

第1章 FEMの基礎と鋼橋のモデル化

WG1

目 次

第1章 FEMの基礎と鋼橋のモデル化	1-1
1.1 はじめに	1-1
1.2 FEMの基礎	1-1
1.2.1 FEMの概念	1-1
1.2.2 構造要素	1-3
1.2.3 ロッキングと剛性行列の特異性	1-16
1.2.4 応力評価と誤差	1-27
1.3 ラウンドロビンテスト	1-36
1.3.1 要素分割や要素タイプを設定しない場合 (Case-1)	1-36
1.3.2 同じ要素分割と要素タイプを設定した場合 (Case-2)	1-38
1.3.3 まとめ	1-39
1.4 有限要素の基本的特性	1-41
1.4.1 板の面内曲げ	1-41
1.4.2 シェル要素による板の面外曲げ	1-42
1.4.3 ソリッド要素による板の面外曲げ	1-43
1.4.4 まとめ	1-43
1.5 鋼橋のモデル化	1-53
1.5.1 対象橋梁	1-53
1.5.2 検討に用いる有限要素と応力評価	1-54
1.5.3 誤差の定義	1-54
1.5.4 主桁のモデル化と要素分割	1-61
1.5.5 鋼橋のモデル化と要素分割	1-79
1.5.6 まとめ	1-90
付録1A 鋼橋のモデル化	1A-1
1A.1 主桁のモデル化と要素分割	1A-1
1A.1.1 均一な要素分割	1A-1
1A.1.2 他部材との接続を考慮した要素分割	1A-24
1A.1.3 水平、垂直補剛材を含めた要素分割	1A-47
1A.2 鋼橋のモデル化と要素分割	1A-68

第1章 FEMの基礎と鋼橋のモデル化

1.1 はじめに

最近のコンピュータ性能の向上と、設計・解析ツールの進歩は目覚しいものがあり、記憶容量や計算時間、データ作成の労力は急速に解消されつつある。その結果、構造物の挙動を調べる際にも、簡易なモデル化を行わず、実際の構造物をそのまま解析することが可能になりつつある。

しかし、FEMではモデル化の方法、解析結果の評価方法などは一般的な基準がなく、設計実務者にその判断が委ねられており、設計者の裁量に依存する部分が非常に大きい。そこで、本章は、FEMの専門家ではない設計実務者を対象として、鋼橋上部工の設計のためにFEMを利用する際のいくつかの問題点を喚起し、その対処法の目安、判断材料を示すことを目的としている。

FEMの適用を上部工に限定しても、応力照査や座屈解析、疲労のような局部的な応力集中の解析などが考えられるが、本章では、線形弾性の範囲での変形や反力、応力を、所定の精度内で解析する上で、必要となるFEMの基礎と鋼橋のモデル化と要素分割についてまとめる。FEMでは、ソリッド要素や板・シェル要素を用いると要素分割を細かくするに従い局部的な応力集中を調べることができるが、このような局部的な応力は対象としない。

1.2 FEMの基礎

1.2.1 FEMの概念

構造物内の変位や応力は、一般に複雑に変化し、空間座標(x, y)の複雑な関数となる。しかし、構造物内の小さな領域だけに注目すると、変位や応力は、その領域内では単純な関数で近似できる。

有限要素法では、この点に着目して図1.2.1(a)のような構造物を同図(b)のように多数の「有限要素」に分割して、個々の要素内の変位 u, v を要素の頂点の「節点」の変位 u_i, v_i ($i=1,2,3$)により関数近似する。

節点での変位から要素内の変位を表現する方法は種々考えられるが、有限要素法では、単純な補間ににより表すことが一般的である。これにより、節点での変位が明らかになれば構造物内の任意な点の変位は、この補間ににより求められることになる。また、変位が明らかになれば、応力も求められる。

各要素の全ポテンシャルエネルギーを、節点変位を未知量として表して全ポテンシャルエネルギー最

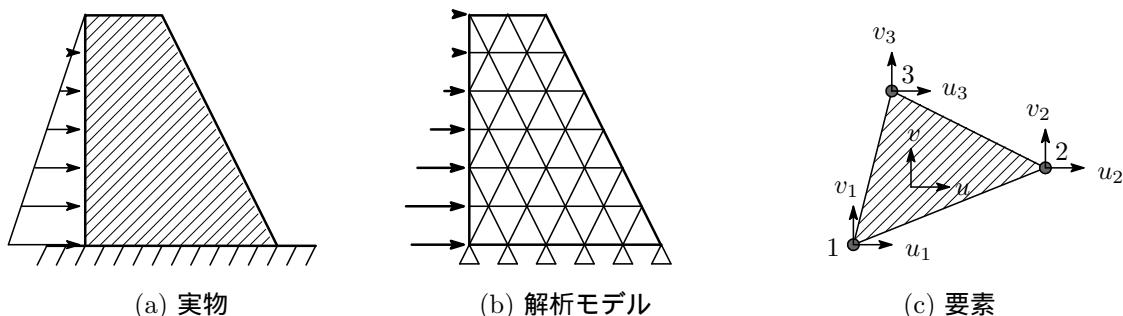


図 1.2.1 構造物の要素分割

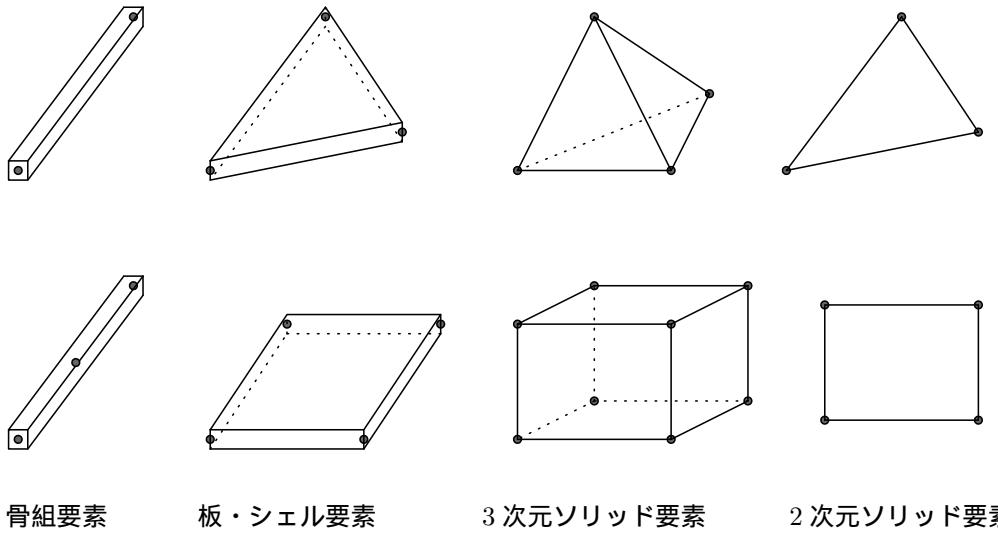


図 1.2.2 要素の種類

小の原理を適用するか，あるいは仮想節点変位による仮想ひずみエネルギーと荷重の仮想仕事の式に，仮想仕事の原理を適用して，要素の平衡方程式を導く。この平衡方程式は節点変位に関する連立代数方程式になっている。これを構造全体で組み立てて構造全体の平衡方程式を作り，この方程式を解くと節点変位が求められる。

有限要素法の特徴

- 入力データを変更するだけで，どのような形式，形状の構造物にでも適用できる。
- 線形解析に限らず，座屈解析や，弾塑性解析などの非線形解析にも適用可能。
- 構造力学の問題に限らず，水や風の流れ，浸透，熱の伝達，物質の拡散などの多くの現象に適用可能。
- 汎用の有限要素解析ソフトが多数，開発され，市販されている。
- 入力データの作成が煩雑。
- 計算結果が膨大であり，結果の評価に労力を要する。
- 有限要素法による結果は，近似解であり，その解は要素分割に依存する。

要素の種類

一つの要素を構成する節点の数や，板・シェル部材，はり部材(骨組部材)などの基礎となる力学理論ごとに定義され，多数の要素がある。

形状関数と自由度

有限要素法では，要素内の変位や回転を表すために，要素の角や辺上，要素内の特定の点(これらは節点と呼ばれる)での変位や回転の値から補間を行う。たとえば，両側に節点をもつ長さ l のはり要素では，変位 $u(x)$ は，節点 1 と 2 での変位(節点変位) u_1, u_2 から，次のように表す。

$$u(x) = N_1(x)u_1 + N_2(x)u_2, \quad N_1(x) = 1 - \frac{x}{l}, \quad N_2(x) = \frac{x}{l}$$

上式の $N_1(x)$ や $N_2(x)$ のように，節点変位に掛けられる関数は形状関数と呼ばれる。

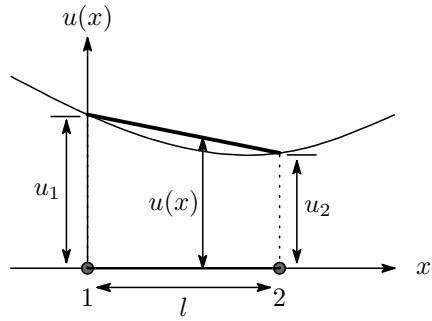


図 1.2.3 要素内の変位の補間

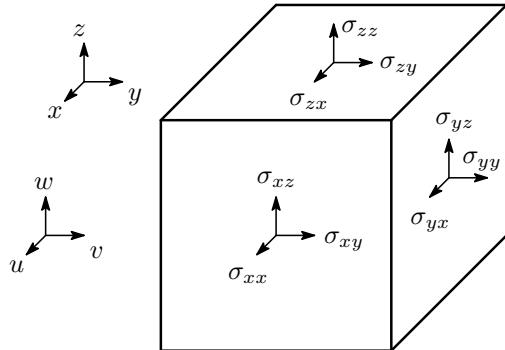


図 1.2.4 物体内の変位と応力

節点変位は、変位や回転などの複数の成分の総称であり、要素の種類により成分の数が異なる。

- 3次元はり要素：変位 u, v, w , 回転 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ の 6 成分
- 2次元はり要素：変位 u, v , 回転 θ_z の 3 成分
- 板・シェル要素：変位 u, v, w , 回転 $\theta_x, \theta_y, (\theta_z)$ の 6 成分
- 3次元ソリッド要素：変位 u, v, w の 3 成分
- 2次元ソリッド要素：変位 u, v の 2 成分

これらの成分は節点自由度と呼ばれる。

1.2.2 構造要素

鋼橋の解析に用いられる要素は、断面剛の仮定に基づいたはり要素（骨組要素）、板厚方向の伸縮を無視した板シェル要素と、これらのような変形に関する拘束条件を課さないソリッド要素に分類される。ソリッド要素は変形に関する拘束を課していないことから、種々の構造の変形挙動の解析に適用できるが、満足できる精度の解を得るためにには、非常に多くの計算量を要することがある。一方、はり要素や板シェル要素は、変形の仮定を満足するような部材を対象にした場合にだけ精度の良い解を得ることに注意する必要がある。以下では、これらの要素の定式化と変形に関する仮定について述べる。

連続体の基礎式

連続体のひずみは、ある点の変位から次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\mathbf{u} \quad (1.2.1)$$

等方弾性体では、応力はひずみから次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.2.2)$$

ここに、 λ はラメの定数、 G はせん断弾性係数であり、ヤング係数 E とポアソン比 ν から次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.2.3)$$

ひずみエネルギー U は、応力とひずみから次式で与えられる。

$$U = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (1.2.4)$$

ここに、 V は連続体の体積である。

連続体に作用する荷重は、以下のように分類できる。

- 自重のような物体力 (p)
- 表面に作用する表面力 (P)
- 線状に作用する線荷重 (q)
- 点に作用する集中荷重 (Q)

これらの中で、線荷重と集中荷重は、非常に狭い領域に作用した物体力や表面力を、大きさが同じで、作用領域を無限小の領域に理想化したものであるために、取り扱いに注意する必要がある。特に、後述のソリッド要素では、安易に線荷重や集中荷重は使用しない方が良い。

荷重による仕事 W は、これらの 4 種類の荷重から次式で与えられる。

$$W = \int_V \mathbf{p}^T \mathbf{u} dV + \int_S \mathbf{P}^T \mathbf{u} dS + \int_L \mathbf{q}^T \mathbf{u} dL + \sum_{i=1}^m \mathbf{Q}_i^T \mathbf{u}_i \quad (1.2.5)$$

ここで、 S は表面力の作用している領域、 L は線荷重の作用している領域、 m は集中荷重の作用している点の数を表している。

これらより、全ポテンシャルエネルギー Π は、次式のように定義される。

$$\Pi = U - W = \Pi(\mathbf{u}) \quad (1.2.6)$$

平衡状態では、上式の全ポテンシャルエネルギーは、変位 \mathbf{u} に関して最小になる（全ポテンシャルエネルギー最小の原理）。

ソリッド要素の剛性方程式

n 個の節点からなるソリッド要素の剛性方程式(平衡方程式)の一般形を誘導する.

要素内の変位ベクトル \mathbf{u} は、節点 i の変位ベクトル \mathbf{d}_i と形状関数から次のように表現できる.

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i \mathbf{d}_i \quad (1.2.7)$$

ここに、 \mathbf{N}_i は、節点 i に関する形状関数の行列である.

ひずみ成分からなるベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、応力成分からなるベクトル $\boldsymbol{\sigma}$ は、ひずみと変位の関係、応力とひずみの関係より節点変位から次のように表される.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i \mathbf{d}_i, \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.2.8)$$

ここに、 $\mathbf{B}_i (= L\mathbf{N}_i)$ は、ひずみマトリックス、 \mathbf{D} は弾性マトリックスと呼ばれる.

これより、全ポテンシャルエネルギーは次のように表される.

$$\pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{d}_i^T \mathbf{k}_{ij} \mathbf{d}_j - \sum_{i=1}^n \mathbf{d}_i^T \mathbf{f}_i \quad (1.2.9)$$

ここで、 \mathbf{k}_{ij} 、 \mathbf{f}_i は次式のように置いている.

$$\mathbf{k}_{ij} = \int_V \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j dV, \quad \mathbf{f}_i = \int_V \mathbf{N}_i^T \mathbf{p} dV + \int_S \mathbf{N}_i^T \mathbf{P} dS + \int_L \mathbf{N}_i^T \mathbf{q} dL + \sum_{k=1}^m \delta_{im} \mathbf{N}_i^T \mathbf{Q}_k \quad (1.2.10)$$

ここに、 \mathbf{k}_{ij} は剛性行列、 \mathbf{f}_i は等価節点荷重ベクトルと呼ばれる.

平衡状態を表す式は、全ポテンシャルエネルギー最小の原理より、 $\delta\pi = 0$ より得られ、次のようになる.

$$\sum_{j=1}^n \mathbf{k}_{ij} \mathbf{d}_j = \mathbf{f}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.2.11)$$

または、

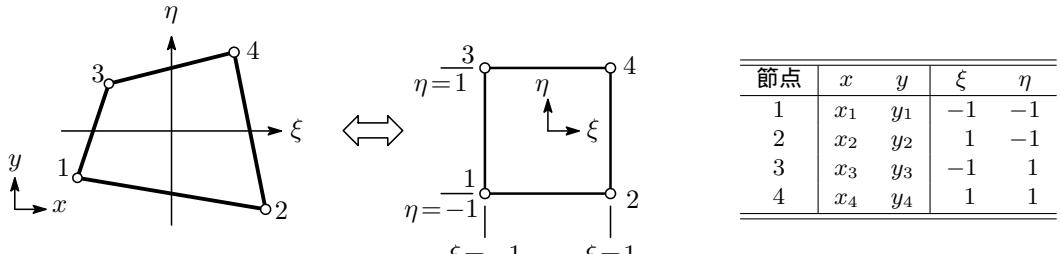
$$\begin{pmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} & \cdots & \mathbf{k}_{1n} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} & \cdots & \mathbf{k}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{k}_{n1} & \mathbf{k}_{n2} & \cdots & \mathbf{k}_{nn} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{Bmatrix} \quad (1.2.12)$$

これらの要素の一般式の誘導に際して、形状関数からなるベクトル \mathbf{N}_i については特に触れていないが、個々の要素の剛性行列や荷重ベクトルは、形状関数が決まると、これらの一般式により誘導できる.

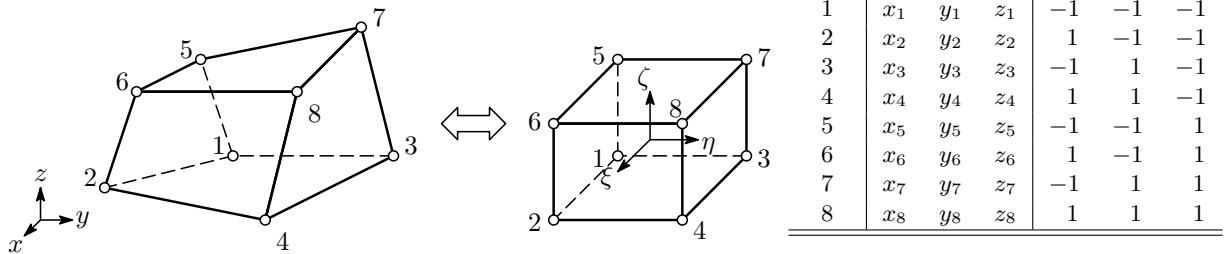
各種ソリッド要素の形状関数

構造物を要素分割するとき、長方形や直方体のような要素形状にゆがみのない要素だけでは、不十分であり、より一般的な形状の四辺形や六面体などの要素が必要になる。このような一般的な要素の形状関数を誘導する際には、次のパラメトリック写像(座標変換)が用いられる。

図 1.2.5(a) 左のような四辺形要素を考える。このような物理座標系 (x, y) での任意形状の要素と、同図右のような ± 1 の範囲の値をとる (ξ, η) 座標系での要素(親要素)との対応関係を考えると、親要素内



(a) 4 節点四辺形要素



(b) 8 節点六面体要素

図 1.2.5 パラメトリック写像

の (ξ, η) の点に対応する実要素内の (x, y) の値は、四つの節点の座標値 (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, 4$) から次のように表せる。

$$x = \sum_{i=1}^4 M_i(\xi, \eta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 M_i(\xi, \eta) y_i \quad (1.2.13)$$

同様に、図 1.2.5(b) のような六面体要素の実要素内の (x, y, z) の値は対応する親要素内の (ξ, η, ζ) の値と、八つの節点の座標値 (x_i, y_i, z_i) ($i = 1, \dots, 8$) から次のように表せる。

$$x = \sum_{i=1}^8 M_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 M_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 M_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (1.2.14)$$

これらのように、物理座標 (x, y, z) と親要素内の正規座標 (ξ, η, ζ) との対応関係を明確にしておくと、要素内の変位 u, v, w も物理座標の代わりに親要素内の正規座標の関数として表すことができる。このときの形状関数は正方形や直方体の形状をした親要素内での座標の関数として表される。ところで、上式中の $M_i(\xi, \eta)$ は要素の形状を現すための関数であり、変位の形状関数 N_i と同じ関数を用いることができる。このような要素をアイソパラメトリック要素と言う。

以下に親要素内での正規座標で表された形状関数を示す。

三角形要素 三角形要素の形状関数は、図 1.2.6 のような三角形の角と要素内の点で分割される小三角形の面積と、要素の面積との比を座標(面積座標)として扱い、次のように表される。

3 節点三角形要素 :

$$N_1 = L_1, \quad N_2 = L_2, \quad N_3 = L_3 \quad (1.2.15)$$

6 節点三角形要素 :

$$\begin{aligned} N_1 &= (2L_1 - 1)L_1, & N_2 &= (2L_2 - 1)L_2, & N_3 &= (2L_3 - 1)L_3, \\ N_4 &= 4L_1L_2, & N_5 &= 4L_2L_3, & N_6 &= 4L_3L_1 \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

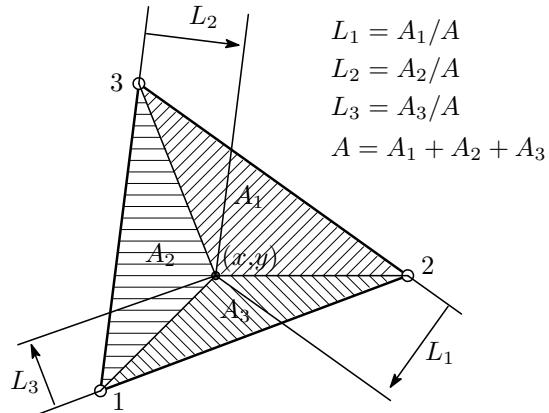
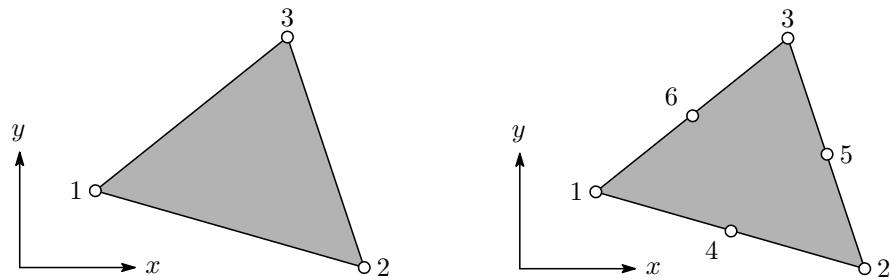


図 1.2.6 面積座標



(a) 3 節点三角形要素

(b) 6 節点三角形要素

図 1.2.7 三角形要素

四辺形要素 四辺形要素の形状関数は、図 1.2.5(a) 右のような正規座標 (ξ, η) の関数として、次のように表される。

4 節点四辺形要素：

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1.2.17)$$

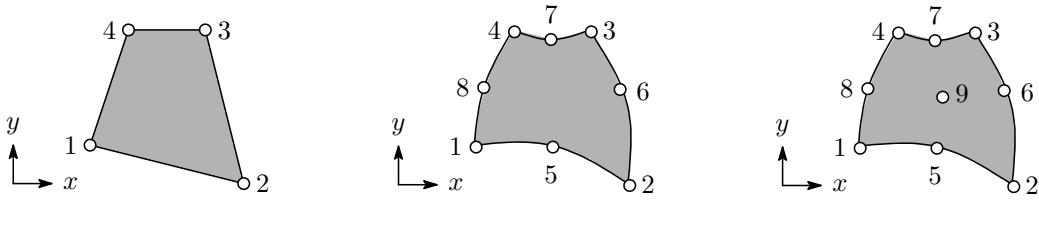
8 節点四辺形要素：

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi + \eta_i \eta)(-1 + \xi_i \xi + \eta_i \eta) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \\ N_i &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta) \quad (i = 5, 7) \\ N_i &= \frac{1}{2}(1 + \xi_i \xi)(1 - \eta^2) \quad (i = 6, 8) \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

9 節点四辺形要素：

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{4}\xi_i \xi \eta_i \eta(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \\ N_i &= \frac{1}{2}\eta_i \eta(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta) \quad (i = 5, 7) \\ N_i &= \frac{1}{2}\xi_i \xi(1 + \xi_i \xi)(1 - \eta^2) \quad (i = 6, 8) \\ N_9 &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \end{aligned} \quad (1.2.19)$$

ここで、 ξ_i, η_i は節点 i の座標値である。



(a) 4 節点四辺形要素

(b) 8 節点四辺形要素

(c) 9 節点四辺形要素

図 1.2.8 四辺形要素

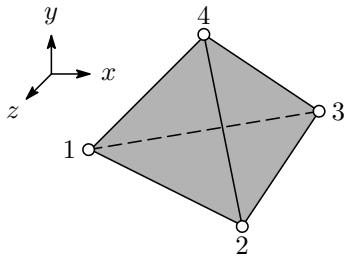


図 1.2.9 四面体要素

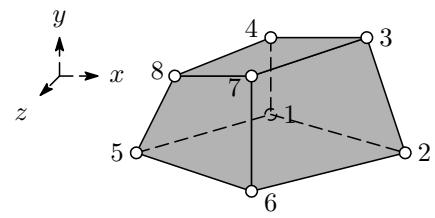


図 1.2.10 六面体要素

四面体要素 四面体要素の形状関数は、三角形要素の場合と同様に、要素の角と要素内の点により分けられる小四面体の体積と要素の体積との比を座標として用いると次のようになる。

4 節点四面体要素：

$$N_1 = L_1, \quad N_2 = L_2, \quad N_3 = L_3, \quad N_4 = L_4 \quad (1.2.20)$$

六面体要素 六面体要素の形状関数は、図 1.2.5(b) 右のような正規座標 (ξ, η, ζ) の関数として、次のように表される。

8 節点六面体要素：

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i\xi)(1 + \eta_i\eta)(1 + \zeta_i\zeta) \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (1.2.21)$$

ここで、 ξ_i, η_i, ζ_i は節点 i の座標値である。

骨組要素の仮定

棒やはりのような細長い部材では、応力やひずみは、長さ方向に比べて、断面内は小さく、工学的には無視しても良い場合が多い。このような部材は、ソリッド要素を用いるよりも、その構造形状の特徴を生かして、幾つかの仮定を設けた、骨組要素として扱った方がよい。

骨組部材では、次の仮定が使われる。

- (1) 断面は変形しない ($\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 2\varepsilon_{yz} = 0$)。
- (2) 断面内の応力はゼロ ($\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{yz} = 0$)。

また、

- (3) 変形前に x 軸の法平面をなす断面は、変形後も平面を保つ。
- これらの仮定に基づいたはりを、Timoshenko のはりと呼んでいる。

Timoshenko のはりの仮定に、さらに、次の仮定を設けたものを、Bernoulli-Euler のはりと呼んでいる。

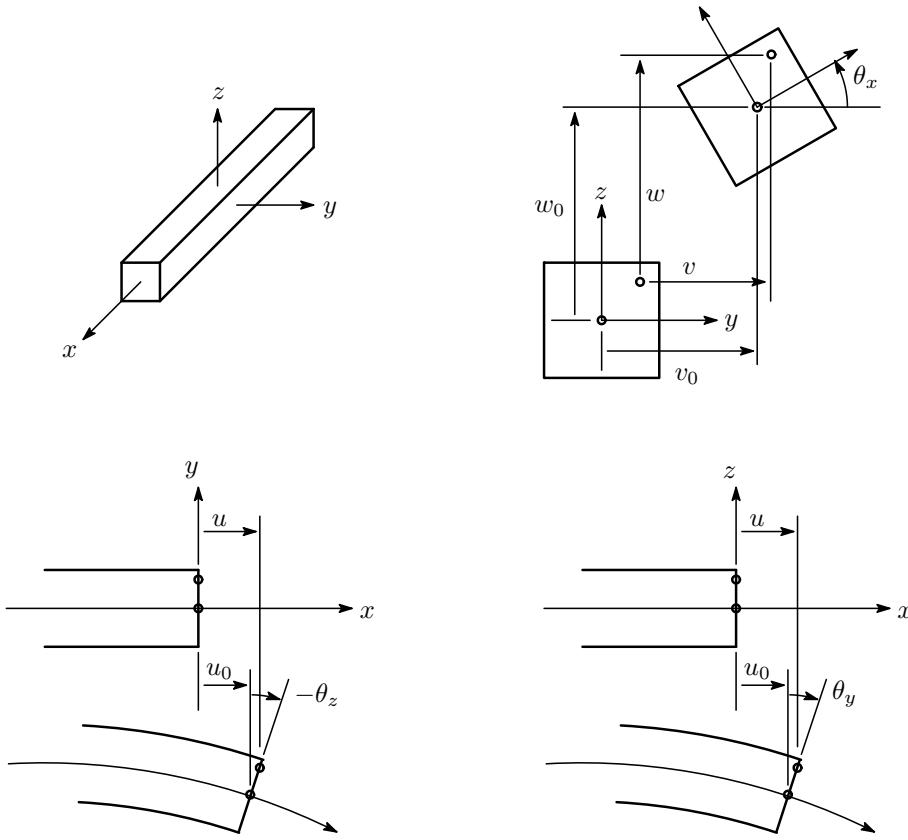


図 1.2.11 骨組部材

(3)' 変形前に x 軸の法平面をなす断面は、変形後も平面を保ち、変形後の x 軸の法平面に一致する。非常に細長いはりの場合には、これも有効な仮定である。しかし、比較的長さの短いはりでは、この仮定による解は、実際の挙動を表さなくなる。なお、座標系は、長手方向に x 軸、 y 軸と z 軸は断面内にあるものとしている。

部材がねじれると、部材軸方向にそりと呼ばれる変位が生じ、断面は曲面状になる。このねじれによる変形を表現する場合に、以下の 2 種類のねじり理論がよく用いられる。

- そり変位が拘束されず、そりに伴う部材軸方向の変形や応力は生じない St.-Venant ねじり（単純ねじり）
- そり変位が拘束され、そりに伴う部材軸方向の変形や応力を考慮したそり拘束ねじり

St.-Venant のねじり理論では、そり変位は、部材軸のねじれ率 $d\theta_x/dx$ と、断面形状から決まるそり関数 $\omega(y, z)$ の積で表される。ここでは、St.-Venant のねじりを対象とし、そり拘束ねじりは扱わない。

Timoshenko はり

仮定(1)と(3)より、要素内の変位 u, v, w は、 x 軸上の変位 u_0, v_0, w_0 と、断面の回転を表す x 軸、 y 軸、 z 軸周りの回転角 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ から、次のように表される。

$$u = u_0 - y\theta_z + z\theta_y - \omega \frac{d\theta_x}{dx}, \quad v = v_0 - z\theta_x, \quad w = w_0 + y\theta_x \quad (1.2.22)$$

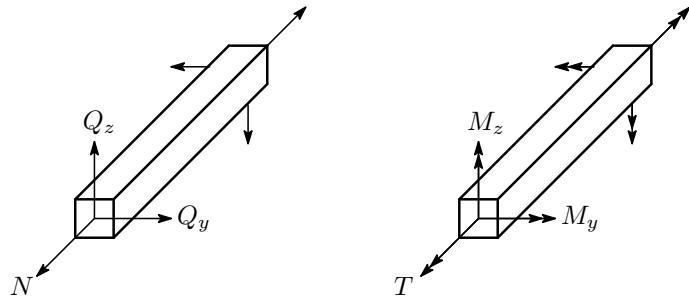


図 1.2.12 断面力

これを連続体のひずみの式(1.2.1)に代入すると、骨組要素のひずみと変位の関係式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & 0 & 0 & 0 & z\frac{d}{dx} & -y\frac{d}{dx} \\ 0 & \frac{d}{dx} & 0 & -(z + \frac{\partial\omega}{\partial y})\frac{d}{dx} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{d}{dx} & (y - \frac{\partial\omega}{\partial z})\frac{d}{dx} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} \quad (1.2.23)$$

仮定(2)より、応力とひずみの関係式は次のようにになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (1.2.24)$$

はり理論では、応力の代わりに、応力を断面内で積分した、次のような断面力が用いられる。

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma_{xx} dA, \quad Q_y = \int_A \sigma_{xy} dA, \quad Q_z = \int_A \sigma_{zx} dA, \\ T &= \int_A \left\{ -\sigma_{xy} \left(z + \frac{\partial\omega}{\partial y} \right) + \sigma_{zx} \left(y - \frac{\partial\omega}{\partial z} \right) \right\} dA, \\ M_y &= \int_A \sigma_{xx} z dA, \quad M_z = - \int_A \sigma_{xy} y dA \end{aligned}$$

x が断面の団心を通り、 y 軸と z 軸が断面の主軸の方向を向いている場合には、断面力と変位の関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} N &= EA \frac{du_0}{dx}, \quad Q_y = \kappa_y GA \left(-\theta_z + \frac{dv_0}{dx} \right), \quad Q_z = \kappa_z GA \left(\theta_y + \frac{dw_0}{dx} \right), \\ T &= GJ \frac{d\theta_x}{dx}, \quad M_y = EI_y \frac{d\theta_y}{dx}, \quad M_z = EI_z \frac{d\theta_z}{dx} \end{aligned}$$

ここで、

$$A = \int_A dA, \quad I_y = \int_A z^2 dA, \quad I_z = \int_A y^2 dA, \quad J = \int_A \left\{ \left(y - \frac{\partial\omega}{\partial z} \right)^2 + \left(z + \frac{\partial\omega}{\partial y} \right)^2 \right\} dA$$

ここに、 κ_y, κ_z は、せん断変形のひずみエネルギーへの寄与分を修正するための係数でありせん断補正係数と呼ばれる。これらの係数の値は断面の形状により変わり、長方形断面では $\kappa_y = \kappa_z = 5/6$ の値が用いられる。

Timoshenko はりの仮定に基づいた 2 節点要素の要素内の変位と回転角は次のように表すことができる .

$$u_0 = N_1 u_1 + N_2 u_2 , \quad v_0 = N_1 v_1 + N_2 v_2 , \quad w_0 = N_1 w_1 + N_2 w_2 \quad (1.2.25)$$

$$\theta_x = N_1 \theta_{x1} + N_2 \theta_{x2} , \quad \theta_y = N_1 \theta_{y1} + N_2 \theta_{y2} , \quad \theta_z = N_1 \theta_{z1} + N_2 \theta_{z2} \quad (1.2.26)$$

ここで ,

$$N_1 = 1 - \frac{x}{l} , \quad N_2 = \frac{x}{l} \quad (1.2.27)$$

Bernoulli-Euler はり

仮定 (3) の代わりに仮定 (3)' を用いると , たわみと回転角には次の関係が生じる .

$$\theta_y = -\frac{dw_0}{dx} , \quad \theta_z = \frac{dv_0}{dx} \quad (1.2.28)$$

これより , Bernoulli-Euler はりのひずみ変位関係式は , 次のようになる .

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -y\frac{d^2}{dx^2} & -z\frac{d^2}{dx^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \end{Bmatrix} \quad \text{または } \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\mathbf{u} \quad (1.2.29)$$

応力とひずみの関係式は次のようになる .

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{または } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.2.30)$$

はり理論では , 応力の代わりに , 応力を断面内で積分した , 次のような断面力が用いられる .

