Università degli studi Milano Bicocca - Dipartimento di Fisica

Esperimentazioni di Fisica Computazionale

S. Franceschina

May 29, 2025

Abstract

Contents

1 Analisi dell'errore

1.1 Teoria

Nella presente sezione analizziamo le due principali fonti di errore in contesti computazionali:

1. Errori di arrotondamento: dovuti alla rappresentazione di numeri reali con numero finito di digits.

2. Errori di approssimazione: dovuti alla modalità stessa con cui affrontiamo il problema, per questo motivo sono presenti anche nel caso ideale.

1.2 Esercizio 1.0.1

L'esercizio richiede di studiare $f(x) = e^x$ nell'intervallo $[0, 1]$, calcolando numericamente il suo sviluppo in serie: $g_N(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{x^n}{n}$

In particolare bisogna mostrare che

$$\Delta = |f(x) - g_N(x)| \approx \frac{x^{N+1}}{(N+1)!} \tag{1}$$

Al fine dell'esercizio vengono rappresentati nel grafico 1 le funzioni Δ e $\frac{x^{N+1}}{(N+1)!}$, con $N = 1, 2, 3, 4$, al variare di x nell'intervallo $[0, 1]$.

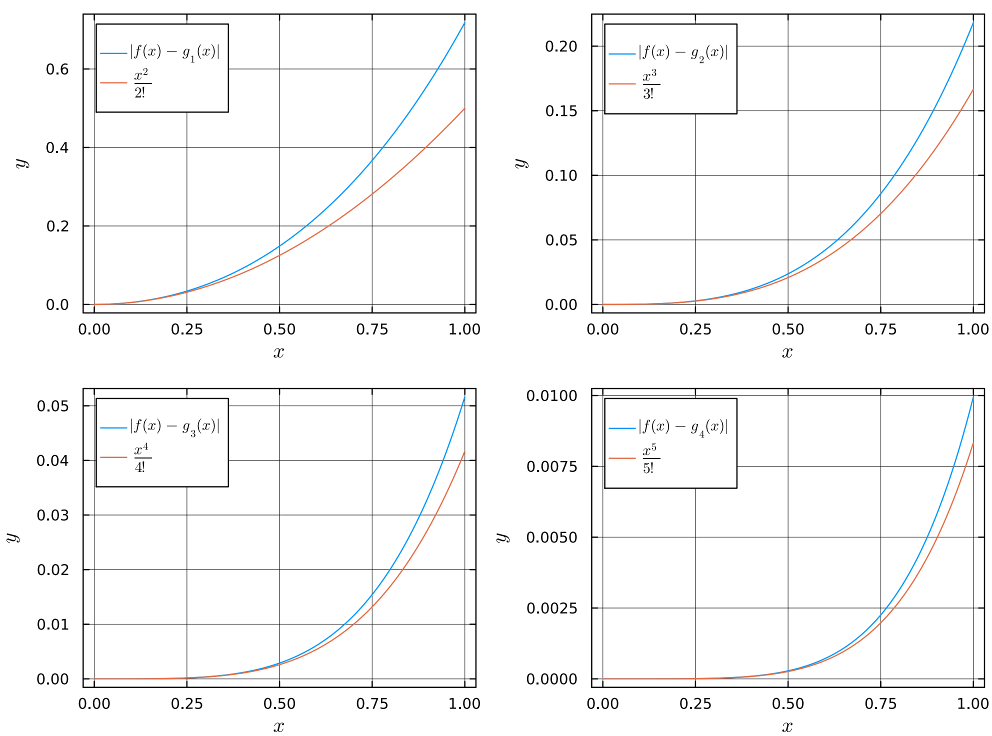

Figure 1: Confronto tra Δ e $\frac{x^{N+1}}{(N+1)!}$ per $N = 1, 2, 3, 4$.

In generale possiamo osservare due andamenti.
Il primo è che all'aumentare di N la funzione Δ assume valori sempre più vicini allo zero. Questo significa che la distanza tra il valore della funzione $f(x)$ presa in esame e la sua espansione di Taylor troncata all'ordine N diminuisce, proprio come ci aspettiamo, dato che miglioriamo l'approssimazione. In particolare la funzione Δ non è esattamente zero, perchè l'approssimazione di Taylor richiede $N \to \infty$. Inoltre possiamo notare che la funzione Δ, in ognuno dei grafici, è tanto più prossima allo zero quanto più ci si avvicina all'origine. Questo concorda con ciò che ci aspettiamo perchè lo sviluppo in serie è centrato in zero.
Il secondo è che le funzioni Δ e $\frac{x^{N+1}}{(N+1)!}$ si avvicinano tra loro all'aumentare di N. Questo risponde alla richiesta dell'esercizio, cioè che l'errore scali come un polinomio di ordine $N+1$.

1.3 Esercizio 1.2.1

2 Sistemi lineari

2.1 Teoria

3 Radici di equazioni non lineari

3.1 Teoria

4 Interpolazioni

4.1 Teoria

5 Integrazione numerica

5.1 Teoria

6 Equazioni differenziali ordinarie

6.1 Teoria