

KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ DÖNÜŞÜMÜ

İsmail Taygun Bulmuş

06 Temmuz 2022

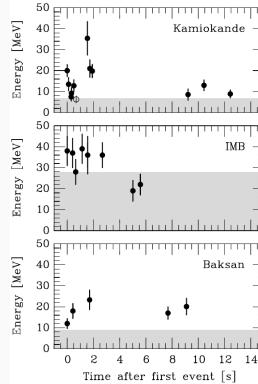
Doktora Tez Savunması

- Giriş
- Nötrino Salınım Kinematığı
- Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri
 - MSW Resonance
- $H_\nu + H_M + H_{EM}$
 - SFP Resonance
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Çekirdek Sentezlenmesi

- Nötrino çeşni salınımları ve hareket denklemleri
- Madde içerisinde nötrino salınımları, MSW rezonansı ve madde bazının tanımlanması
- Hem madde hem de elektromanyetik etkileşimler altında nötrino çeşni evrimi
 - Tedirgeme (perturbasyon) yöntemi ile çözüm elde etme
 - İki çeşni indirgenmesi ve bazı profiller için tam çözüm eldesi
 - SFP Rezonansı
- Landau-Zener geçiş olasılıkları ve adyabatiste kavramı
- Stokes fazı ve çekirdek çökmeli süpernova (ÇÇSN) içerisinde faz etkileri
- İki çeşni yaklaşıklığı ve yaklaşıklığın geçerli olduğu durumlar
- Nötrino öz-kırılımının kolektif çeşni evrimine olan katkısı
- Nötrinoların ÇÇSN çekirdek sentezindeki önemi

Giriş - Motivasyon

- 1987 Yılında Büyük Macellan Bulutu içerisinde bir adet süpernova meydana gelmiştir (SN1987A.)
- SN1987A'dan gelen yaklaşık 20 adet antinötrino gözlemlenmiştir (Kamiokande, IMB ve Baksan.)
- ÇÇSN'den Dünya'ya gelen nötrinolar ÇÇSN dinamiği hakkında bilgi taşır.
- ÇÇSN'nin merkezinde oluşan manyetik alan ile nötrinolar etkileşir ve çeşni evrimine katkıda bulunur.
- Nötrino çeşni salınımlarında rezonanslar meydana gelir.



Raffelt, 1996

Nötrino Salınım Kinematığı

Schrödinger tipi denklem

$$i \frac{d}{dr} |\Psi(r)\rangle = H^f(r) |\Psi(r)\rangle$$

Matris formunda

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix} = H^f(r) \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_x(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}(r)\rangle \end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

Schrödinger tipi denklem

$$i \frac{d}{dr} |\Psi(r)\rangle = H^f(r) |\Psi(r)\rangle$$

Matris formunda

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_\mu(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{\mu}}(r)\rangle \end{pmatrix} = H^f(r) \begin{pmatrix} |\nu_e(r)\rangle \\ |\nu_x(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{e}}(r)\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}(r)\rangle \end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i |\Psi_i(r)\rangle \langle \Psi_i(r)|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i \frac{d}{dr} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

(Anti)Nötrino boşluk Hamiltonyen'i

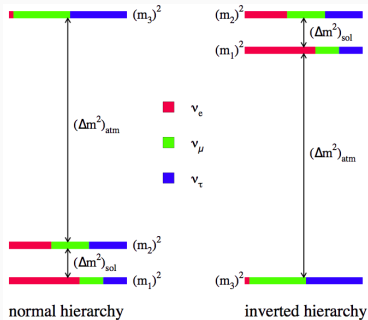
$$\begin{aligned}\hat{H}_\nu &= \sum_{i=1}^4 \frac{m_i^2}{2E} |\nu_i\rangle\langle\nu_i| \\ &= \sum_{\alpha,\beta=e,x,\bar{e},\bar{x}} \left(\sum_{i=1,2,3,4} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha i} U_{\beta i} \right) |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta|\end{aligned}$$

Çeşni karışım matrisi

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

- Majorana Nötrinoları (Sıfır CP fazı)
- İki çeşni, ν_e, ν_x (2 nötrino , 2 antinötrino)
- Atmosferik kütle kare farkı, $\delta m^2 = 2.56^{-15} \text{ MeV}^2$
- Karışım açısı, $\theta = 8^\circ$
- Normal veya ters hiyerarşi

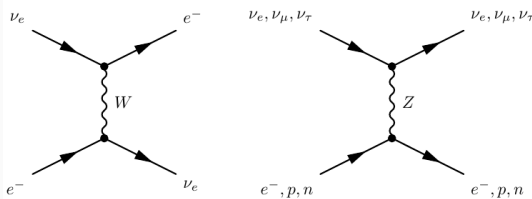


Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

Boşluk ve madde etkileşim Hamiltonyen'i

$$(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Etkileşimler



[Giunti, 2007]

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2}G_F N_e(r) \quad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F N_n(r)$$

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2}G_F n_b(r)Y_e \quad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_b(r)(1 - Y_e)$$

Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

$$(H_{\nu,M}^f)_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Özdeğerler

$$\omega_1 = -M + V_{NC} + V_{CC}/2$$

$$\omega_2 = +M + V_{NC} + V_{CC}/2$$

$$\omega_3 = -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2$$

$$\omega_4 = -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2$$

Burada

$$M, \overline{M} = \sqrt{(\Delta s_{2\theta})^2 + (\Delta c_{2\theta} \pm V_{CC}/2)}.$$

Madde bazında hareket denklemleri

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i \frac{d}{dr} \theta_M \\ i \frac{d}{dr} \theta_M & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix}$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M \\ i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix}$$

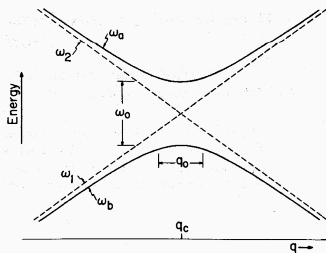
Efektif madde karışım açısı

$$\tan 2\theta_M(r) = \frac{\tan 2\theta}{1 \pm \frac{V_{CC}(r)}{2\Delta c_{2\theta}}}$$

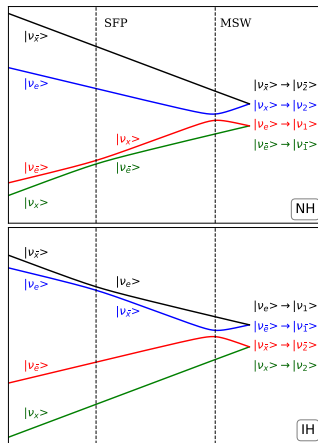
MSW Rezonansi

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i \frac{d}{dr} \theta_M \\ i \frac{d}{dr} \theta_M & \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1^M \\ \nu_2^M \end{pmatrix}$$

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M \\ i \frac{d}{dr} \bar{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_3^M \\ \nu_4^M \end{pmatrix}$$



[Rubbmark, 1981]



$$H_\nu + H_M + H_{EM}$$

Çeşni tabanında toplam Hamiltonyen matrisi

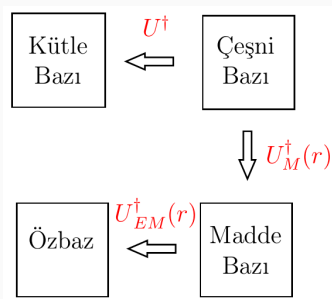
$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Madde tabanında ise

$$\begin{aligned} H_T^M(r) &= H_{\nu,M}^M + U_M^\dagger H_{EM}^f U_M \\ &= \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\gamma & s\gamma \\ 0 & 0 & s\gamma & c\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu B \\ 0 & 0 & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & 0 & 0 \\ \mu B & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Burada $\gamma = \theta_M - \bar{\theta}_M$.

Baz geçiş diyagramı



Tedirgeme yönteminin geçerli olduğu koşul.

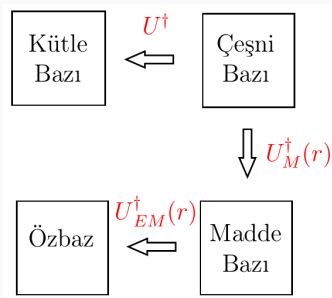
$$|c_\gamma \mu B|, |s_\gamma \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|$$

Özdurumlar

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1} \left| \nu_1^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_2} \left| \nu_2^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_3} \left| \nu_3^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_4} \left| \nu_4^{EM} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \left| \nu_3^M \right\rangle \\ \left| \nu_4^M \right\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{13} \\ \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{24} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{31} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{42} \end{pmatrix} \\ + \mu B c_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{14} \\ \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{23} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{32} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{41} \end{pmatrix} \\ + (\mu B)^2 \frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta \omega_{13} - \delta \omega_{14}}{\delta \omega_{12} \delta \omega_{13} \delta \omega_{14}} \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{23} - \delta \omega_{24}}{\delta \omega_{21} \delta \omega_{23} \delta \omega_{24}} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{32} - \delta \omega_{31}}{\delta \omega_{34} \delta \omega_{31} \delta \omega_{32}} \left| \nu_4^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{42} - \delta \omega_{41}}{\delta \omega_{43} \delta \omega_{41} \delta \omega_{42}} \left| \nu_3^M \right\rangle \end{pmatrix}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tedirgeme

Baz geçiş diyagramı



Tedirgeme yönteminin geçerli olduğu koşul.

$$|c_\gamma \mu B|, |s_\gamma \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|$$

Özdurumlar

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1} \left| \nu_1^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_2} \left| \nu_2^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_3} \left| \nu_3^{EM} \right\rangle \\ \frac{1}{N_4} \left| \nu_4^{EM} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \left| \nu_3^M \right\rangle \\ \left| \nu_4^M \right\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{13} \\ \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{24} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{31} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{42} \end{pmatrix} \\ + \mu B c_\gamma \begin{pmatrix} \left| \nu_4^M \right\rangle / \delta \omega_{14} \\ \left| \nu_3^M \right\rangle / \delta \omega_{23} \\ \left| \nu_2^M \right\rangle / \delta \omega_{32} \\ \left| \nu_1^M \right\rangle / \delta \omega_{41} \end{pmatrix} \\ + (\mu B)^2 \frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta \omega_{13} - \delta \omega_{14}}{\delta \omega_{12} \delta \omega_{13} \delta \omega_{14}} \left| \nu_2^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{23} - \delta \omega_{24}}{\delta \omega_{21} \delta \omega_{23} \delta \omega_{24}} \left| \nu_1^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{32} - \delta \omega_{31}}{\delta \omega_{34} \delta \omega_{31} \delta \omega_{32}} \left| \nu_4^M \right\rangle \\ \frac{\delta \omega_{42} - \delta \omega_{41}}{\delta \omega_{43} \delta \omega_{41} \delta \omega_{42}} \left| \nu_3^M \right\rangle \end{pmatrix}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tam Çözüm