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma_{xx} dA , \quad T = \int_A \left\{ -\sigma_{xy} \left(z + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \sigma_{zx} \left(y - \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) \right\} dA , \\ M_y &= \int_A \sigma_{xx} z dA , \quad M_z = - \int_A \sigma_{xx} y dA \end{aligned}$$

x が断面の図心を通り , y 軸と z 軸が断面の主軸の方向を向いている場合には , 断面力と変位の関係式は次のようになる .

$$N = EA \frac{du_0}{dx} , \quad T = GJ \frac{d\theta_x}{dx} , \quad M_y = -EI_y \frac{d^2w_0}{dx^2} , \quad M_z = EI_z \frac{d^2v_0}{dx^2}$$

ここで ,

$$A = \int_A dA , \quad I_y = \int_A z^2 dA , \quad I_z = \int_A y^2 dA , \quad J = \int_A \left\{ \left(y - \frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 + \left(z + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 \right\} dA$$

せん断力 Q_y と Q_z は , はりの微小部分のモーメントのつりあい条件から次式のように与えられる .

$$Q_y = -\frac{dM_z}{dx} , \quad Q_z = \frac{dM_y}{dx} \quad (1.2.31)$$

Bernoulli-Euler はりの有限要素では、隣接要素との間でたわみとたわみの微係数がそれぞれ連続する必要があるため、要素内の変位 v_0 と w_0 は、節点での変位の値の他に変位の微係数（回転角）を用いて表す必要がある。要素両端に節点を有する 2 節点要素では、以下のように表される。

$$u_0 = N_1 u_1 + N_2 u_2 \quad (1.2.32a)$$

$$v_0 = N_3 v_1 + N_4 v_2 + N_5 l\theta_{z1} + N_6 l\theta_{z2} \quad (1.2.32b)$$

$$w_0 = N_3 w_1 + N_4 w_2 - N_5 l\theta_{y1} - N_6 l\theta_{y2} \quad (1.2.32c)$$

$$\theta_x = N_1 \theta_{x1} + N_2 \theta_{x2} \quad (1.2.32d)$$

ここで、

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \xi, & N_2 &= \xi, & N_3 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_4 &= 3\xi^2 - 2\xi^3, & N_5 &= \xi - 2\xi^2 + \xi^3, & N_6 &= -\xi^2 + \xi^3 \end{aligned} \quad (1.2.33)$$

なお、 ξ は、節点 1 で 0、節点 2 で 1 となるような正規座標である。また、 l は要素長を表している。

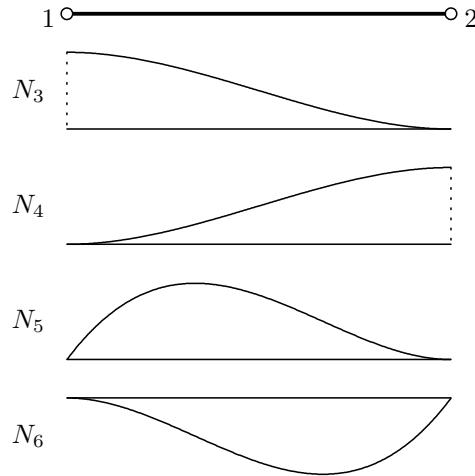


図 1.2.13 Bernoulli-Euler はり要素の形状関数

変位 v_0 や w_0 のように、節点での変位の値と微係数を用いる補間を、エルミート補間と呼んでいる。

板・シェル要素の仮定

床版や壁、屋根のような、面内の寸法に比べて厚さの薄い板状の部材では、厚さ方向のひずみや応力は、板面内のひずみや応力に比べて小さく、工学的には無視しても良い場合が多い。このような部材は、ソリッド要素よりも、その構造形状の特徴を生かして設けた幾つかの仮定を用いた板・シェル要素を用いた方が良い。

板・シェル要素では、次の仮定を設けることができる。

- (1) 厚さ方向には変形しない ($\varepsilon_{zz} = 0$)。
- (2) 厚さ方向の応力はゼロ ($\sigma_{zz} = 0$)。

また、

- (3) 板の面に垂直な断面は変形後も平面を保つ ($2\varepsilon_{yz}, 2\varepsilon_{zx}$ は z 方向に一定)。

これらの仮定に基づいた板は、Mindlin の板と呼ばれる。

Mindlin の板の仮定 (3) の代わりに、次の仮定を用いた板は Kirchhoff-Love の板と呼ばれる。

- (3)' 変形前に $z = 0$ の面に垂直であった断面は、変形した後も変形後の板厚中央面に垂直である ($2\varepsilon_{yz} = 0, 2\varepsilon_{zx} = 0$)。

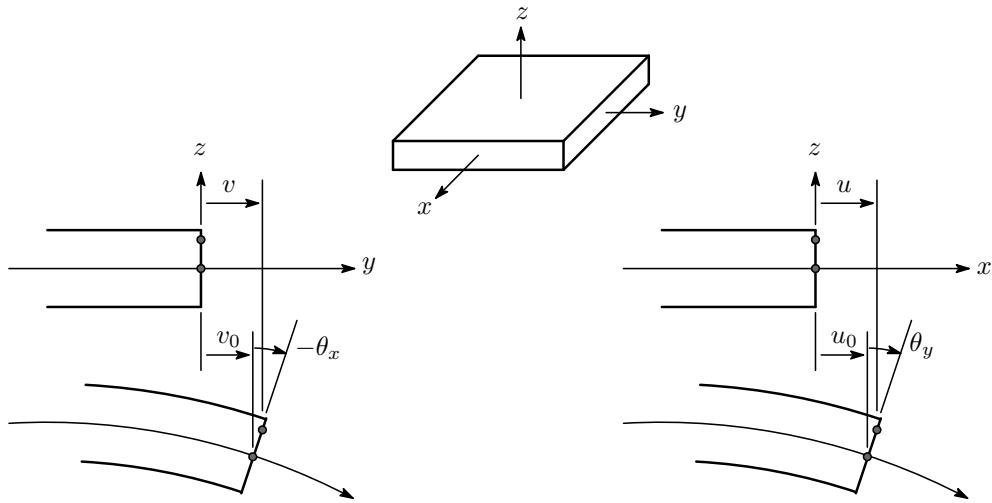


図 1.2.14 板・シェル要素の変位

板厚が非常に薄い場合には、これも有効な仮定である。しかし、板厚が比較的厚くなってくると、この仮定による解は、実際の挙動を表さなくなるので、Kirchhoff-Love の板は薄板、Mindlin の板は厚板と呼ばれることがある。なお、座標系は、厚さ方向に z 軸、 x 軸と y 軸は板の面内にあるものとしている。

Mindlin の板要素

仮定(1)と(3)から、要素内の変位 u, v, w は、 $z = 0$ の面での変位 u_0, v_0, w_0 と、 x 軸と y 軸まわりの断面の回転を表す θ_x, θ_y から、次のように表される。

$$u = u_0 + z\theta_y, \quad v = v_0 - z\theta_x, \quad w = w_0 \quad (1.2.34)$$

これをソリッド要素のひずみの式(1.2.1)に代入すると、板・シェル要素のひずみと変位の関係式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & z\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & -z\frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & -z\frac{\partial}{\partial x} & z\frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (1.2.35)$$

仮定(2)より、応力とひずみの関係式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa \frac{1-\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (1.2.36)$$

ここに、 κ は、せん断変形のひずみエネルギーへの寄与分を修正するための係数でありせん断補正係数と呼ばれる。 $\kappa = 5/6$ が使われる。

板・シェル理論では、応力の代わりに、応力を z 軸方向に積分した、次のような合応力が用いられる。

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} dz, & N_{yy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} dz, & N_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} dz, & Q_{yz} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yz} dz, \\ Q_{zx} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{zx} dz, & M_{xx} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz, & M_{yy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz, & M_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz \end{aligned}$$

なお、 h は板厚である。

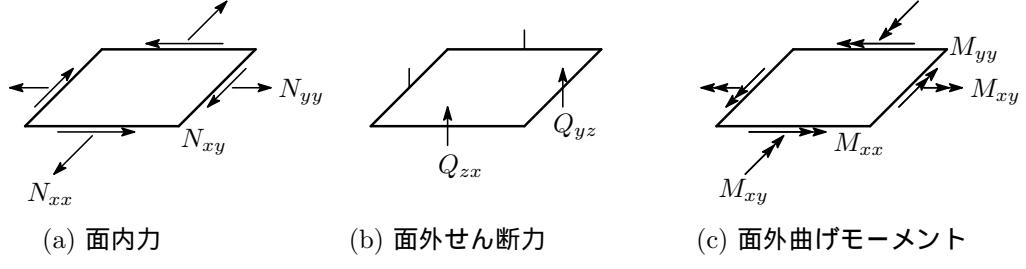


図 1.2.15 合応力

合応力と変位の関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_0}{\partial y} \right), & M_{xx} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial x} - \nu \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \right) \\ N_{yy} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\nu \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right), & M_{yy} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\partial \theta_y}{\partial x} - \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \right) \\ N_{xy} &= Gh \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right), & M_{xy} &= \frac{Gh^3}{12} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \nu \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \\ Q_{yz} &= \kappa Gh \left(-\theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right), & Q_{zx} &= \kappa Gh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_y \right) \end{aligned}$$

Mindlin の板理論に基づいた要素では、要素内の変位 u_0, v_0, w_0 と回転角 θ_x, θ_y は独立であるので、2 次元ソリッド要素と同様の形状関数を用いた種々の要素が容易に定式化できる。

ソリッド要素の場合と同じように、要素内の変位は以下のように表現できる。

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (1.2.37)$$

ここで、形状関数 $N_i(\xi, \eta)$ は、2 次元ソリッド要素と同じである。

Kirchhoff-Love の板要素

仮定 (3) の代わりに、仮定 (3)' を用いると、たわみと回転角の間に次の関係が成立する。

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y}, \quad \theta_y = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (1.2.38)$$

これより、ひずみと変位の関係式は次のようにになる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & -2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} \quad (1.2.39)$$

応力とひずみの関係式は次のようになる .

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.2.40)$$

板・シェル理論では , 応力の代わりに , 応力を z 軸方向に積分した , 次のような合応力が用いられる .

$$N_{xx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} dz, \quad N_{yy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} dz, \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} dz,$$

$$M_{xx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz, \quad M_{yy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz$$

なお , h は板厚である .

合応力と変位の関係式は次のようになる .

$$N_{xx} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_0}{\partial y} \right), \quad M_{xx} = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)$$

$$N_{yy} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\nu \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right), \quad M_{yy} = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)$$

$$N_{xy} = Gh \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right), \quad M_{xy} = -\frac{G(1+\nu)h^3}{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}$$

面外せん断力 Q_{yz} と Q_{zx} は微小部分のモーメントのつりあい条件より得られ , 次のようになる .

$$Q_{yz} = \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y}, \quad Q_{zx} = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (1.2.41)$$

Kirchhoff-Love の板理論に基づいた要素では , 要素内のたわみ w_0 を表すために , 節点でのたわみの値 w_i 以外に , x と y に関する微係数 θ_{xi} と θ_{yi} を用いる必要がある . また , 隣接する要素間での適合条件を満たすためには , 辺上で変位が等しくなるだけでなく , 辺の法線方向の勾配も等しくなる必要がある . このような条件を満足する変位を決めるとはかなりの手間を要する . また , そのような変位による要素の精度は必ずしも満足できるものではないので , 多数の要素が開発されている .

これに対し , 前述の Mindlin の要素では , 容易に適合条件を満足した要素を誘導でき , また , 単純な多項式を用いた要素でも比較的良好な精度の解が得られるので , Kirchhoff-Love の板理論による要素を使用することは少ない .

シェル要素

シェル構造は , 薄板を 3 次元の曲面状に湾曲させて得られる構造であり , 面が湾曲していることによる 3 次元的なアーチ作用により , 種々の分布外力に対して面内方向の応力により抵抗し , この応力状態は 2 次元弾性の平面応力問題に類似の応力状態になる . また , 局部的に分布荷重が変化する場合や集中荷重が加わる場合には , 面外曲げモーメントに伴い , 板曲げ問題に類似の応力状態になる . これら 2 種類の応力状態が連成して現れることと , 曲面の微分幾何を扱う必要があるためにシェル構造の理論は , 非常に複雑なものになり , 非常に多くのシェル要素が開発されている .

本文では , 多くの FEM ソフトに組み込まれ , 使用頻度の高い平面シェル要素とアイソパラメトリックシェル要素の概略を示す .

平面シェル要素 要素形状が平面になっていると，面内力と面外曲げが独立になるため，平面応力要素の剛性方程式と板曲げ要素の剛性方程式を組み合わせるだけで，平面シェル要素の剛性方程式が容易に求められる．しかし，連続した曲面を多面体で近似することによる誤差のために，解の精度を上げるために，非常に細かいメッシュ分割が必要である．

アイソパラメトリックシェル要素 ソリッド要素の場合と同様，任意の曲面形状にある要素を，パラメトリック写像により，正規座標系での親要素と対応付けたシェル要素である．板曲げについては Mindlin の要素と同様に，面外曲げによるせん断変形が考慮されている．また，比較的定式化が容易であることから，良く用いられている要素である．

1.2.3 ロッキングと剛性行列の特異性

剛塑性体のような非圧縮性材料の解析や，Timoshenko 梁要素，Mindlin 板要素，アイソパラメトリックシェル要素やソリッド要素などのせん断変形を表現可能な有限要素を使用して，非常に細長い梁や薄い板の解析を行うと，剛性を過大評価し，精度が著しく低下することがある．また，非常に偏平なソリッド要素，アーチ要素や曲面シェル要素のような曲面形状を有する要素にも同様の精度低下が見られる．このような現象はロッキングと呼ばれる．

このような精度の悪化を避けるために，剛性方程式の積分を精度よく求めるために必要な数値積分点数より少ない積分点数を用いる次数低減積分法がある．この低減積分法には，すべての剛性について行う方法や，剛性あるいはひずみ成分ごとに積分点数を変える選択的低減積分法などがある．これらの低減積分法は，上述のようなロッキングを回避可能な他に，剛性行列の作成時間を短縮できることからよく用いられる方法である．

しかし，すべての剛性について低減積分を行うと剛体変位モード以外のエネルギーに寄与しない，いわゆるゼロエネルギーモード（アワーグラスモード）を生じ，剛体移動を拘束する適切な支持条件を課している場合でも，剛性行列が特異になったり，エネルギーに寄与しない変形を生じることがある．

このため多くの FEM ソフトでは，ロッキングを回避し，ゼロエネルギーモードを含まないようにするための種々の工夫や改良を加えた有限要素が組み込まれている．

本項では，種々の原因によるロッキングのなかで，剛塑性体のような非圧縮性材料の解析時に生じる体積ロッキングと，細長い棒状の部材や薄い板状の部材の解析時に生じるせん断ロッキングを対象に，精度低下の様子，その原因，及び，回避方法の一例を示す．

体積ロッキング

体積ロッキングは，非圧縮性材料のような体積ひずみを生じないか，僅かにしか生じない材料の解析時に発生する．体積ロッキングの現象を示すために，図 1.2.16 のような長さ $l=120\text{cm}$ ，高さ $h=12\text{cm}$ の一端が固定され，自由端に断面中央でゼロ，上下縁で $\pm 10\text{kN}/\text{cm}$ の線形変化する分布荷重の作用した，片持ちはりについて，自由端の断面のたわみを，平面ひずみ状態の 2 次元弾性体として，ポアソン比 ν を $0.0 \sim 0.49999$ まで変えて求める．なお，ヤング係数 E は $2 \times 10^3\text{kN}/\text{cm}^2$ とする．

図 1.2.17 に示しているような要素分割の 3 節点三角形要素，4 節点四辺形要素，8 節点四辺形要素と 9 節点四辺形要素を用いる．

図 1.2.18 に，ポアソン比 $\nu = 0.0 \sim 0.4999$ までの自由端のたわみを示している．この図より，ポアソン比が 0.5 に近づくほど，すなわち非圧縮状態に近づくほど精度が悪化し，4 節点要素では非圧縮状態を表現できないことが分かる．また，8 節点要素や 9 節点要素でも 4 節点要素程ではないが，やはり精

度低下が認められる。なお、剛性方程式の積分には、 ξ と η 方向の数値積分に、4 節点要素では 2×2 点、8 節点要素と 9 節点要素では 3×3 点の Gauss-Legendre の数値積分法を用い、正確な積分を行っている。

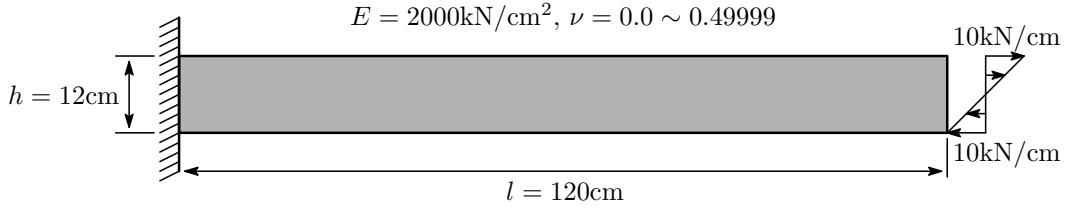


図 1.2.16 モーメント荷重の作用した片持ち梁

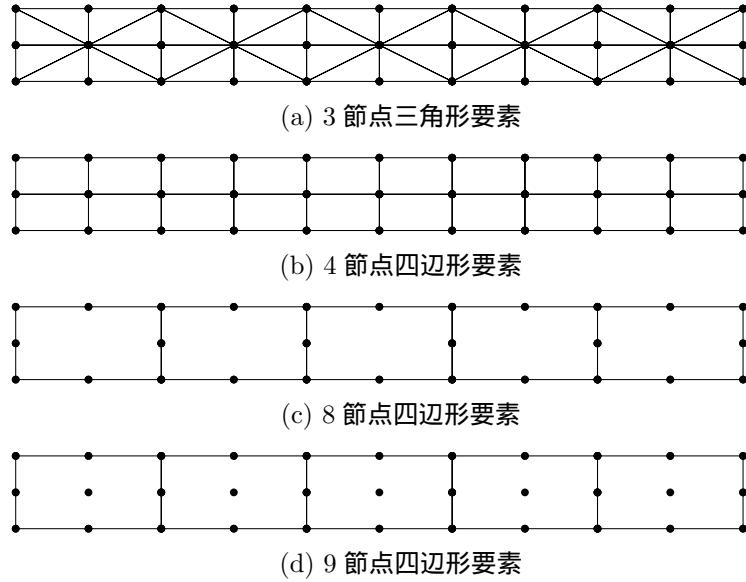


図 1.2.17 モーメント荷重の作用した片持ち梁の要素分割

2 次元弾性体のひずみエネルギーを、平均ひずみに関する項と残りの項に分けると、

$$\pi = \frac{1}{2} \int_A \left\{ (\lambda + \mu)(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 + \mu(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\mu\varepsilon_{xy}^2 \right\} dA$$

と表すことができる。ここに、 λ と μ はラメの定数である。ポアソン比 ν が 0.5 に近づくとラメの定数 λ は限りなく大きくなるが、ひずみエネルギーは有限な値であるので、平衡状態では、 λ の乗じられている項はゼロになる。すなわち、 $(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) = 0$ という非圧縮性の条件が加わると考えることができる。

いま、単位長さの 4 節点正方形要素を例にとり、変形モードと非圧縮性の条件を考察してみる。ひずみ成分 $\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$, $\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}$, $2\varepsilon_{xy}$ を節点変位から陽な式で表すと、要素内のひずみは、

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} = D_1 + xD_5 + yD_4, \quad \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} = D_2 - xD_5 + yD_4, \quad 2\varepsilon_{xy} = D_3 + xD_4 + yD_5$$

と表され、ここに、 D_i ($i = 1 \sim 5$) は、

$$\begin{aligned} D_1 &= (-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 - v_1 - v_2 + v_3 + v_4)/2 \\ D_2 &= (-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 + v_1 + v_2 - v_3 - v_4)/2 \\ D_3 &= (-u_1 - u_2 + u_3 + u_4 - v_1 + v_2 - v_3 + v_4)/2 \\ D_4 &= (u_1 - u_2 - u_3 + u_4)/2 \\ D_5 &= (v_1 - v_2 - v_3 + v_4)/2 \end{aligned}$$

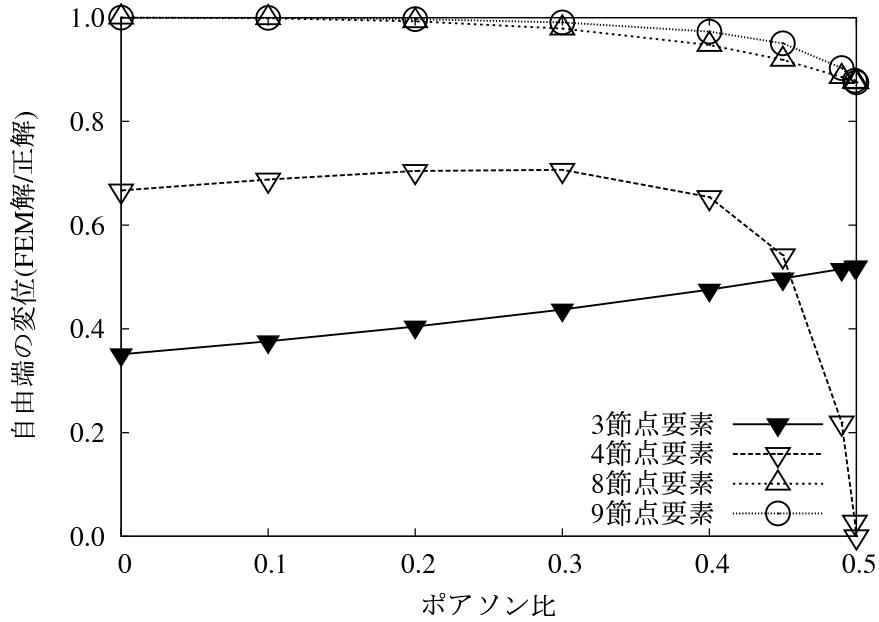


図 1.2.18 モーメント荷重の作用した片持ち梁のたわみ

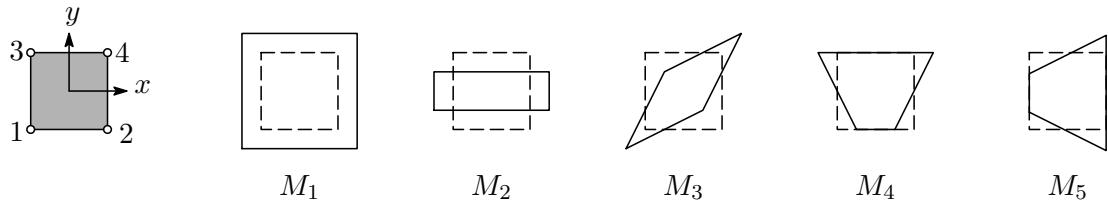


図 1.2.19 4 節点要素の変形モード

である。なお、 $u_i, v_i (i = 1 \sim 4)$ はそれぞれ、節点 1 から 4 の x 方向と y 方向の変位であり、節点 1, 2, 3, 4 の座標値はそれぞれ、 $(-1/2, -1/2), (1/2, -1/2), (-1/2, 1/2), (1/2, 1/2)$ である。

ここで、図 1.2.19 のような ± 1 の節点変位を生じる 5 つの変形モードを考える。これらのモードに対応する変形量 D_i とひずみを表 1.2.1 に示す。これらのモードによる変形量は独立になっている。これより、要素内のいたるところで平均ひずみ ($\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$) がゼロになると、モード M_1, M_4 と M_5 の三つの変形モードを生じないような拘束条件が加わることが分かる。すなわち、非圧縮性材料の解析では、モード M_1, M_4, M_5 の変形が拘束されることを表している。

前述の計算例では、全自由度数が 60、4 節点要素は 20 要素あるので、全体の非圧縮性の条件は $20 \times 3 = 60$

表 1.2.1 4 節点要素の変形モードとひずみ

モード	節点変位								変形量					ひずみ		
	u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2	v_3	v_4	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$	$\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}$	$2\varepsilon_{xy}$
M_1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	4	0	0	0	0	4	0	0
M_2	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	0	4	0	0	0	0	4	0
M_3	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	0	0	4	0	0	0	0	4
M_4	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	$2y$	$2y$	$2x$
M_5	0	0	0	0	1	-1	-1	1	0	0	0	0	2	$2x$	$-2x$	$2y$

表 1.2.2 各要素の体積ひずみ成分と変形自由度数

要素の種類	要素数	自由度数	体積ひずみ成分	全拘束条件	残り変形自由度
3 節点三角形要素	40	60	1	40	20
4 節点四辺形要素	20	60	3	60	0
8 節点四辺形要素	5	50	6	30	20
9 節点四辺形要素	5	60	8	40	20

となる。これより、非圧縮性が強くなると、この拘束条件の影響も強くなり、他の変位状態を表す自由度がなくなるために、たわみが小さくなっていると考えられる。参考までに他の要素の一要素当たりの体積ひずみ成分の数と残りの変形自由度数を表 1.2.2 に示す。

せん断ロッキング

細長い部材に Timoshenko のはり要素を用いたり、薄い部材に Mindlin の板要素やアイソパラメトリックシェル要素を用いた場合、あるいは、ソリッド要素を細長い部材や薄い部材に適用した場合などに、著しく精度が悪化することがある。このような部材では、軸ひずみに比べて、せん断ひずみが相対的に小さくなり、体側ロッキングの場合と同様に、有限要素の変形自由度に拘束が課せられて精度が悪化する。

体積ロッキングの場合と同様な図 1.2.20 のような片持ち梁を対象としてせん断ロッキングによる精度低下を示す。この例では体積ロッキングの場合と異なり、ポアソン比は $\nu = 0.3$ に固定し、部材長 l を 12cm から 12000cm まで変化させる。要素分割も体積ロッキングの場合と同様であるが、3 節点、4 節点、8 節点、9 節点ソリッド要素の他に、2 節点 Timoshenko のはり要素も含めた図 1.2.21 のような要素分割とする。

図 1.2.22 に種々の部材長での自由端のたわみを示している。8 節点要素や 9 節点要素では部材長が変化してもたわみの精度に大きな変化はないが、2 節点 Timoshenko のはり要素や、3 節点三角形要素、4 節点要素による結果は、部材長が長くなるにしたがい、急激に精度が悪化していることがわかる。このような精度低下をせん断ロッキングと呼んでいる。

初めに、2 節点 Timoshenko のはり要素を対象にせん断ロッキングについて考察する。ここでは、 $x-y$ 平面内の問題として考えると、2 節点 Timoshenko のはり要素のひずみ式は次のように表される。

$$\varepsilon_{xx} = u'_0 - y\theta'_z, \quad 2\varepsilon_{xy} = v'_0 - \theta_z \quad (1.2.42)$$

2 節点直線要素の要素内変位は節点変位から次のように表すことが多い。

$$u_0 = N_1 u_1 + N_2 u_2, \quad v_0 = N_1 v_1 + N_2 v_2, \quad \theta_z = N_1 \theta_{z1} + N_2 \theta_{z2} \quad (1.2.43)$$

ここで、

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi), \quad N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi), \quad \xi = \frac{2x}{l} - 1 \quad (1.2.44)$$

せん断ひずみをこれらの式で表すと、

$$2\varepsilon_{xy} = \frac{v_2 - v_1}{l} + \frac{\theta_{z1} + \theta_{z2}}{2} + \xi \frac{\theta_{z2} - \theta_{z1}}{l} \quad (1.2.45)$$

細長い部材では、せん断ひずみ $2\varepsilon_{xy}$ は他のひずみ成分に比べて小さく、非常に細長い部材になると、ゼロになる。このせん断ひずみゼロの条件から、要素内では次の関係が成立する。

$$\frac{v_2 - v_1}{l} + \frac{\theta_{z1} + \theta_{z2}}{2} = 0, \quad \frac{\theta_{z2} - \theta_{z1}}{l} = 0 \quad (1.2.46)$$

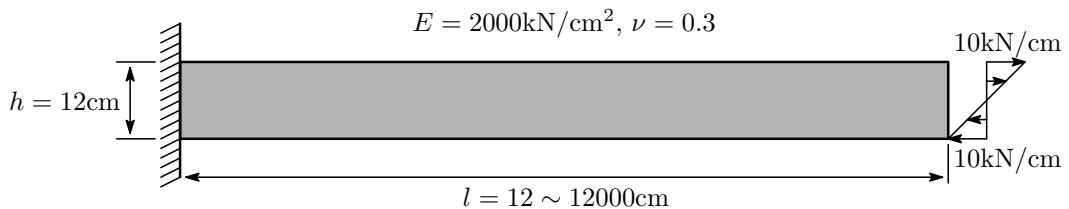


図 1.2.20 モーメント荷重の作用した片持ち梁

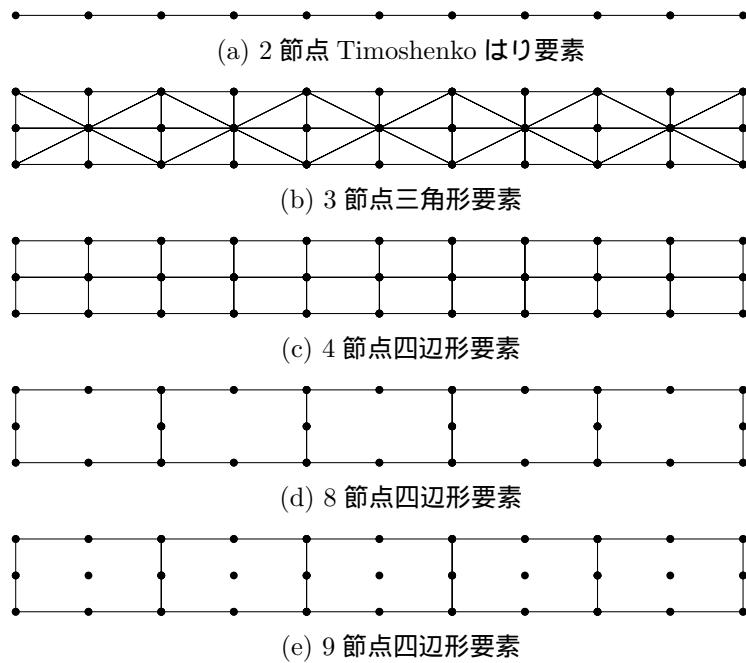


図 1.2.21 モーメント荷重の作用した片持ち梁の要素分割

この計算例のような片持ち梁では、支持条件から、 $v_1 = \theta_{z1} = 0$ となる。すると、上式より節点 2 の変位も $v_2 = \theta_{z2} = 0$ となり、続く隣接要素の節点変位も全てゼロとなり、部材の曲げ変形を表現できないことが分かる。このような現象をせん断ロックングと呼んでいる。

次に、図 1.2.23 のような x と y 方向の長さがそれぞれ $2a$, $2b$ の 4 節点長方形要素のひずみを陽な形式で表し、せん断ロックングについて考察する。このとき、座標 (x, y) と一致する要素中央に原点を持つ $-1 \sim 1$ の範囲の値をとる正規座標 (ξ, η) を導入する。

要素内の x, y 方向変位 u, v は、正規座標 ξ, η から次式のように表される。

$$u = U_0 + \xi U_1 + \eta U_2 + \xi \eta U_3 \quad (1.2.47a)$$

$$v = V_0 + \xi V_1 + \eta V_2 + \xi \eta V_3 \quad (1.2.47b)$$

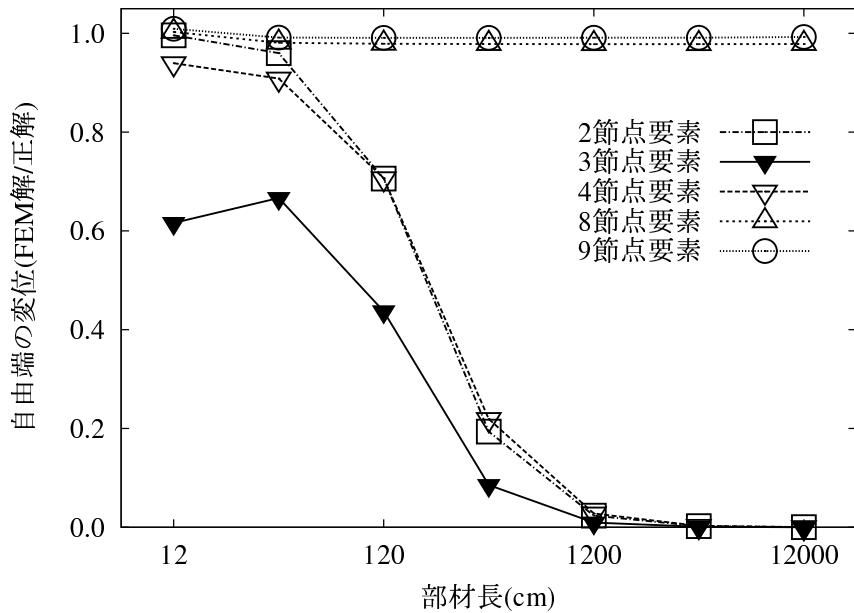


図 1.2.22 モーメント荷重の作用した片持ち梁のたわみ

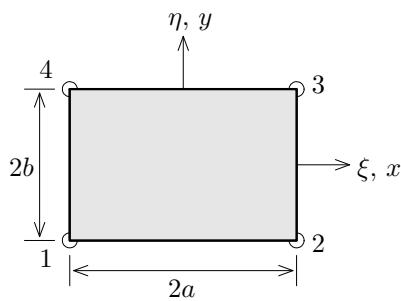


図 1.2.23 長方形要素

ここに, U_i, V_i ($i = 0, 1, 2, 3$) は節点変位ベクトル \mathbf{u}, \mathbf{v} から次式で与えられる .

