KOLLEKTİF EVRİLEN NÖTRİNOLARIN ÇEŞNİ DÖNÜŞÜMÜ

İsmail Taygun Bulmuş
MSGSÜ Fizik Bölümü

09 Kasım 2023

MSGSÜ Bölüm Semineri

İçerik

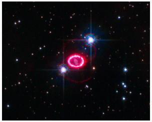
- Giriş
- Nötrino Salınım Kinematiği
- Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri
  - MSW Resonance
- $H_\nu + H_M + H_{EM}$
  - SFP Resonance
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Olası Gözlemler
- Sonuçlar

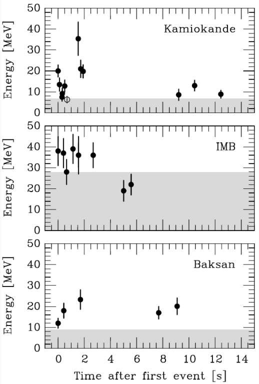
Giriş - İçerik

- Nötrino çeşni salınımları ve hareket denklemleri
- Madde içerisinde nötrino salınımları, MSW rezonansı ve madde bazının tanımlanması
- Hem madde hem de elektromanyetik etkileşimler altında nötrino çeşni evrimi
  - Tedirgeme (perturbasyon) yöntemi ile çözüm elde etme
  - İki çeşni indirgenmesi ve bazı profiller için tam çözüm eldesi
  - SFP Rezonansı
- Landau-Zener geçiş olasılıkları ve adyabatiste kavramı
- Stokes fazı ve çekirdek çökmeli süpernova (ÇÇSN) içerisinde faz etkileri
- İki çeşni yaklaşıklığı ve yaklaşıklığın geçerli olduğu durumlar
- Nötrino öz-kırılımının kollektif çeşni evrimine olan katkısı
- Nötrinoların ÇÇSN çekirdek sentezindeki önemi

Giriş - Motivasyon

- 1987 Yılında Büyük Macellan Bulutu içerisinde bir adet süpernova meydana gelmiştir (SN1987A.)
- SN1987A'dan gelen yaklaşık 20 adet antinötrino gözlemlenmiştir (Kamiokande, IMB ve Baksan.)
- ÇÇSN'den Dünya'ya gelen nötrinolar ÇÇSN dinamiği hakkında bilgi taşır.
- ÇÇSN'nin merkezinde oluşan manyetik alan ile nötrinolar etkileşir ve çeşni evrimine katkıda bulunur.
- Nötrino çeşni salınımlarında rezonanslar meydana gelir.





Raffelt, 1996

Nötrino Salınım Kinematiği

Schrödinger tipi denklem

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left|\Psi(r)\right\rangle = H^{\mathsf{f}}(r)\left|\Psi(r)\right\rangle$$

Matris formunda

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_e(r)\rangle\\ |\nu_\mu(r)\rangle\\ |\nu_{\overline{e}}(r)\rangle\\ |\nu_{\overline{\mu}}(r)\rangle\end{pmatrix} = H^{\mathsf{f}}(r)\begin{pmatrix}|\nu_e(r)\rangle\\ |\nu_x(r)\rangle\\ |\nu_{\overline{e}}(r)\rangle\\ |\nu_{\overline{x}}(r)\rangle\end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i\left|\Psi_i(r)\right\rangle\!\left\langle\Psi_i(r)\right|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\hat{\rho} = \left[\hat{H},\hat{\rho}\right]$$

Nötrino Salınım Kinematiği

Schrödinger tipi denklem

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left|\Psi(r)\right\rangle = H^{\mathsf{f}}(r)\left|\Psi(r)\right\rangle$$

Matris formunda

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_e(r)\rangle\\|\nu_\mu(r)\rangle\\|\nu_{\overline{e}}(r)\rangle\\|\nu_{\overline{\mu}}(r)\rangle\end{pmatrix} = H^{\mathsf{f}}(r)\begin{pmatrix}|\nu_e(r)\rangle\\|\nu_x(r)\rangle\\|\nu_{\overline{e}}(r)\rangle\\|\nu_{\overline{x}}(r)\rangle\end{pmatrix}$$

Yoğunluk operatörü notasyonu

$$\hat{\rho}(r) = \sum_i a_i \left|\Psi_i(r)\right\rangle\!\left\langle\Psi_i(r)\right|$$

Liouville - von Neumann denklemi

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\hat{\rho} = \left[\hat{H},\hat{\rho}\right]$$

Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

(Anti)Nötrino boşluk Hamiltonyen'i

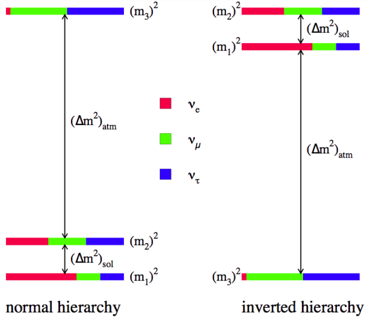
$$\hat{H}_\nu = \sum_{i=1}^{4} \frac{m_i^2}{2E} |\nu_i\rangle\langle\nu_i|$$
$$= \sum_{\alpha,\beta=e,x,\bar{e},\bar{x}} \left(\sum_{i=1,2,3,4} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha i} U_{\beta i} \right) |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\beta|$$

Çeşni karışım matrisi

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

- Majorana Nötrinoları (Sıfır CP fazı)
- İki çeşni, ν_e, ν_x (2 nötrino , 2 antinötrino)
- Atmosferik kütle kare farkı, $\delta m^2 = 2.56^{-15}$ MeV^2
- Karışım açısı, $\theta = 8°$
- Normal veya ters hiyerarşi

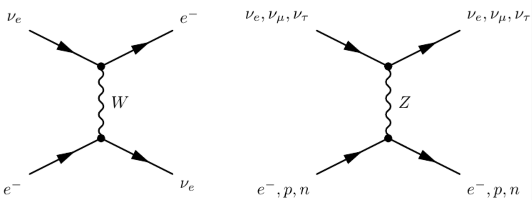


Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

Boşluk ve madde etkileşim Hamiltonyen'i

$$(H^f_{\nu,M})_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Etkileşimler