Hareket denklemi

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta_{C2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix}$$

İkinci dereceden diferansiyel denklem

$$\frac{d^2 \nu_i}{dr^2} + \left(i\kappa_i + iP(r) + \frac{\frac{dB}{dr}}{B(r)} \right) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B(r))^2 \nu_i = 0$$

Burada $P(r) \equiv -\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e)N_b(r)$ ve $\kappa_{1,2} \equiv \mp 2\Delta_{C2\theta}$

Eksponansiyel baryon profili, sabit manyetik çözümü

$$\nu_i(r) = N_1^{\xi_i^+} {}_1F_1 \left(\xi_i^+; 1 + 2\xi_i^+ - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha} \right) + N_2^{\xi_i^-} {}_1F_1 \left(\xi_i^-; 1 + 2\xi_i^- - \kappa_i; \frac{-iP(r)}{\alpha} \right)$$

Burada $\xi_i^\mp \equiv \frac{i(\kappa_i \mp \sqrt{(2\mu B)^2 + \kappa_i^2})}{2\alpha}$ ve ${}_1F_1$ Kummer fonksiyonları.

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tam Çözüm

Hareket denklemi

$$i \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle \end{pmatrix}$$

İkinci dereceden diferansiyel denklem

$$\frac{d^2 \nu_i}{dr^2} + \left(i\kappa_i + iP(r) + \frac{\frac{dB}{dr}}{B(r)} \right) \frac{d\nu_i}{dr} + (\mu B(r))^2 \nu_i = 0$$

Burada $P(r) \equiv -\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e)N_b(r)$ ve $\kappa_{1,2} \equiv \mp 2\Delta c_{2\theta}$

Aynı eksponansiyel manyetik alan ve baryon profili için çözümler

Genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlar ve birleşmiş Laguerre polinomları.

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - SFP Rezonansı

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-
yen

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM} \Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - SFP Rezonansı

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-
yen

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

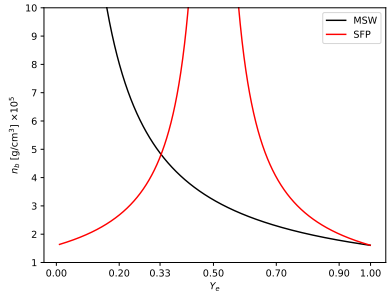
$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM} \Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$

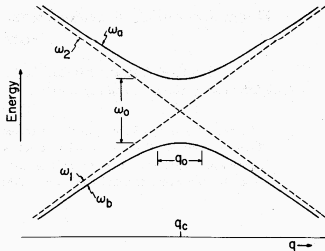


$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Rezonanslar

		IH	NH	Rezonans için $n_b(r)$
SFP	$\nu_e \leftrightarrow \nu_{\bar{x}}$	$Y_e < 0.5$	$Y_e > 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(2Y_e - 1))$
	$\nu_x \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	$Y_e > 0.5$	$Y_e < 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F(1 - 2Y_e))$
MSW	$\nu_e \leftrightarrow \nu_x$	\times	\checkmark	$2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$
	$\nu_{\bar{x}} \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	\checkmark	\times	$-2\Delta \cos 2\theta / (\sqrt{2}G_F Y_e)$

Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçişten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) öz durumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınlığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.



Adyabatisite

$$\Gamma = \frac{\omega_0^2}{4 \frac{d}{dr} [\omega_1(r) - \omega_2(r)]} \Big|_{r=r_c}$$

LZ geçiş olasılığı

$$P = e^{-2\pi\Gamma}$$

Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçişten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) öz durumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınlığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.

Adyabatik evrim için

$$\Gamma_{MSW} = \frac{(\Delta s_{2\theta})^2}{4 \frac{d}{dr} (\sqrt{2} G_F n_b(r))} \bigg|_{r_{MSW}} \lesssim 1$$
$$\Gamma_{SFP} = \frac{(\mu B)^2}{\frac{d}{dr} (\sqrt{2} G_F (2Y_e - 1) n_b(r))} \bigg|_{r_{SFP}} \lesssim 1$$

- ✓ Giriş
- ✓ Nötrino Salınım Kinematığı
- ✓ Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri
 - MSW Resonance
- ✓ $H_\nu + H_M + H_{EM}$
 - SFP Resonance
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Çekirdek Sentezlenmesi