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = \frac{1}{4} \mathbf{s}^T \mathbf{u}, \quad V_0 = \frac{1}{4} \mathbf{s}^T \mathbf{v} \\ U_1 = \frac{1}{4} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{u}, \quad V_1 = \frac{1}{4} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{v} \\ U_2 = \frac{1}{4} \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{u}, \quad V_2 = \frac{1}{4} \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{v} \\ U_3 = \frac{1}{4} \mathbf{h}^T \mathbf{u}, \quad V_3 = \frac{1}{4} \mathbf{h}^T \mathbf{v} \end{array} \right\} \quad (1.2.48)$$

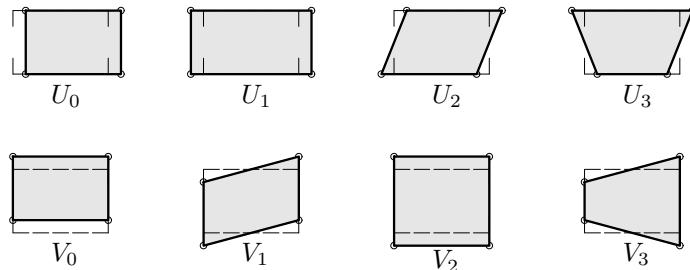


図 1.2.24 剛体モードと変形モード

$$\left. \begin{array}{l} \boldsymbol{s} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \\ \boldsymbol{\xi} = [-1 \ 1 \ 1 \ -1]^T \\ \boldsymbol{\eta} = [-1 \ -1 \ 1 \ 1]^T \\ \boldsymbol{h} = [1 \ -1 \ 1 \ -1]^T \\ \boldsymbol{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \\ \boldsymbol{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]^T \end{array} \right\} \quad (1.2.49)$$

ひずみ ε_{xx} , ε_{yy} , $2\varepsilon_{xy}$ は、次のように表される。

$$\varepsilon_{xx} = \frac{U_1}{a} + \eta \frac{U_3}{a} \quad (1.2.50a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{V_2}{b} + \xi \frac{V_3}{b} \quad (1.2.50b)$$

$$2\varepsilon_{xy} = \frac{U_2}{b} + \frac{V_1}{a} + \xi \frac{U_3}{b} + \eta \frac{V_3}{a} \quad (1.2.50c)$$

ところで、式(1.2.47)から求めた各節点での変位をベクトルで表すと、次式のようになる。

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{s}U_0 + \boldsymbol{\xi}U_1 + \boldsymbol{\eta}U_2 + \boldsymbol{h}U_3 \quad (1.2.51a)$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{s}V_0 + \boldsymbol{\xi}V_1 + \boldsymbol{\eta}V_2 + \boldsymbol{h}V_3 \quad (1.2.51b)$$

この式と式(1.2.49)より、 U_0, V_0 は、それぞれ x と y 方向の剛体変位を表していることが分かる。また、これら以外の U_i, V_i ($i = 1, 2, 3$) は、変形量(剛体回転を含む)を表している。これらの諸量に対応するモードを図1.2.24に示す。

Bernoulli-Euler 梁理論が適用可能な程度に細長い部材では、ひずみに、次の関係が生じる。

$$2\varepsilon_{xy} \doteq 0$$

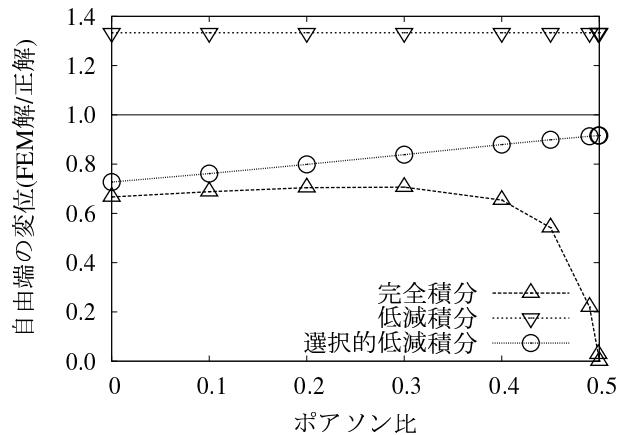
この関係が生じたときの長方形要素のひずみに課せられる拘束条件について考察する。このとき、変形量には、式(1.2.50c)より、次の拘束条件が課せられる。

$$\frac{U_2}{b} + \frac{V_1}{a} \doteq 0, \quad U_3 \doteq 0, \quad V_3 \doteq 0 \quad (1.2.52)$$

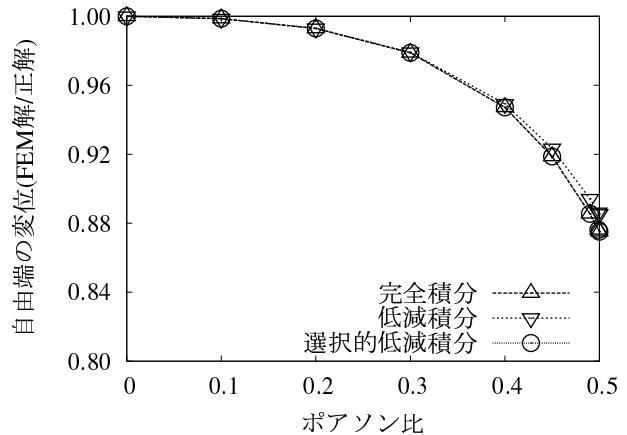
この式の第2、第3式よりひずみ $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ に含まれる U_3 と V_3 もゼロになることから、発生可能なひずみは、次のようになる。

$$\varepsilon_{xx} \doteq \frac{U_1}{a}, \quad \varepsilon_{yy} \doteq \frac{V_2}{b}$$

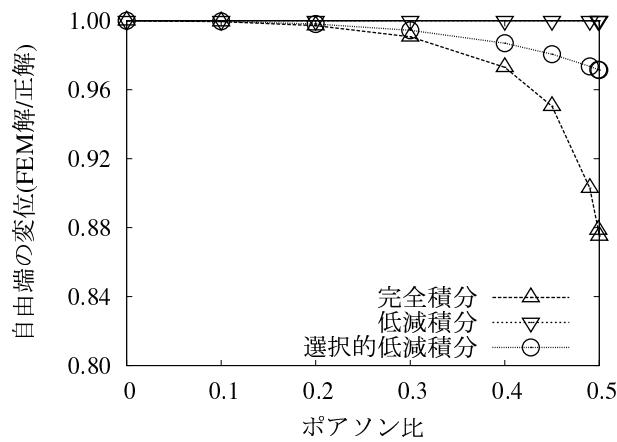
ところで、図1.2.24の変形モードより、 U_1, V_2 は部材の伸縮、 U_3, V_3 は曲げ変形を表していることが分かり、上式のひずみより、はりのような細長い部材を長方形要素を用いて解析する場合には、部材の伸び縮み変形は可能であるが、部材の曲げ変形が拘束され、支持条件や荷重条件によっては、精度が非常に悪くなることがある。このような現象をせん断ロッキングと呼んでいる。このような現象は、せん断ひずみ $2\varepsilon_{xy}$ とひずみ $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ に含まれる変形量に連成があるために、一方が拘束されたとき、他方のひずみも拘束されるために起こるもので、はりのように細長い部材を解析対象としなくても生じることがある。



(a) 4 節点要素



(b) 8 節点要素



(c) 9 節点要素

図 1.2.25 体積ロッキングの緩和

低減積分法と剛性行列の特異性

前節までの計算例では、要素剛性行列の積分を正確に行っているが、いま仮に、2節点の Timoshenko はり要素では1点の Gauss 積分、4節点要素では 1×1 点の Gauss 積分、また、8節点要素と9節点要素では 2×2 点の Gauss 積分を行うことを考える。これらの積分は、要素剛性行列を正確に積分するために必要な積分点数より、各座標軸方向に1点低い積分点数になっている。このような積分点数を用いる方法を低減積分法と呼んでいる。この方法により体積ロッキングとせん断ロッキングによる精度低下を示した計算例と同じ片持ちはりを解いた結果を、それぞれ図 1.2.25 と図 1.2.26 に示す。

図 1.2.26(a) より、2節点 Timoshenko はり要素は、低減積分を行うと、細長くなっても精度低下が認められず、この要素は低減積分によりせん断ロッキングを回避できていることが分かる。4節点ソリッド要素では、図 1.2.25(a) よりポアソン比が 0.5 に近づいても、また、図 1.2.26(b) より部材長が長くとっても解に変化が見られないで、体積ロッキング、せん断ロッキングの影響が現れていないことが分かる。9節点ソリッド要素も同様に低減積分を行うと 4節点要素と同様、体積ロッキング、せん断ロッキングの影響が現れていないことが分かる。また、この計算例に用いた要素分割では、正解が得られている。8節点要素では、この計算例では次数低減積分による効果はあまり認められないが、一般的には、Timoshenko はり要素や Mindlin 要素、ソリッド要素など、体積ひずみやせん断ひずみが含まれた要素では、低減積分を行うと、ロッキングによる拘束を緩和し、精度の向上することが知られている。

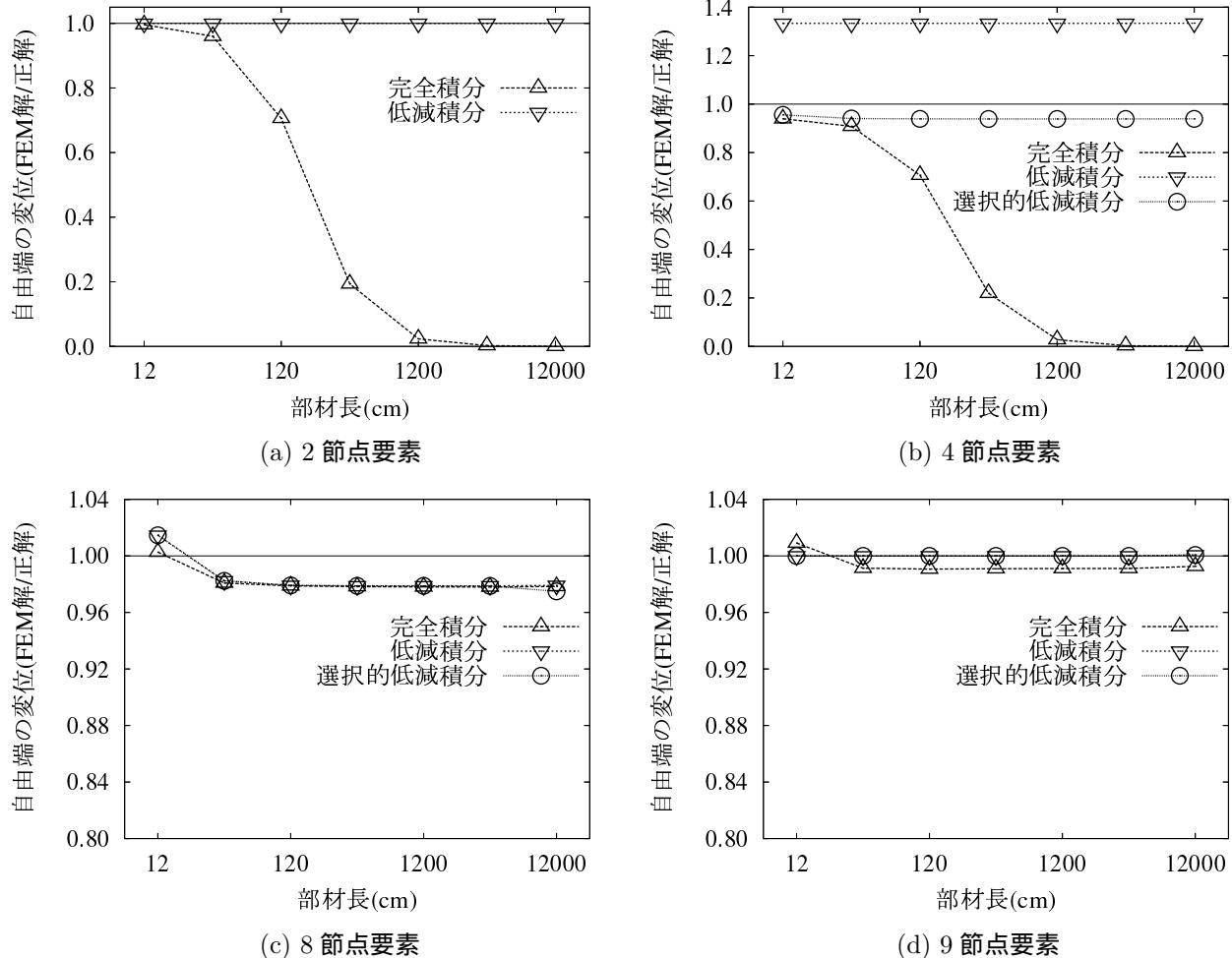


図 1.2.26 せん断ロッキングの緩和

以下では、各要素について低減積分によるロッキングの緩和について考察する。

2 次元の 2 節点 Timoshenko はり要素のひずみの式を節点変位で表すと

$$\varepsilon_{xx} = \frac{u_2 - u_1}{l} - y \frac{\theta_{z2} - \theta_{z1}}{l} \quad (1.2.53a)$$

$$2\varepsilon_{xy} = \frac{v_2 - v_1}{l} + \frac{\theta_{z1} + \theta_{z2}}{2} + \xi \frac{\theta_{z2} - \theta_{z1}}{l} \quad (1.2.53b)$$

となる。ひずみ式は、このように要素の座標軸 ξ に関して 1 次式で表されているので、要素剛性行列の被積分関数は、座標軸に関して 2 次式で表される。これを Gauss-Legendre の積分法で正確に積分するには、積分点を 2 点用いるといいので、低減積分での積分点数は 1 点になる。このときの積分点の位置は、要素中央 ($\xi = 0$) になり、剛性行列を求めるときには、要素中央のひずみ式だけを用いることになる。したがって、要素剛性行列には上式の波線の項が含まれないことになる。せん断ロッキングが問題になるような細長い部材では、せん断ひずみ $2\varepsilon_{xy}$ がゼロとなり、2 節点 Timoshenko はり要素では、 $(v_2 - v_1)/l + (\theta_{z1} + \theta_{z2})/2 = 0$, $(\theta_{z2} - \theta_{z1})/l = 0$ の二つの拘束条件が、各はり要素に課せられている。このとき、ひずみ ε_{xx} の第 2 項にも拘束が課せられ、曲げによるひずみもゼロとなるために精度低下が生じる。一方、低減積分を行うと、 $(\theta_{z2} - \theta_{z1})/l$ の項が拘束されないので、せん断ひずみがゼロとなるような細長い部材でも曲げによるひずみを表現できている。

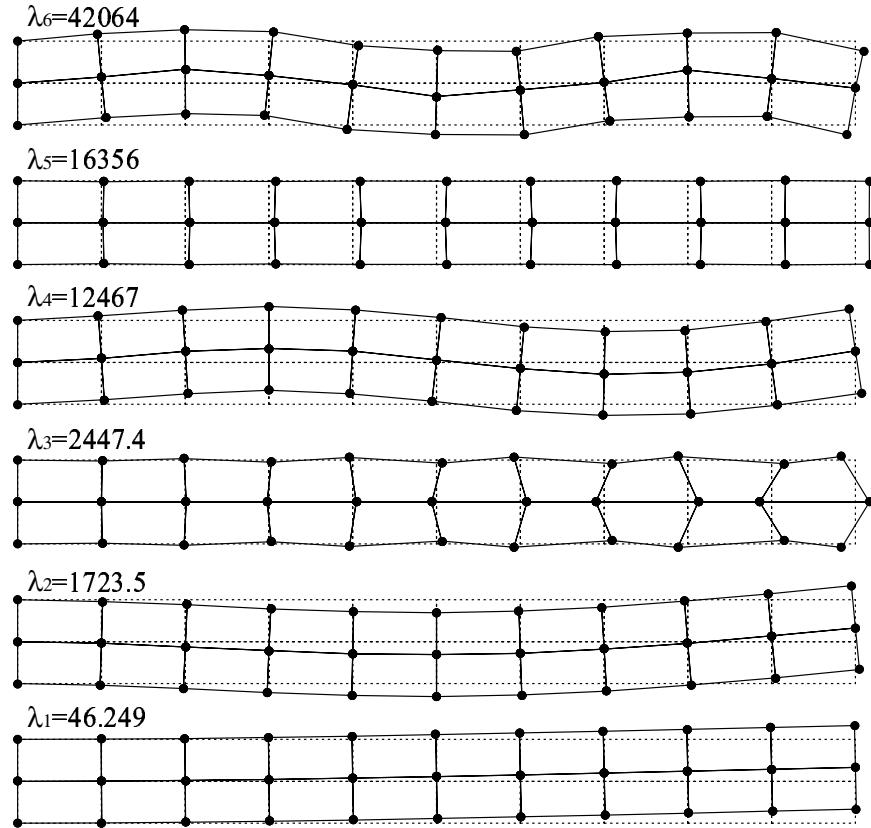


図 1.2.27 低減積分により求めた剛性行列の固有値と固有ベクトル(4 節点ソリッド要素)

一方、4 節点ソリッド要素では、ひずみ式は、

$$\varepsilon_{xx} = \frac{U_1}{a} + \eta \frac{U_3}{\tilde{a}} \quad (1.2.54a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{V_2}{b} + \xi \frac{V_3}{\tilde{b}} \quad (1.2.54b)$$

$$2\varepsilon_{xy} = \frac{U_2}{b} + \frac{V_1}{a} + \xi \frac{U_3}{\tilde{b}} + \eta \frac{V_3}{\tilde{a}} \quad (1.2.54c)$$

のようになり、低減積分を行うと、波線の項が剛性行列に含まれなくなる。せん断ひずみ式から、 U_3 と V_3 が除かれるので、せん断ロッキングの拘束が緩和され、一般的には、精度の改善が認められる。しかし、ひずみ式 ε_{xx} , ε_{yy} からもこれらの項が除かれているため、 U_3 と V_3 の変形が生じてもひずみエネルギーに含まれない。ひずみエネルギーに含まれない変形状態は、剛体移動と同様、剛性行列が特異になり方程式が解けないことになる。これらの項のようなひずみエネルギーに含まれない変形状態が拘束されるような支持条件(過拘束)の場合には、解は得られるが、通常では起こりえない変形状態が現れることがある。これらのように解が得られないか、あるいは得られても通常では起こりえない変形状態が現れることがあるので、低減積分法を用いる場合には、注意が必要である。図 1.2.27 に低減積分により求めた 4 節点ソリッド要素の剛性行列の 6 組の固有値と固有ベクトルを示す。 λ_3 とその固有ベクトルが低減積分により現れたモードである。

これらの項のようなひずみエネルギーに含まれない変形はゼロエネルギーモードと呼ばれ、低減積分を行った場合の 4 節点、8 節点、9 節点ソリッド要素のゼロエネルギーモードは、それぞれ、2 個、1 個、

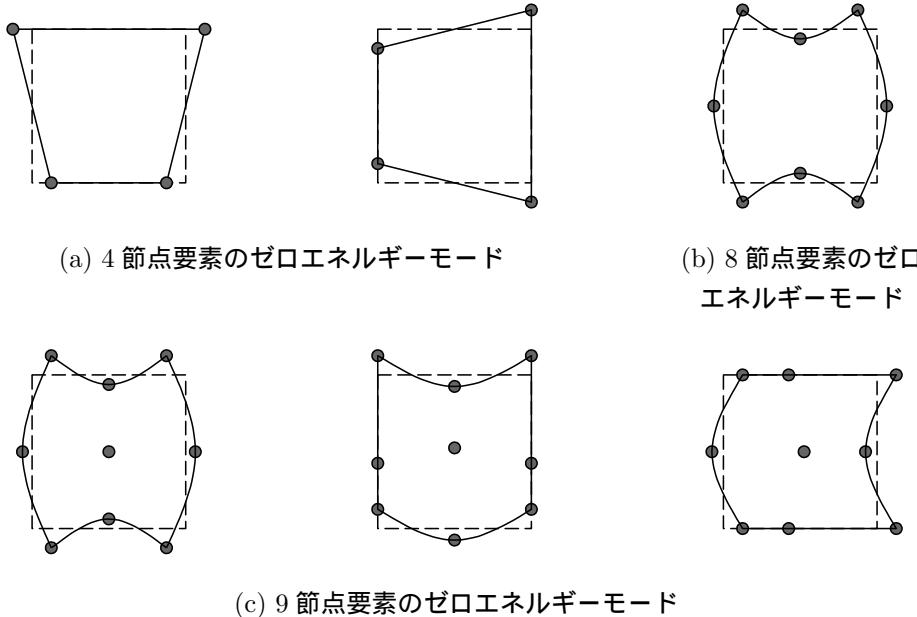


図 1.2.28 低減積分時のゼロエネルギー モード

3 個あり、図 1.2.28 のようになる。

このため、ロッキングを緩和し、ゼロエネルギー モードによる特異性を起こさないような方法や要素がいろいろ考案されている。最も簡単な方法は、ロッキングにより拘束を受ける剛性あるいはひずみ成分だけを低減積分し、残りの項は正確な積分を行う方法で、このような方法を選択的低減積分と呼んでいる。体積ひずみが拘束されるような非圧縮に近い材料を解析する場合には、体積ひずみに関する項だけを低減積分すると、体積ロッキングが緩和される。また、非常に細長いかまたは非常に薄い部材を解析する場合には、ゼロとなるせん断ひずみ成分に関する項だけを低減積分するとせん断ロッキングが緩和される。図 1.2.25, 1.2.26 に選択的低減積分による結果も示している。

Timoshenko はり要素では、低減積分によりせん断ロッキングを緩和でき、低減積分による特異性も現れない。また、2 次元のソリッド要素では、選択的低減積分により体積ロッキングやせん断ロッキングを緩和でき、特異性も現れない。しかし、シェル要素や 3 次元ソリッド要素では、ロッキングに関係するせん断ひずみ成分が増え、選択的低減積分法では、ロッキングを緩和し、剛行列の特異性を回避することは難しい。そこで、種々の方法や要素の開発に関する研究が行われている。一般的には、ロッキングによる精度低下は、低次要素ほど大きく、高次要素では少なくなる。

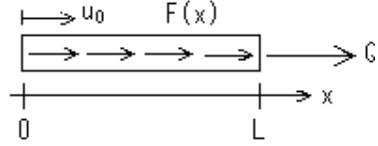


図 1.2.29 境界値問題

1.2.4 応力評価と誤差

簡単な境界値問題を例題に取り上げ、FEM の解析精度に関する基礎事項を記す。そのために、FEM による解法も簡単に記す。1.2.2 では全ポテンシャルエネルギー最小の原理による定式化が示されているが、ここでは境界値問題の弱形式を用いた定式化を示す。いずれの定式化でも、同じ剛性方程式が導かれる。なお、線形問題を対象とするため、ひずみの精度はそのまま応力の精度に読み替え可能である。

境界値問題

次の境界値問題を考える。

$$\text{釣合式: } EAu''(x) + F(x) = 0 \quad (1.2.55)$$

$$\text{境界条件: } u(0) = u_0 \quad (1.2.56)$$

$$EAu'(L) = Q \quad (1.2.57)$$

ここに、 $(\)'$ は $d(\)/dx$ である。これは、図 1.2.29 に示すように、左端の変位が u_0 、右端に集中荷重 Q 、また分布軸力 $F(x)$ が作用する、等断面で伸び剛性が EA 、長さが L の直線棒の変位 $u(x)$ およびひずみ $\varepsilon(x)$ を求める問題である。厳密解は容易に求めることができ、

$$u(x) = \frac{1}{EA} \left(x \int_x^L F(y) dy + \int_0^x y F(y) dy \right) + \frac{Q}{EA} x + u_0 \quad (1.2.58)$$

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{EA} \left(\int_x^L F(y) dy + Qx \right) \quad (1.2.59)$$

となる。

式 (1.2.55) ~ (1.2.57) は境界値問題の一般的な記述法であるが、これと対をなす弱形式と呼ばれる境界値問題も設定できる。これは、次式をもとにする。

$$-\int_0^L (EAu''(x) + F(x)) v(x) dx + (EAu'(L) - Q) v(L) = 0 \quad (1.2.60)$$

ここに、 $v(x)$ は任意の重み関数であるが、変位境界条件（基本境界条件）が与えられた境界上では 0 とする。すなわち、

$$v(0) = 0 \quad (1.2.61)$$

を満たす。 $v(x)$ が任意であることから、式 (1.2.60) は式 (1.2.55), (1.2.57) と等価になる。

式 (1.2.60) を部分積分し、式 (1.2.61) を用いれば、

$$\int_0^L (EAu'(x)v'(x) - F(x)v(x)) dx - Qv(L) = 0 \quad (1.2.62)$$

を得る。式 (1.2.55) では $u(x)$ に 2 階微分が要求されるのに対し、式 (1.2.62) では 1 階微分の積分ができればよく、 $u(x)$ への要求条件は緩和される。このことより、式 (1.2.62) と式 (1.2.56) で構成される境界値問題は弱形式と呼ばれる。FEM では、弱形式の境界値問題をもとに定式化を行う。

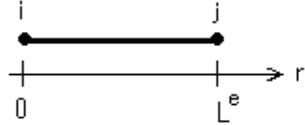


図 1.2.30 2 節点トラス要素

FEM による解

式 (1.2.62) では領域全体の積分を必要とするが , FEM では , 領域を要素という部分領域に分割し , 要素ごとに計算を行いその総和を取ることで , 領域全体の積分に替える . すなわち , FEM では式 (1.2.62) を次のように計算する .

$$\sum_e (I^e - J^e) - Qv(L) = 0 \quad (1.2.63)$$

$$I^e = \int_{L^e} EAu'(x)v'(x)dx \quad (1.2.64)$$

$$J^e = \int_{L^e} F(x)v(x)dx \quad (1.2.65)$$

ここに , 式 (1.2.63) の総和記号 \sum_e は , 全要素について和を取ることを表している . また L^e は各要素の領域 (長さ) を意味している .

ガラーキン法を用いることにすれば , ある要素における $u(x)$, $v(x)$ は一般に次のように表すことができる .

$$u(x) = \sum_{a=1}^n N^a(x)U^a \quad (1.2.66)$$

$$v(x) = \sum_{a=1}^n N^a(x)V^a \quad (1.2.67)$$

ここに , n は 1 要素当たりの節点数である . N^a は節点 a に対応する形状関数 , U^a , V^a はそれぞれ節点 a での変位 (節点変位) , 重み (節点重み) である . 表現は異なるが , 式 (1.2.66) は式 (1.2.7) と同じ内容である .

式 (1.2.66) , (1.2.67) を式 (1.2.64) に代入して得られる行列が要素剛性行列であり , 式 (1.2.63) の総和記号 \sum_e に基づき , 足し合わせて構築されるのが全体剛性行列 (単に剛性行列と呼ぶこともある) である . また , 式 (1.2.67) を式 (1.2.65) に代入して得られるベクトルが要素等価節点荷重ベクトルであり , これより , 分布荷重が節点に作用する集中荷重に変換される .

具体例として , 図 1.2.30 に示すような形状関数が 1 次多項式の 2 節点トラス要素でモデル化して解を求めるを考える . この場合 , 式 (1.2.64) , (1.2.65) から導出される要素剛性行列 K^e , 要素等価節点荷重ベクトル F^e はそれぞれ次のようになる .

$$K^e = \frac{EA}{L^e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2.68)$$

$$F^e = \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{L^e} \left(\frac{L^e - r}{L^e} F(x) \right) dr \\ \int_0^{L^e} \left(\frac{r}{L^e} F(x) \right) dr \end{array} \right\} \quad (1.2.69)$$

ここに , r は各要素に固有の局所座標であり , 全体座標 x とは $r = x - X^i$ の線形関係を有する (X^i は節点 i の x 座標である) .

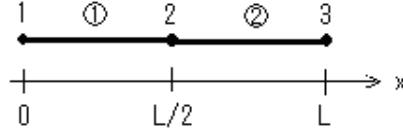


図 1.2.31 要素分割

より具体的に、等分布荷重 $F(x) = q$ が作用し、等長の 2 要素でモデル化した場合(図 1.2.31)を考えると、式(1.2.63)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ V^2 \\ V^3 \end{array} \right\} \left[\begin{array}{ccc} 2EA/L & -2EA/L & 0 \\ -2EA/L & 4EA/L & -2EA/L \\ 0 & -2EA/L & 2EA/L \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} u_0 \\ U^2 \\ U^3 \end{array} \right\} \\ & = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ V^2 \\ V^3 \end{array} \right\} \left(\left\{ \begin{array}{l} qL/4 \\ qL/2 \\ qL/4 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ Q \end{array} \right\} \right) \end{aligned} \quad (1.2.70)$$

V^2, V^3 が任意であることから、式(1.2.70)より次の剛性方程式を得る。

$$\frac{2EA}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^2 \\ U^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ qL/4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ Q \end{Bmatrix} + \frac{2EA}{L} \begin{Bmatrix} u_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.2.71)$$

これより、節点変位は次のように求められる。

$$\begin{Bmatrix} U^2 \\ U^3 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{8EA} \begin{Bmatrix} 3 \\ 4 \end{Bmatrix} + \frac{QL}{2EA} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_0 \end{Bmatrix} \quad (1.2.72)$$

この場合の変位の厳密解は、式(1.2.58)より

$$u(x) = \frac{1}{EA} \left(-\frac{qx^2}{2} + (qL + Q)x \right) + u_0 \quad (1.2.73)$$

であり、節点 2, 3 での厳密解は次のようになる。

$$U^2 = u(L/2) = \frac{3qL^2}{8EA} + \frac{QL}{2EA} + u_0 \quad (1.2.74)$$

$$U^3 = u(L) = \frac{qL^2}{2EA} + \frac{QL}{EA} + u_0 \quad (1.2.75)$$

これより、式(1.2.72)の有限要素法の解は厳密解に等しいことがわかる。

FEM では、得られた節点変位をもとに、形状関数を用いて節点間の変位が得られる。例えば、この問題の要素②の場合、変位 $u(x)$ は次のようになる。

$$u(x) = \frac{L/2 - r}{L/2} U^2 + \frac{r}{L/2} U^3 = \left(\frac{3qL^2}{8EA} + \frac{QL}{2EA} + u_0 \right) + \frac{r}{EA} \left(\frac{qL}{4} + Q \right) \quad (1.2.76)$$

要素②では $r = x - L/2$ であり、要素内で $u(x)$ の変化は 1 次関数で表現されることになる。一方、式(1.2.73)から明らかのように、 $u(x)$ の厳密解は、2 次関数である。したがって、節点では FEM による解は厳密解に一致するものの、要素内では両者は一致しない。ただし、分布荷重が作用しない場合($q = 0$)には、FEM の解は厳密解と一致する。

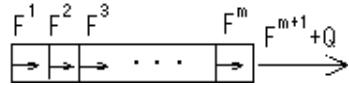


図 1.2.32 等価集中荷重

式(1.2.76)をもとに、要素②内のひずみが次のように求められる。

$$\varepsilon(x) = \frac{du(x)}{dx} = \frac{1}{L/2} (-U^2 + U^3) = \frac{1}{EA} \left(\frac{qL}{4} + Q \right) \quad (1.2.77)$$

すなわち、厳密解のひずみ $e(x)$ は 1 次関数であるが、FEM によるひずみの解は要素内で定数であり、ひずみ分布は異なる。また、節点 3 のひずみ E^3 は

$$\text{厳密解: } E^3 = \varepsilon(L) = \frac{Q}{EA} \quad (1.2.78)$$

$$\text{FEM: } E^3 = \varepsilon(L) = \frac{1}{EA} \left(\frac{qL}{4} + Q \right) \quad (1.2.79)$$

であり、FEM の解は厳密解と一致しない。

節点変位

FEM による節点変位は、厳密解と一致した。ここでは文献 [1], [2] にならい、その理由を考察する。

棒を n 分割し、分布荷重に替えて分割点に集中荷重を作成させる。集中荷重の大きさは、各分割領域の伸びが分布荷重作用時と等しくなるように決める。

まず左から i 番目の分割領域 (長さ L^i) を取り上げ、分布荷重による伸びを考える。これは、分布荷重 $F(x)$ が作用する一端固定、他端自由の棒の自由端での変位 Δ を計算すればよく、次のように求められる。

$$\Delta = \frac{1}{EA} \int_0^{L^i} y F(y) dy \quad (1.2.80)$$

これと同じ変位を生じさせる集中荷重は、

$$F^j = EA \frac{\Delta}{L^i} = \frac{1}{L^i} \int_0^{L^i} y F(y) dy \quad (1.2.81)$$

となる。したがって、 i 番目の分割領域において、分布荷重に替えて集中荷重をかける際には、右端に式(1.2.81)の F^j 、左端に

$$F^i = \int_0^{L^i} F(y) dy - F^j = \frac{1}{L^i} \int_0^{L^i} (L^i - y) F(y) dy \quad (1.2.82)$$

とすれば、分割領域の伸びが分布荷重と等しくなる。

式(1.2.81), (1.2.82)で求めた集中荷重を式(1.2.69)の等価節点荷重ベクトルと比較すれば、FEM では、分布荷重を各要素の伸びが等しくなるような節点荷重に変換していることがわかる。換言すれば、FEM では、図 1.2.29 に示す本来の荷重ではなく、各要素の伸びが等しくなるという条件下で、分布荷重を節点荷重に置換した図 1.2.32 で解析していることになる。置換後の各要素内には分布荷重が作用していないため、変位は各要素内で線形に変化する。これは、ここで用いた 2 節点トラス要素でも表現し得る変位場であり、図 1.2.32 の厳密解が FEM で得されることになる。図 1.2.29 と図 1.2.32 の各要素の伸びが等しいことから、図 1.2.29 の節点変位は図 1.2.32 の節点変位と一致する。すなわち、FEM

により、本来の問題(図1.2.29)の厳密解と一致した節点変位が得られることになる。しかしながら、分布荷重を節点荷重に変換した結果、要素内の変位分布は厳密解と一致しない。

上記の議論から明らかなように、境界条件、要素分割、分布荷重のタイプや大きさなどにかかわらず、2階の微分方程式が支配方程式となる一次元境界値問題については、2節点トラス要素を用いたFEM解析で得られる節点変位は厳密解と一致する。当然のことではあるが、すべての境界値問題において、FEMで得られた節点変位が厳密解と一致することはない。一般には、節点変位も厳密解とは異なる。FEMに用いる要素が、節点荷重のみが作用する場合の厳密解を表現し得るような場合を除けば、節点変位も厳密解とは異なる。ただし、ここではこれ以上の議論はしないが、節点変位が厳密解と異なる場合でも、変位の精度がよいのは、節点あるいはその近傍であると考えてよい。

精度

文献[1], [2]にならい、FEM解析の精度についてさらに考察する。

i 番目の要素に着目して、次のような誤差関数を設定する。

$$e(x) = u(x) - \left(1 - \frac{x - X^i}{L^i}\right) U^i - \left(\frac{X^j - x}{L^i}\right) U^j \quad (1.2.83)$$

ここに $u(x)$ は厳密解である。先の議論より、節点変位は厳密解と一致するため、

$$e(X^i) = e(X^j) = 0 \quad (1.2.84)$$

である。したがって、要素内で $u(x)$ が連続で微分可能ならば(要素内に集中荷重がなければよい)、平均値の定理より要素内のある点 $x_0 (X^i < x_0 < X^j)$ において、

$$e'(x_0) = 0 \quad (1.2.85)$$

となる。 x_0 は、FEMで得られるひずみが厳密解と一致する点になる。

さらに $u''(x)$ が要素内で連続であれば(要素内の分布荷重がなめらかであればよい)、

$$e'(x) = e'(x) - e'(x_0) = \int_{x_0}^x e''(s) ds = \int_{x_0}^x u''(s) ds \quad (1.2.86)$$

の関係が得られる。ところで、

$$\left| \int_{x_0}^x u''(s) ds \right| \leq \int_{x_0}^x |u''(s)| ds \leq \int_{x_0}^{X^j} |u''(s)| ds \leq L^i (\max |u''(x)|) \quad (1.2.87)$$

であるから、式(1.2.86)よりひずみの誤差の範囲が次のように求められる、

$$|e'(x)| \leq L^i (\max |u''(x)|) \quad (1.2.88)$$

x_0 は要素内に位置するから2節点のいずれかとの距離が要素長 L^i の $1/2$ 以下になる。すなわち、 $|x_0 - X^i| \leq L^i/2$, $|x_0 - X^j| \leq L^i/2$ の2つの不等式のうち、少なくともひとつは正しい。ここでは、前者が成り立つとする。誤差関数をテイラー展開すれば、

$$e(X^i) = e(x_0) + (X^i - x_0)e'(x_0) + (X^i - x_0)^2 e''(x_1)/2 \quad (1.2.89)$$

と表せる。右辺第3項は剩余項であり、 $X^i < x_1 < x_0$ である。式(1.2.84), (1.2.85)より、

$$e(x_0) = -(X^i - x_0)^2 e''(x_1)/2 = -(X^i - x_0)^2 u''(x_1)/2 \quad (1.2.90)$$

表 1.2.3 要素長と誤差

要素数	要素長	変位の最大誤差 $\max e(x) \times (EA/qL^2)$	ひずみの最大誤差 $\max e'(x) \times (EA/qL)$
1	L	1/8	1/2
2	L/2	1/32	1/4
3	L/3	1/72	1/6

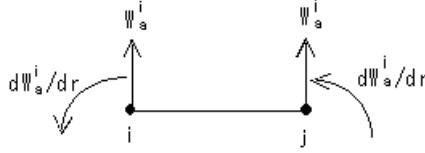


図 1.2.33 2 節点はり要素

を得る。ここで、 $|x_0 - X^i| \leq L^i/2$ を利用すれば、変位の誤差範囲が

$$|e(x_0)| \leq (L^i)^2 (\max |u''(x)|) / 8 \quad (1.2.91)$$

と求められる。 $|x_0 - X^j| \leq L^j/2$ が成り立つ場合にも同様の考察を行えば、式 (1.2.91) が導かれる。

これまでの議論より、次のことがわかる。

1. 変位は節点あるいはその近傍で精度が良いのに対し、ひずみは要素内部で精度がよい。
2. ひずみの誤差の上限は要素の大きさに比例するのに対し、変位の誤差の上限は要素の大きさの 2 乗に比例する。

これらは、要素内に集中荷重を有する、多次元問題においてクラックのような特異点を有するなどの場合を除けば、一般的な線形問題にも当てはまる事柄である。

先には 2 要素を用いて FEM 解析を行った。さらに、1 要素、長さの等しい 3 要素でも解析を行い、 $u_0 = 0, Q = qL$ の場合について、変位の最大誤差、ひずみの最大誤差を算出して表 1.2.3 にまとめている。なお、複数個の要素を使用している場合、各要素間で変位、ひずみの最大誤差に違いは見られなかった。

この表を見ると、要素数が増加するにつれて、変位、ひずみの最大誤差は減少している。減少の度合いは、要素長が $1/N$ になれば、変位は $1/N^2$ 、ひずみは $1/N$ となっており、変位の方が精度向上のペースは速い。すべての FEM 解析において、変位の最大誤差は要素の中点、ひずみの最大誤差は節点で生じている。また、変位は節点、ひずみは要素の中点で厳密解と一致している。