[Giunti, 2007]

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2} G_F N_e(r) \qquad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2} G_F N_n(r)$$

$$V_{CC}(r) = \sqrt{2} G_F n_b(r) Y_e \qquad V_{NC}(r) = -\frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_b(r)(1 - Y_e)$$

Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri

$$(H^f_{\nu,M})_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & 0 \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ 0 & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Özdeğerler

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -M + V_{NC} + V_{CC}/2 \\ \omega_2 &= +M + V_{NC} + V_{CC}/2 \\ \omega_3 &= -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2 \\ \omega_4 &= -\overline{M} - V_{NC} - V_{CC}/2 \end{aligned}$$

Burada

$$M, \overline{M} = \sqrt{(\Delta s_{2\theta})^2 + (\Delta c_{2\theta} \pm V_{CC}/2)}.$$

Madde bazında hareket denklemleri

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix} |\nu_1^M\rangle \\ |\nu_2^M\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 & -i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\theta_M \\ i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\theta_M & \omega_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} |\nu_1^M\rangle \\ |\nu_2^M\rangle \end{pmatrix}$$

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix} |\nu_3^M\rangle \\ |\nu_4^M\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 & -i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\overline{\theta}_M \\ i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\overline{\theta}_M & \omega_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} |\nu_3^M\rangle \\ |\nu_4^M\rangle \end{pmatrix}$$

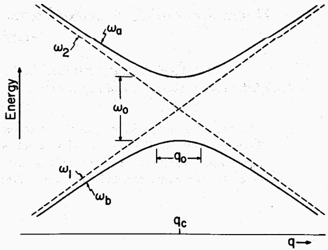
Efektif madde karışım açısı

$$\tan 2\theta_M(r) = \frac{\tan 2\theta}{1 \pm \frac{V_{CC}(r)}{2\Delta c_{2\theta}}}$$

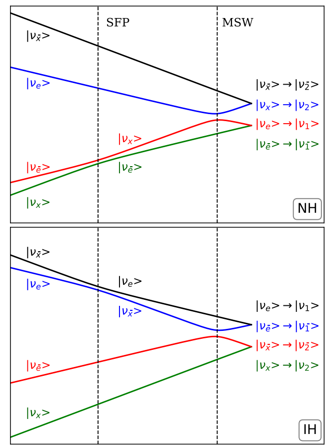
MSW Rezonansı

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_1^M\rangle\\ |\nu_2^M\rangle\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\omega_1 & -i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\theta_M\\ i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\theta_M & \omega_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}|\nu_1^M\rangle\\ |\nu_2^M\rangle\end{pmatrix}$$

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_3^M\rangle\\ |\nu_4^M\rangle\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\omega_3 & -i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\overline{\theta}_M\\ i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\overline{\theta}_M & \omega_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}|\nu_3^M\rangle\\ |\nu_4^M\rangle\end{pmatrix}$$



[Rubbmark, 1981]



$H_\nu + H_M + H_{EM}$

Çeşni tabanında toplam Hamiltonyen matrisi

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

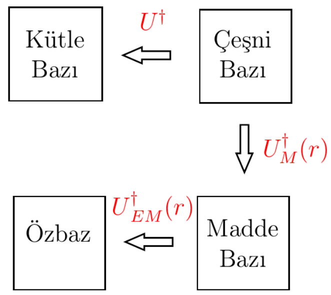
Madde tabanında ise

$$\begin{aligned} H_T^M(r) &= H_{\nu,M}^M + U_M^\dagger H_{EM}^f U_M \\ &= \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\gamma & s\gamma \\ 0 & 0 & s\gamma & c\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu B \\ 0 & 0 & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & 0 & 0 \\ \mu B & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Burada $\gamma = \theta_M - \overline{\theta}_M$.

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tedirgeme

Baz geçiş diyagramı



Tedirgeme yönteminin geçerli olduğu koşul.

$$|c_\gamma\ \mu B|, |s_\gamma\ \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|$$

Özdurumlar

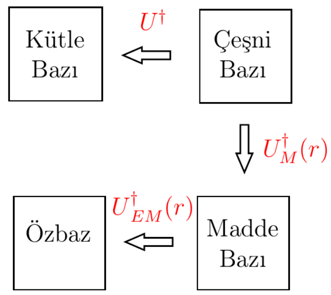
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1}\left|\nu_1^{EM}\right\rangle \\ \frac{1}{N_2}\left|\nu_2^{EM}\right\rangle \\ \frac{1}{N_3}\left|\nu_3^{EM}\right\rangle \\ \frac{1}{N_4}\left|\nu_4^{EM}\right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left|\nu_1^{M}\right\rangle \\ \left|\nu_2^{M}\right\rangle \\ \left|\nu_3^{M}\right\rangle \\ \left|\nu_4^{M}\right\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} \left|\nu_3^{M}\right\rangle/\delta\omega_{13} \\ \left|\nu_4^{M}\right\rangle/\delta\omega_{24} \\ \left|\nu_1^{M}\right\rangle/\delta\omega_{31} \\ \left|\nu_2^{M}\right\rangle/\delta\omega_{42} \end{pmatrix}$$

$$+\mu B c_\gamma \begin{pmatrix} \left|\nu_4^{M}\right\rangle/\delta\omega_{14} \\ \left|\nu_3^{M}\right\rangle/\delta\omega_{23} \\ \left|\nu_2^{M}\right\rangle/\delta\omega_{32} \\ \left|\nu_1^{M}\right\rangle/\delta\omega_{41} \end{pmatrix}$$

$$+(\mu B)^2\frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta\omega_{13}-\delta\omega_{14}}{\delta\omega_{12}\delta\omega_{13}\delta\omega_{14}}\left|\nu_2^{M}\right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{23}-\delta\omega_{24}}{\delta\omega_{21}\delta\omega_{23}\delta\omega_{24}}\left|\nu_1^{M}\right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{32}-\delta\omega_{31}}{\delta\omega_{34}\delta\omega_{31}\delta\omega_{32}}\left|\nu_4^{M}\right\rangle \\ \frac{\delta\omega_{42}-\delta\omega_{41}}{\delta\omega_{43}\delta\omega_{41}\delta\omega_{42}}\left|\nu_3^{M}\right\rangle \end{pmatrix}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tedirgeme