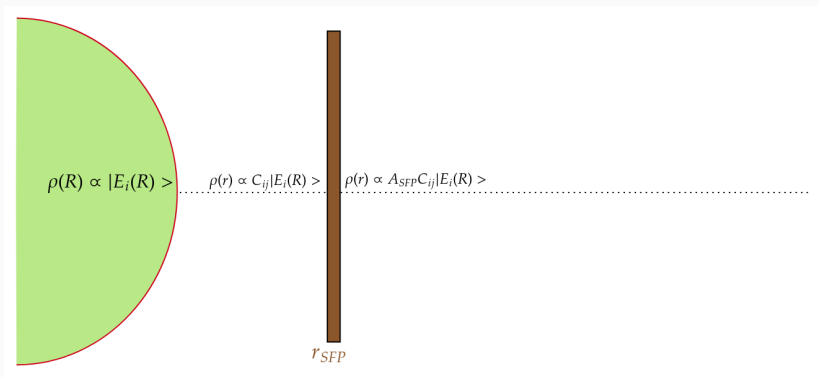
Analitik Öngörüler - Adyabatik Evrim

Yoğunluk operatörünü, sonsuzdaki terim ve salınım olarak ikiye ayırabiliriz.

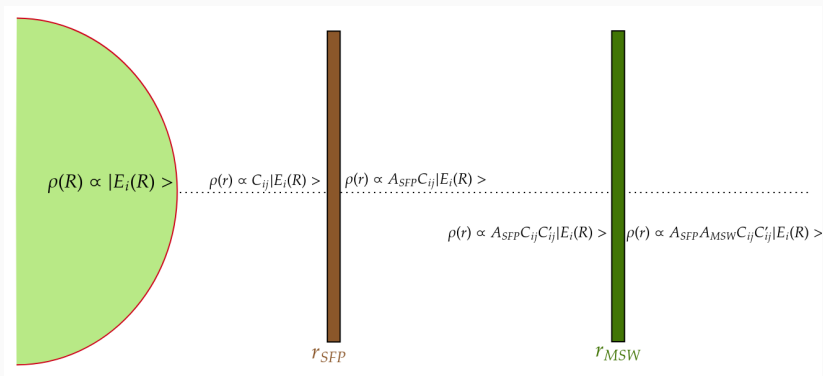
$$\begin{aligned}\hat{\rho}^{ad}(r) &= \hat{\rho}^{ad}(\infty) + \hat{\rho}_{sal}^{ad}(r) \\ &= \sum_a \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{ja}^\dagger(r) \right) |E_i(r)\rangle \langle E_j(r)| \\ &\quad + \sum_{\substack{a,b \\ a \neq b}} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A_{jb}^\dagger(r) \right) C_{ij}(E) |E_i(r)\rangle \langle E_j(r)|\end{aligned}$$

- Salınımlar, decoherencedan dolayı çok uzakta yok olacaktır.
- **Adyabatik evrim** için öz durumlar geçiş genliği **A_{ij} matrisi birim matristir.**
- Ortalama etrafında salınım, $C_{ij}(E)$, salınım fazından kaynaklanır.

$$C_{ij}(E) = \exp \left(-i \int_r^R (E_i(x) - E_j(x)) dx \right)$$



Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim



İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-P_{MSW}}}{e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

- 1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP}$
- 2) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} \rightarrow A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E)$
- 3) $A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) \rightarrow A_{MSW}^\dagger A_{SFP}^\dagger \rho_{ij}(R)C_{ij}(E) A_{SFP} C'_{ij}(E) A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$A = A_{SFP} \times A_{MSW}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1-P_{SFP}}}{e^{i\alpha} \sqrt{P_{SFP}}} & -e^{-i\alpha} \sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-P_{MSW}}}{e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}}} & -e^{-i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kısmen-adyabatik evrim için yoğunluk operatörünü üçe ayırabiliriz.

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) + \hat{\rho}_{\text{hata}}(r) + \hat{\rho}_{\text{naKos}}(r)$$

Ortalama terimi ve hata terimi $|E_i\rangle\langle E_i|$, köşegen olmayan terimler ise $|E_i\rangle\langle E_j|$, $i \neq j$ terimlerinden oluşur.

Ortalama teriminde α, β Stokes fazları ve C_{ij} ve C'_{ij} salınım fazları yoktur.

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\rho}_{\text{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{ort}} = & \left[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & + \left[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + P_{MSW}\rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\ & + \left[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\ & + \rho_{44}(R) |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|\end{aligned}$$

Hata terimi

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{hata}}(r) = & 2 \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right. \\ & \times [(1 - P_{MSW}) |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|] \\ & + 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}\rho_{13}(R)} + \sqrt{1 - P_{SFP}}\rho_{23}(R) \right) \right. \\ & \left. [|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \right. \\ & \left. + 2 \left[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \right]\end{aligned}$$

$$\hat{\rho}(\infty) = \hat{\rho}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\rho}_{\text{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{ort}} = & \left[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R) \right] |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\ & + \left[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + P_{MSW}\rho_{33}(R) \right] |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\ & + \left[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \right. \\ & \left. + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R) \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\ & + \rho_{44}(R) |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|\end{aligned}$$