ひずみ評価の最適点

変位と異なり、ひずみは要素内部で精度がよい。ここでは、文献 [3] にならい、具体的に内部のどの点でひずみの精度がよいかを考察する。

例として、図 1.2.33 に示す形状関数が 3 次多項式の 2 節点はり要素を取り上げる。節点変数はたわみ W_a とたわみ角 dW_a/dr である。たわみ角は厳密には変位ではないが、はり理論ではこれも含めて一般化変位と呼ばれる。この要素内のたわみ w_a は

$$w_a = [1 \ r \ r^2 \ r^3] [a] \quad (1.2.92)$$

で表される。ここに、 $[a]$ は係数ベクトルである。

さらに、これよりも高次の 4 次要素を考え、3 次要素で求めるひずみ（はり理論では曲率）が 4 次要素と同じ値になる点をひずみ評価最適点とする。

4次のはり要素内のたわみ w_b は

$$w_b = \begin{bmatrix} 1 & r & r^2 & r^3 & r^4 \end{bmatrix} [b] \quad (1.2.93)$$

で表される。 $[b]$ は係数ベクトルである。式 (1.2.92), (1.2.93) より、節点での一般化変位が次のように表される。

$$[W_a] = [A] [a] \quad (1.2.94)$$

$$[W_b] = [B] [b] \quad (1.2.95)$$

ここに、

$$\begin{aligned} [W_a] &= \begin{bmatrix} W_a^1 \\ dW_a^1/dr \\ W_a^2 \\ dW_a^2/dr \end{bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \\ [W_b] &= \begin{bmatrix} W_b^1 \\ dW_b^1/dr \\ W_b^2 \\ dW_b^2/dr \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.2.96)$$

である。 $[W_a]$, $[W_b]$ は節点での一般化変位であり、正しく得られているとすれば、 $[W_a] = [W_b]$ であるため、式 (1.2.94), (1.2.95) より次式が導かれる。

$$[a] = [A]^{-1} [B] [b] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [b] \quad (1.2.97)$$

式 (1.2.92), (1.2.93), (1.2.97) を用いて、 $d^2w_a/dr^2 = d^2w_b/dr^2$ を解くと、2つの要素で曲率が等しく点が次のように求められる。

$$r = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (1.2.98)$$

これはガウスの2点積分点である。

全く同様の考察を行えば、図 1.2.30 の2節点トラス要素のひずみ評価最適点は要素中点(ガウスの1点積分点)となり、先の例題の結果と一致する。

この手法を8節点アイソパラメトリック四辺形要素に適用すると、ひずみ評価最適点は 2×2 のガウス積分点となる。ただし、この場合には、上位要素として、同じ3次ではあるが、完備した3次多項式を形状関数とする要素を用いる。なお、これは要素形状に歪みのない場合の考察結果である。歪んだ要素では必ずしも 2×2 のガウス積分点がひずみ評価最適点にはならないが、歪みが大きくない限り、良好なひずみが得られる。さらに同様の考察を行えば、4節点アイソパラメトリック四辺形要素、8節点アイソパラメトリック六面体要素、20節点アイソパラメトリック六面体要素では、それぞれガウスの 1×1 のガウス積分点、 $1 \times 1 \times 1$ のガウス積分点、 $2 \times 2 \times 2$ のガウス積分点がひずみ評価最適点と求まる。なお、これらのひずみ評価最適点は、剛性行列をガウス積分で算出する際の積分点と必ずしも一致しないので、注意を要する。

応力算定法

通常の FEM ではまず節点変位が求まる。これと形状関数（の 1 階微分）から、ひずみ、さらに応力が計算できる。式(1.2.8)、式(1.2.77)はこの方法によっており、これまでに考察したひずみの精度も、この手法で求めたひずみに関するものである。この算定法を直接法と呼ぶ。線形問題ではひずみの精度と応力の精度は等価と考えてよいため、上述の議論より、直接法による応力の精度も一様でなく、領域内の各点で異なる。応力精度のよい点（評価最適点）の位置はわかるものの、FEM 解析で求めたいのが、そうした点の応力であるとは限らない。また、直接法で求めた応力の要素間（境界）での連続性も保証されない。

これらのことと背景に、応力算定法については、1970 年代より検討が進められており、応力プロジェクション法（stress projection）法 [4] やガウス積分点での応力をもとにした単純な補間法 [3]（以下では単純補間法と記す）などが提案されている。以下、簡単にこれらの算定法を説明する。

応力プロジェクション法では、節点応力と形状関数を用いて、要素内の応力分布を次のように表す。

$$\{\sigma^*\} = \{N\}^T \{S\} \quad (1.2.99)$$

ここに、 $\{\sigma^*\}$ 、 $\{N\}$ 、 $\{S\}$ は、求める応力、形状関数、節点応力のベクトルである。なお、この応力補間は、応力成分ごとに独立して行われる。

応力プロジェクション法の基本未知数は節点応力であり、これは次の汎関数の停留条件から求める。

$$I_1 = \int_{\Omega} (\{\sigma^*\} - \{\sigma_D\})^2 d\Omega = \sum_e \int_{\Omega^e} \left(\{N\}^T \{S\} - [D][B]\{U\} \right)^2 d\Omega \quad (1.2.100)$$

ここに、 Ω は全解析領域、 Ω^e は一要素の領域を表す。また、 $\{\sigma_D\}$ は直接法による応力であり、 $[D]$ 、 $[B]$ 、 $\{U\}$ はそれぞれ応力 - ひずみマトリクス、ひずみ - 節点変位マトリクス、節点変位ベクトルである。また総和記号は、各要素ごとに積分計算をし、それらを足し合わせて全体系の評価を行うことを意味している。式(1.2.100)の第 1 变分を 0 とおけば、連立一次方程式が誘導され、それより節点応力が得られる。その結果と式(1.2.99)を用いれば、任意点の応力が求められる。

以上より、応力プロジェクション法は、直接法で得られる応力分布を基本とし、それとの差が最小で、かつ要素間での連続性が保たれる応力分布を求める算定法と理解できる。なお、応力の形状関数 $\{N\}$ は、FEM 解析における変位の形状関数と同じものを用いるのが一般的である。

先に記述したように、直接法で応力を算定した場合、その精度は各点ごとに異なり、8 節点アイソパラメトリック四辺形要素の場合、応力算定最適点は 2×2 のガウス積分点となる。単純補間法はこの要素を対象とし、最適点での応力をもとに双一次関数で表される応力分布を定め、これにより要素内の任意点での応力を算定するものである。

歴史的には、単純補間法は Hinton ら [5] が最初に提案しているが、その時点では、応力算定最適点は経験的に知り得たものに過ぎなかった。応力算定最適点の証明は、その後、Barlow[3] によって行われた。その成果により、単純補間法の根拠が初めて明らかにされたこととなる。なお、単純補間法では、各要素内で独立に補間を行うため、要素境界で応力は不連続となる。また低次要素の場合、応力算定最適点は 1 点のガウス積分点となるため、単純補間法は適切な手法となり得ない。

文献 [6] を参考に、等分布荷重が作用する片持梁（図 1.2.34）を大きさの等しい 4 個の 8 節点アイソパラメトリック四辺形要素で解析し、上記 2 つの算定法で応力を求めた計算例を示す。この解析ではヤング率 2.0×10^5 、ポアソン比 0.25、はりの幅 1.0 を仮定している。

図 1.2.35 が、2 つの算定法で得られた図心軸上のせん断応力分布である。この図からわかるように、応力プロジェクション法による結果は連続な応力分布となっているものの、各要素内で大きく変動する乱れた応力分布となっている。片持梁のせん断応力分布は、直接法で求めた応力が本来の解と大きく異なる例としてよく知られている。応力プロジェクション法による応力算定結果の乱れは、直接法で求め

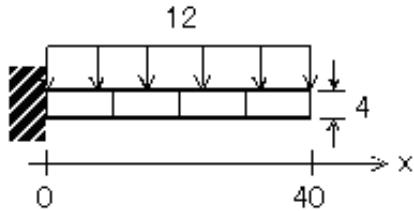


図 1.2.34 等分布荷重を受ける片持梁 [6]

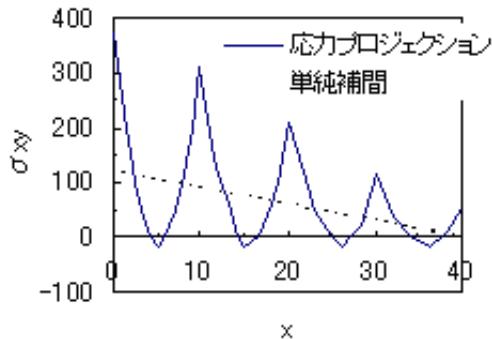


図 1.2.35 せん断応力分布 [6]

た応力分布の大きな変動を引き継いだものであり、応力プロジェクション法の精度が直接法の精度に大きく依存することを示している。これに対し、単純補間法では、各断面での平均せん断応力を表す妥当な結果が得られている。なお、この片持梁の例では、単純補間法でもはり全域にわたって連続な応力分布が得られているが、一般には単純補間法による応力分布は要素間で不連続となる。そうした例は、文献[6]に示されている。

これら 2 つの応力算定法の特徴をまとめれば、次のようにになる。

- 応力プロジェクション法：応力分布は連続であるが、乱れが生じやすい。
- 単純補間法：応力算定最適点での応力を用いているため、精度的な問題は比較的少ない。しかし、要素間で応力分布の連続性は保証されない。

これらの算定法の長所を生かし短所を補う手法として、単純補間法で得られる応力分布を基本とし、それとの差が最小で、かつ要素間での連続性が保たれる応力分布を求める算定法が提案されている[6]。具体的には、応力プロジェクション法で用いる基本応力分布を単純補間法による応力分布に替えるものである。すなわち、式(1.2.100)を修正した次の汎関数の停留条件から節点応力を求め、式(1.2.99)により任意点の応力を算定することになる。

$$I_2 = \int_{\Omega} (\{\sigma^*\} - \{\sigma_S\})^2 d\Omega = \sum_e \int_{\Omega^e} (\{N\}^T \{S\} - \{\sigma_S\})^2 d\Omega \quad (1.2.101)$$

ここに、 $\{\sigma_S\}$ は単純補間法による応力である。実際の計算に際しては、応力プロジェクション法に次数低減積分を適用するだけでよい。したがって、精度が向上するだけでなく、計算時間も減少する。この算定法については、低次の 4 節点アイソパラメトリック四辺形要素への適用法も、文献[6]で詳しく検討されている。

1.3 ラウンドロビンテスト

FEM は近似解法であり、FEM ソフト、要素分割や要素の種類が異なると、計算結果には違いが生じる。したがって、解析者が異なると、モデル化や要素分割の考え方も違うために、十分と思われる要素分割を行っても、得られる結果には微妙な違いのあることが知られている。

そこで、本節では、複数の解析者により、図 1.3.1 のような 1 本桁に等分布荷重 $q = 20\text{kN/m}$ が作用した場合のたわみと応力の FEM 解析を行い、その結果の違いを考察する。この桁は、支間長 $l = 33,000\text{mm}$ の単純支持桁であり、桁端寄りと中央寄りの位置で上フランジ厚が変化している。図中の破線部は、垂直補剛材、水平補剛材接続位置であるが、本検討では、これらの補剛材は含めない。

実際には、ウェブの上下縁に上フランジの下面、下フランジの上面が接するが、ここでの検討では、図 1.3.2 のように、フランジの板厚中央面がウェブ上下縁に接するようにモデル化を行うこととする。また、鉛直等分布荷重はウェブ上縁に作用させる。

解析者の違いによる影響を考察する上で、以下の 2 ケースの FEM 解析を行った。

- 要素分割や要素の種類などの条件は設定せず、解析者の判断に委ねる (Case-1)。
- 同じ要素分割と同じ要素の種類により解析を行う (Case-2)。

大学、橋梁会社、コンサルタント会社等で FEM 解析を実施した経験のある解析者により、市販の FEM ソフトや自作 FEM ソフトを使用して、これらの検討を行っている。なお、市販の FEM ソフトは、ABAQUS, ADINA, COSMOS/M, DIANA, MARC, Midas/Gen, NASTRAN, SOFiSTiK である。

たわみと応力の解析結果の参照位置は、次のとおりである。

- 支間中央のウェブ下縁たわみ
- 支間中央と 1/4 断面のウェブ上下縁の橋軸方向応力
- 支間 1/4 断面の最大せん断応力

1.3.1 要素分割や要素タイプを設定しない場合 (Case-1)

使用する有限要素のタイプや、要素分割を解析者の判断に委ねた場合の結果を示す。なお、支持条件の詳細や鋼材のヤング係数は特に指定しなかったため、解析者により、扱い方が異なっている。要素タイプや要素分割の方法、支持条件、ヤング係数などを表 1.3.1 に示し、解析結果を表 1.3.2 に示す。特に、ヤング係数を示していないものについては、 $E = 2.0 \times 10^5 \text{N/mm}^2$ である。

8 節点ソリッド要素、4 節点厚肉、薄肉シェル要素、9 節点厚肉シェル要素、板曲げ要素、曲面要素、平面要素など、さまざまなタイプの要素が使用されている。

支持条件は、図 1.3.3 のようなウェブと下フランジの接続位置での点支持、下フランジの幅方向の複数の節点での線支持、ソールプレートに相当する領域の節点に変位従属関係を与えて、ピン支持、ローラ支持を表現する面支持などが使用されている。

有限要素解析は近似解法であるので、その精度は要素分割(要素長)に依存する。このため、基本となる要素分割のほかに、要素長を 1/2, 1/4 と短くした複数の解析を行い、十分な精度の解が得られていると考えられる結果を表 1.3.2 に示している。座標系の設定方法が異なるっているために、たわみとせん断応力の符号に違いが見られるので、符号による違いは無視して、たわみ、ウェブ上下縁の応力、最大せん断応力の FEM 結果の最大値と最小値、及び、最大値と最小値の差も表の下段に示している。

たわみで 8mm、応力で 8N/mm^2 から 10N/mm^2 、せん断応力で 1N/mm^2 程度の差がある。支点の扱い方に違いがあるが、その影響は支点付近の局部的な範囲に限定され、支間中央や 1/4 断面のたわみや応力への影響は小さいと考えられることから、解析値にこのような違いが現れたのは、ヤング係数の扱い方の違いと、要素タイプ、要素分割の違いと、要素分割が不十分なためと推察される。

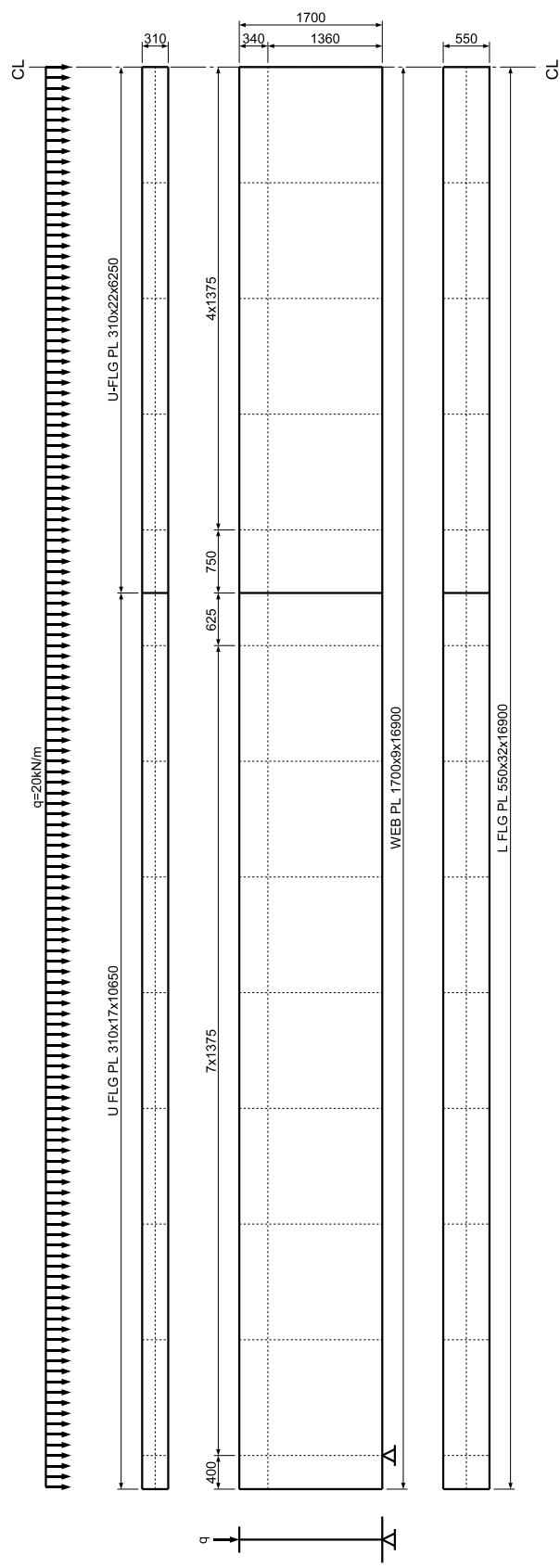


図 1.3.1 解析対象桁

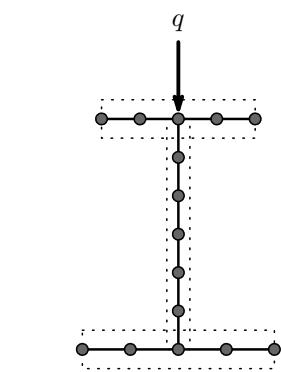


図 1.3.2 主桁のモデル化

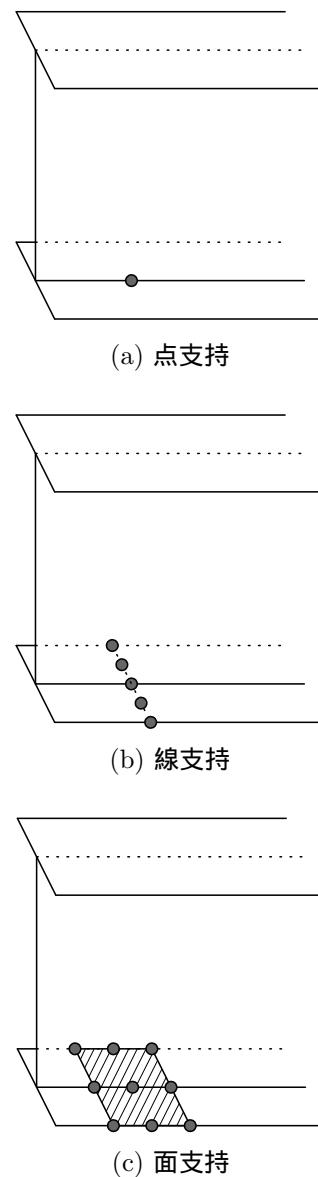


図 1.3.3 支持条件の表現方法

表 1.3.1 解析条件

解析者	要素の種類，支持条件，要素分割など
A	4 節点厚肉シェル要素を使用。支点は線支持として扱い，両支点位置の下フランジ内のすべての節点で上下方向変位を拘束，一方の支点位置の下フランジ内のすべての節点で橋軸方向変位を拘束。要素分割は，上フランジは幅方向に 4 分割，下フランジは幅方向に 6 分割，ウェブは鉛直方向に 40 分割，橋軸方向に 792 分割。
B	4 節点薄肉シェル要素を使用。支点部には，ソールプレートに相当する領域を面支持として下フランジ内の節点に，変位従属関係を与えて，ピン支持とローラ支持を表現。要素サイズが平均 70mm になるように要素分割。
C	8 節点ソリッド要素を使用。要素長は平均 100mm になるように要素分割。ヤング係数には $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ を使用。
D	4 節点板曲げ要素を使用。要素長は 200mm から 300mm 程度に要素分割。ヤング係数には $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ を使用。
E	4 節点曲面シェル要素を使用。
F	9 節点厚肉シェル要素を使用。支点での支持条件は，ウェブと下フランジの交差部の 1 点支持として，1 支点で橋軸 (X) 方向変位を拘束し，両支点で橋軸直角 (Y) 方向変位，上下 (Z) 方向変位を拘束，さらに，X 軸と Z 軸まわりの回転を拘束。要素分割は，上下フランジは幅方向に 4 分割，ウェブは鉛直方向に 10 分割，橋軸方向に 100 分割。
G	4 節点厚肉シェル要素を使用。支点での支持条件は，ウェブと下フランジの交差部の 1 点支持として，1 支点で橋軸 (X) 方向変位を拘束し，両支点で橋軸直角 (Y) 方向変位，上下 (Z) 方向変位を拘束，さらに，X 軸と Z 軸まわりの回転を拘束。要素分割は，上下フランジは幅方向に 4 分割，ウェブは鉛直方向に 10 分割，橋軸方向に 100 分割。
H	4 節点シェル要素を使用。要素長が平均 40mm になるように要素分割。
I	4 節点平面シェル要素を使用。要素長が平均 150mm になるように要素分割。
J	4 節点シェル要素を使用。要素長が平均 150mm になるように要素分割。
K	4 節点曲面シェル要素を使用。要素分割は，上下フランジは幅方向に 16 分割，ウェブは鉛直方向に 8 分割，橋軸方向に 176 分割。ヤング係数には $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ を使用。
L	4 節点平面シェル要素を使用。要素分割は，上下フランジは幅方向に 16 分割，ウェブは鉛直方向に 8 分割，橋軸方向に 176 分割。ヤング係数には $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ を使用。
M	4 節点薄肉シェル要素を使用。対象条件を用いて，支間中央片側を要素分割。要素分割は上下フランジ 4 分割，ウェブ 6 分割，橋軸方向は補剛間隔を 8 分割。
N	4 節点厚肉シェル要素を使用。支持条件は固定点で橋軸，橋軸直角，鉛直変位を拘束，可動点で橋軸直角，鉛直変位を拘束，回転を拘束するために，下フランジを 3 点支持。

1.3.2 同じ要素分割と要素タイプを設定した場合 (Case-2)

鋼材のヤング係数，支持条件，要素タイプ，要素分割を統一した場合の FEM 結果を示す。具体的には，鋼材のヤング係数は $E = 2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ，支点は点支持とし，要素タイプは 4 節点シェル要素，要素分割は，上下フランジは幅方向に 16 等分割，ウェブは鉛直方向に 40 等分割。橋軸方向には，400 分割としている。すなわち，要素数 28800，節点数 29273 である。要素タイプは 4 節点シェル要素とした。FEM ソフトによっては，薄肉要素，厚肉要素，平面要素，曲面要素や，単にシェル要素という名称になっているだけで，要素の定式化の詳細が不明なソフトもあるために，より詳細な要素タイプは指定しなかった。

表 1.3.3 に解析結果を示す。前述の要素タイプや，要素分割数，ヤング係数，支持条件を統一していないケースに比べて，解析結果のばらつきは少なくなっている。解析結果の最大値と最小値の差は，たわみで 0.4mm，応力で 2 N/mm^2 から 4 N/mm^2 ，せん断応力で 0.01 N/mm^2 である。

使用する FEM ソフト以外は可能な限り，条件を揃えて解析しているにも関わらず，このような違いが現れている。FEM ソフトによっては，解析する際の要素剛性方程式の数値積分方法や積分次数，応力評価の方法などを細かく指定できるものもあるが，ここでの検討では，特にそのような指定はせず，FEM ソフトの標準の設定で計算を行った。

表 1.3.2 Case-1 の解析結果

解析者	要素数	節点数	支間中央部ウェブ			支間 1/4 断面部ウェブ		
			たわみ (mm)	上縁応力 (N/mm ²)	下縁応力 (N/mm ²)	上縁応力 (N/mm ²)	下縁応力 (N/mm ²)	せん断応力 (N/mm ²)
A	39600	40443	-85.40	-151.72	85.92	-131.64	66.24	-12.180
B	25612	25650	-85.36	-160.32	90.00	-133.40	69.68	-12.16
C	4930	10260	-81.708	-151.300	86.26	-126.940	67.036	-11.644
D	690	612	-82.896	-154.400	90.016	-129.100	67.500	-12.728
E	28800	29273	-85.436	-154.140	86.204	-132.988	67.756	-12.188
F	1800	7473	-85.448	-153.536	87.760	-132.992	67.704	-12.200
G	1800	1919	-85.360	-154.628	88.868	-133.896	68.608	-12.132
H	70560	71613	-85.440	-153.156	87.828	-130.216	66.628	-12.548
I	10252		-87.2	-155.6	92.8	-134.8	72.0	-12.20
J	10252		-89.2	-155.6	96.4	-134.8	74.4	-12.12
K	7040	7275	-85.28	-154.76	89.08	-134.08	68.88	-11.56
L	7040	7275	-85.36	-154.92	89.16	-134.28	68.96	-12.108
M	350	390	85.32	-151.88	89.20	-131.64	68.96	12.04
N	3672	3895	87.00	-155.2	92.8	-134.4	71.6	12.12
最大値			89.2	160.32	96.4	134.8	74.4	12.728
最小値			81.708	151.300	85.92	126.940	66.24	11.56
最大値と最小値の差			7.5	9.0	10.5	7.9	8.2	1.17

このような違いが現れるのは、要素剛性方程式の定式化や数値積分方法、応力評価の方法が異なるためと考えられる。

1.3.3 まとめ

Case-2 では、可能な限り条件を揃えて解析を行ったため、FEM 解のばらつきはある程度小さくなつた。要素の種類や支持条件、荷重条件などの詳細は、解析者の判断で決める場合が多いと考えられるので、Case-1 のような FEM 解のばらつきが、実際の実務の状況に近いと考えられる。設計に使用する場合に、FEM 解のこの違いが許容できるのか否かについては容易に判断できないが、このような違いの生じている可能性もあることに留意する必要がある。

条件を揃えた Case-2 の違いについては、次節で、より単純な問題により検討する。

表 1.3.3 Case-2 の解析結果

解析者	要素タイプ	支間中央部ウェブ			支間 1/4 断面部ウェブ		
		たわみ (mm)	上縁応力 (N/mm ²)	下縁応力 (N/mm ²)	上縁応力 (N/mm ²)	下縁応力 (N/mm ²)	せん断応力 (N/mm ²)
A	厚肉要素	-89.400	-159.504	95.592	-134.496	73.448	-12.188
B	厚肉要素	-89.488	-159.576	95.636	-134.556	73.480	-12.200
C	平面要素	-89.464	-159.576	95.636	-134.560	73.484	-12.192
D	平面要素	89.480	-159.560	95.640	-134.560	73.480	-12.200
E	曲面要素	-89.444	-159.544	95.616	-134.528	73.468	-12.192
F	曲面要素	89.440	-158.812	95.460	-134.520	73.480	-12.192
G	厚肉要素	-89.236	-157.724	95.800	-132.060	74.768	-12.260
H	シェル要素	89.600	-159.200	95.200	-134.400	73.200	12.200
I	厚肉要素	-89.440	-158.400	94.480	-133.600	72.560	-12.200
J	厚肉要素	-89.440	-158.396	94.480	-135.868	72.560	12.200
K	厚肉要素	89.460	-158.920	95.424	-133.940	73.316	12.200
L	厚肉要素	89.460	-158.920	95.424	-133.940	73.316	12.200
M	シェル要素	-89.440	-159.956	93.932	-134.620	72.088	12.192
N	板要素	-89.480	-159.264	95.324	-134.304	73.232	12.200
O	シェル要素	89.468	-159.272	95.332	-134.308	73.240	12.200
P	シェル要素	-89.480	-159.260	95.324	-134.300	73.232	12.200
最大値		89.600	159.956	95.800	135.868	74.768	12.200
最小値		89.236	157.724	93.932	132.060	72.088	12.188
差		0.364	2.232	1.868	3.808	2.680	0.012

表 1.4.1 検討に使用した FEM ソフト

ソフト名	4 節点シェル要素	8 節点ソリッド要素
ABAQUS		
ADINA-AUI ver.8.3.1	shell 要素 (厚肉)	3-Dsolid 要素
COSMOS ver.2.95		
DIANA ver.9.1	Q20SF, Q20SH	HX24L
MARC k7-2	厚肉シェル (No.75)	直方体要素 (No.7)
MSC MARC2005	quad4(厚肉)	hexa8
MIDAS/Gen ver.7.0.0	板要素	ソリッド要素
NASTRAN 2005	CQUAD4	CHEXA
SOFiSTiK ver.10.29	QUAD(厚肉)	BRIC
自作 FEM	完全積分, 選択積分	完全積分, 選択積分

1.4 有限要素の基本的特性

ロッキングの緩和や応力評価の改良などにより、同じ種類の有限要素でも FEM ソフトにより精度は異なる。そこで、本節では以下の 3 種類の単純な計算モデルにより、FEM ソフトに組み込まれている有限要素の精度の比較を行う。なお、個々の FEM ソフトの優劣を確認することではなく、同じ種類の有限要素でも FEM ソフトにより精度が異なることを示すことを目的としている。

精度の比較には表 1.4.1 のようなソフトを使用している。FEM ソフトはロッキングの緩和や応力評価の改良などの詳細な工夫や定式化について記述されていないソフトが多いことから、自作 FEM ソフトによる剛性行列の完全積分とせん断ひずみ成分の選択的低減積分による結果も示している。

1.4.1 板の面内曲げ

図 1.4.1 のような板の点 A のたわみ V 、点 B の応力 σ_{XX} 、点 C と点 D のせん断応力 σ_{XY} を 4 節点シェル要素を用いて求める。この板のヤング係数は $E=200\text{GN/m}^2$ 、ポアソン比は $\nu=0.3$ 、板厚は $t=10\text{mm}$ である。この板の上縁に線荷重 $q=10\text{kN/m}$ が作用している。支持条件は、両端で Y 方向変位が拘束され、両端の $Y=0$ の点で X 方向変位が拘束されている。表 1.4.3 のように X 方向要素分割数を $N_L=10, 20, 40, 80, 160$ の 5 通り、 Y 方向要素分割数を $N_H=2, 4, 8, 16, 32$ の 5 通りの組合せによる 25 通りについての要素分割数での精度の検討を行う。

種々の X (長さ) 方向要素分割数 N_L と Y (高さ) 方向要素分割数 N_H についての結果は、図 1.4.3 のような 3 次元的な図になるが、以降では、これを図 1.4.4 のように、 N_L-V_A 面に投影した図、 N_H-V_A 面に投影した図のように 2 次元的な図により表示することとする。

FEM ソフトによる結果は、5 つのグループに分けられる。図 1.4.4、図 1.4.5、図 1.4.6、図 1.4.7 に、それぞれ点 A のたわみ V_A 、点 B の応力 σ_{XXB} 、点 C と D のせん断応力 $\sigma_{XYC}, \sigma_{XYD}$ を示す。これらの図の左図は長さ方向分割数の同じ結果を直線で結び、右図は高さ方向分割数の同じ結果を直線で結んでいる。また、変位とせん断応力の図の横軸の分割数は、要素長の 2 乗に相当する位置に結果を記入し、応力の図では要素長に相当する位置に結果を記入している。

長さ方向の分割数 N_L が少ないとときに、完全積分による結果は、選択積分による結果と大きく異なっていることから、シェル面内のせん断変形によるロッキングによる精度低下が現れている。一方、選択積分による結果は、粗い要素分割でも比較的に精度の良い解が得られている。FEM ソフトによる結果は、精度の良いもので選択積分による結果と同程度の精度が得られ、精度の悪いソフトでも完全積分による結果と同様の精度が得られている。

これらより、要素分割を細かくすると、どのソフトによる結果も、解析解に近い値が得られるが、要

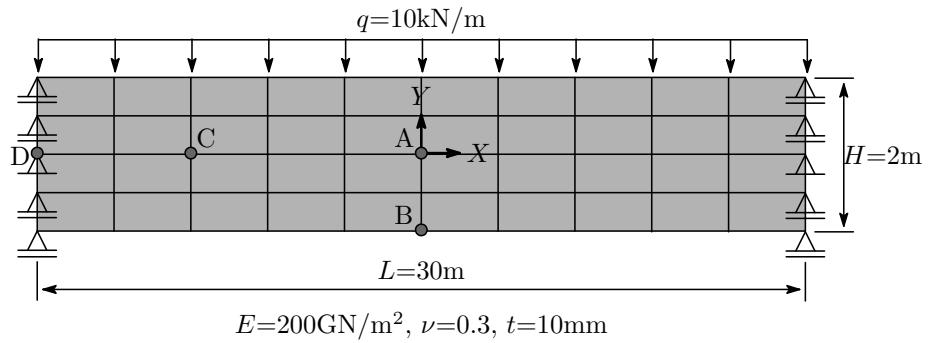


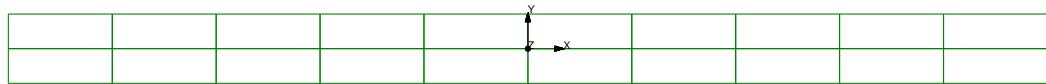
図 1.4.1 板の面内曲げ

表 1.4.2 応力と変位の参照点

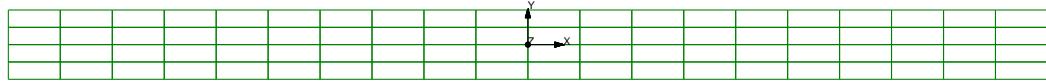
参照点	座標値	参照成分	解析解(はり理論)
A	(0, 0)	Y 方向変位 V	-79.979 (mm)
B	(0, -1)	応力 σ_{XX}	168.750 (N/mm ²)
C	(-9, 0)	せん断応力 σ_{XY}	-6.750 (N/mm ²)
D	(-15, 0)	せん断応力 σ_{XY}	-11.250 (N/mm ²)

表 1.4.3 要素分割数の組合せ

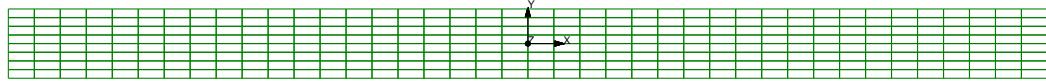
X 方向 (N_L)	10, 20, 40, 80, 160
Y 方向 (N_H)	2, 4, 8, 16, 32



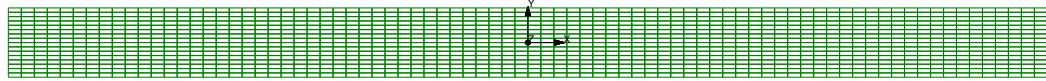
(a) $N_L=10, N_H=2$



(b) $N_L=20, N_H=4$



(c) $N_L=40, N_H=8$



(d) $N_L=80, N_H=16$

図 1.4.2 要素分割の一例

要素分割が粗い場合に、大きな誤差を含む FEM ソフトがあることに注意する必要がある。

1.4.2 シェル要素による板の面外曲げ

図 1.4.8 のような板の点 A のたわみ W と下縁 ($Z = -0.1\text{m}$) の応力 σ_{XX} 、点 B の下縁のせん断応力 σ_{XY} 、点 C の板厚中央のせん断応力 σ_{ZX} を 4 節点シェル要素を用いて求める。この板のヤング係数は $E=30\text{GN/m}^2$ 、ポアソン比は $\nu=0.167$ 、板厚は $H=0.2\text{m}$ である。この板に面荷重 $q=100\text{kN/m}^2$ が作用している。支持条件は、周辺で 3 方向の変位が拘束され、 X 軸に平行な辺上で Y 軸周りの回転が拘束さ