Baz geçiş diyagramı



Tedirgeme yönteminin geçerli olduğu koşul.

$$|c_\gamma \ \mu B|, |s_\gamma \ \mu B| \ll |\omega_i - \omega_j|$$

Özdurumlar

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{N_1}|\nu_1^{EM}\rangle \\ \frac{1}{N_2}|\nu_2^{EM}\rangle \\ \frac{1}{N_3}|\nu_3^{EM}\rangle \\ \frac{1}{N_4}|\nu_4^{EM}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\nu_1^M\rangle \\ |\nu_2^M\rangle \\ |\nu_3^M\rangle \\ |\nu_4^M\rangle \end{pmatrix} + \mu B s_\gamma \begin{pmatrix} |\nu_3^M\rangle / \delta\omega_{13} \\ |\nu_4^M\rangle / \delta\omega_{24} \\ |\nu_1^M\rangle / \delta\omega_{31} \\ |\nu_2^M\rangle / \delta\omega_{42} \end{pmatrix}$$

$$+ \mu B c_\gamma \begin{pmatrix} |\nu_4^M\rangle / \delta\omega_{14} \\ |\nu_3^M\rangle / \delta\omega_{23} \\ |\nu_2^M\rangle / \delta\omega_{32} \\ |\nu_1^M\rangle / \delta\omega_{41} \end{pmatrix}$$

$$+ (\mu B)^2 \frac{\sin 2\gamma}{2} \begin{pmatrix} \frac{\delta\omega_{13} - \delta\omega_{14}}{\delta\omega_{12}\delta\omega_{13}\delta\omega_{14}} |\nu_2^M\rangle \\ \frac{\delta\omega_{23} - \delta\omega_{24}}{\delta\omega_{21}\delta\omega_{23}\delta\omega_{24}} |\nu_1^M\rangle \\ \frac{\delta\omega_{32} - \delta\omega_{31}}{\delta\omega_{34}\delta\omega_{31}\delta\omega_{32}} |\nu_4^M\rangle \\ \frac{\delta\omega_{42} - \delta\omega_{41}}{\delta\omega_{43}\delta\omega_{41}\delta\omega_{42}} |\nu_3^M\rangle \end{pmatrix}$$

Hareket denklemi

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_e\rangle\\|\nu_{\bar{x}}\rangle\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & \mu B\\ \mu B & 2\Delta c_{2\theta}-V_{CC}-2V_{NC}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}|\nu_e\rangle\\|\nu_{\bar{x}}\rangle\end{pmatrix}$$

İkinci dereceden diferansiyel denklem

$$\frac{\mathrm{d}^2\nu_i}{\mathrm{d}r^2}+\left(i\kappa_i+iP(r)+\frac{\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}r}}{B(r)}\right)\frac{\mathrm{d}\nu_i}{\mathrm{d}r}+(\mu B(r))^2\ \nu_i=0$$

Burada $P(r)\equiv-\sqrt{2}G_F(1-2Y_e)N_b(r)$ **ve** $\kappa_{1,2}\equiv\mp 2\Delta c_{2\theta}$

Eksponansiyel baryon profili, sabit manyetik çözümü

$$\nu_i(r)=N_1^{\xi_i^+}\ {}_1F_1\left(\xi_i^+;1+2\xi_i^+-\kappa_i;\frac{-iP(r)}{\alpha}\right)+N_2^{\xi_i^-}\ {}_1F_1\left(\xi_i^-;1+2\xi_i^--\kappa_i;\frac{-iP(r)}{\alpha}\right)$$

Burada $\xi_i^{\mp}\equiv\frac{i(\kappa_i\mp\sqrt{(2\mu B)^2+\kappa_i^2})}{2\alpha}$ **ve** ${}_1F_1$ **Kummer fonksiyonları.**

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Tam Çözüm

Hareket denklemi

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\begin{pmatrix}|\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & \mu B \\ \mu B & 2\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - 2V_{NC}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}|\nu_e\rangle \\ |\nu_{\bar{x}}\rangle\end{pmatrix}$$

İkinci dereceden diferansiyel denklem

$$\frac{\mathrm{d}^2\nu_i}{\mathrm{d}r^2} + \left(i\kappa_i + iP(r) + \frac{\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}r}}{B(r)}\right)\frac{\mathrm{d}\nu_i}{\mathrm{d}r} + (\mu B(r))^2\ \nu_i = 0$$

Burada $P(r) \equiv -\sqrt{2}G_F(1-2Y_e)N_b(r)$ **ve** $\kappa_{1,2} \equiv \mp 2\Delta c_{2\theta}$

Aynı eksponansiyel manyetik alan ve baryon profili için çözümler
Genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonlar ve birleşmiş Laguerre polinomları.

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - SFP Rezonansı

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-yen

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM}\Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$

$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - SFP Rezonansı

$$(H_T)_{\alpha\beta}(r) = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \Delta s_{2\theta} & 0 & \mu B \\ \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} & \Delta s_{2\theta} \\ \mu B & 0 & \Delta s_{2\theta} & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

2 çeşniye indirgenmiş toplam Hamilton-yen

$$H_{T,e\bar{x}} = \begin{pmatrix} -\Delta c_{2\theta} + V_{CC} + V_{NC} & \mu B \\ \mu B & \Delta c_{2\theta} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

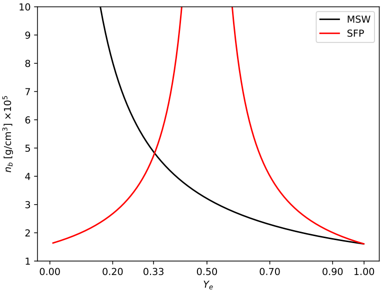
$$H_{T,x\bar{e}} = \begin{pmatrix} \Delta c_{2\theta} + V_{NC} & -\mu B \\ -\mu B & -\Delta c_{2\theta} - V_{CC} - V_{NC} \end{pmatrix}$$

