r_{\text{Mag}} = 50.1$	$R = 49.90, r_{\text{Mag}} = 50.05$	$R = 49.90, r_{\text{Mag}} = 50$
$R = 49.95, r_{\text{Mag}} = 50.1$	$R = 49.95, r_{\text{Mag}} = 50.05$	$R = 49.95, r_{\text{Mag}} = 50$
$R = 50.00, r_{\text{Mag}} = 50.1$	$R = 50.00, r_{\text{Mag}} = 50.05$	$R = 50.00, r_{\text{Mag}} = 50$

Simülasyonlar - Sıfır Karışım Açısı

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\rho}_{\text{hata}}(r)$$

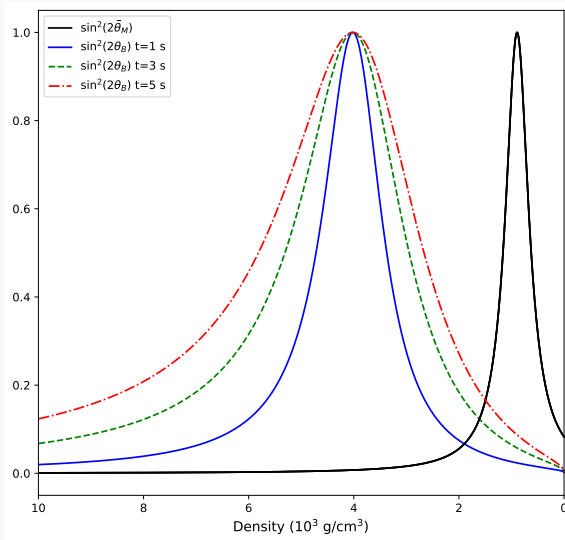


Simülasyonlar - Sıfır Karışım Açısı



Simülasyonlar - $\theta \neq 0$, $t = 1, 3, 5$ s

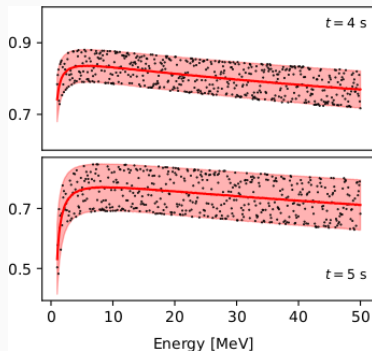
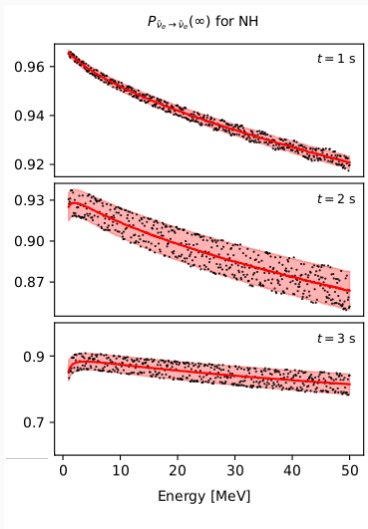
Baryon yoğunluğu azaldığında SFP ve MSW rezonansları üst üste biner.



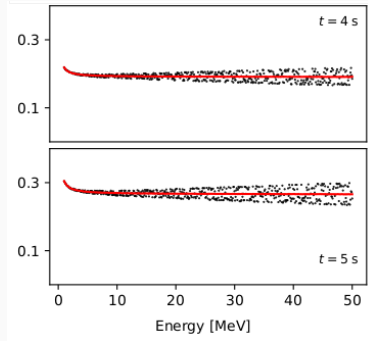
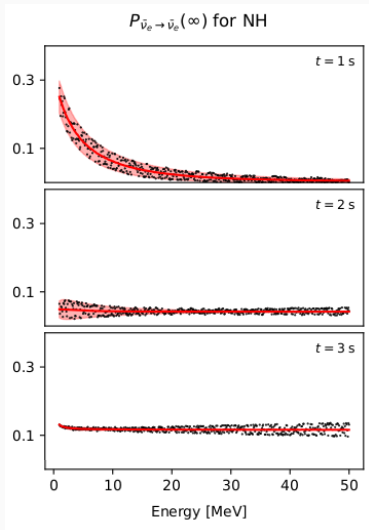
Boşluk karışım açısı sıfırdan farklı olduğunda hem SFP hem de MSW rezonansları meydana gelir. Süre geçtikçe de rezonanslar üst üste binmeye başlar.

$$\left| \frac{r^{SFP} - r^{MSW}}{r_{hw}^{SFP} + r_{hw}^{MSW}} \right|_{t=1,3,5 \text{ s}} = 3.31, 2.60, 2.24$$