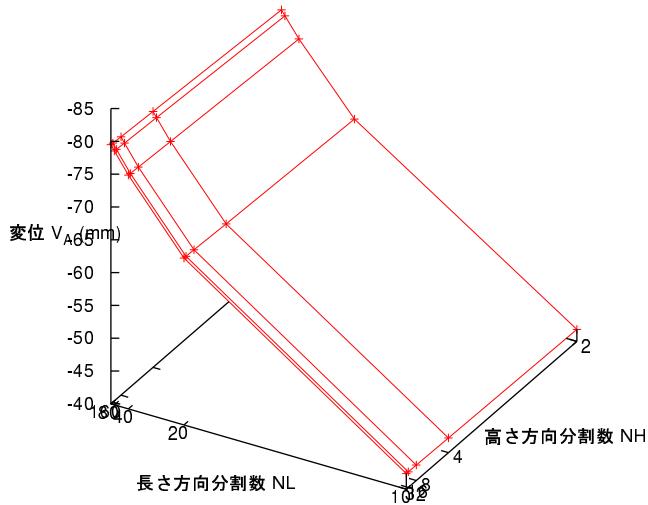


図 1.4.3 完全積分要素によるたわみ

れ、 Y 軸に平行な辺上で X 軸周りの回転が拘束されている。表 1.4.5 のような、 4×4 要素、 8×8 要素、 16×16 要素、 32×32 要素、 64×64 要素について精度を検討する。

FEM ソフトによる結果は、図 1.4.10, 1.4.11, 1.4.12, 1.4.13 のように 5 つのグループに分けられる。なお、グループの構成は、前述の面外曲げの結果のグループと異なり、面内曲げ問題で精度の良いソフトと面外曲げ問題で精度の良いソフトは異なる。

これらの図より、完全積分による結果に一致する FEM ソフトはなく、要素分割が粗い場合でも比較的精度の良い結果が得られている。面外せん断応力 σ_{zx} は図 1.4.13 のように、板厚中央の最大せん断応力に収斂しているソフトと、板厚方向の平均せん断応力に収斂しているソフトがある。

1.4.3 ソリッド要素による板の面外曲げ

図 1.4.14 のような板の点 A のたわみ W 、点 B の応力 σ_{XX} 、点 C のせん断応力 σ_{XY} 、点 D のせん断応力 σ_{ZX} を 8 節点六面体要素を用いて求める。この板のヤング係数は $E=30\text{GN}/\text{m}^2$ 、ポアソン比は $\nu=0.167$ である。この板の上縁に面荷重 $q=100\text{kN}/\text{m}^2$ が作用している。支持条件は、板の周辺で Z 方向の変位が拘束され、板周辺の板厚中心線 ($Z=0$) では、 X 方向と Y 方向変位も拘束されている。表 1.4.7 のように、面内の X 方向と Y 方向要素分割数を 4×4 , 8×8 , 16×16 , 32×32 の 4 通り、板厚方向要素分割数を 2, 4, 8, 16 の 4 通りの組合せによる 16 通りについての要素分割数での精度の検討を行う。

FEM ソフトによる結果は、4 つのグループに分けられる。図 1.4.16, 図 1.4.17, 図 1.4.18, 図 1.4.19 に、それぞれ点 A のたわみ W_A 、点 B の応力 σ_{XXB} 、点 C のせん断応力 σ_{XYC} と点 D のせん断応力 σ_{ZXD} を示す。これらの図の左図は面内方向分割数の同じ結果を直線で結び、右図は板厚方向分割数の同じ結果を直線で結んでいる。また、変位の図の横軸の分割数は、要素長の 2 乗に相当する位置に結果を記入し、応力の図では要素長に相当する位置に結果を記入している。

何れの結果も分割数を増やすにしたがい板理論による解析解に漸近しているが、分割数の少ないとには、大きな誤差を生じているものがある。

1.4.4 まとめ

本節では、板の面内曲げ、面外曲げに関する単純なモデルについて、種々の FEM ソフトによる結果を比較した。FEM 解はいくつかのグループに分けられたが、グループの構成は同じではなく、シェル要

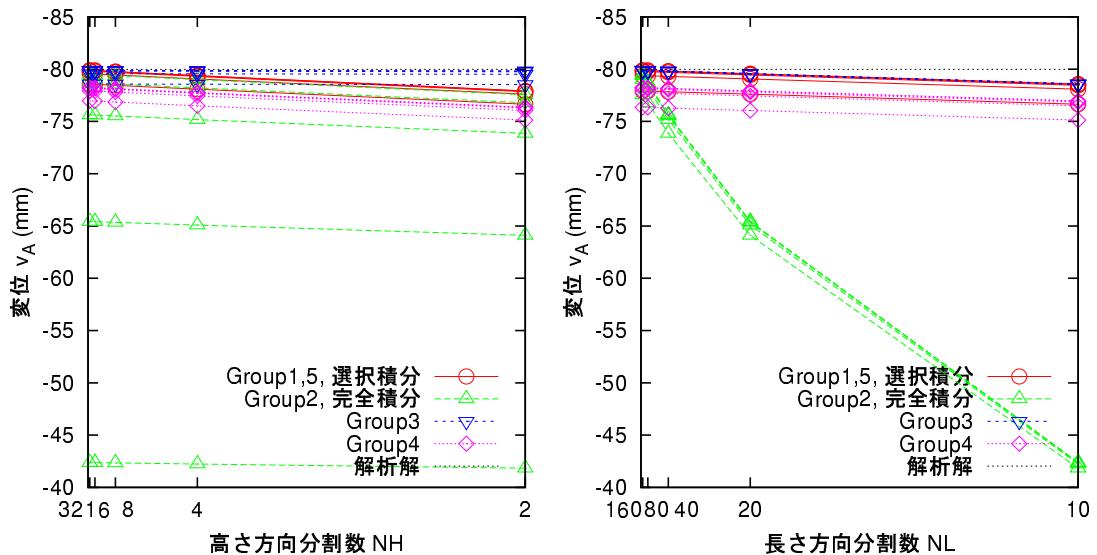


図 1.4.4 シェル要素による板の面内曲げ (A 点の変位 V_A)

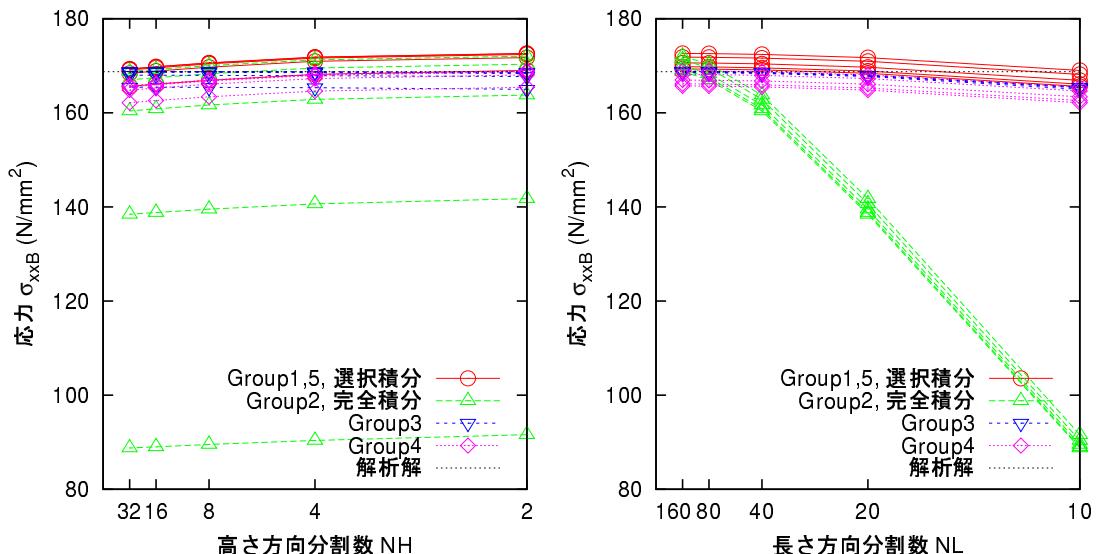


図 1.4.5 シェル要素による板の面内曲げ (B 点の応力 σ_{XXB})

素による面内曲げの問題では精度の良い FEM ソフトが、シェル要素による面外曲げの問題でも精度が良いという訳ではなく、それぞれの FEM ソフトにより得手不得手があるようである。実際に使用する FEM ソフトについて、本節で取扱ったような単純なモデルについて精度の確認を行い、それぞれの FEM ソフトに組み込まれている要素の精度特性を確認することを勧める。

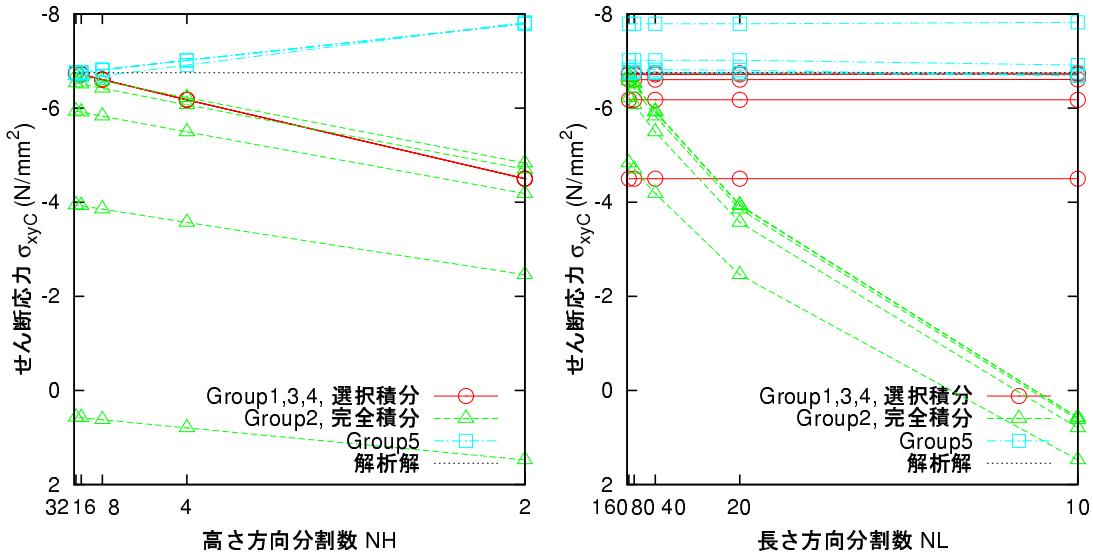


図 1.4.6 シェル要素による板の面内曲げ (C 点のせん断応力 σ_{XYC})

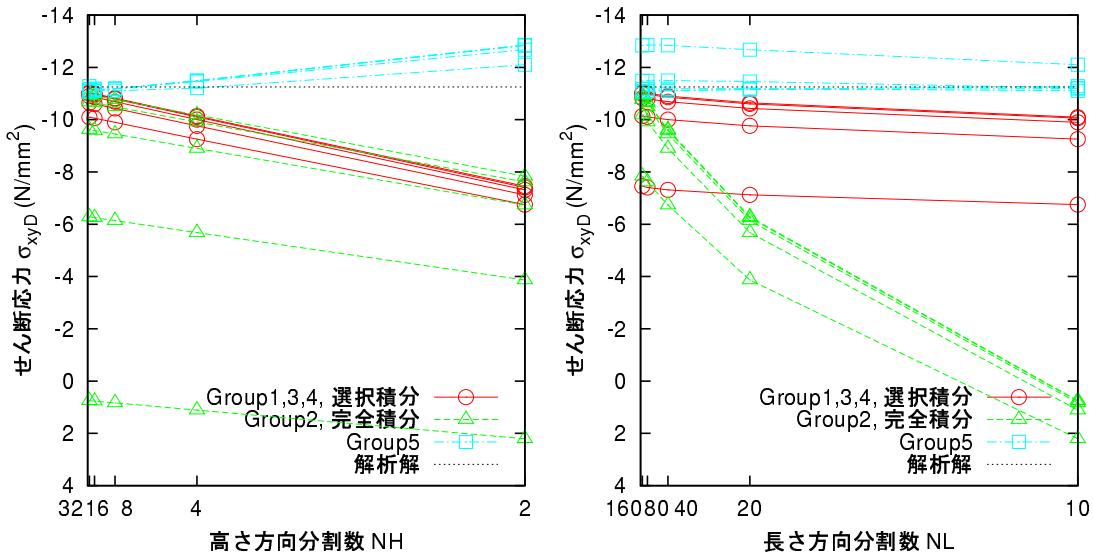


図 1.4.7 シェル要素による板の面内曲げ (D 点のせん断応力 σ_{XyD})

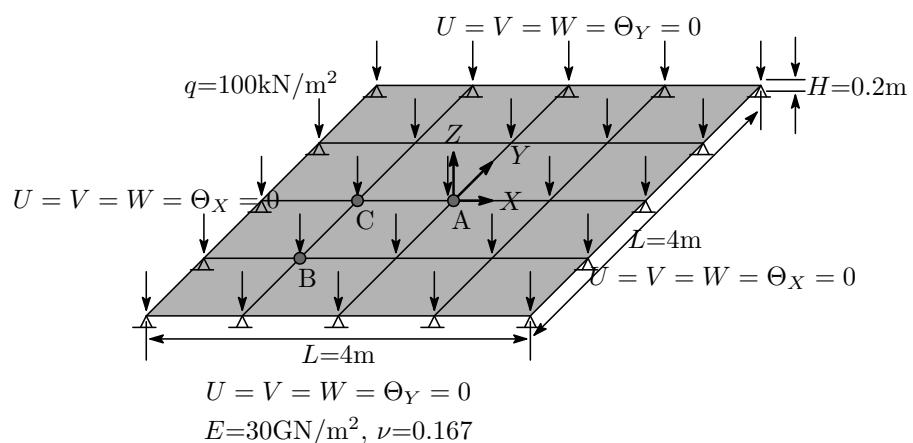


図 1.4.8 板の面外曲げの解析モデル

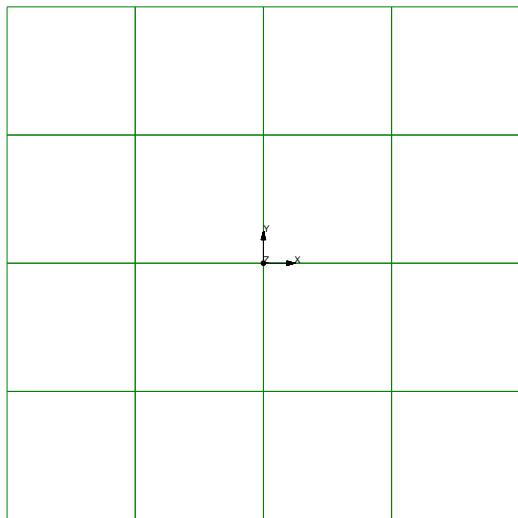
表 1.4.4 応力と変位の参照点

参照点	座標値	参照成分	解析解(板理論)
A	(0, 0) 中央	Z 方向変位 W	-5.121 (mm)
A	(0, 0) 下縁	応力 σ_{XX}	10.317 (N/mm ²)
B	(-1, -1) 中央	せん断応力 σ_{XY}	-3.813 (N/mm ²)
C	(-1, 0) 中央	せん断応力 σ_{ZX}	-0.409* (N/mm ²)

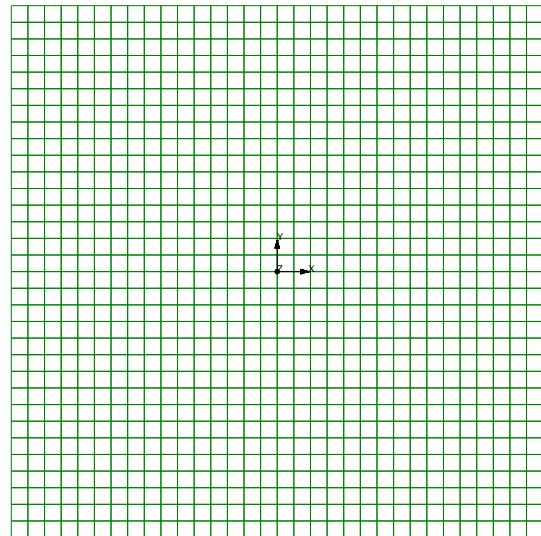
* C 点の平均せん断応力 $\sigma_{ZX} = -0.273$ (N/mm²)

表 1.4.5 X 方向, Y 方向の分割数

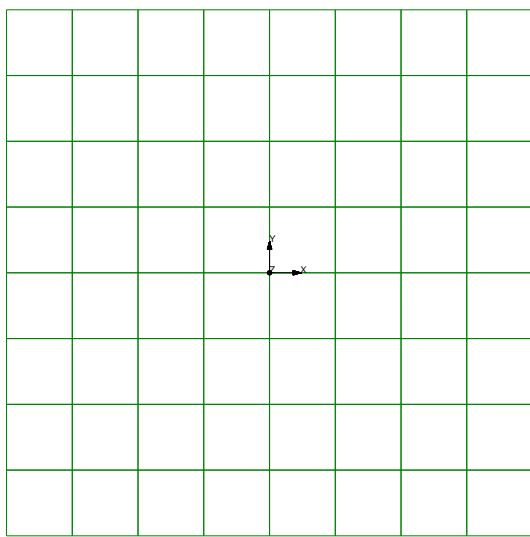
$X(Y)$ 方向 (N_L)	4, 8, 16, 32, 64
---------------------	------------------



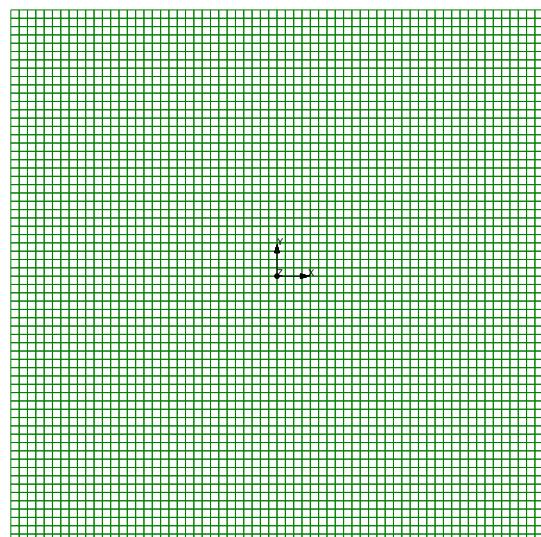
(a) $N_L=4$



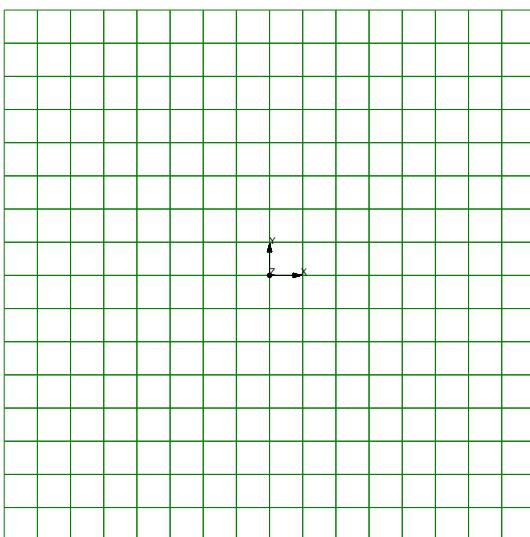
(d) $N_L=32$



(b) $N_L=8$



(e) $N_L=64$



(c) $N_L=16$

図 1.4.9 要素分割

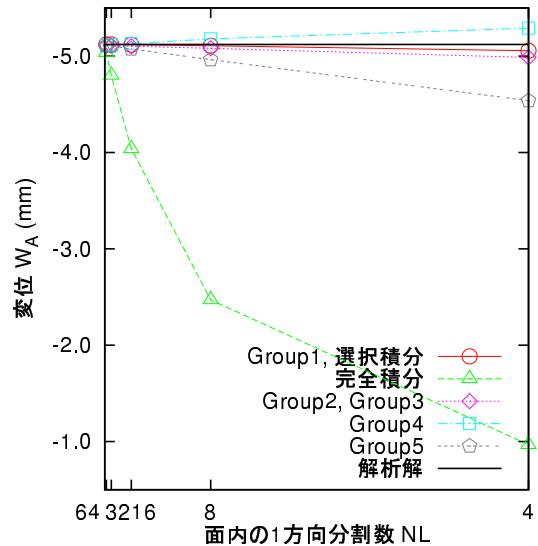


図 1.4.10 シェル要素による板の面外曲げ (A 点の変位 W_A)

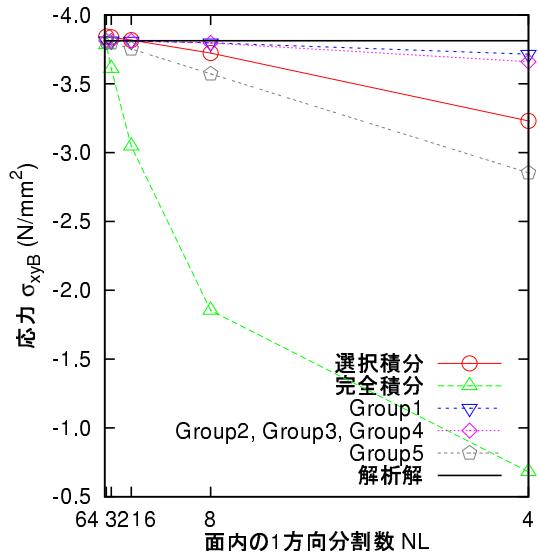


図 1.4.12 シェル要素による板の面外曲げ (B 点のせん断応力 σ_{XYB})

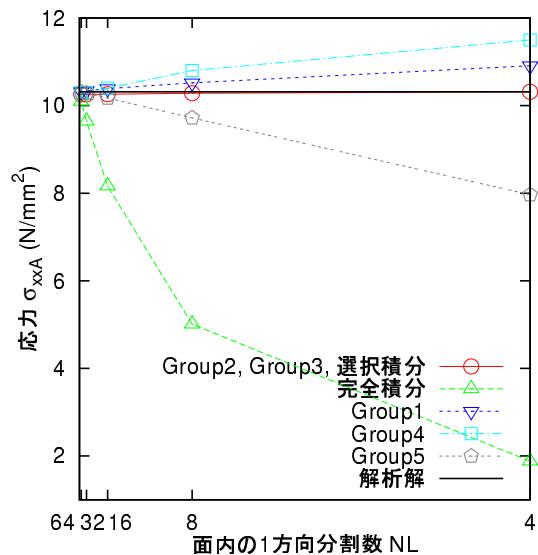


図 1.4.11 シェル要素による板の面外曲げ (A 点の応力 σ_{XXA})

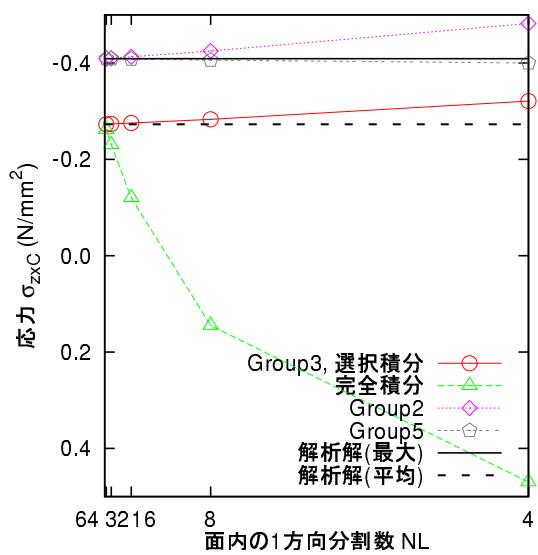


図 1.4.13 シェル要素による板の面外曲げ (C 点のせん断応力 σ_{ZXC})

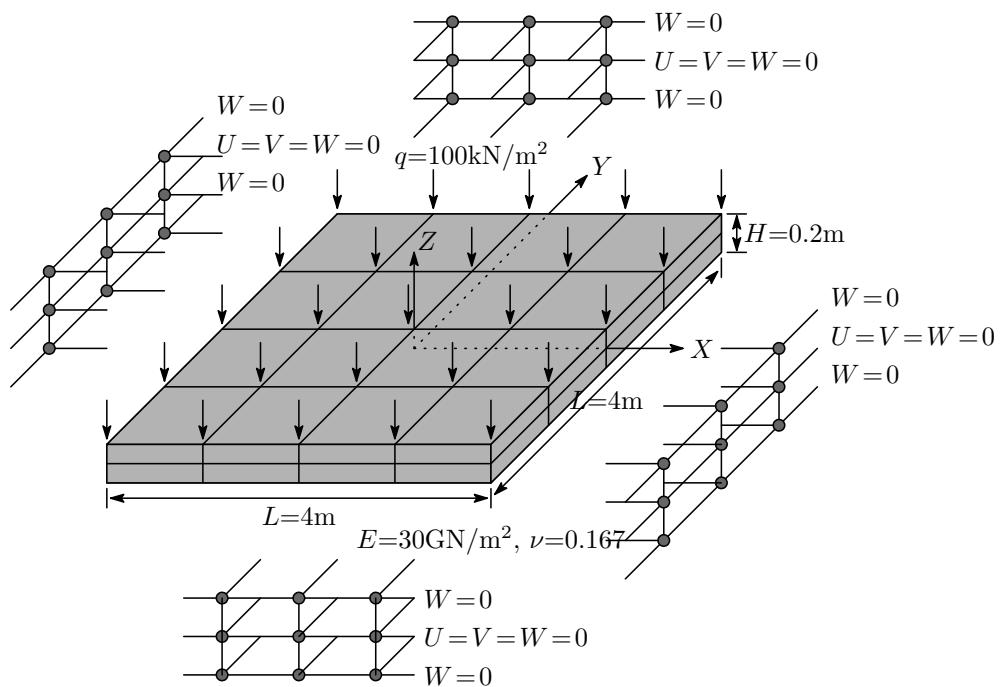


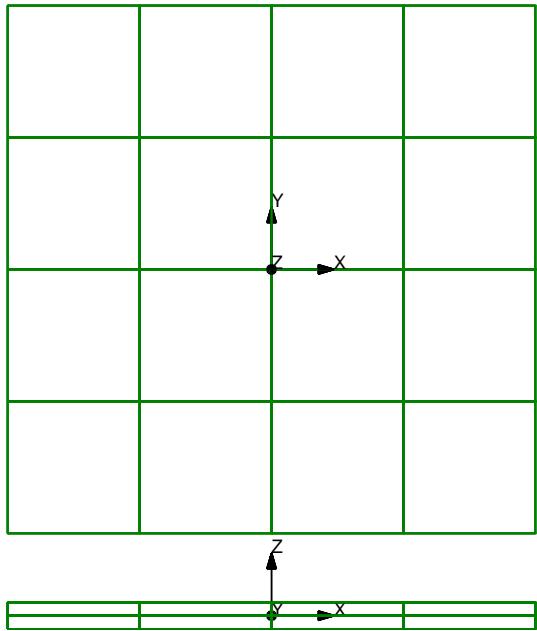
図 1.4.14 板の面外曲げの解析モデル

表 1.4.6 応力と変位の参照点

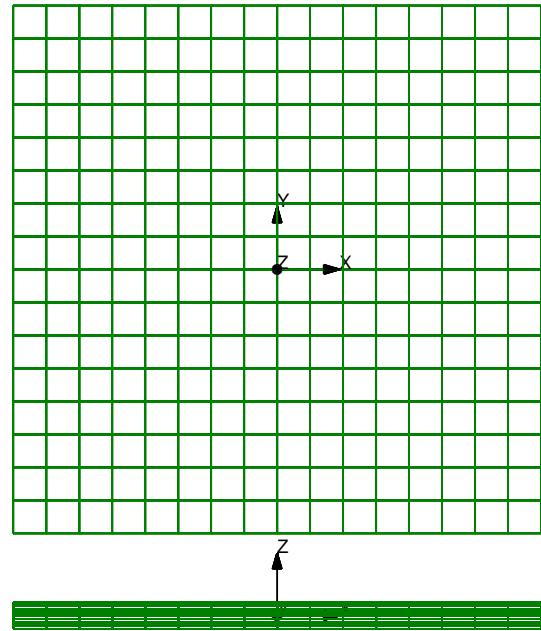
参照点	座標値	参照成分	解析解(板理論)
A	(0, 0, 0)	Z 方向変位 W	-5.121 (mm)
B	(0, 0, -0.1)	応力 σ_{XX}	10.317 (N/mm^2)
C	(-1, -1, -0.1)	せん断応力 σ_{XY}	-3.813 (N/mm^2)
D	(-1, 0, 0)	せん断応力 σ_{ZX}	-0.409 (N/mm^2)

表 1.4.7 分割数

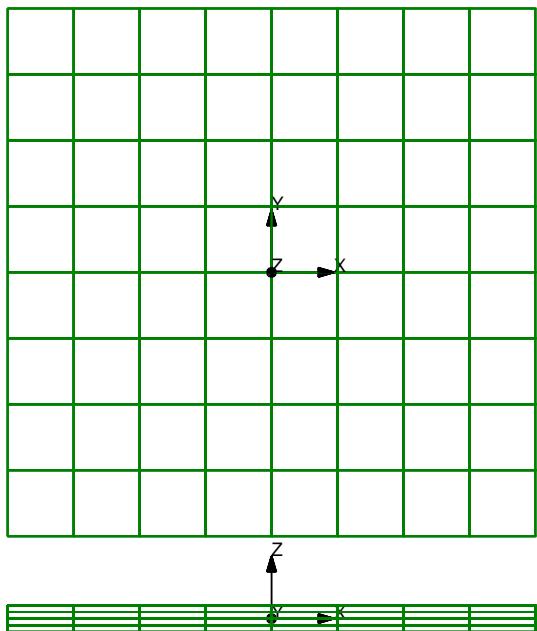
$X(Y)$ 方向 (N_L)	4, 8, 16, 32
Z 方向 (N_H)	2, 4, 8, 16



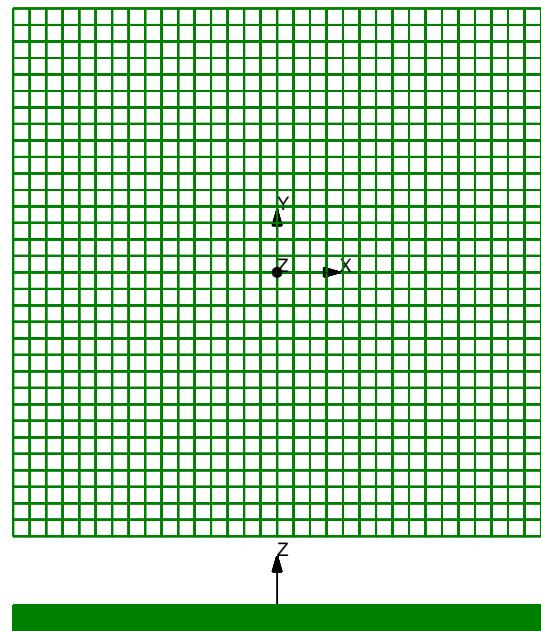
(a) $N_L=4, N_H=2$



(c) $N_L=16, N_H=8$



(b) $N_L=8, N_H=4$



(d) $N_L=32, N_H=16$

図 1.4.15 要素分割の一例

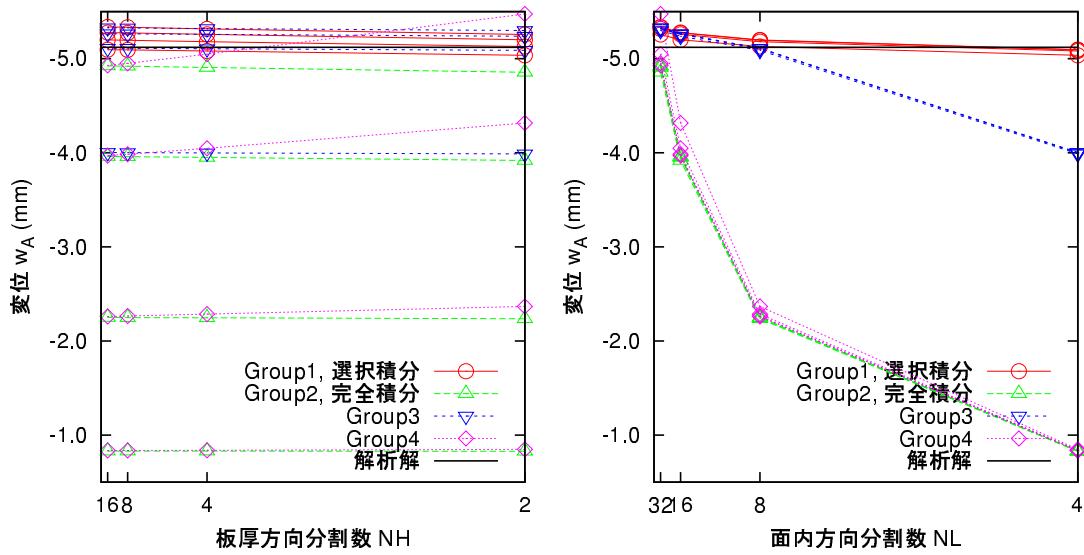


図 1.4.16 ソリッド要素による板の面外曲げ (A 点の変位 W_A)

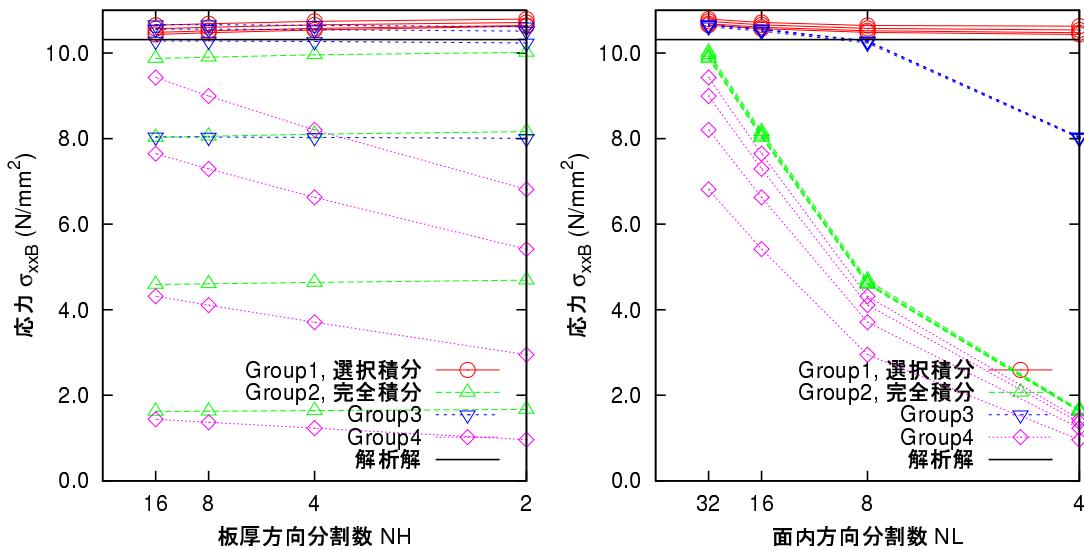


図 1.4.17 ソリッド要素による板の面外曲げ (B 点の応力 σ_{XXB})

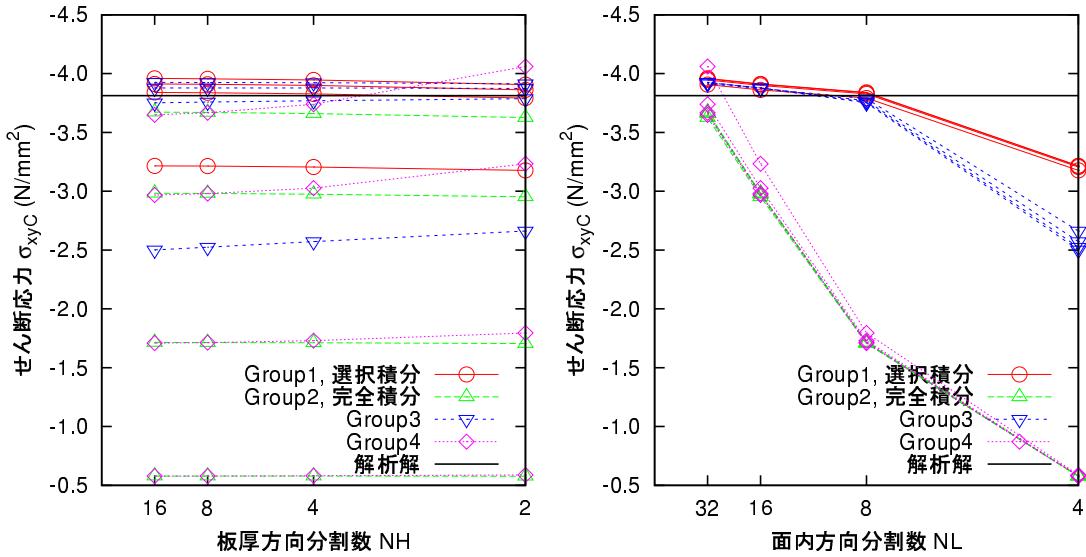


図 1.4.18 ソリッド要素による板の面外曲げ (C 点のせん断応力 σ_{XYC})