Efektif EM karışım açısı

$$\tan 2\theta_{EM} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta} \pm V_{NC} \pm V_{CC}/2}$$

Özel elektron kesri değeri

$$\tan 2\theta_{EM}\Big|_{Y_e=0.5} = \frac{\mu B}{\Delta c_{2\theta}}$$

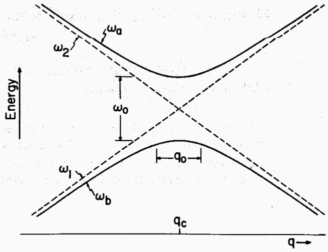


$H_\nu + H_M + H_{EM}$ - Rezonanslar

		IH	**NH**	**Rezonans için $\mathbf{n_b(r)}$**
SFP	$\nu_e \leftrightarrow \nu_{\bar{x}}$	$Y_e < 0.5$	$Y_e > 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / \left(\sqrt{2} G_F (2Y_e - 1)\right)$
	$\nu_x \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	$Y_e > 0.5$	$Y_e < 0.5$	$2\Delta \cos 2\theta / \left(\sqrt{2} G_F (1 - 2Y_e)\right)$
MSW	$\nu_e \leftrightarrow \nu_x$	$\times$	✓	$2\Delta \cos 2\theta / \left(\sqrt{2} G_F Y_e\right)$
	$\nu_{\bar{x}} \leftrightarrow \nu_{\bar{e}}$	✓	$\times$	$-2\Delta \cos 2\theta / \left(\sqrt{2} G_F Y_e\right)$

Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçişten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) özdurumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınlaştığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.



Adyabatisite

$$\Gamma = \left. \frac{\omega_0^2}{4\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[\omega_1(r) - \omega_2(r)]} \right|_{r=r_c}$$

LZ geçiş olasılığı

$$P = e^{-2\pi\Gamma}$$

Landau - Zener geçiş olasılığı, adyabatisiteye bağlıdır. Şartlar:

1. Hamiltonyen'in geçişten sorumlu olan elemanı konumdan bağımsız olmalıdır.
2. Başlangıçtaki anlık (instantaneous) özdurumlar, başlangıç durumu ile aynı olmalıdır.
3. Özdeğerlerin yakınlaştığı yani geçiş bölgesinde özdeğer farkları doğrusal olmalıdır.

Adyabatik evrim için

$$\Gamma_{MSW} = \left.\frac{(\Delta s_{2\theta})^2}{4\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\sqrt{2}G_F n_b(r)\right)}\right|_{r_{MSW}} \lesssim 1$$

$$\Gamma_{SFP} = \left.\frac{(\mu B)^2}{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\sqrt{2}G_F(2Y_e - 1)n_b(r)\right)}\right|_{r_{SFP}} \lesssim 1$$

İçerik

- ✓ Giriş
- ✓ Nötrino Salınım Kinematiği
- ✓ Salınım Hamiltonyen'i ve Madde Etkileşimleri
  - MSW Resonance
- ✓ $H_\nu + H_M + H_{EM}$
  - SFP Resonance
- Analitik öngörüler
- Simülasyonlar
- Çekirdek Sentezlenmesi

Analitik Öngörüler - Adyabatik Evrim

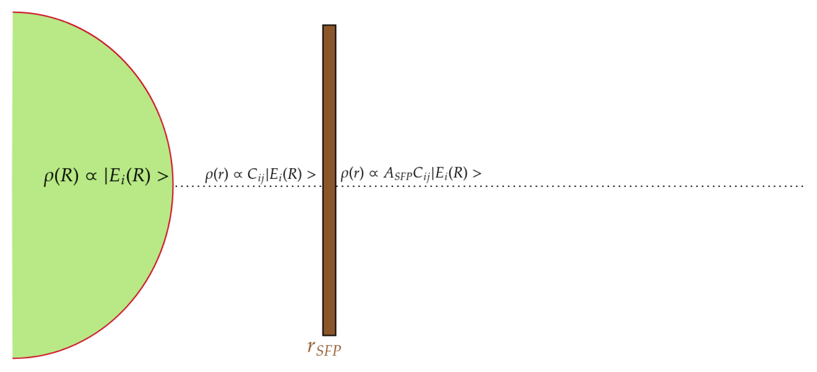
Yoğunluk operatörünü, sonsuzdaki terim ve salınım olarak ikiye ayırabiliriz.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}^{ad}(r) =& \hat{\bar{\rho}}^{ad}(\infty) + \hat{\rho}^{ad}_{sal}(r) \\ =& \sum_{a} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A^{\dagger}_{ja}(r) \right) |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)| \\ &+ \sum_{\substack{a,b \\ a \neq b}} \sum_{i,j} \left(A_{ai}(r) \rho_{ij}(R) A^{\dagger}_{jb}(r) \right) C_{ij}(E) \, |E_i(r)\rangle\langle E_j(r)|\end{aligned}$$

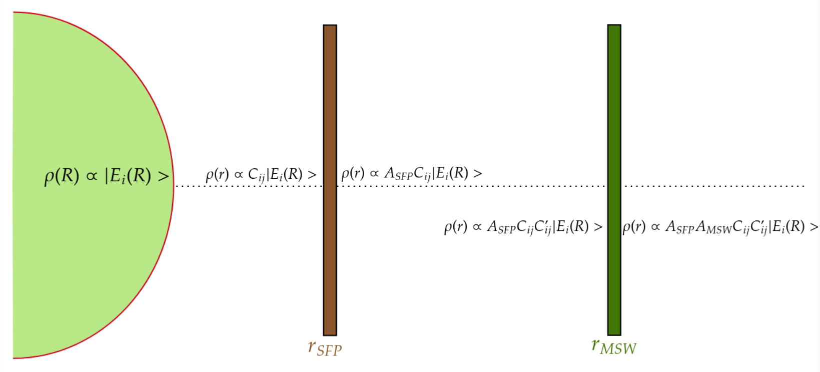
- Salınımlar, decoherencedan dolayı çok uzakta yok olacaktır.
- Adyabatik evrim için özdurumlar geçiş genliği A_{ij} matrisi birim matristir.
- Ortalama etrafında salınım, $C_{ij}(E)$, salınım fazından kaynaklanır.

