

Notas TFG

Juan

11 de marzo de 2017

Aplicación del HMM

Vemos a continuación cómo podemos emplear un HMM para modelizar un sistema estocástico como es el de la Bolsa.

Nuestro punto de partida será suponer que los retornos pueden pertenecer a dos estados $X = \{1, 2\}$, uno cuando el mercado tiende al alza (1), y otro cuando tiende a la baja (2), y que ambos estados tienen una distribución Gaussiana, con $\mu_1 > \mu_2$ y $\sigma_1 > \sigma_2$.

Nuestro caso de estudio será el correspondiente a los valores diarios de apertura del IBEX35 entre el 19/10/1990 y 12/08/1991.

##	FECHA	APERTURA	RETORNOS
## 1	18/10/1990	2208.03	<NA>
## 2	19/10/1990	2268.76	2.8%
## 3	22/10/1990	2309.00	1.8%
## 4	23/10/1990	2331.88	1%
## 5	24/10/1990	2398.47	2.9%
## 6	25/10/1990	2391.62	-0.3%

Trabajaremos con los retornos (R), y estableceremos como condiciones iniciales $\mu_1 = \overline{R_+}$, donde $R_+ = \{R | R > 0\}$, y $\mu_2 = \overline{R_-}$, con $R_- = \{R | R < 0\}$. De la misma manera $\sigma_1 = \sigma(R_+)$ y $\sigma_2 = \sigma(R_-)$. En cuanto a la matriz de transición y a la probabilidad inicial, los suponemos de la siguiente manera:

$$A = \{a_{ij}\} = \{P(X_t = j | X_{t-1} = i)\} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$
$$\begin{cases} \pi_1 = 0.5 \\ \pi_2 = 1 - \pi_1 = 0.5 \end{cases}$$

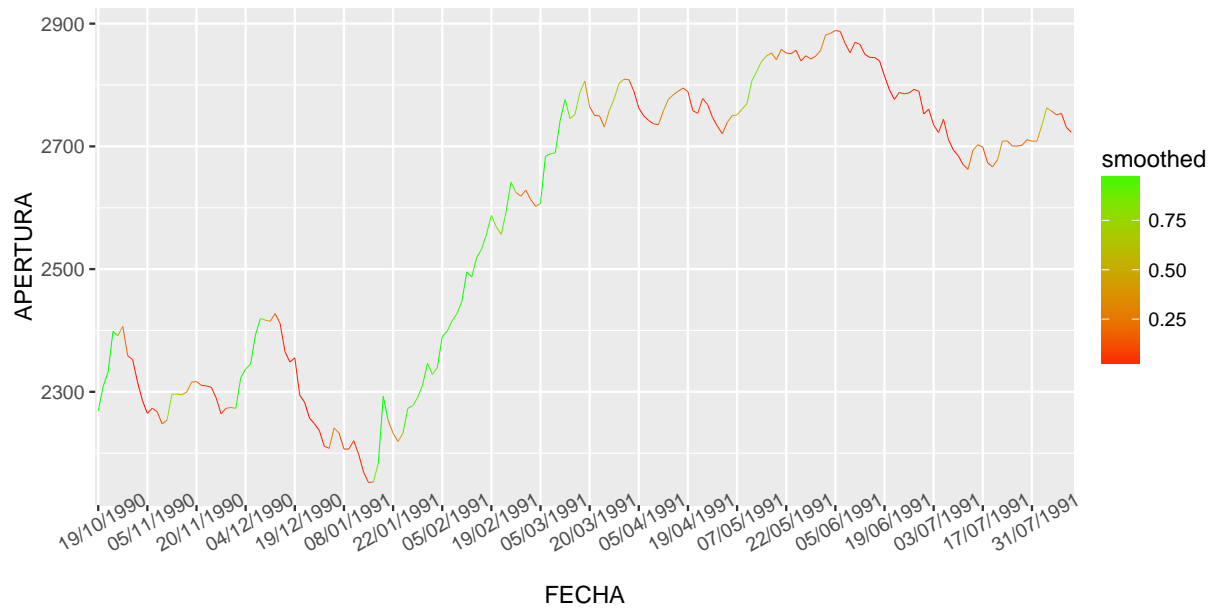
Tras aplicar el algoritmo de BaumWelch, obtenemos la estimación de los parámetros:

$$\mu = \begin{pmatrix} 5.8 \cdot 10^{-3} \\ -3.6 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$
$$\sigma = \begin{pmatrix} 9.43 \cdot 10^{-5} \\ 4.17 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix}$$

La nueva matriz de transición y probabilidad inicial son:

$$A = \begin{pmatrix} 0.802 & 0.198 \\ 0.196 & 0.804 \end{pmatrix}$$
$$\begin{cases} \pi_1 = 1 \\ \pi_2 = 0 \end{cases}$$

Para ilustrar la capacidad clasificadora del HMM, mostramos un gráfico que de la evolución de los valores del IBEX35 en el periodo estudiado, junto a la clasificación que ha hecho las smoothed del estado alcista de los retornos generados.



Vemos cómo nuestra clasificación de los retornos se aproxima de manera muy efectiva al comportamiento que muestra la gráfica.