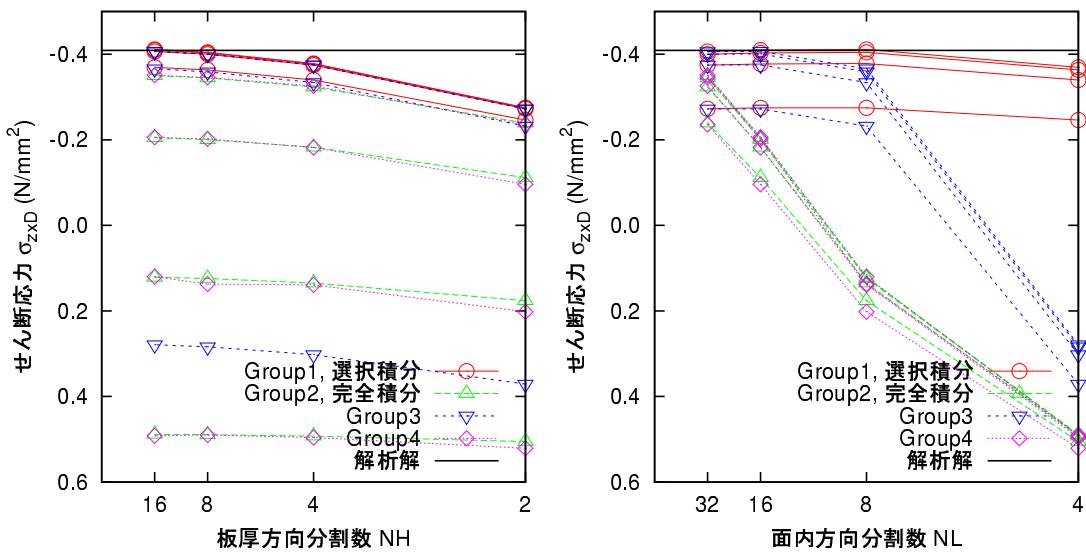


図 1.4.19 ソリッド要素による板の面外曲げ (D 点のせん断応力 σ_{ZXD})

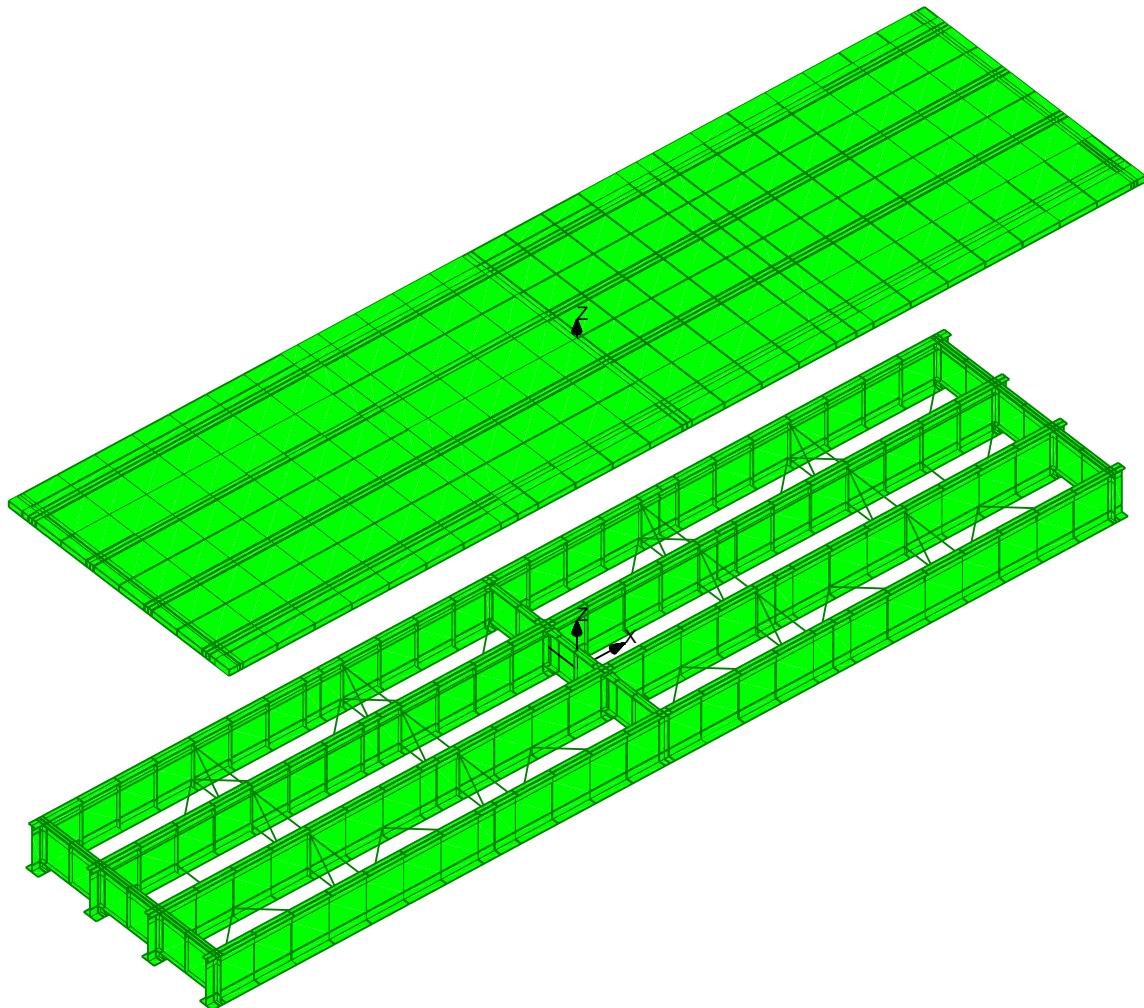


図 1.5.1 鋼橋全体の要素分割の一例

1.5 鋼橋のモデル化

1.5.1 対象橋梁

文献 [10] の単純活荷重合成 I 枠橋を基に、構造諸元の若干の単純化を行った鋼橋を対象にして、FEM 解析を行うまでのモデル化と要素分割と、FEM 解析結果の精度を示す。

構造全体の挙動への要素分割の影響を調べることを目的とし、局部的な部位に限定される連結部や支点ソールプレート、ガセットプレートは省略し分配横桁、端横桁、中間対傾構、横構と主桁は直接、接続する。

主桁の構造諸元を図 1.5.2、分配横桁、端横桁、中間対傾構の構造諸元をそれぞれ図 1.5.3、図 1.5.4、図 1.5.5、下横構と床版の構造諸元を図 1.5.6、図 1.5.7 に示す。

主桁上フランジは、支間中央から 6250mm の位置で厚さが変化している。主桁ウェブの厚さ、高さは、4 本とも同一であるが、フランジは、外桁と内桁で異なっている。

材料定数には、鋼桁のヤング係数は $E_s=200\text{kN/mm}^2$ 、ポアソン比は $\nu_s=0.3$ 。コンクリートのヤング係数は $E_c = E_s/7$ 、ポアソン比は $\nu_c=1/6$ を使用する。

橋梁上部工に作用する荷重も文献 [10] を参照して、図 1.5.8、1.5.9、1.5.10 のような値を用いる。合成前の死荷重は、荷重分配作用を考慮せず、1-0 法で各主桁に作用する死荷重を算出している。合成後の死荷重と活荷重は、主桁、荷重分配横桁と床版を含めた構造系の解析では、作用荷重をそのまま床版

に作用させ、有効幅に相当する床版を含めた主桁単独の解析では、荷重分配横桁による荷重分配作用を、格子桁理論による荷重分配係数により算出した荷重を用いる。

1.5.2 検討に用いる有限要素と応力評価

1.4 節に示したように、市販の FEM ソフトに組み込まれている 4 節点シェル要素や 8 節点ソリッド要素は、精度の悪いものは自作 FEM ソフトによる完全積分による要素による FEM 解と同程度であり、精度の良いものは自作 FEM ソフトによる選択的低減積分による要素による FEM 解と同程度であるので、本節でのモデル化と要素分割の検討では、自作 FEM ソフトによる完全積分と選択的低減積分による 4 節点シェル要素を用いる。

また、要素内のひずみや応力の計算には、式 (1.2.8) をそのまま用いるのではなく、要素剛性行列を計算する際に用いるガウス積分点での値を算出するときには、式 (1.2.8) を用い、要素内の任意点のひずみや応力は、このガウス積分点でのひずみや応力から補間により求める。複数の要素が隣接する要素境界でのひずみや応力は、一般に要素ごとに異なる。そこで、このような要素境界上では、隣接する要素の値の算術平均値を用いる。

1.5.3 誤差の定義

通常、有限要素解析での誤差は、解析解や、解析解が容易に得られない場合には、要素分割を細かくしたときの FEM 解の収束値に対する FEM 解の比により表されるが、このような解析解や収束値との比で誤差を表すことは、有限要素の性能比較を行う場合には、一般性のある検討を行えるが、鋼橋の設計のような実務では、応力の数値が小さい構造部位では、この小さな数値を高精度に計算することは、厳しい要求になっていると考えられる。要素分割を種々変えての数値解の差と、許容応力などとの比を基準として、誤差を決める方が合理的なように思われる。

そこで、本節では、次式のようなある要素分割での FEM 解と要素分割を細かくしたときの FEM 解の収束値との差と、応力の基準値(許容応力など)に対する比を誤差とする。

$$(誤差) = \frac{(ある要素分割での FEM 解) - (FEM 解の収束値)}{(基準値)} \quad (1.5.1)$$

なお、正解に対する数値解の比により誤差を表す場合には、部材に作用させる荷重の大きさは、線形弾性解析であれば、適当な値を用いても良いが、応力の許容値に対する比で誤差を表す場合には、実際に設計上想定される値を荷重値として、解析対象部材に作用させなければならないことに留意する必要がある。

本節で対象とする橋梁モデルの場合には、許容応力の割り増しや座屈による低減を無視し、許容引張応力と許容せん断応力を基準値とする。主桁と横桁にはそれぞれ SM490Y 材と SM400 材が使用されているので、応力の基準値は、SM490Y 材、SM400 材はそれぞれ 210N/mm^2 , 140N/mm^2 。せん断応力の基準値は、 120N/mm^2 , 80N/mm^2 となる。表 1.5.1 に、これらの基準値と誤差が 2%, 5%, 10% のときの応力、せん断応力の差を示す。

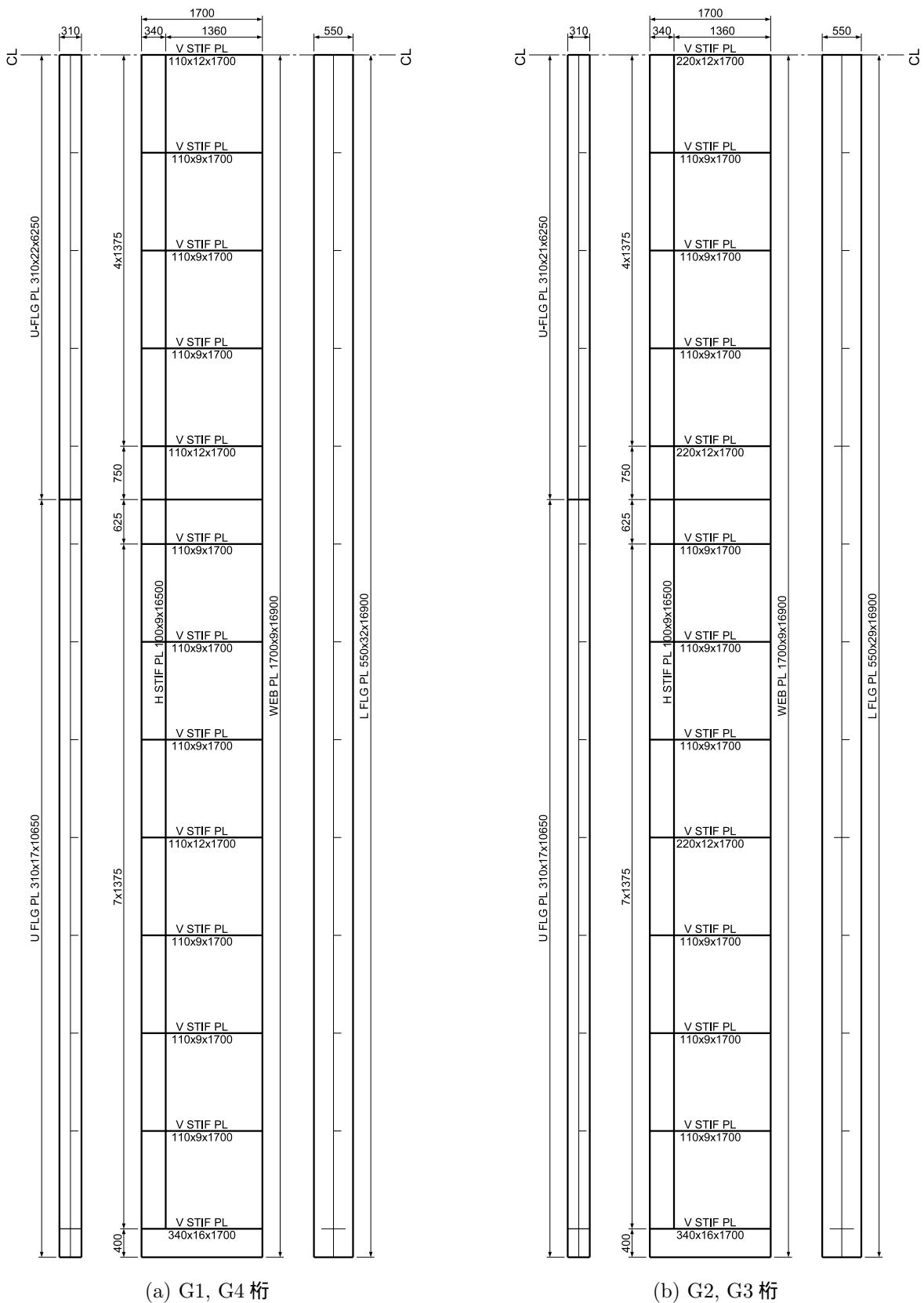


図 1.5.2 主桁の構造諸元

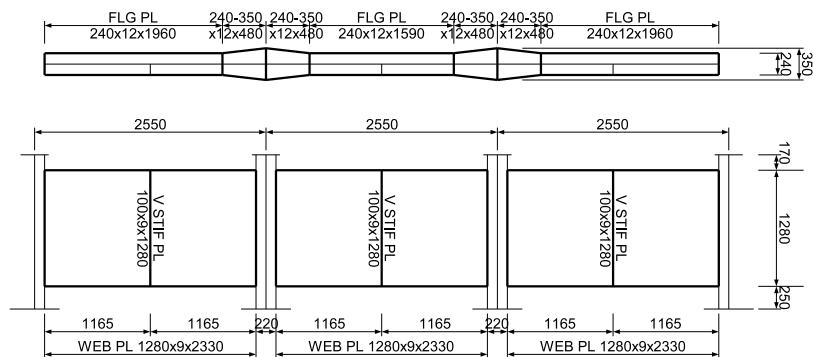


図 1.5.3 分配横桁の構造諸元

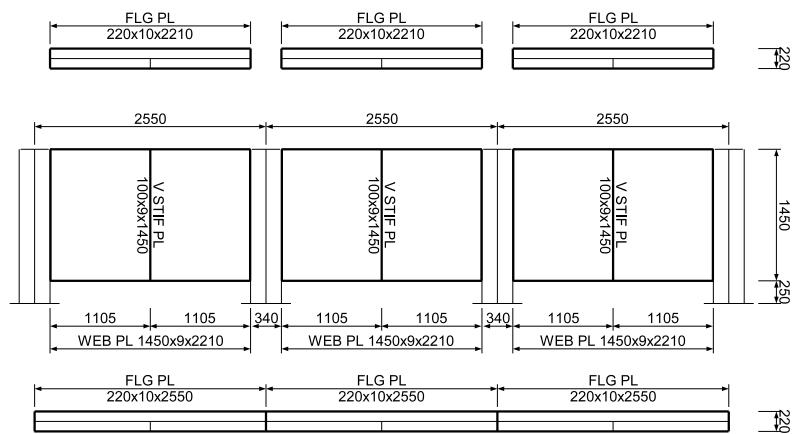


図 1.5.4 端横桁の構造諸元

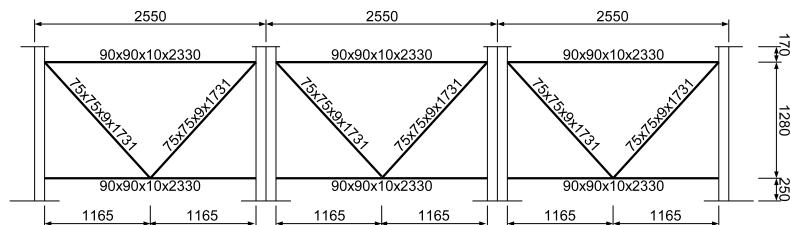


図 1.5.5 中間対傾構の構造諸元

表 1.5.1 応力の基準値と誤差

		基準値	誤差		
			2%	5%	10%
主桁	応力 (N/mm ²)	210	4.2	10.5	21.0
	せん断応力 (N/mm ²)	120	2.4	6.0	12.0
横桁	応力 (N/mm ²)	140	2.8	7.0	14.0
	せん断応力 (N/mm ²)	80	1.6	4.0	8.0

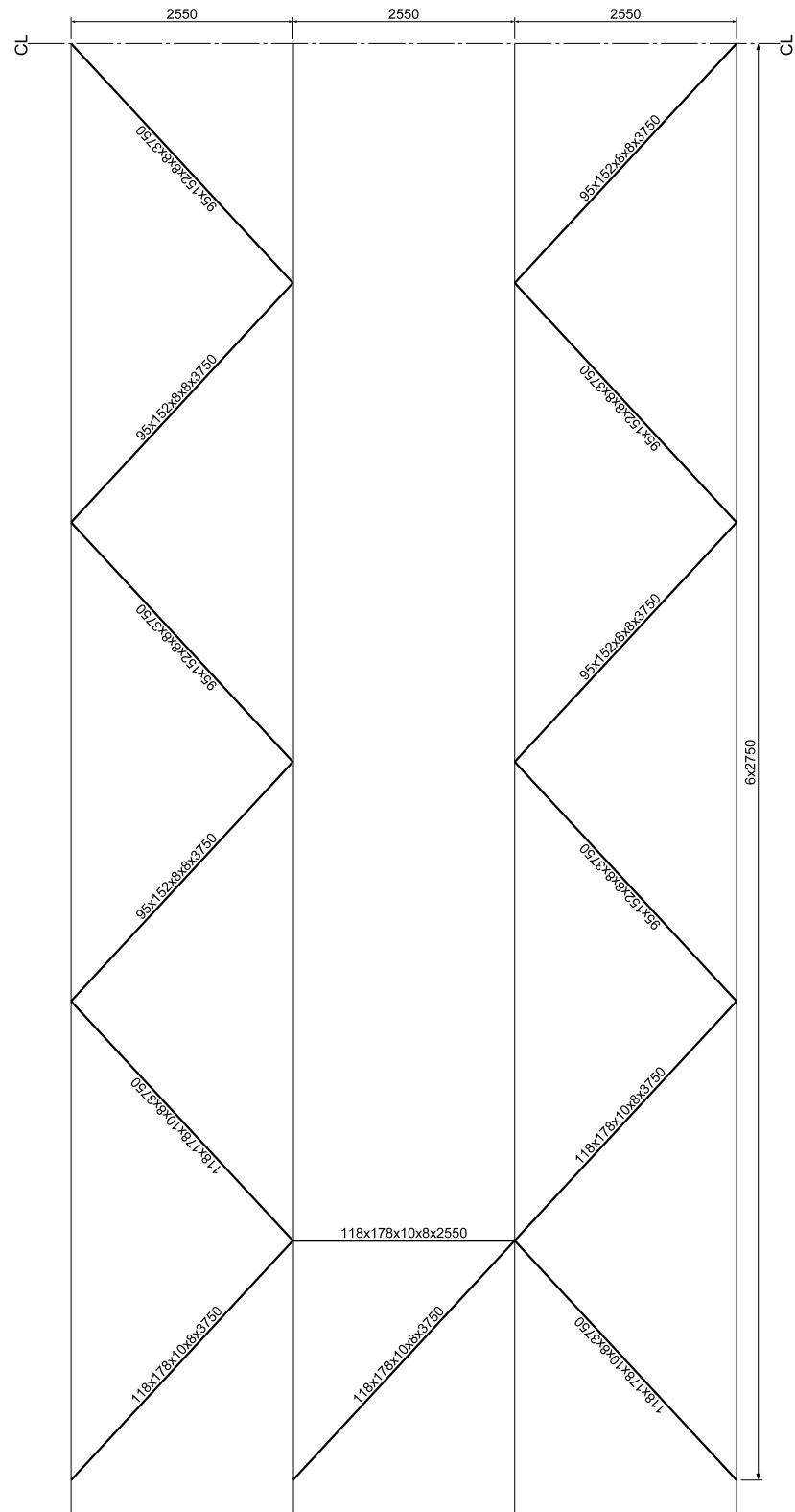


図 1.5.6 下横構の構造諸元

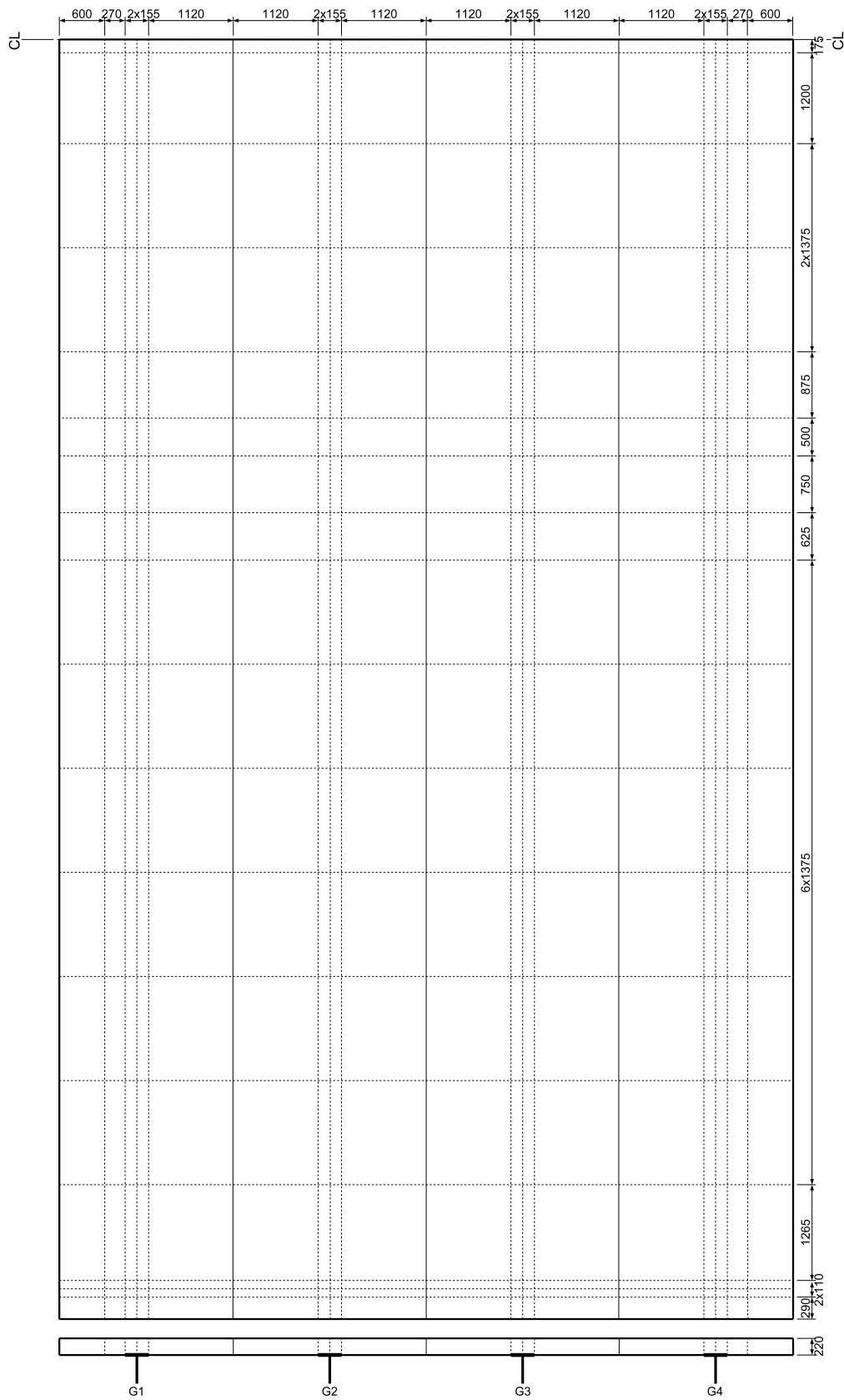


図 1.5.7 床版の構造諸元と主桁，他部材との接続状況

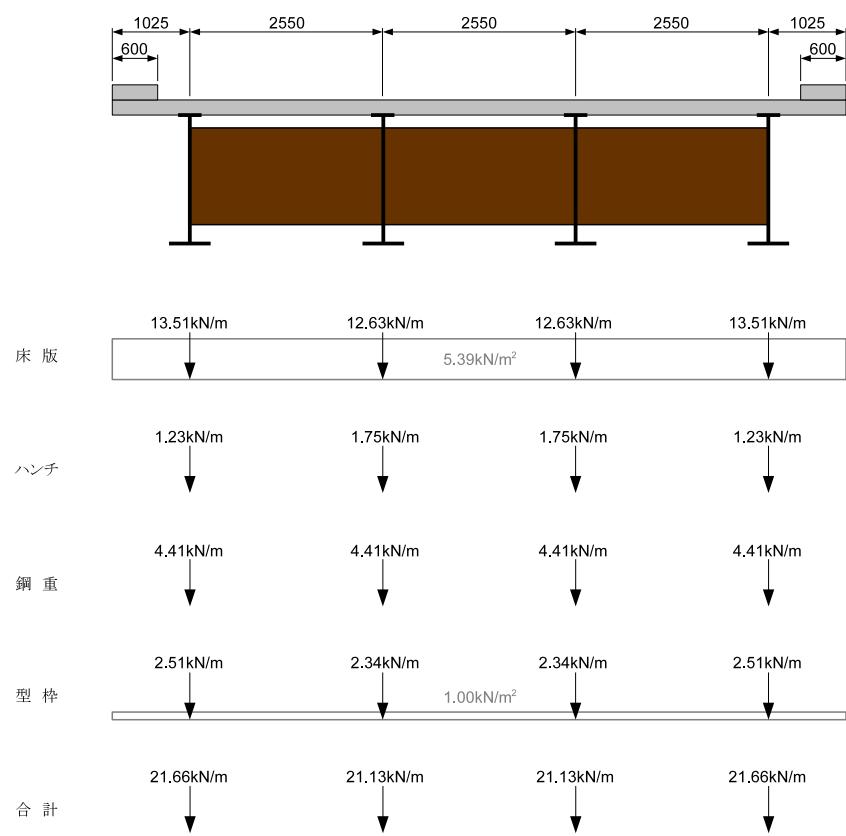


図 1.5.8 合成前死荷重(矢印は 1-0 法による各主桁に作用する荷重)

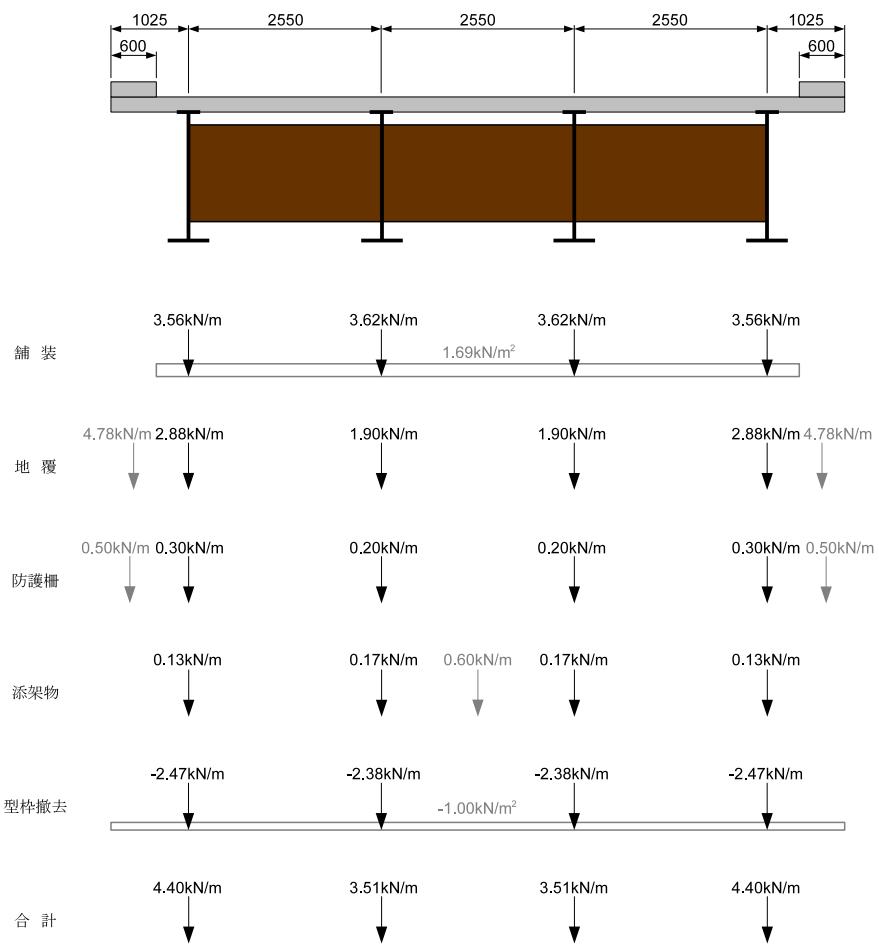


図 1.5.9 合成後死荷重(矢印は格子桁理論による各主桁に作用する荷重)

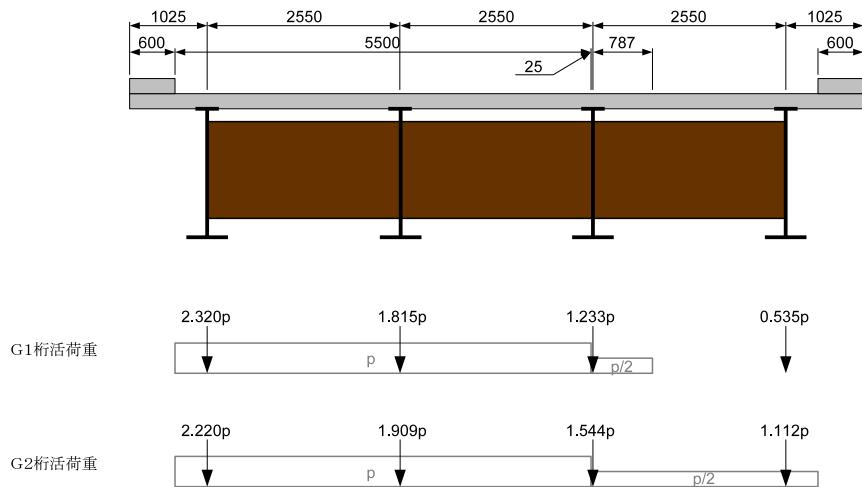


図 1.5.10 活荷重(矢印は格子桁理論による各主桁に作用する荷重)

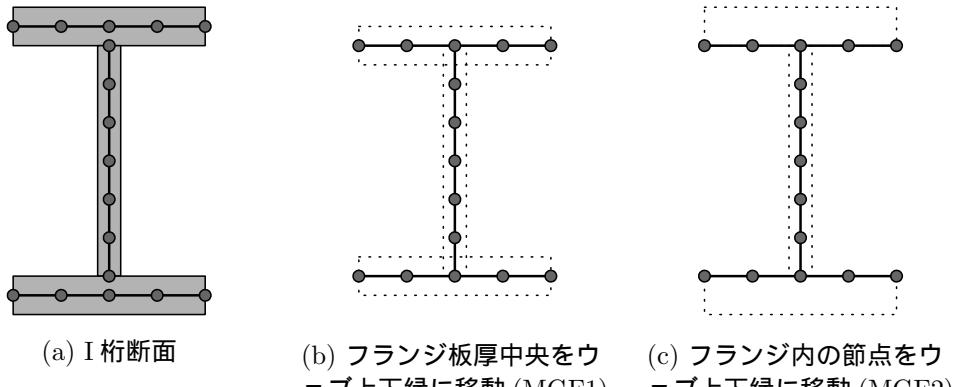


図 1.5.11 ウェブとフランジの接続方法

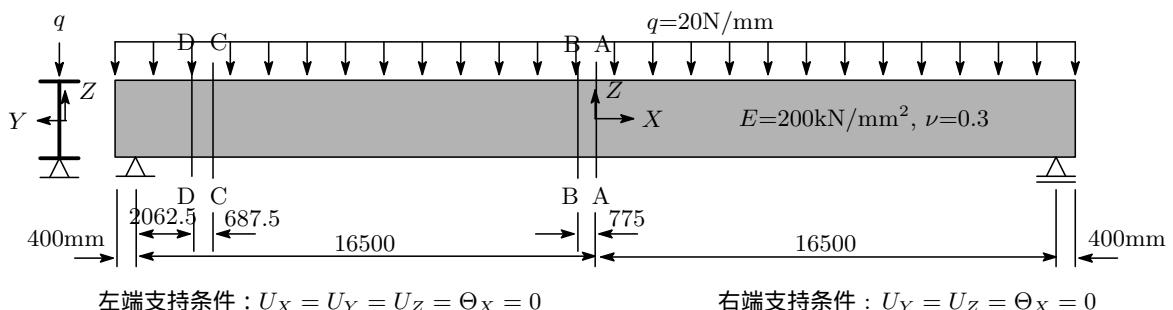


図 1.5.12 荷重条件と支持条件

1.5.4 主桁のモデル化と要素分割

シェル要素の節点は、オフセット等による移動量を与えなければ、通常、板厚中央に配置される。したがって、主桁をシェル要素によりモデル化を行うと、図 1.5.11(a) のように、ウェブと上下フランジの接続位置で、フランジ内の節点とウェブ内の節点にずれが生じる。

この場合の対応として、フランジの板厚は、ウェブ高さに比べて非常に小さいので、同図 (b) のようにフランジの板厚中央をウェブ上下縁に移動させる方法 (MGF1) と、同図 (c) のように、フランジ内の節点をウェブ上下縁との接続位置まで、オフセットにより移動させる方法 (MGF2) がある。これ以外に、同図 (a) において、フランジ内の節点とウェブ上下縁の節点の変位に、従属関係を与える方法や、ウェブ高さを、上下フランジ板厚の半分に相当する分だけ伸ばして、ウェブ上下縁の節点とフランジ板厚中央の節点を一致させる方法が考えられる。