$$C_{ij}(E) = \exp\left(-i \int_r^R \left(E_i(x) - E_j(x) \right) \mathrm{d}x \right)$$

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim



Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim



İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A^\dagger_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}$

2) $A^\dagger_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP} \rightarrow A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)$

3) $A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E) \rightarrow$
$A^\dagger_{MSW}A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)\ A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\begin{aligned} A =& A_{SFP} \times A_{MSW} \\ =& \begin{pmatrix} \sqrt{1-P_{SFP}} & -e^{-i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ e^{i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \to A^\dagger_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}$

2) $A^\dagger_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP} \to A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)$

3) $A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E) \to$
$A^\dagger_{MSW}A^\dagger_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)\ A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$
\begin{aligned}
A =& A_{SFP} \times A_{MSW} \\
=& \begin{pmatrix} \sqrt{1-P_{SFP}} & -e^{-i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ e^{i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \to A^{\dagger}_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}$

2) $A^{\dagger}_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP} \to A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)$

3) $A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E) \to$
$A^{\dagger}_{MSW}A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)\ A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$
\begin{aligned}
A =& A_{SFP} \times A_{MSW} \\
=& \begin{pmatrix} \sqrt{1-P_{SFP}} & -e^{-i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ e^{i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim

İki rezonans meydana geldiği kısmen-adyabatik evrimde, rezonansın meydana geldiği uzaklıklar arasındaki salınım fazı ve rezonans sırası önemlidir. Örneğin, ters hiyerarşi ve $Y_e < 0.5$ için

1) $\rho_{ij}(R)C_{ij}(E) \rightarrow A^{\dagger}_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}$

2) $A^{\dagger}_{SFP}\rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP} \rightarrow A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)$

3) $A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E) \rightarrow$
$A^{\dagger}_{MSW}A^{\dagger}_{SFP}\ \rho_{ij}(R)C_{ij}(E)\ A_{SFP}C'_{ij}(E)\ A_{MSW}$

Geçiş matrisleri de aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$
\begin{aligned}
A =& A_{SFP} \times A_{MSW} \\
=& \begin{pmatrix} \sqrt{1-P_{SFP}} & -e^{-i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & 0 & 0 \\ e^{i\alpha}\sqrt{P_{SFP}} & \sqrt{1-P_{SFP}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P_{MSW}} & -e^{-i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & 0 \\ 0 & e^{i\beta}\sqrt{P_{MSW}} & \sqrt{1-P_{MSW}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim

Kısmen-adyabatik evrim için yoğunluk operatörünü üçe ayırabiliriz.

$$\hat{\bar{\rho}}(\infty) = \hat{\bar{\rho}}_{\text{ort}}(r) + \hat{\bar{\rho}}_{\text{hata}}(r) + \hat{\bar{\rho}}_{\text{naKos}}(r)$$

Ortalama terimi ve hata terimi $|E_i\rangle\langle E_i|$, köşegen olmayan terimler ise $|E_i\rangle\langle E_j|$, $i \neq j$ terimlerinden oluşur.

Ortalama teriminde α, β Stokes fazları ve C_{ij} ve C'_{ij} salınım fazları yoktur.

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim

$$\hat{\hat{\rho}}(\infty) = \hat{\hat{\rho}}_{\textbf{ort}}(r) \pm \hat{\hat{\rho}}_{\textbf{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}
\hat{\hat{\rho}}_{\textbf{ort}} =& \Big[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R)\Big]|E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\
&+ \Big[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \\
&\quad + P_{MSW}\rho_{33}(R)\Big]|E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\
&+ \Big[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \\
&\quad + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R)\Big]|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\
&+ \rho_{44}(R)|E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|
\end{aligned}$$

Hata terimi

$$\begin{aligned}
\hat{\hat{\rho}}_{\textbf{hata}}(r) =& 2\Big[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}}\rho_{12}(R)] \\
&\times [(1 - P_{MSW})\,|E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|\Big] \\
&+ 2\Big[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}}\Big(\sqrt{P_{SFP}}\rho_{13}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}}\rho_{23}(R)\Big)\Big] \\
&[|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \\
&+ 2\Big[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}}\rho_{12}(R)\Big]\,|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)|
\end{aligned}$$

Analitik Öngörüler - Kısmen-Adyabatik Evrim

$$\hat{\bar{\rho}}(\infty) = \hat{\bar{\rho}}_{\textbf{ort}}(r) \pm \hat{\bar{\rho}}_{\textbf{hata}}(r)$$

Ortalama terim

$$\begin{aligned}
\hat{\bar{\rho}}_{\textbf{ort}} =& \Big[(1 - P_{SFP})\rho_{11}(R) + P_{SFP}\rho_{22}(R)\Big] \, |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)| \\
&+ \Big[(1 - P_{MSW})(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \\
&\quad + P_{MSW}\rho_{33}(R)\Big] \, |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| \\
&+ \Big[P_{MSW}(P_{SFP}\rho_{11}(R) + (1 - P_{SFP})\rho_{22}(R)) \\
&\quad + (1 - P_{MSW})\rho_{33}(R)\Big] \, |E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| \\
&+ \rho_{44}(R) \, |E_4(r)\rangle\langle E_4(r)|
\end{aligned}$$