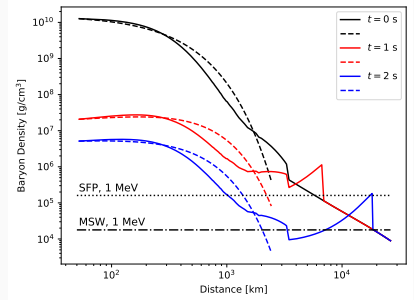
Hata terimi

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{\text{hata}}(r) = & 2 \left[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right. \\ & \times [(1 - P_{MSW})|E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|] \\ & + 2 \left[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}} \left(\sqrt{P_{SFP}\rho_{13}(R)} + \sqrt{1 - P_{SFP}}\rho_{23}(R) \right) \right. \\ & \left. [|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \right. \\ & \left. + 2 \left[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}\rho_{12}(R)} \right] |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \right]\end{aligned}$$

- Süpernova Evrelerinin Kısa Özeti
- Çökme (Collapse)
- Sekme (Bouncing)
- Şok Dalgası Oluşumu
- Nötrino Patlaması (Neutrino Burst)
- Nötrino Isıtması (Neutrino Heating)

“PATLAMA”

- “Soğuma”, $t = 1 - 10$ s (Cooling)



Simülasyonlar - Başlangıç Koşulları

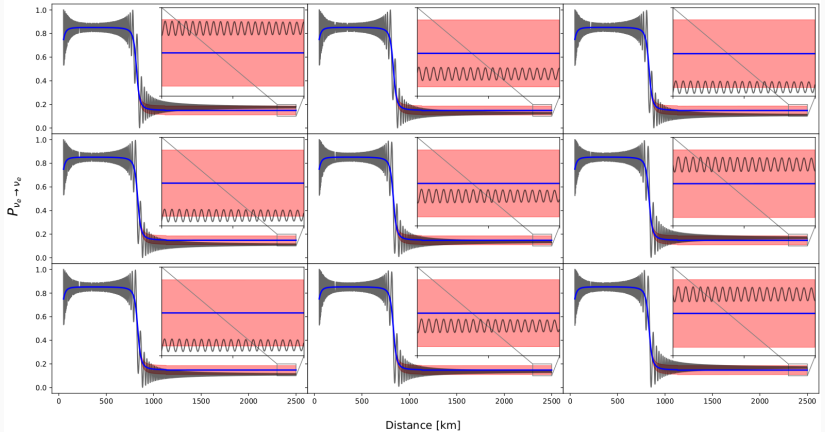
Oyuncak model için başlangıç koşulları

Çeşni Sayısı	4
Hiyerarşi	Ters
Boşluk Karışım Açısı [Rad]	0.14
CP Fazı [Rad]	0
Kütle Kare Farkı [MeV ²]	2.4×10^{-15}
Nötrino Manyetik Momenti [μ_B]	5×10^{-16}
Nötrino Enerji Aralığı [MeV]	1-50
Son uzaklık [km]	4000
Nötrino İstatistiksel Dağılımı	Sadece Elektron, kutu dağılımı

Fazları ortaya çıkarmak için ($B = 10^{15}(r_{Mag} \text{ [km]}/r)^2 \text{ Gauss}$). Aşağıdaki değişkenler [km] birimindedir.

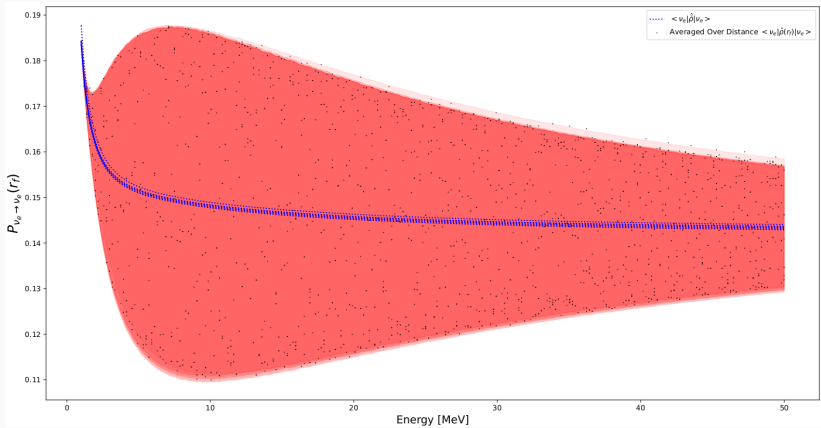
$R = 49.90, r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.90, r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.90, r_{Mag} = 50$
$R = 49.95, r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.95, r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.95, r_{Mag} = 50$
$R = 50.00, r_{Mag} = 50.1$	$R = 50.00, r_{Mag} = 50.05$	$R = 50.00, r_{Mag} = 50$