FEM ソフトには、節点位置を移すオフセット機能や、異なる節点変位成分に従属関係を与える機能などが組み込まれているものがあるので、これらの対応は可能であるが、データ作成の煩雑さを考えると図 (b) のように扱うのが最も簡便な方法と思われる。

水平補剛材や鉛直補剛材は、主桁の局部座屈を防ぐためのものであり、主桁のたわみや応力への影響は小さいため、主桁のたわみや応力の計算上は無視される。しかし、FEM 解析により、主桁と他の部材を接続した全体構造の解析を行う場合には、補剛材位置に横構を接続するため、垂直補剛材も考慮して要素分割を行う必要がある。

そこで、図 1.5.2 の G1 桁を対象にして、ウェブとフランジの接続方法、補剛材の有無による FEM 解析結果の違いについて調べる。荷重条件と支持条件は、図 1.5.12 のように扱う。荷重の値は、本検討で用いる橋梁モデル [10] の G1 桁の合成前死荷重と同程度の値として、ウェブ上縁に $q=20 \text{ N/mm}$ の線荷重を作成している。また、支持点はウェブ下縁の点支持としている。

図 1.5.13 に、水平補剛材、垂直補剛材を省略し、図 1.5.11(b) のようにフランジ板厚中央とウェブ上

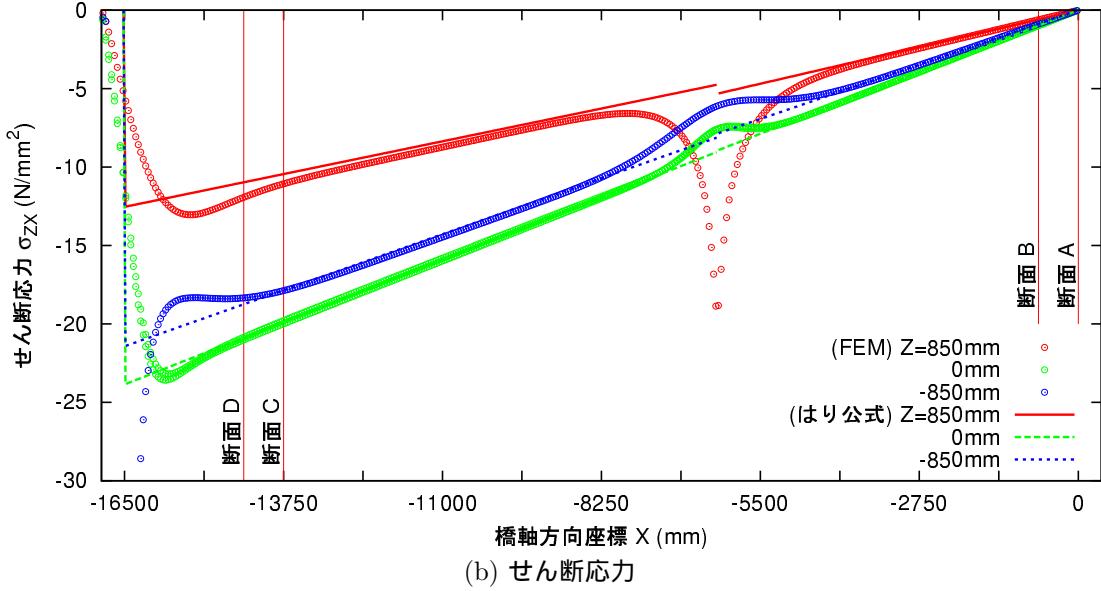
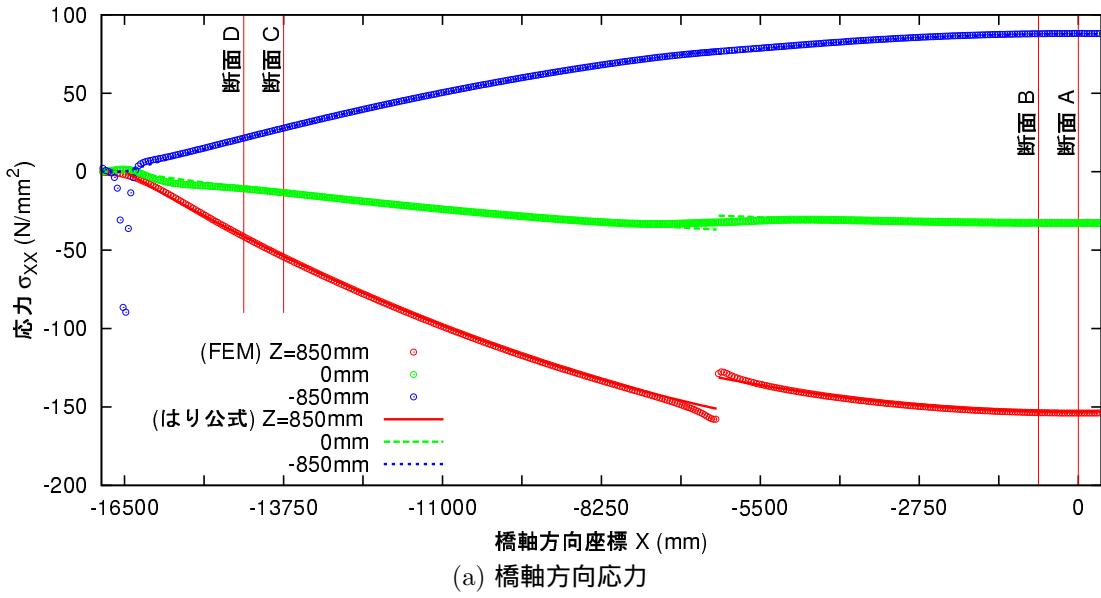


図 1.5.13 ウェブ上下縁 , 中央の応力 (MGF1, 補剛材省略)

下縁を合わせた主桁の軸方向応力 σ_{XX} とせん断応力 σ_{XY} のウェブ上縁 ($Z=850\text{mm}$) , 中央 ($Z=0\text{mm}$) , 下縁 ($Z = -850\text{mm}$) 位置の橋軸方向の分布を示す . また , 図 1.5.14 には , 水平補剛材 , 垂直補剛材を含めた場合の結果を示す . これらの図には , 後述の有限要素分割の中で最も細かい要素分割の場合の FEM 解析結果とはり理論による解を示している .

この桁は , $X = \pm 6250\text{mm}$ の位置で , 図 1.5.2 のように , 上フランジの板厚が変化している . このため , FEM 解析結果は , 応力 σ_{XX} , せん断応力 σ_{XY} とも変化し , はり理論による値とのずれも大きい . また , FEM 解析結果は狭い範囲で急激に値が変化していることがわかる . 補剛材を含めた場合には , 補剛材の接続位置で , はり理論による値からのずれが大きくなっている .

このように , 板厚の変化部 , 補剛材の接続部 , 支点部の付近では , 応力が乱れ , はり理論による値とのずれは大きいことがわかる . このような局部的な応力を精度よく求めることは本章の目的ではないが ,

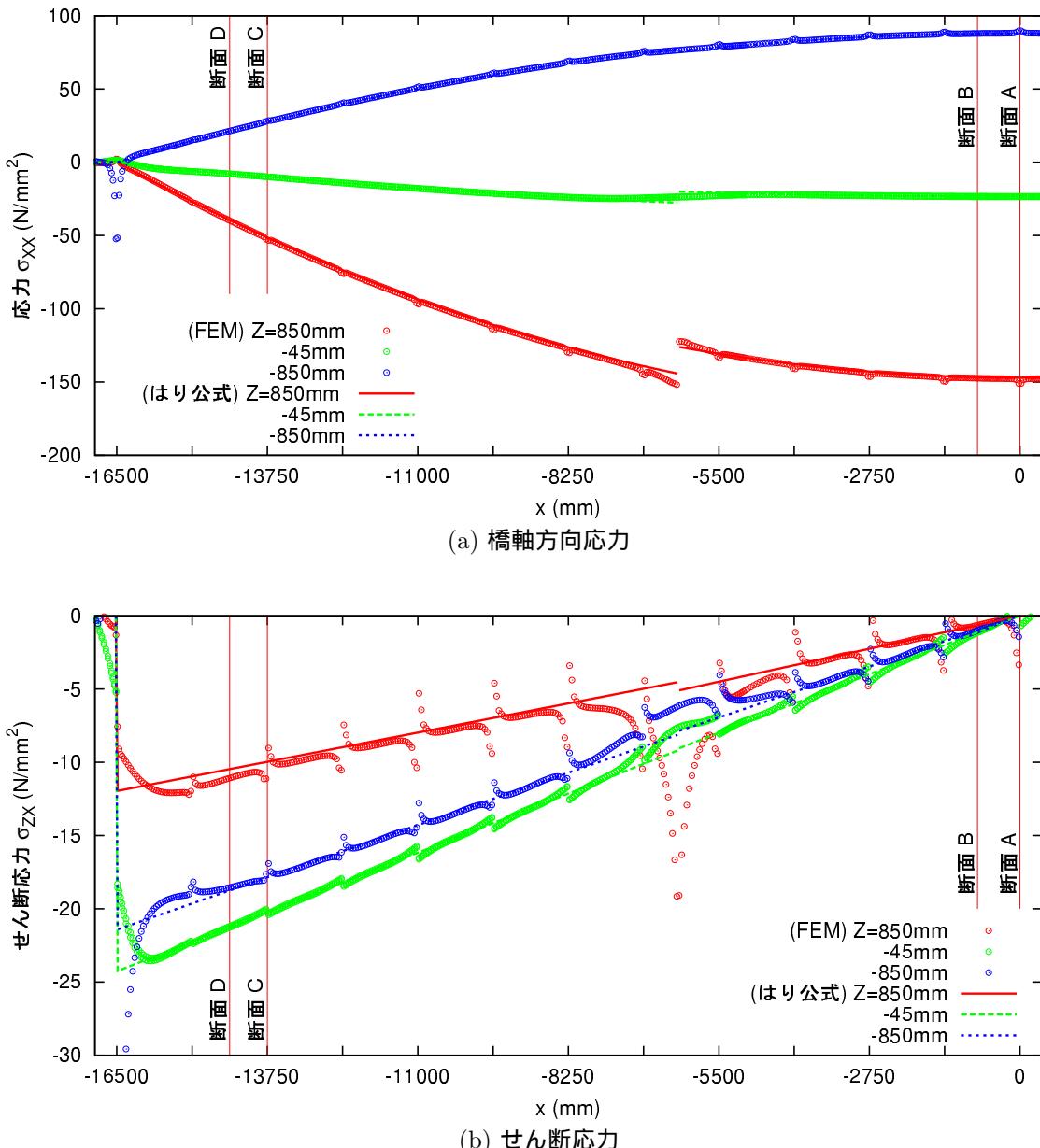


図 1.5.14 ウェブ上下縁 , 中央の応力 (MGF1, 補剛材考慮)

以降の要素分割の検討では , 支間中央の断面 A と断面 B のウェブ上下縁の応力 σ_{XX} , 支点付近の断面 C と断面 D のウェブ上下縁 , 中央のせん断応力 , または最大せん断応力 σ_{XY} の値をもとに , 枠のモデル化と要素分割を変えたときの FEM 解析結果の精度を調べる .

図 1.5.11(b) のようにフランジ位置をずらした MGF1 モデルと , 同図 (c)[または (a)] のように元の構造諸元に忠実な MGF2 モデル , さらに水平補剛材を含めた場合と省略した場合について , はり理論による A 断面 , B 断面 , C 断面 , D 断面の応力とせん断応力を求める表 1.5.2 のようになる . 通常 , 水平補剛材による剛性は含めないで枠の曲げ応力やせん断応力は求められるが , 水平補剛材を含めた要素分割を行うと , FEM 解析により得られる値には水平補剛材による影響が含まれていることから , 水平補剛材を含めた場合ははり理論による解も含めている .

この表より , フランジとウェブの接続位置の違いにより , ウェブ上下縁の応力には 3.0N/mm^2 から

表 1.5.2 ウエブとフランジの接続位置，水平補剛材の有無の違い

	水平補剛材無視		水平補剛材考慮		MGF1 と MGF2 の差	水平補剛材 有無の差
	MGF1	MGF2	MGF1	MGF2		
A 断面上縁の応力 (N/mm ²) σ_{uA}	-153.019	-149.741	-147.002	-143.892	-3.3	-6.0
A 断面下縁の応力 (N/mm ²) σ_{lA}	87.691	84.684	87.808	84.857	3.0	-0.1
B 断面上縁の応力 (N/mm ²) σ_{uB}	-152.681	-149.410	-146.678	-143.574	-3.3	-6.0
B 断面下縁の応力 (N/mm ²) σ_{lB}	87.497	84.497	87.614	84.670	3.0	-0.1
C 断面ウェブ最大せん断応力 τ_C	20.481	20.229	20.567	20.295	0.3	-0.1
D 断面ウェブ最大せん断応力 τ_D	21.505	21.240	21.595	21.309	0.3	-0.1

表 1.5.3 主桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向 ($X > 0$ の要素長は $X < 0$ と対称)
ウェブ，上下フランジ

DGX	$\leftarrow X=-16900 \quad X=0 \rightarrow$				
	1s	400	7x1375	625	750
2s	400	14x687.5	625	750	8x687.5
3s	400	28x343.75	2x312.5	2x375	16x343.75
4s	2x200	56x171.875	4x156.25	4x187.5	32x171.875
5s	4x100	112x85.9375	8x78.125	8x93.75	64x85.9375
6s	8x50	224x42.96875	16x39.0625	16x46.875	128x42.96875

(b) 橋軸直角 (Y) 方向

DGY	$\leftarrow Y=-275 \quad Y=275 \rightarrow$		$\leftarrow Y=-155 \quad Y=155 \rightarrow$	
	1s	2x275	2x155	
2s		4x137.5	4x77.5	
3s		8x68.75	8x38.75	

(c) 上下 (Z) 方向

ウェブ

DGZ	$\leftarrow Z=-850 \quad Z=850 \rightarrow$	
	1s	1700
2s		2x850
3s		4x425
4s		8x212.5
5s		16x106.25
6s		32x53.125

3.3N/mm²，せん断応力には 0.3N/mm² 程度の差が生じている．また，水平補剛材の有無により，ウェブ上下縁の応力には 0.1N/mm² から 6.0N/mm²，せん断応力には 0.1N/mm² 程度の差が生じている．

均一な要素分割

主桁に他部材が接続した構造全体の FEM 解析を行う場合には，主桁は，ウェブや上下フランジの板厚などの諸元の変化部の他に，補剛材，横桁などの部材との接続位置で分割を行わ必要がある．したがって，これらの制約を満たした上で，要素分割を種々変えたときの有限要素解の精度を検討することになる．しかし，この検討の前に，補剛材や横桁などの他部材との接続を無視し，可能な限り均一な要素分割によるウェブと上下フランジの接続のみを考慮した要素分割による精度の検討を行う．

橋軸方向 (X)，橋軸直角方向 (Y)，上下方向 (Z) のそれぞれについて，表 1.5.3 のような要素長の組み合わせにより精度の検討を行う．橋軸方向 (X) の要素分割の最も粗い DGX1s は，支点部と上フランジの板厚変化部，及び垂直補剛材の接続位置で要素分割を行っている．図 1.5.15 に，要素分割の一例を示す．なお，ウェブと上下フランジには，4 節点厚肉シェル要素を用いる．

要素分割パターン DGX, DGY, DGZ の種々の組み合わせについて FEM 解析を行い，図 1.5.12 に図示しているような断面 A と B のウェブ上下縁の応力 σ_{XX} ，断面 C と D のウェブ上下縁と中央のせん断

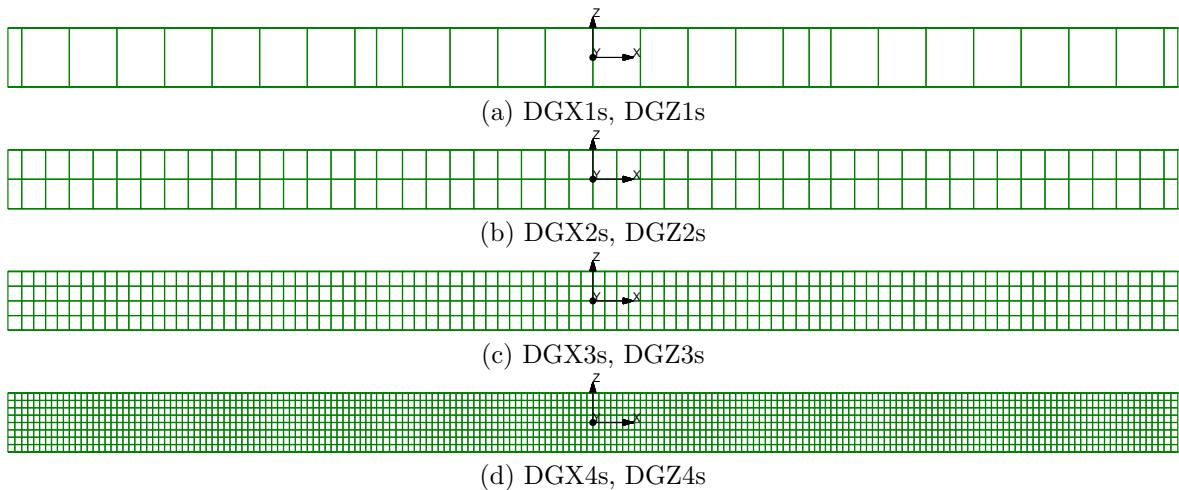


図 1.5.15 主桁の要素分割の一例

応力 σ_{XY} を付録 1A.1.1 に示す。それぞれの要素分割のときの FEM 解と要素分割を細かくしたときの収束値との差と応力の基準値の比から求めた誤差も示している。

ウェブ上下縁に上下フランジの板厚中央を一致させた MGF1 モデルについて、要素分割の種々の組み合わせについて、表 1.5.4 に断面 A と B の応力の誤差の最大値を、表 1.5.5 に断面 C と D のせん断応力の誤差の最大値を示している。なお、フランジの幅方向の要素分割パターン DGY は解の変動が僅かだったので、DGY1s の結果を示している。

これらの表より、応力の誤差が 2% 以下になる最も粗い要素分割は、完全積分で DGX2s, DGZ3s、選択積分で DGX1s, DGZ3s の組み合わせであり、せん断応力の誤差が 2% 以下になるのは、完全積分で DGX2s, DGZ4s、選択積分で DGX2s, DGZ4s の組み合わせであることが分かる。

応力の誤差が 2% 以下になる要素分割でのウェブ上下縁、中央の応力 σ_{XX} とせん断応力 σ_{XY} を、図 1.5.16 と図 1.5.17 に示している。これらの図中の印等は FEM 解であり、曲線は最も細かい要素分割 (DGX6s, DGY3s, DGZ6s) のときの FEM 解を中心にして誤差 2% の値を加減した誤差範囲を示している。

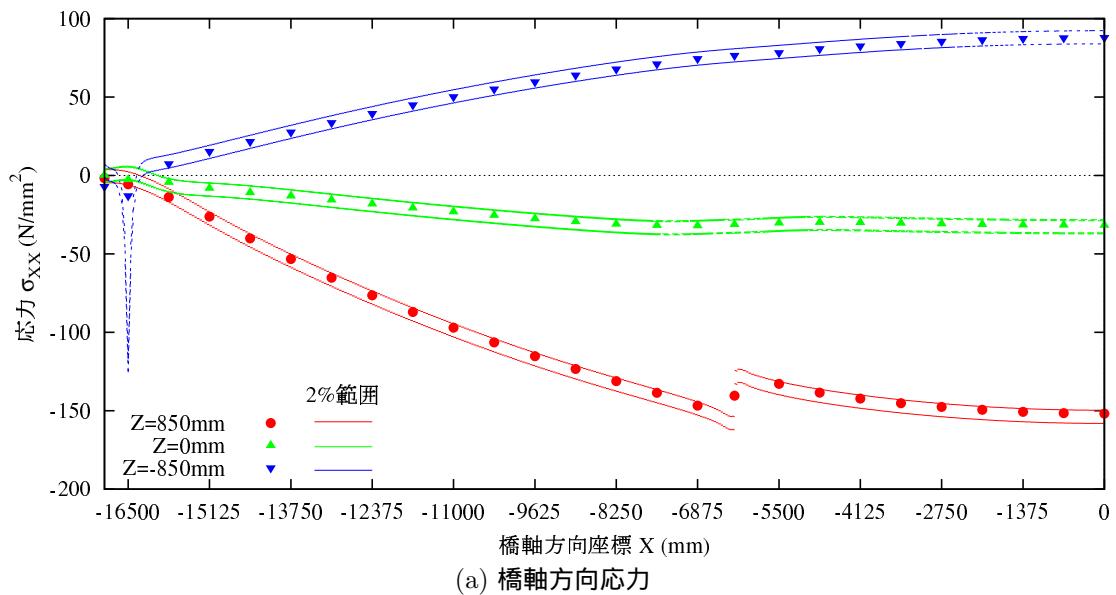
せん断応力は、支点付近のウェブ上縁で 2% の誤差を若干超えているが、せん断応力は大きくはないので、応力 σ_{XX} の誤差の大きさにより要素分割を決めて良いと考えられる。

表 1.5.4 各要素分割での応力の誤差 (%)

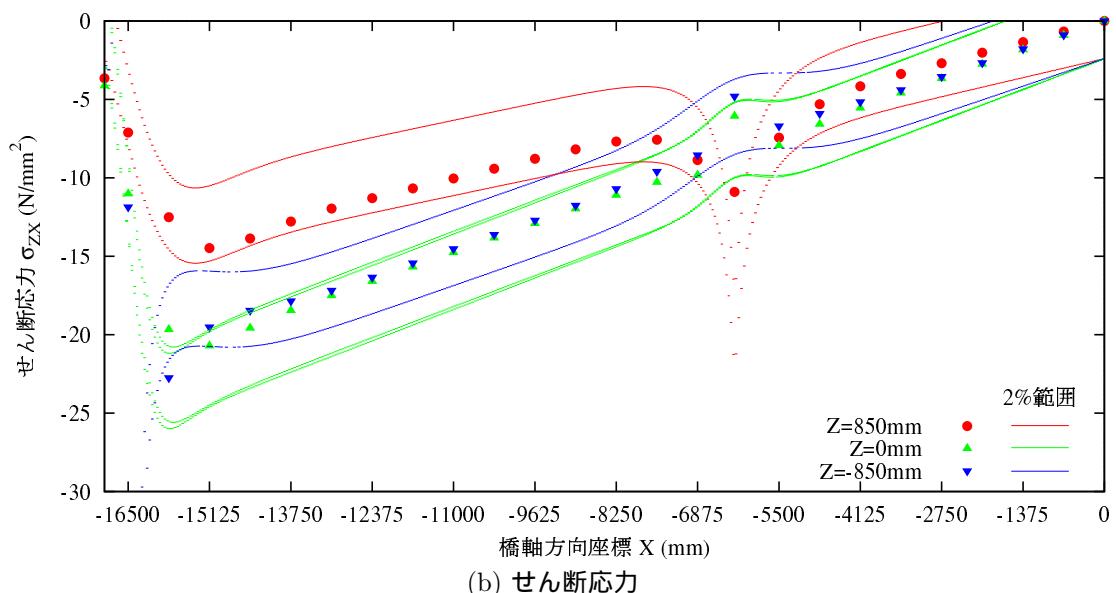
DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	3.95	3.35	4.32	4.57	4.63	4.65		4.56	4.63	4.64	4.65	4.65	4.65
2s	5.52	1.27	2.21	2.45	2.51	2.53		2.45	2.50	2.52	2.53	2.53	2.53
3s	6.53	0.82	1.01	1.24	1.30	1.32		1.24	1.29	1.31	1.32	1.32	1.32
4s	7.10	1.43	0.36	0.59	0.65	0.67		0.60	0.65	0.66	0.67	0.67	0.67
5s	7.39	1.76	0.19	0.26	0.32	0.33		0.27	0.32	0.33	0.34	0.34	0.34
6s	7.54	1.92	0.36	0.09	0.15	0.16		0.12	0.15	0.16	0.17	0.17	0.17

表 1.5.5 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

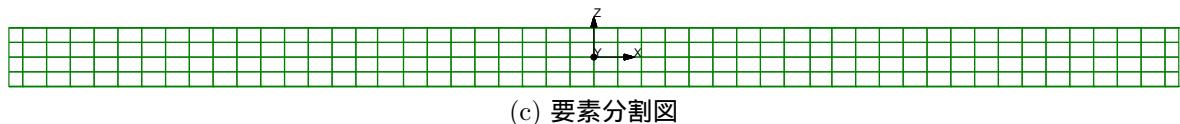
DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	5.23	5.12	5.64	5.77	5.80	5.81		6.34	6.17	6.22	6.21	6.21	6.21
2s	4.27	3.80	4.31	4.42	4.44	4.45		5.84	4.94	4.85	4.85	4.86	4.86
3s	3.40	2.04	2.52	2.62	2.64	2.64		3.46	3.09	2.96	2.94	2.94	2.94
4s	3.16	0.96	1.30	1.40	1.42	1.43		2.03	1.71	1.62	1.60	1.60	1.60
5s	3.10	0.90	0.62	0.71	0.73	0.74		2.33	0.93	0.85	0.83	0.83	0.83
6s	3.08	0.88	0.25	0.35	0.37	0.38		2.70	0.51	0.44	0.43	0.42	0.42



(a) 橋軸方向応力

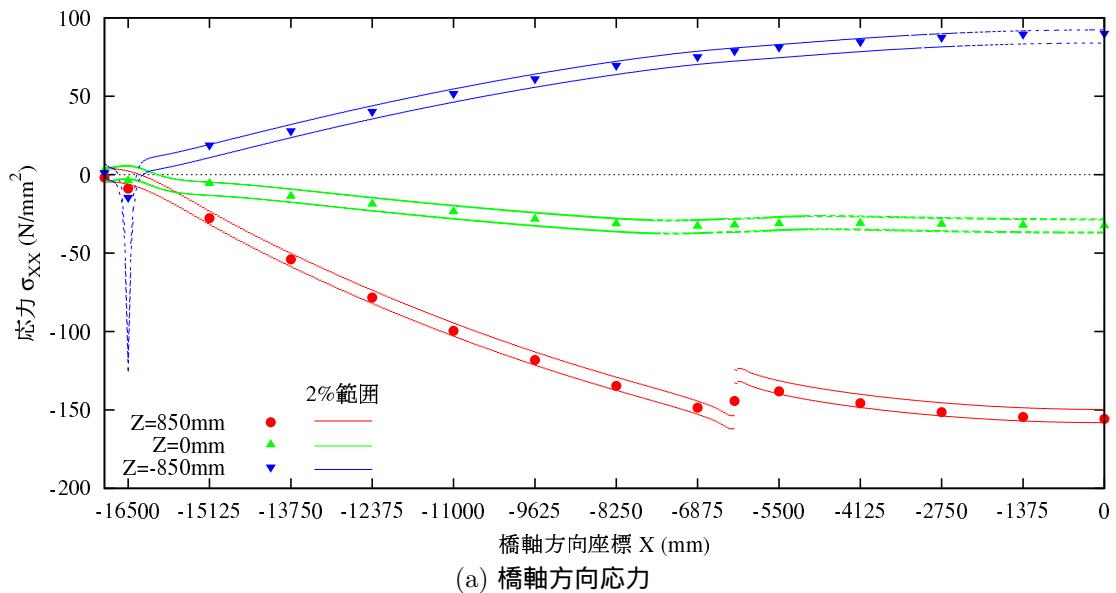


(b) せん断応力

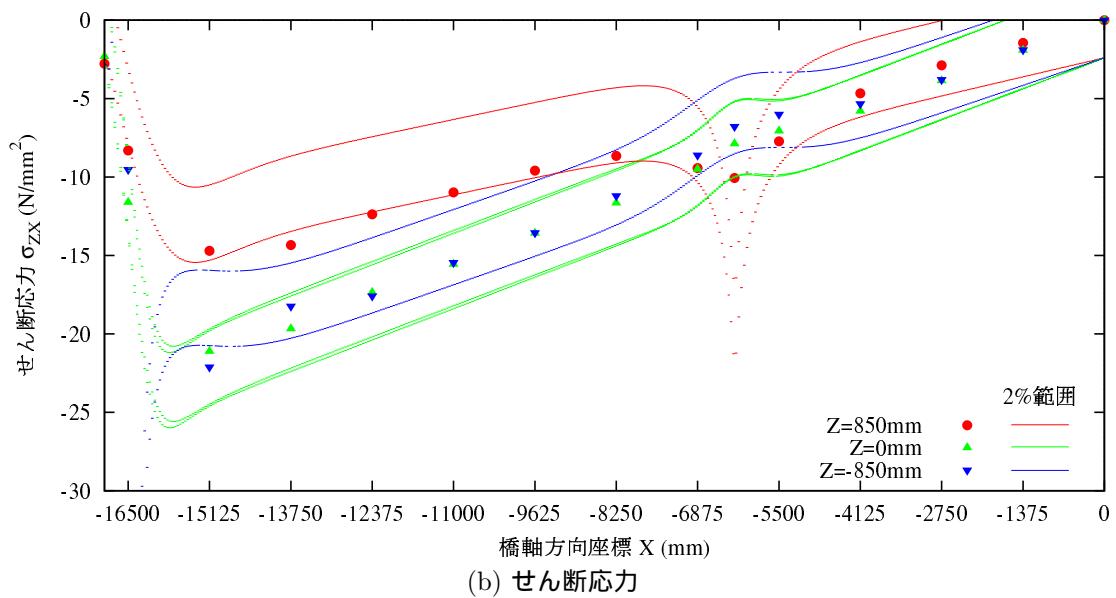


(c) 要素分割図

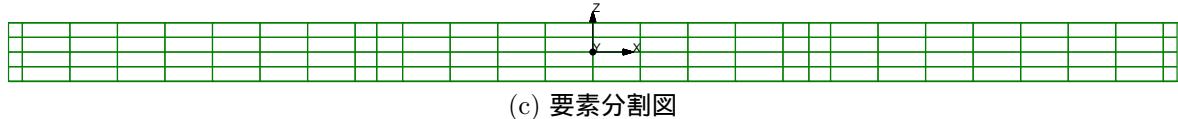
図 1.5.16 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX2s, DGY1s, DGZ3s, MGF1, 完全積分)



(a) 橋軸方向応力



(b) せん断応力



(c) 要素分割図

図 1.5.17 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX1s, DGY1s, DGZ3s, MGF1, 低減積分)

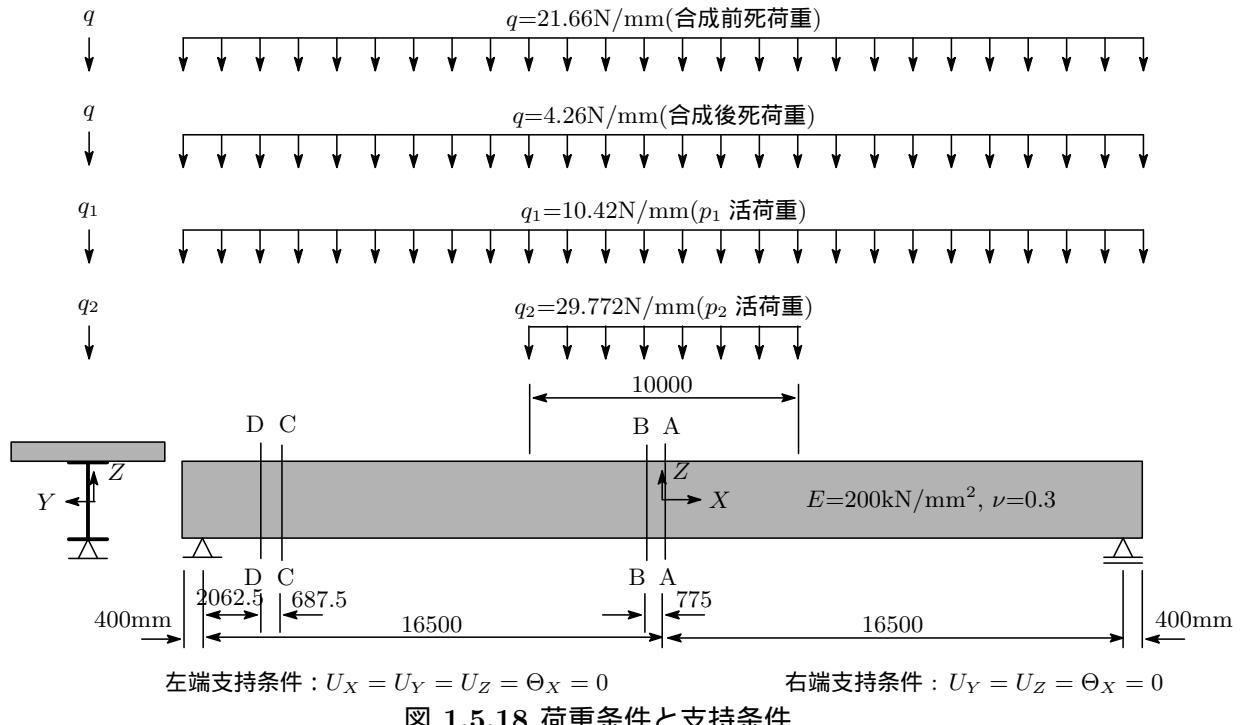


図 1.5.18 荷重条件と支持条件

他部材との接続を考慮した要素分割

補剛材や横桁などの他の部材との接続が可能なように、これらの部材との接続位置で要素分割を行った場合の FEM 解の精度を検討する。なお、ここでは、補剛材などとの接続位置で要素分割を行うが、補剛材や他の部材は接続しない。ただし、有効幅に相当する幅の床版だけを含める。

文献 [10] を参考に、G1 枠に合成前死荷重を作用させた後に、G1 枠の有効幅に相当する幅のコンクリート床版を追加し、合成後死荷重と活荷重を図 1.5.18 のように作用させる。

橋軸方向 (X) の要素分割は、表 1.5.6(a) のように、支点、垂直補剛材の接続位置と上フランジの板厚変化部、端横桁と荷重分配桁の上下フランジの接続位置、活荷重の載荷位置での分割を追加した要素分割 (DGX1)，さらに、要素長が偏らずほぼ均一になるように分割を増やした要素分割 (DGX2~DGX5) の 5 種類について検討する。

橋軸直角方向 (Y) の要素分割は、表 1.5.6(b) のように、上下フランジをウェブとの接続位置で分割し最も粗い要素分割 (DGY1)，この要素分割パターンに、垂直補剛材との接続位置での分割を追加した要素分割 (DGY2) と、さらに要素長が半分になるように分割した要素分割 (DGY3) の 3 種類について検討する。

上下方向 (Z) の要素分割は、表 1.5.6(c) のように、ウェブを水平補剛材との接続位置で分割した最も粗い要素分割 (DGZ1)，この要素分割に端横桁、荷重分配桁、対傾構との接続位置での分割を追加した要素分割 (DGZ2)，さらに、要素長が偏らずほぼ均一になるように分割を増やした要素分割 (DGZ3~DGZ6) の 6 種類について検討する。

図 1.5.19 にこれらの要素分割の一例を示す。ウェブと上下フランジには、4 節点厚肉シェル要素を用いる。床版も床版下面がウェブ上縁と接するように、床版内の節点位置をオフセットにより床版下面に移動して、4 節点厚肉シェル要素を用いる。

前述と同様、種々の要素分割パターン DGX, DGY, DGZ での FEM 解析を行い、断面 A と B のウェブ上下縁の応力、断面 C と D のウェブ上下縁のせん断応力と断面内の最大せん断応力を付録 1A.1.2 に示す。