Hata terimi

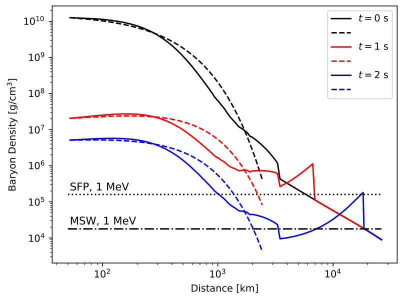
$$\begin{aligned}
\hat{\bar{\rho}}_{\textbf{hata}}(r) =& 2\Big[\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}}\rho_{12}(R)] \\
&\times [(1 - P_{MSW})|E_2(r)\rangle\langle E_2(r)| - |E_1(r)\rangle\langle E_1(r)|\Big] \\
&+ 2\Big[\sqrt{(1 - P_{MSW})P_{MSW}}\Big(\sqrt{P_{SFP}}\rho_{13}(R) + \sqrt{1 - P_{SFP}}\rho_{23}(R)\Big)\Big] \\
&[|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)| - |E_2(r)\rangle\langle E_2(r)|] \\
&+ 2\Big[P_{MSW}\sqrt{(1 - P_{SFP})P_{SFP}}\rho_{12}(R)\Big]|E_3(r)\rangle\langle E_3(r)|
\end{aligned}$$

Simülasyonlar - ÇÇSN

- Süpernova Evrelerinin Kısa Özeti
- Çökme (Collapse)
- Sekme (Bouncing)
- Şok Dalgası Oluşumu
- Nötrino Patlaması (Neutrino Burst)
- Nötrino Isıtması (Neutrino Heating)

"PATLAMA"

- "Soğuma", $t = 1 - 10$ s (Cooling)



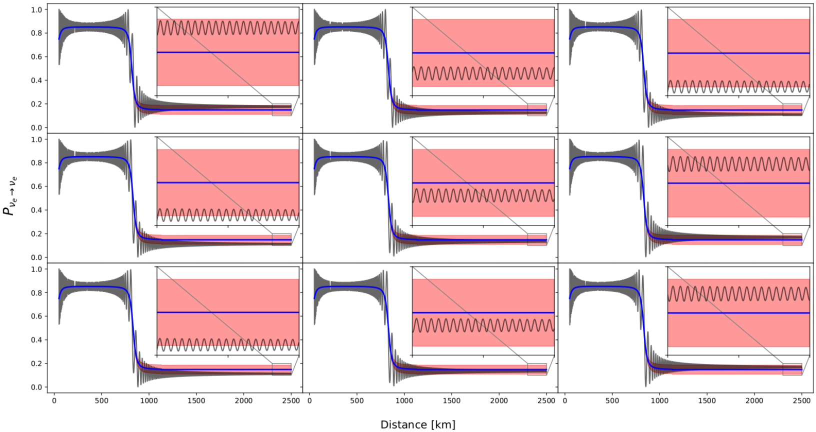
Simülasyonlar - Başlangıç Koşulları

Oyuncak model için başlangıç koşulları

Çeşni Sayısı	4
Hiyerarşi	Ters
Boşluk Karışım Açısı [Rad]	0.14
CP Fazı [Rad]	0
Kütle Kare Farkı [MeV^2]	2.4×10^{-15}
Nötrino Manyetik Momenti [μ_B]	5×10^{-16}
Nötrino Enerji Aralığı [MeV]	1-50
Son uzaklık [km]	4000
Nötrino İstatistiksel Dağılımı	Sadece Elektron, kutu dağılımı

Fazları ortaya çıkarmak için ($B = 10^{15}(r_{Mag}$ [km]$/r)^2$ Gauss). Aşağıdaki değişkenler [km] birimindedir.

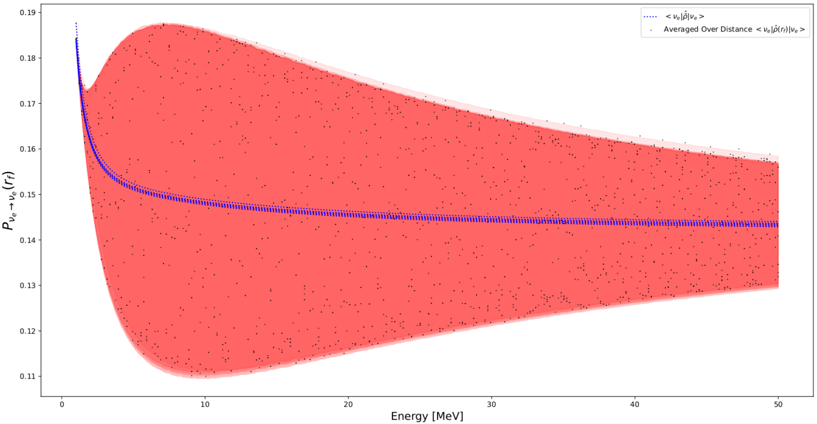
$R = 49.90$, $r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.90$, $r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.90$, $r_{Mag} = 50$
$R = 49.95$, $r_{Mag} = 50.1$	$R = 49.95$, $r_{Mag} = 50.05$	$R = 49.95$, $r_{Mag} = 50$
$R = 50.00$, $r_{Mag} = 50.1$	$R = 50.00$, $r_{Mag} = 50.05$	$R = 50.00$, $r_{Mag} = 50$



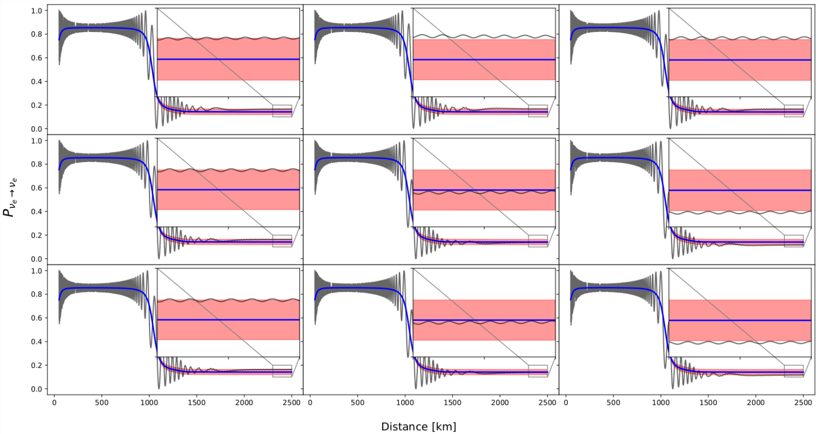
$P_{\nu_e \to \nu_e}$
Distance [km]

Simülasyonlar - theta0expNbB

$$\hat{\bar{\rho}}(\infty) = \hat{\bar{\rho}}_{\textbf{ort}}(r) \pm \hat{\bar{\rho}}_{\textbf{hata}}(r)$$



Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 5$ s



Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 5$ s

Boşluk karışım açısı sıfırdan farklı olduğunda hem SFP hem de MSW rezonansları meydana gelir.