Simülasyonlar - theta0expNbB

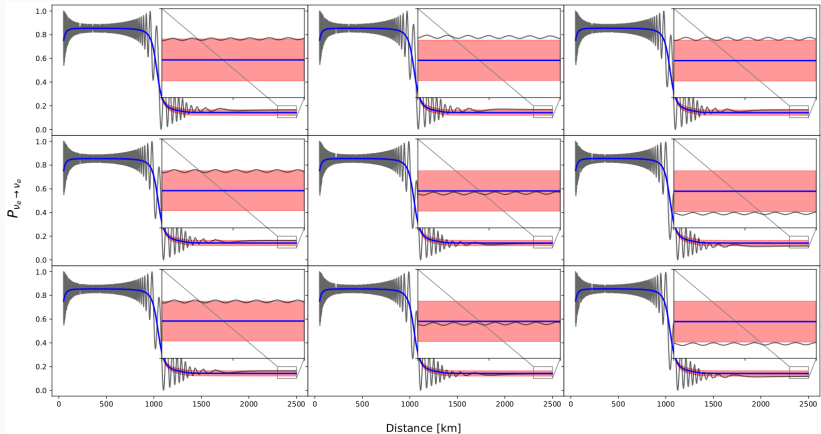


Simülasyonlar - theta0expNbB

$$\hat{\hat{\rho}}(\infty) = \hat{\hat{\rho}}_{\text{ort}}(r) \pm \hat{\hat{\rho}}_{\text{hata}}(r)$$



Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 5$ s



Boşluk karışım açısı sıfırdan farklı olduğunda hem SFP hem de MSW rezonansları meydana gelir.

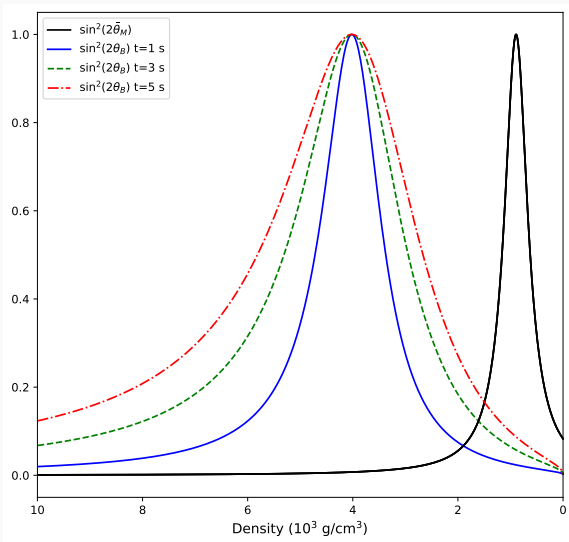
$$\Delta r_{MSW}/2 = \frac{-r_{mat}}{2} \ln \left(\frac{c_{2\theta} - s_{2\theta}}{c_{2\theta} + s_{2\theta}} \right)$$

$$\Delta r_{SFP}/2 = \frac{-r_{mat}}{2} \ln \left(\frac{\Delta c_{2\theta} - \mu B_1}{\Delta c_{2\theta} + \mu B_1} \right)$$

$$\left. \frac{|r_{SFP}^{SFP} - r_{MSW}^{MSW}|}{r_{hw}^{SFP} + r_{hw}^{MSW}} \right|_{t=1,3,5 \text{ s}} = 3.31, 2.60, 2.24$$

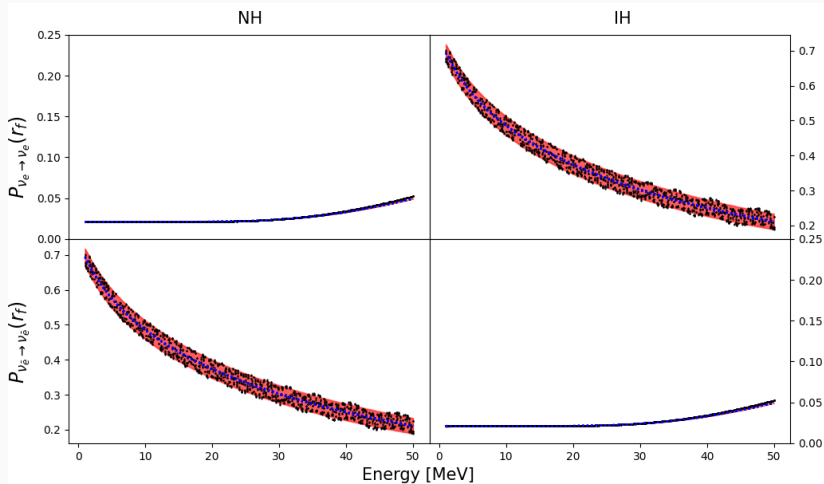
Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 1, 3, 5$ s

Baryon yoğunluğu azaldığında SFP ve MSW rezonansları yakınlaşır.