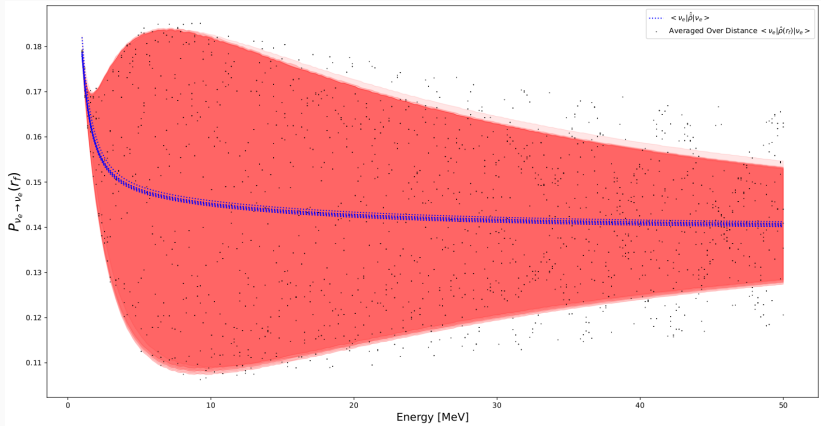
Simülasyonlar - $\theta \neq 0$, $\mu = 1 \times 10^{-16} \mu_B$



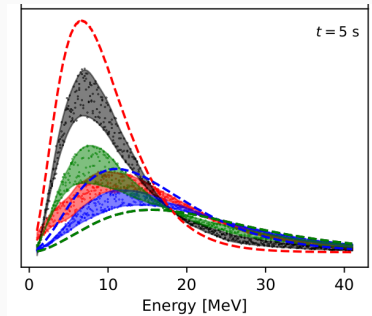
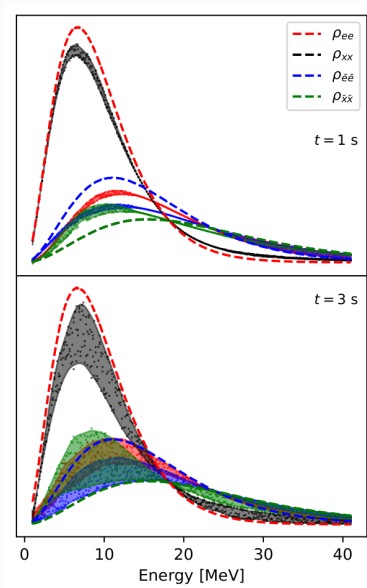
Simülasyonlar - $\theta \neq 0$, $\mu = 10 \times 10^{-16} \mu_B$

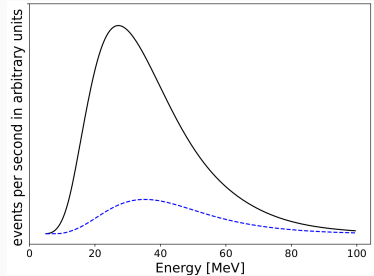
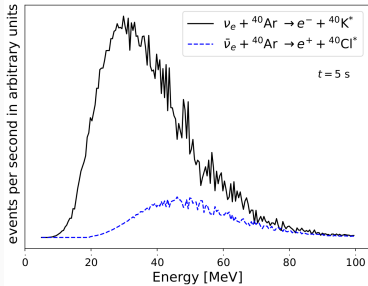
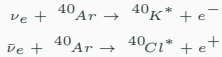


Simülasyonlar - $\theta \neq 0$, $\mu = 10 \times 10^{-16} \mu_B$, $t = 3$ s



Simülasyonlar - FD Dağılımı, $t = 1, 3, 5$ s, $\mu = 5^{-15} \mu_B$





- Sadece SFP rezonansını kısmi adyabatik durumda inceledik. **Analitik sonuçlar ile sayısal sonuçları karşılaştırdık.**
- Yarı adyabatik SFP ve MSW rezonansları meydana geldiği simülasyonlarda, Stokes fazının etkileri ortaya çıkmaktadır. İki rezonans yakınlaştığında LZ geçiş olasılık teorisi geçerli değildir.
- Analitik öngörülerin çalışabilmesi için SFP ve MSW rezonanslarının birbirine yakınlaşmaması gerekir.
- Süpernovadan Dünya'ya gelen nötrinoların enerji spektrumlarından, süpernova dinamikleri hakkında kesin bilgi almak oldukça zor.
- Dünya'dan yapılan süpernovada nötrino gözlemlerinde faz etkileri şuanlık gözlemlenemez.

Bir sonraki adımda

- 3 özdeş durumlu durumlarda LZ geçişleri ve yoğunluk matrisinin tekrar inşası,
- Elektron kesrinin, Y_e , ani değişiminden kaynaklanan süreksizlikler ve çeşni evrimine olan etkisi,

Teşekkür ederim.

[Bulmus, 2022] Spin-Flavor Precession Phase Effects in Supernova, arXiv: 2208.06926

[Raffelt, 1996] G. G. Raffelt, Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles. University of Chicago press, 1996.

[Giunti, 2007] C. Giunti and C. W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford University Press, 2007.

[Rubbmark, 1981] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman, and D. Kleppner, "Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms," Physical Review A, vol. 23, pp. 3107-3117, June 1981.