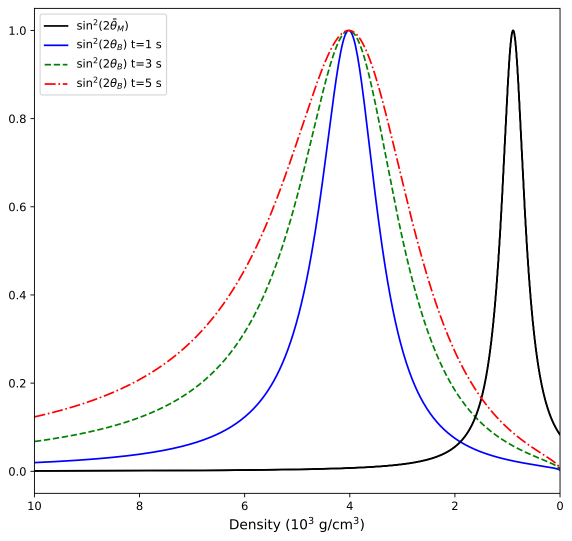
$$\Delta r_{MSW}/2 = \frac{-r_{mat}}{2} \ln\left(\frac{c_{2\theta} - s_{2\theta}}{c_{2\theta} + s_{2\theta}}\right)$$

$$\Delta r_{SFP}/2 = \frac{-r_{mat}}{2} \ln\left(\frac{\Delta c_{2\theta} - \mu B_1}{\Delta c_{2\theta} + \mu B_1}\right)$$

$$\left.\frac{\left|r^{SFP} - r^{MSW}\right|}{r_{hw}^{SFP} + r_{hw}^{MSW}}\right|_{t=1,3,5\ \mathrm{s}} = 3.31,\ 2.60,\ 2.24$$

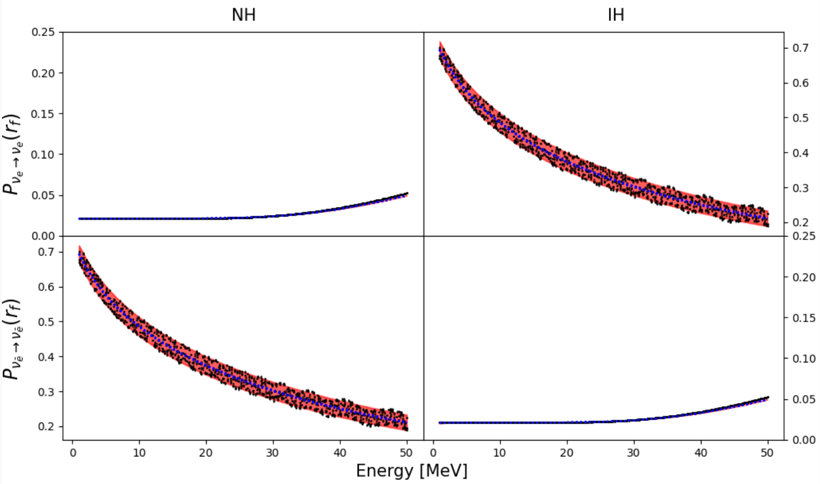
Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 1, 3, 5$ s

Baryon yoğunluğu azaldığında SFP ve MSW rezonansları yakınlaşır.

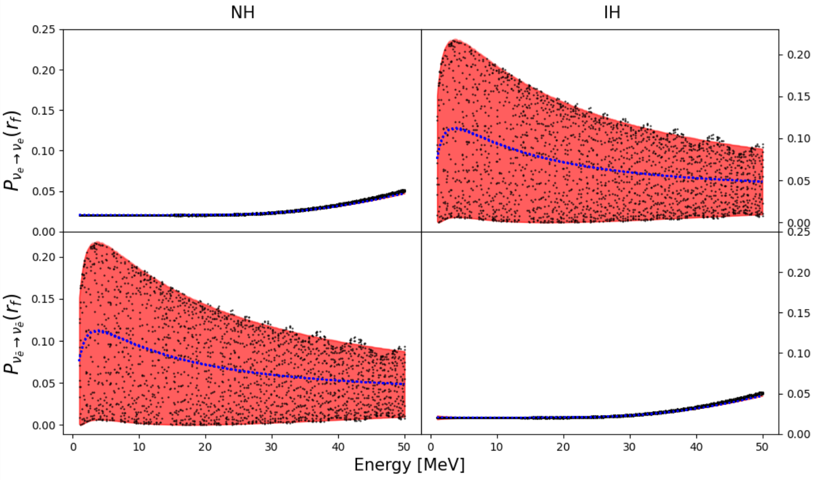


Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 1$ s

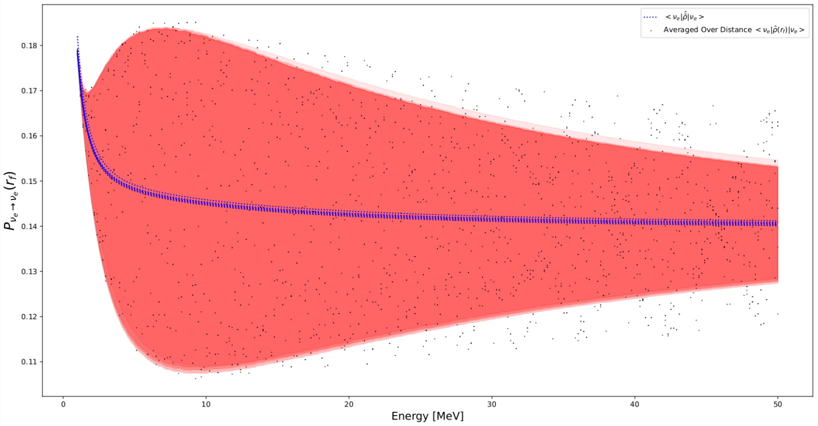
NH: $\nu_{\bar{e}} \to \nu_x \to \nu_e$, **IH**: $\nu_e \to \nu_{\bar{x}} \to \nu_{\bar{e}}$