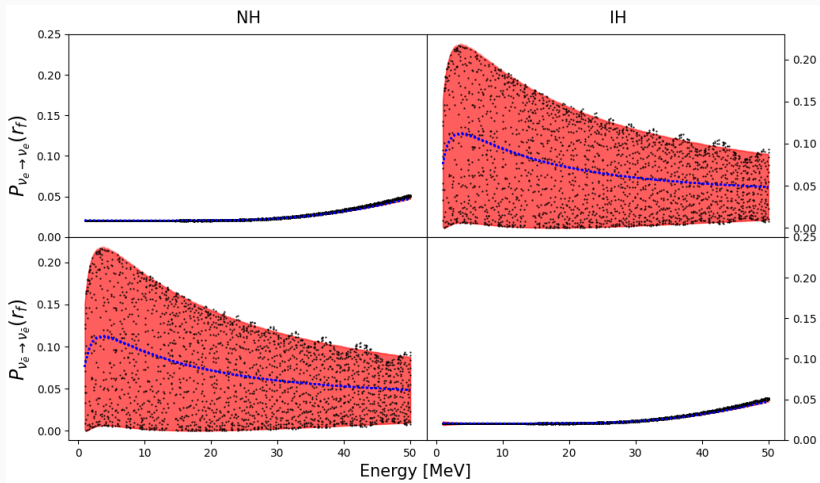


Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 1$ s

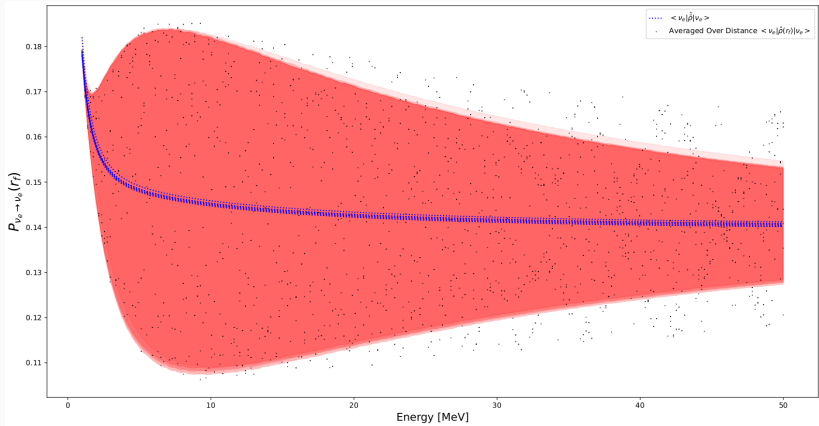
NH: $\nu_{\bar{e}} \rightarrow \nu_x \rightarrow \nu_e$, **IH:** $\nu_e \rightarrow \nu_{\bar{x}} \rightarrow \nu_{\bar{e}}$



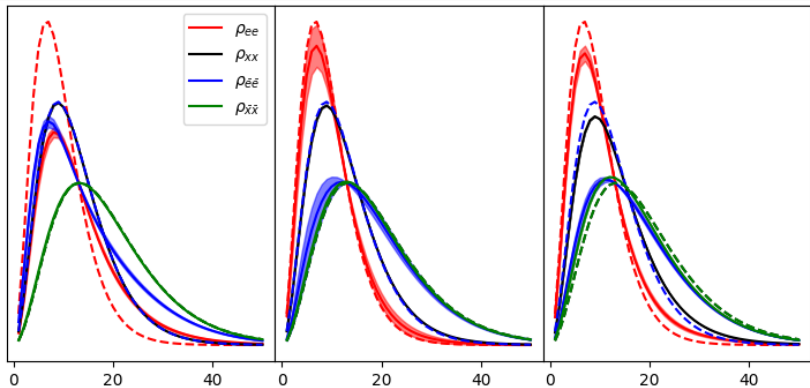
Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 3$ s



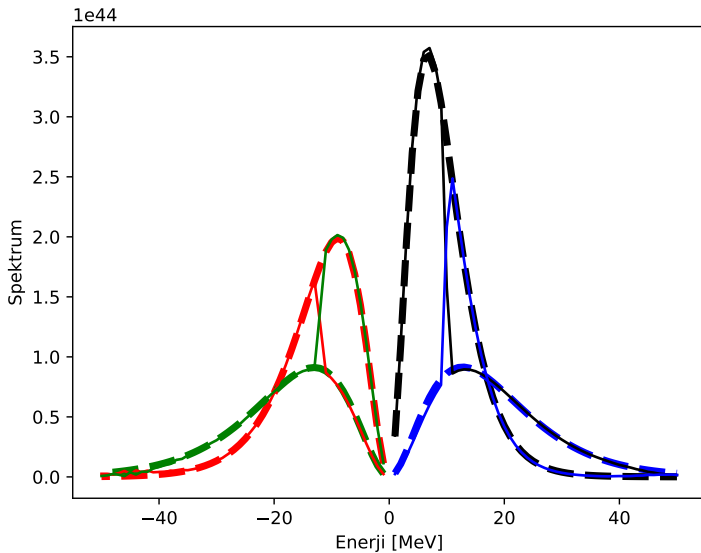
Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 5$ s



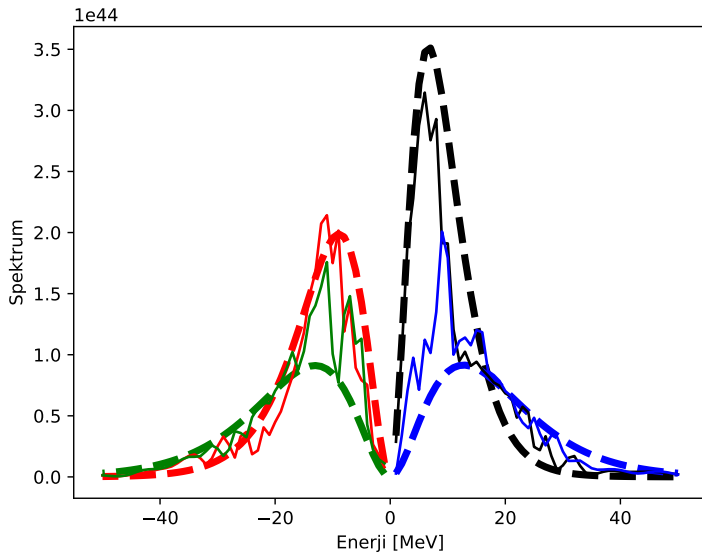
Simülasyonlar - Fermi-Dirac Dağılımı, $t = 1, 2, 3$ s