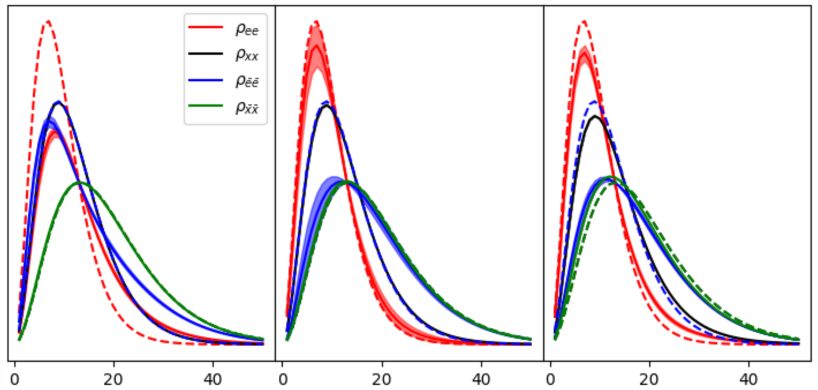
Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 3$ s

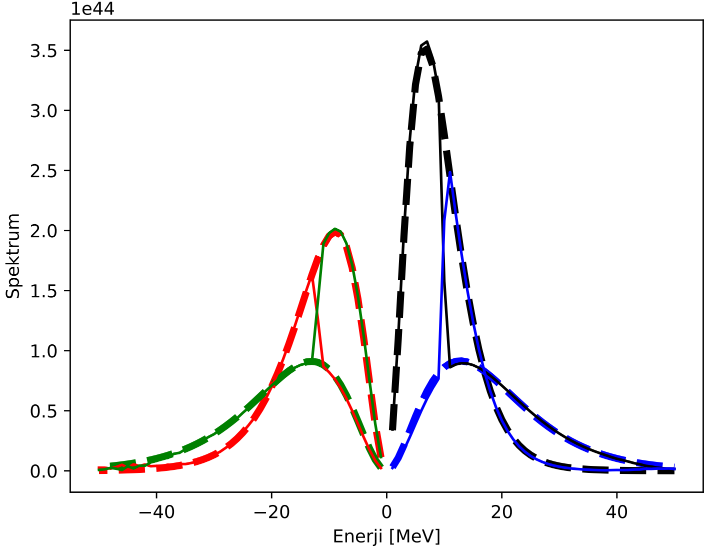


Simülasyonlar - theta014expNbB, $t = 5$ s

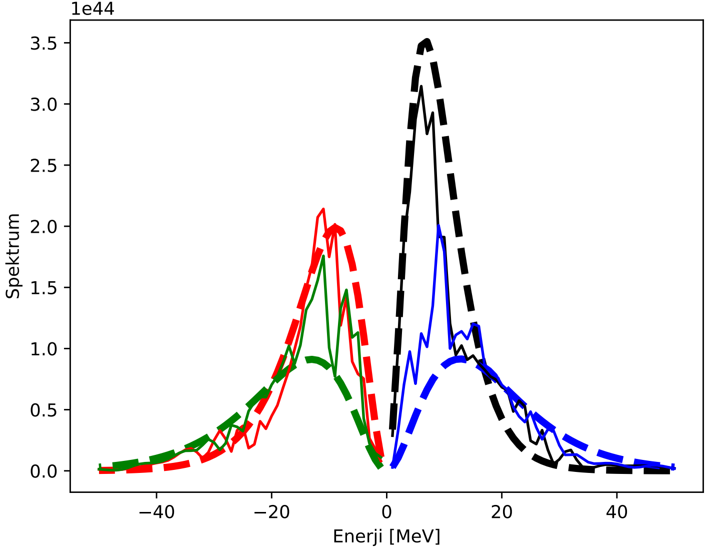


Simülasyonlar - Fermi-Dirac Dağılımı, $t = 1, 2, 3$ s




1e44
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
Spektrum
−40
−20
0
20
40
Enerji [MeV]

Simülasyonlar - t5sCollnuB



AA

Sonuçlar

- Düşük manyetik alan için tedirgenmiş çözümler elde ettik.
- Eksponansiyel azalan baryon profili ve sabit manyetik alan için analitik çözümlerin Kummer fonksiyonları cinsinden yazılabildiğini bulduk.
- Adyabatik olmayan çeşni evriminde yoğunluk matrisinin analitik ifadesini elde ettik. Stokes fazını ve donmuş fazı hata olarak adlandırıp ortalama sonuçlara ekledik.
- Analitik sonuçlar ile sayısal sonuçları karşılaştırdık. Sonuçlarımız sıfır boşluk karışım açısı ve $t = 1, 2, 3$ s profilleri için tutarlı olduğunu gördük.
- $t = 4, 5$ s profilleri için üç çeşni etkileri ortaya çıkmaktadır. Üç çeşni etkileri SFP ve MSW rezonansların birbirine yakınlaşmasından kaynaklandığını bulduk ve yakınlık derecesini niceliksel olarak belirledik.

Bir sonraki adımda

- SFP ile MSW rezonansı arasında kalan donmuş fazların çeşni evrimine olan katkısı incelenecektir.
- Elektron kesrinin ani değişiminden kaynaklanan süreksizlikler ve çeşni evrimine olan etkisine bakılacaktır.

Teşekkür ederim.

Referanslar

[Raffelt, 1996] G. G. Raffelt, Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles. University of Chicago press, 1996.

[Giunti, 2007] C. Giunti and C. W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford University Press, 2007.

[Rubbmark, 1981] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman, and D. Kleppner, "Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms," Physical Review A, vol. 23, pp. 3107-3117, June 1981.