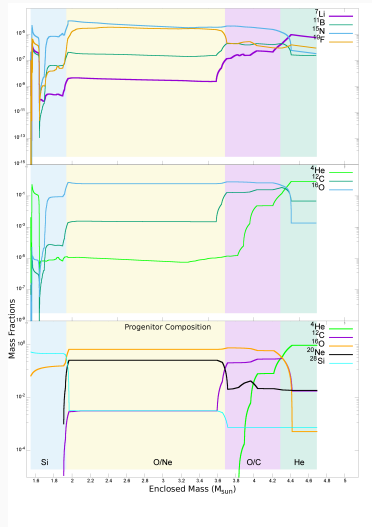
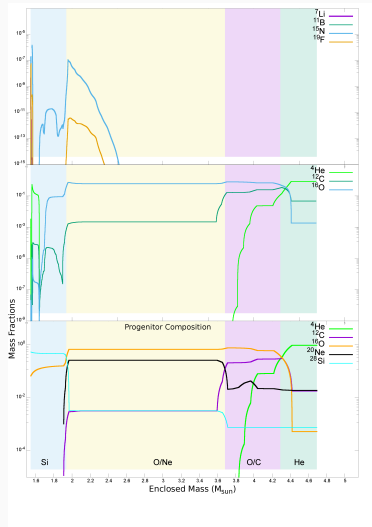
Simülasyonlar - t5sCollnuNoB



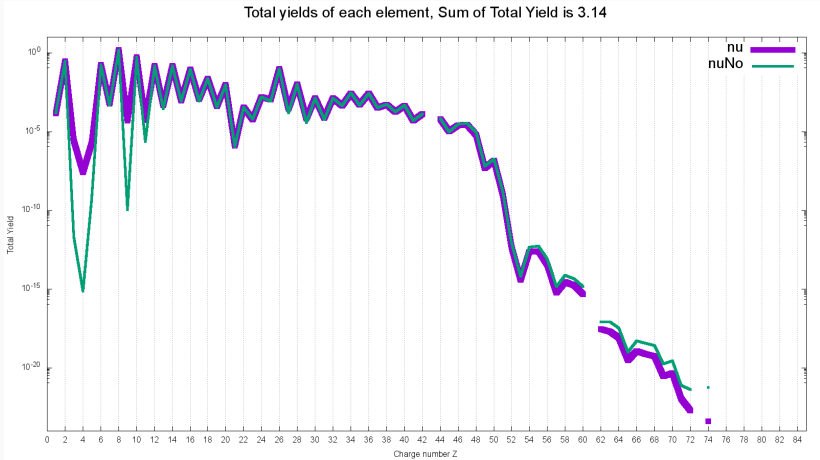
Simülasyonlar - t5sCollnuB



Çekirdek Sentezlenmesi



Çekirdek Sentezlenmesi



- Düşük manyetik alan için **tedirgenmiş çözümler** elde ettik.
- **Eksponansiyel azalan baryon profili ve sabit manyetik alan için analitik çözümlerin** Kummer fonksiyonları cinsinden yazılabildiğini bulduk.
- Adyabatik olmayan çeşni evriminde yoğunluk matrisinin analitik ifadesini elde ettik. Stokes fazını ve donmuş fazı hata olarak adlandırıp ortalama sonuçlara ekledik.
- **Analitik sonuçlar ile sayısal sonuçları karşılaştırdık.** Sonuçlarımız sıfır **boşluk karışım açısı** ve $t = 1, 2, 3$ s profilleri için tutarlı olduğunu gördük.
- $t = 4, 5$ s profilleri için **üç çeşni etkileri** ortaya çıkmaktadır. Üç çeşni etkileri SFP ve MSW rezonansların birbirine yaklaşmasından kaynaklandığını bulduk ve yakınlık derecesini niceliksel olarak belirledik.
- Nötrino öz-kırılımının etkisine baktık ve manyetik alan etkileşimlerinin elektron antinötrinosunun sıcaklığını arttırdığını bulduk.
- Nötrino sentezlenmesinin Lityum⁷ ve Bor¹¹ izotoplarının sentezlenmesinde büyük önem taşımaktadır.

Bir sonraki adımda

- SFP ile MSW rezonansı arasında kalan donmuş fazların çeşni evrimine olan katkısı incelenecektir.
- Elektron kesrinin ani değişiminden kaynaklanan süreksizlikler ve çeşni evrimine olan etkisine bakılacaktır.

Teşekkür ederim.

[Raffelt, 1996] G. G. Raffelt, Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles. University of Chicago press, 1996.

[Giunti, 2007] C. Giunti and C. W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford University Press, 2007.

[Rubbmark, 1981] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman, and D. Kleppner, "Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms," Physical Review A, vol. 23, pp. 3107-3117, June 1981.