表 1.5.6 主桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向 ($X > 0$ の要素長は $X < 0$ と対称)

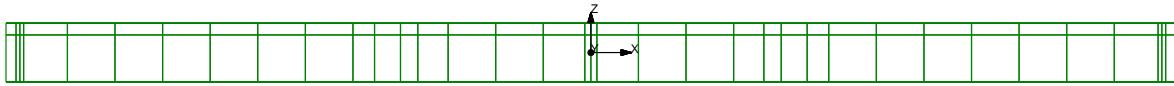
記号	ウェブ、水平補剛材、上下フランジ										$X=0 \rightarrow$
	$\leftarrow X=-16900$	$\leftarrow X=-6250$					$\leftarrow X=-5000$				
DGX1	290	2x110	1265	6x1375	625	750	500	875	2x1375	1200	175
DGX2	290	2x110	2x632.5	12x687.5	625	750	500	875	4x687.5	2x600	175
DGX3	2x145	4x55	4x316.25	24x343.75	2x312.5	2x375	2x250	2x437.5	8x343.75	4x300	2x87.5
DGX4	4x72.5	8x27.5	8x158.125	48x171.875	4x156.25	4x187.5	4x125	4x218.75	16x171.875	8x150	4x43.75
DGX5	8x36.25	16x13.75	16x79.0625	96x85.9375	8x78.125	8x93.75	8x62.5	8x109.375	32x85.9375	16x75	8x21.875

(b) 橋軸直角 (Y) 方向

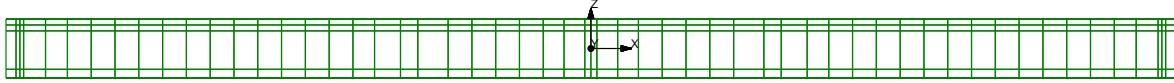
記号	下フランジ			上フランジ			端横桁位置		垂直補剛材		$Y=0 \rightarrow$
	$\leftarrow Y=-275$	$Y=275 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-155$	$Y=155 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-170$	$Y=170 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-110$	$Y=0 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-110$	$Y=0 \rightarrow$	
DGY1		2x275		2x155		2x170				110	
DGY2	55	4x110	55	45	2x110	45	60	2x110	60	110	
DGY3	10x55		45	4x55	45	60	4x55	60		2x55	

(c) 上下 (Z) 方向

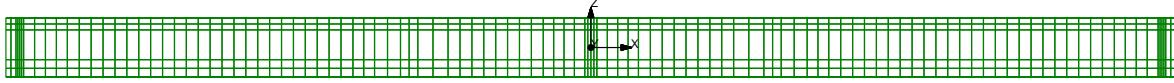
記号	ウェブ、垂直補剛材		$Z=850 \rightarrow$
	$\leftarrow Z=-850$	$Z=850 \rightarrow$	
DGZ1		1360	340
DGZ2	250	1110	2x170
DGZ3	2x250	860	2x170
DGZ4	4x125	2x430	4x85
DGZ5	8x62.5	4x215	8x42.5
DGZ6	16x31.25	8x107.5	16x21.25



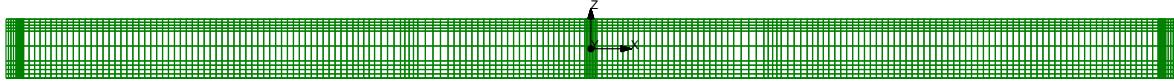
(a) DGX1, DGZ1



(b) DGX2, DGZ2



(c) DGX3, DGZ3



(d) DGX4, DGZ4

図 1.5.19 主桁の要素分割の一例

ウェブ上下縁に上下フランジの板厚中央を合わせた MGF1 モデルについて、要素分割の種々の組み合わせについて、表 1.5.7 に断面 A と B の応力の誤差の最大値を、表 1.5.8 に断面 C と D のせん断応力の誤差の最大値を示している。なお、フランジの幅方向の要素分割パターン DGY は解の変動が僅かであったので、DGY1 の結果を示している。

これらの表より、応力の誤差が 2%以下になる最も粗い要素分割は、完全積分で DGX4, DGZ2、選択積分で DGX2, DGZ2 の組み合わせであり、せん断応力の誤差が 2%以下になるのは、完全積分で DGX4, DGZ3、選択積分で DGX2, DGZ4 の組み合わせであることが分かる。

応力の誤差が 2%以下になる要素分割でのウェブ上下縁、 $Z=510\text{mm}$ の応力 σ_{XX} とせん断応力 σ_{XY} を、図 1.5.20 と図 1.5.21 に示している。これらの図中の印等は FEM 解であり、曲線は最も細かい要素分割 (DGX5, DGY3, DGZ6) のときの FEM 解を中心にして誤差 2%の値を加減した誤差範囲を示

表 1.5.7 各要素分割での応力の誤差 (%)

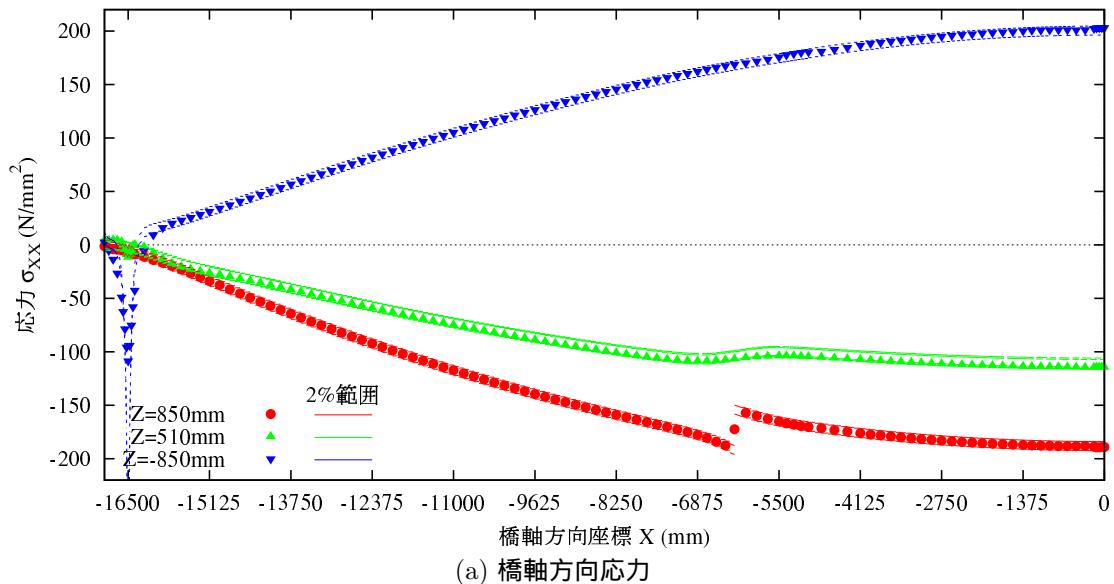
DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	DGX						DGX				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	7.00	6.70	6.64	6.56	6.52	1	7.14	6.26	6.18	6.18	6.19
2	8.15	4.34	2.59	1.74	1.40	2	4.35	1.21	0.91	0.93	0.93
3	8.16	4.48	2.78	1.92	1.57	3	4.64	1.39	1.08	1.09	1.10
4	8.82	4.58	2.48	1.49	1.09	4	5.33	0.98	0.56	0.58	0.58
5	9.18	4.62	2.24	1.22	0.80	5	5.95	0.78	0.27	0.29	0.29
6	9.35	4.62	2.07	1.07	0.65	6	6.35	0.69	0.15	0.13	0.14

表 1.5.8 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

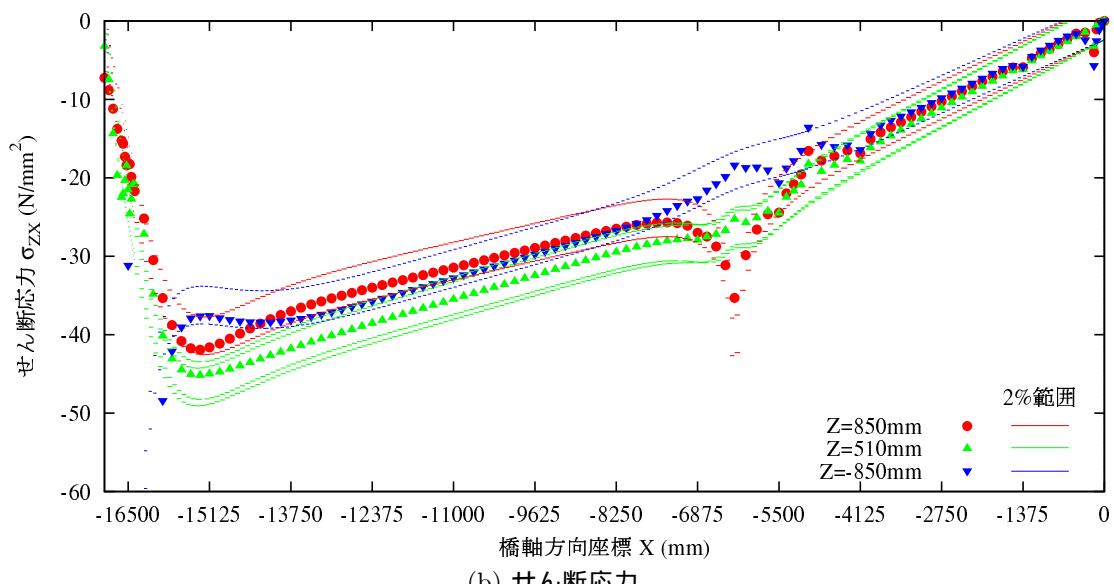
DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	DGX						DGX				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	7.91	4.23	5.08	5.50	5.60	1	4.71	5.90	5.96	6.00	6.01
2	8.13	3.96	2.74	2.42	2.34	2	3.09	2.47	2.49	2.50	2.50
3	7.30	3.53	2.35	2.00	1.91	3	2.51	1.92	2.03	2.05	2.05
4	6.53	2.44	1.15	0.76	0.80	4	2.29	0.95	0.88	0.94	0.94
5	6.22	2.09	0.75	0.38	0.39	5	1.75	0.55	0.42	0.48	0.48
6	6.14	2.00	0.65	0.27	0.19	6	1.18	0.34	0.22	0.24	0.24

している。

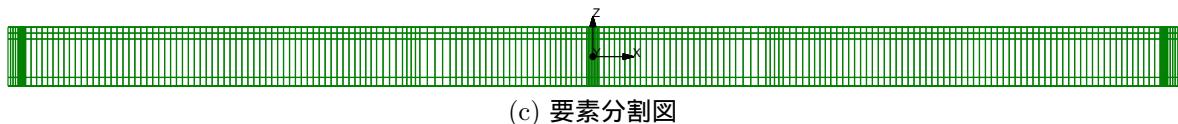
せん断応力は、支点付近のウェブ上縁で 2% の誤差を若干超えているが、せん断応力は大きくはないので、応力 σ_{XX} の誤差の大きさにより要素分割を決めて良いと考えられる。



(a) 橋軸方向応力

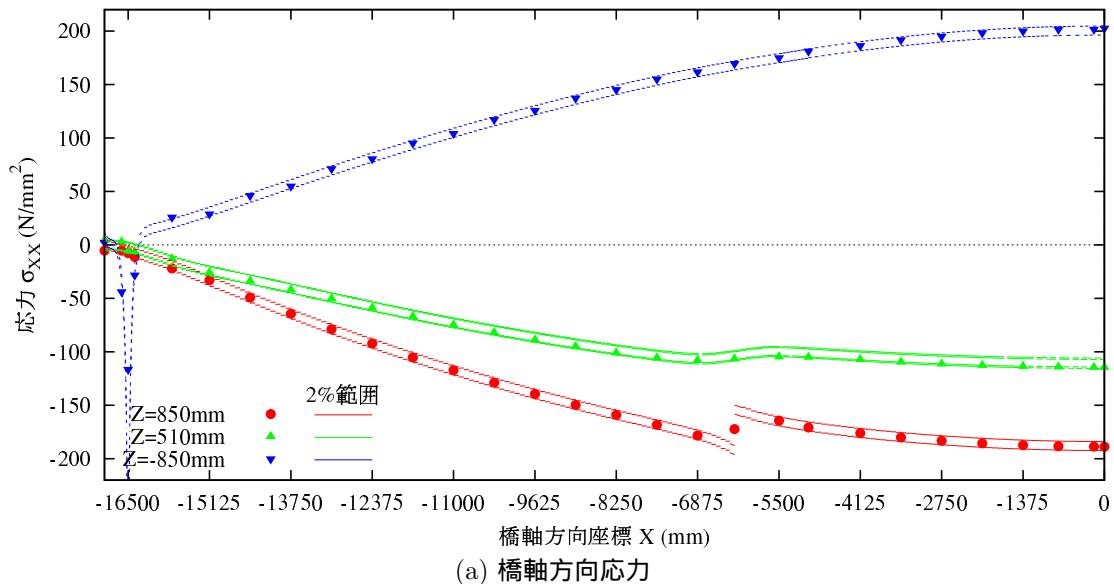


(b) せん断応力

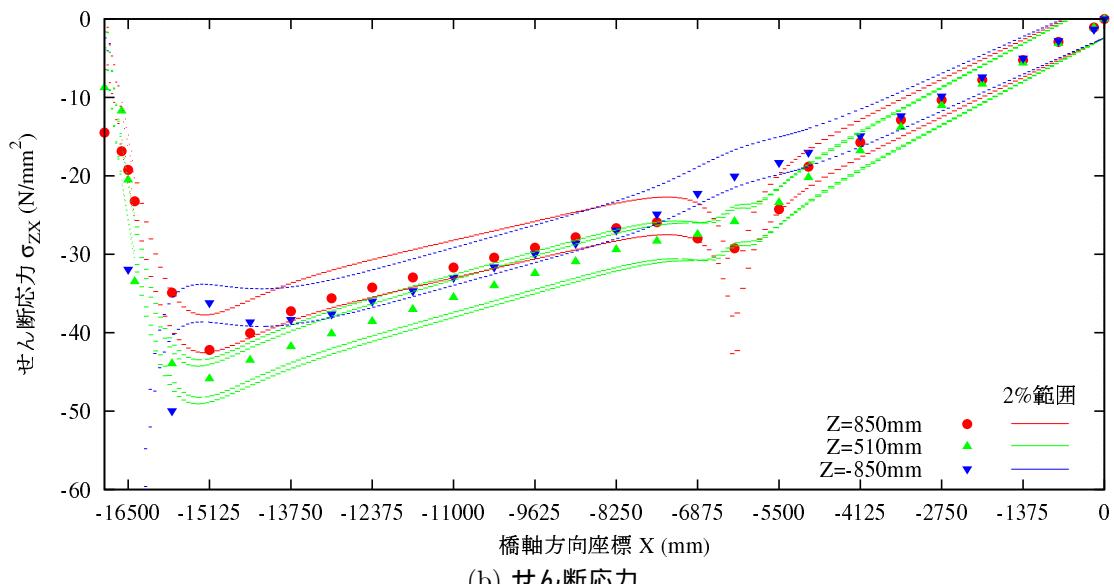


(c) 要素分割図

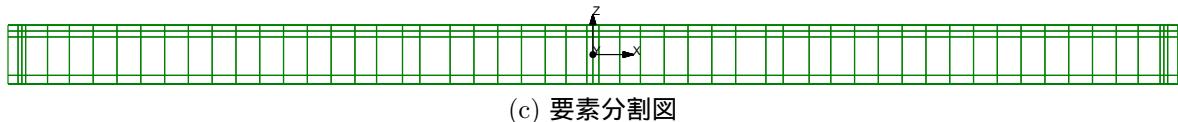
図 1.5.20 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX=4, DGY=1, DGZ=2, MGF1, 完全積分)



(a) 橋軸方向応力



(b) せん断応力



(c) 要素分割図

図 1.5.21 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX=2, DGY=1, DGZ=2, MGF1, 低減積分)

水平，垂直補剛材を含めた要素分割

要素分割パターンは，前述の表 1.5.6 と同じものを用いて，水平，垂直補剛材を含んだ主桁の有限要素解の精度の検討を行う。

なお，垂直補剛材位置で隣接する水平補剛材は，実橋では分離されているが，FEM モデルでは要素分割が煩雑になるので，隣接する水平補剛材同士を接続している。ただし，垂直補剛材とは接続していない。また，垂直補剛材の上下端は，FEM モデルでは DGY2, DGY3 の場合に，下フランジと接続している。

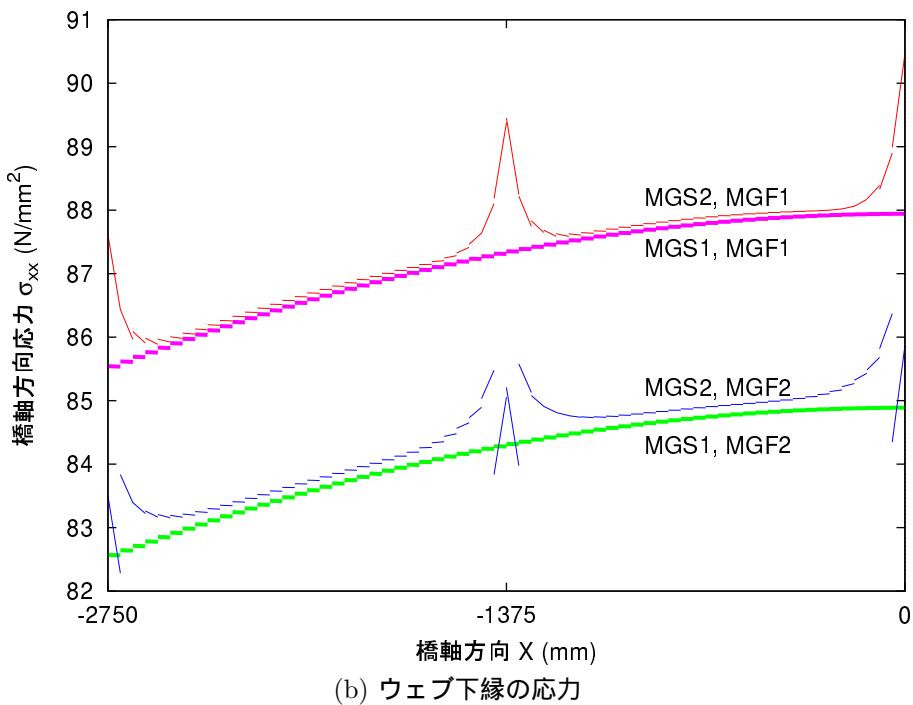
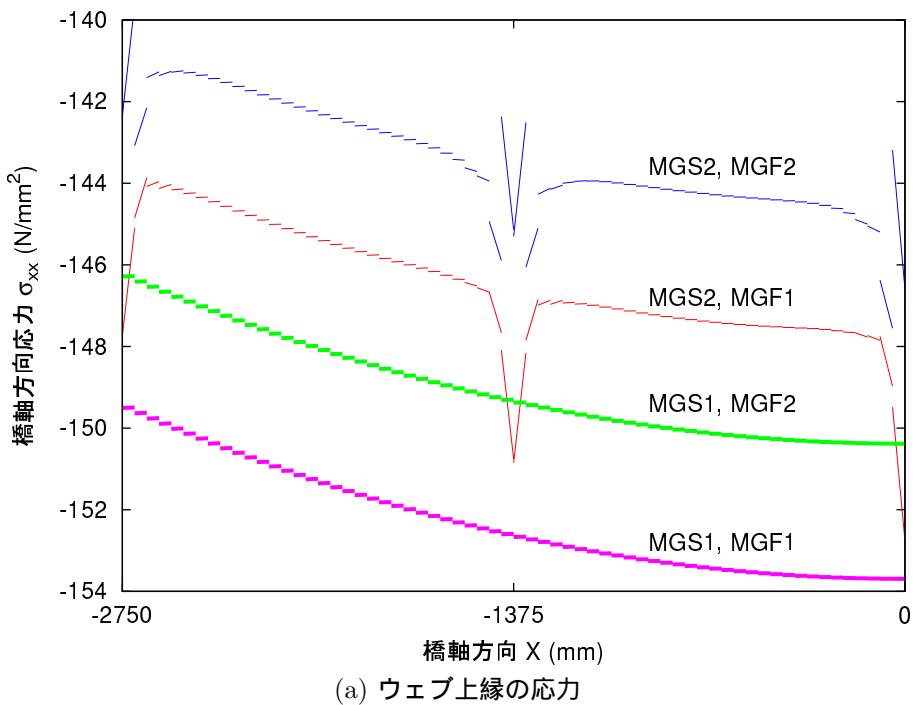
図 1.5.22 は，分布荷重 $q = 20\text{N/mm}$ を桁に作用させたときの，最も細かい DGX5, DGY3, DGZ6 の要素分割での支間中央部付近のウェブ上下縁の応力 σ_{XX} の分布を示している。補剛材を含めたモデル (MGS2) では，垂直補剛材の接続位置付近で応力が乱れ，垂直補剛材接続位置から離れた位置のウェブ上縁の応力も，補剛材がないモデル (MGS1) の応力と異なっていることが分かる。

前述と同様，種々の要素分割パターン DGX, DGY, DGZ での FEM 解析を行い，断面 A と B のウェブ上下縁の応力，断面 C と D のウェブ上下縁のせん断応力と断面内の最大せん断応力を付録 1A.1.3 に示す。

ウェブ上下縁に上下フランジの板厚中央を一致させた MGF1 モデルについて，要素分割の種々の組み合わせについて，表 1.5.9 に断面 A と B の応力の誤差の最大値を，表 1.5.10 に断面 C と D のせん断応力の誤差の最大値を示している。なお，フランジの幅方向の要素分割パターン DGY は解の変動が僅かだったので，DGY1 の結果を示している。

これらの表より，応力の誤差が 2% 以下になる最も粗い要素分割は，完全積分で DGX3, DGZ2，選択積分で DGX2, DGZ2 の組み合わせであり，せん断応力の誤差が 2% 以下になるのは，完全積分で DGX3, DGZ6，選択積分で DGX2, DGZ4 の組み合わせであることが分かる。

応力の誤差が 2% 以下になる要素分割でのウェブ上下縁， $Z=510\text{mm}$ の応力 σ_{XX} とせん断応力 σ_{XY} を，図 1.5.23 と図 1.5.24 に示している。これらの図中の印等は FEM 解であり，曲線は最も細かい要素分割 (DGX5, DGY3, DGZ6) のときの FEM 解を中心にして誤差 2% の値を加減した誤差範囲を示している。



MGF1 : フランジ板厚中央をウェブ上下縁に移動
 MGF2 : フランジ上下面がウェブ上下縁に一致
 MGS1 : 水平, 垂直補剛材無
 MGS2 : 水平, 垂直補剛材有り

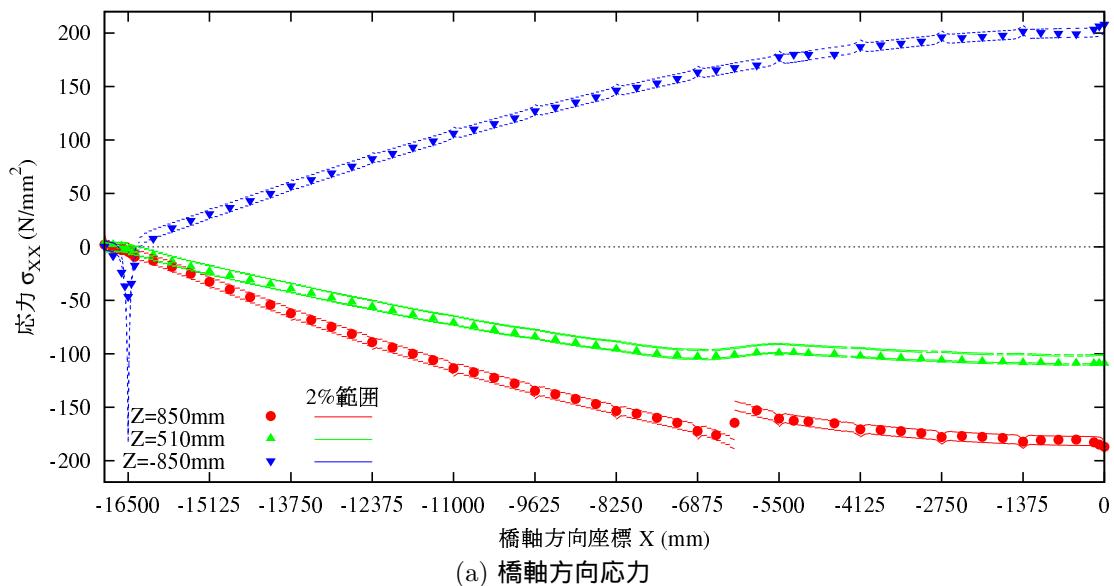
図 1.5.22 補剛材の有無による応力の違い

表 1.5.9 各要素分割での応力の誤差 (%)

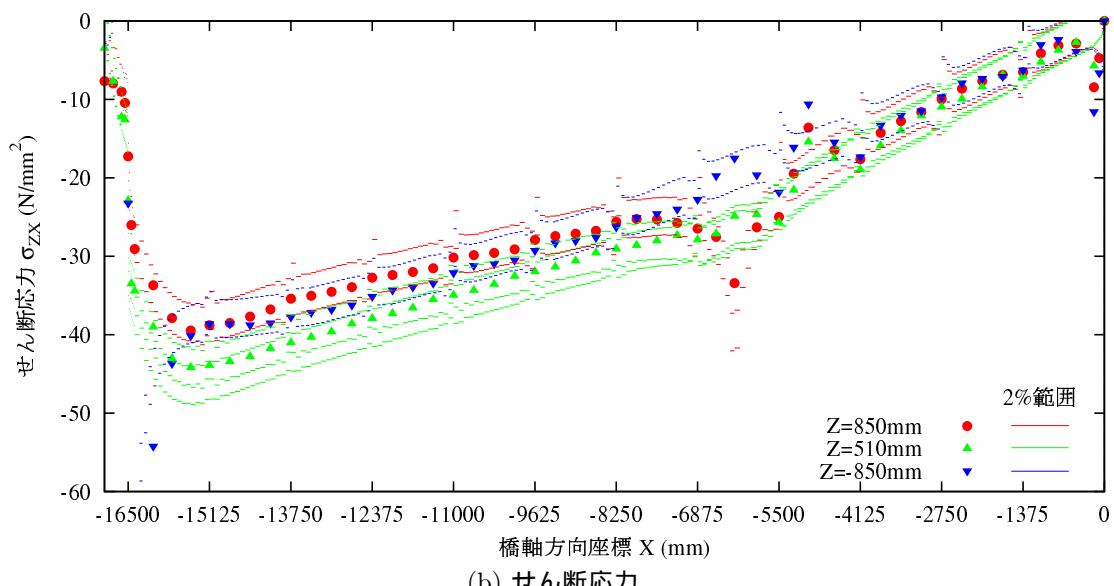
(a) 完全積分		DGX					(b) 選択積分					
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1		4.18	3.82	5.55	6.02	6.14		5.96	6.03	6.10	6.11	6.12
2		4.74	2.21	0.84	0.68	0.83		1.97	1.70	1.61	1.50	1.43
3		4.66	1.97	1.01	0.82	0.97		1.90	1.62	1.37	1.26	1.18
4		5.18	2.53	0.80	0.40	0.46		2.02	1.52	1.32	1.09	0.94
5		5.60	2.84	1.01	0.55	0.36		2.12	1.52	1.28	0.94	0.80
6		5.87	3.01	1.11	0.62	0.44		2.16	1.53	1.25	0.82	0.74

表 1.5.10 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

(a) 完全積分		DGX					(b) 選択積分					
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1		8.36	5.64	6.66	6.36	5.40		5.31	6.02	6.08	6.03	5.89
2		8.68	4.48	3.78	3.84	3.34		3.00	2.96	2.96	2.96	2.98
3		7.40	3.54	3.56	3.66	3.22		2.91	2.41	2.54	2.39	2.18
4		6.72	2.47	2.70	2.81	2.61		2.23	1.85	1.80	1.80	1.79
5		6.31	2.00	2.09	2.06	1.87		1.79	1.47	1.33	1.16	1.04
6		6.24	1.96	1.72	1.41	0.96		1.54	1.26	1.09	0.75	0.41



(a) 橋軸方向応力



(b) せん断応力

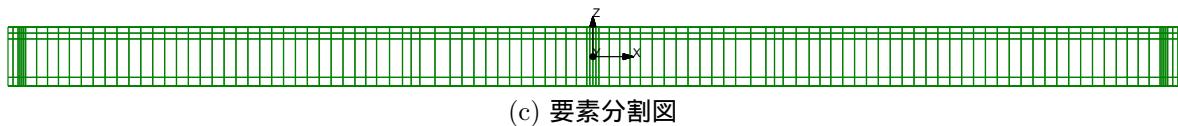
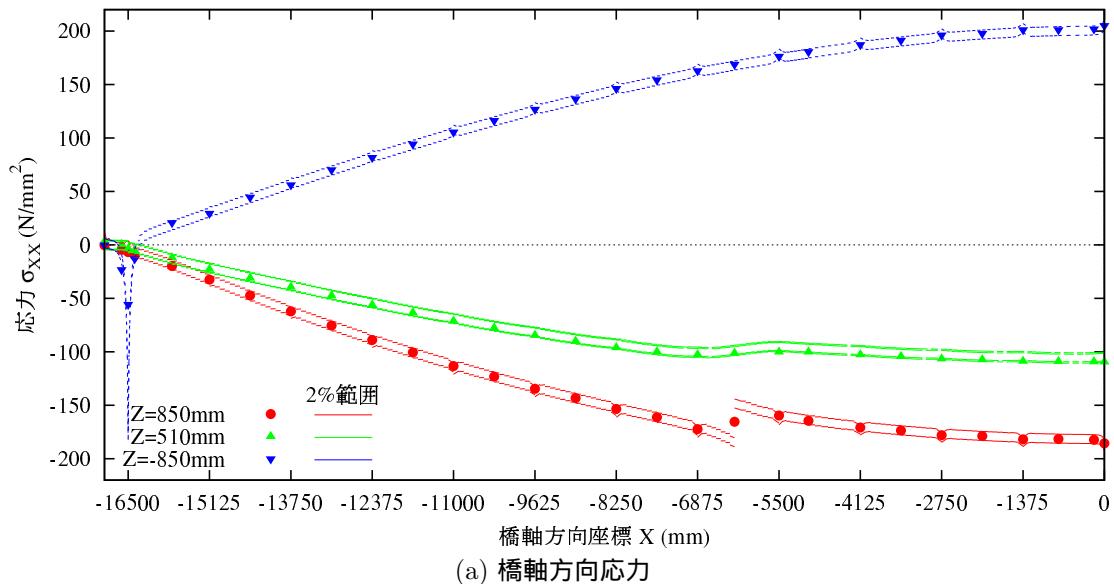
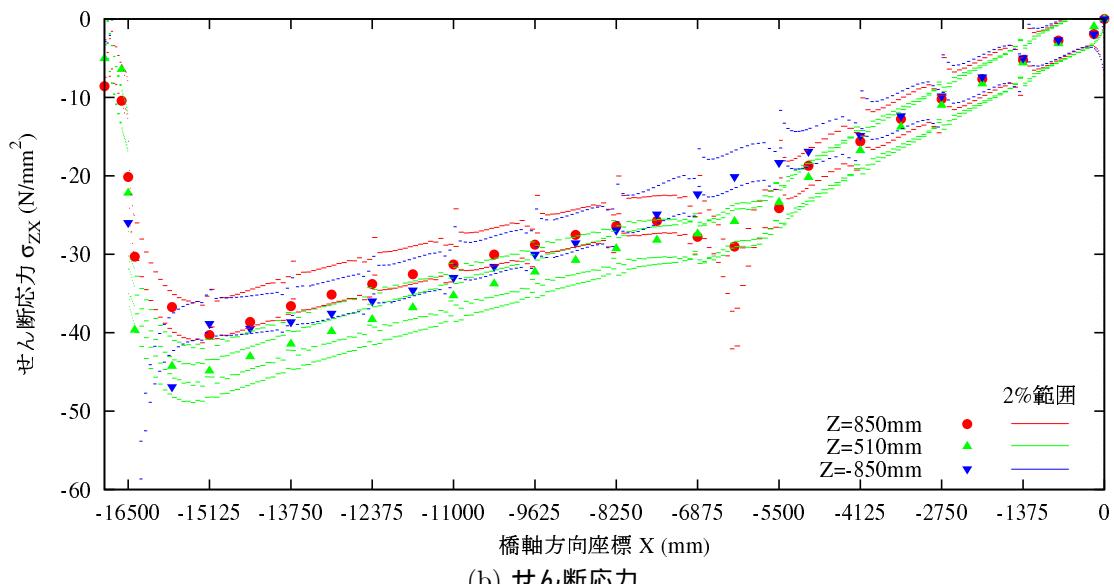


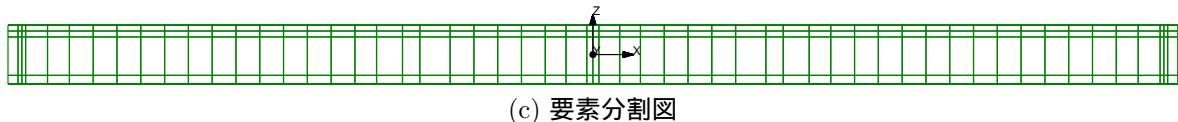
図 1.5.23 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX=3, DGY=1, DGZ=2, MGF1, 完全積分)



(a) 橋軸方向応力



(b)せん断応力



(c)要素分割図

図 1.5.24 応力の誤差が 2%以下になる要素分割 (DGX=2, DGY=1, DGZ=2, MGF1, 低減積分)

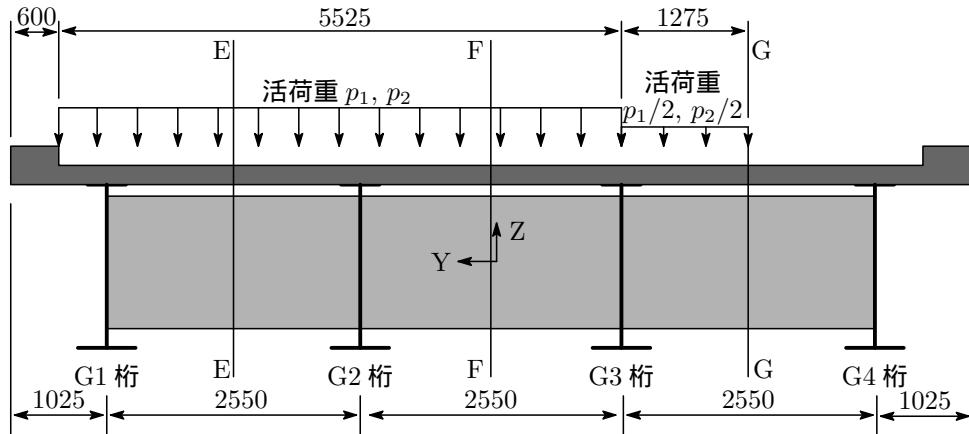


図 1.5.25 活荷重と荷重分配桁の応力の参照位置

1.5.5 鋼橋のモデル化と要素分割

前節では、主桁のみに着目して、合成前死荷重に相当する荷重作用下で、他の部材との接続を無視した要素分割とモデル化を種々換えたときの誤差と誤差が2%以下となる要素分割を示し、さらに、他の部材との接続を考慮した要素分割とモデル化について、合成前死荷重と合成後死荷重、活荷重を作用させたときの誤差と要素分割を示した。このとき、格子桁理論により算出した荷重分配係数から各桁の荷重を決めている。本節では、荷重分配横桁の要素分割の違いによる影響を調べるために、主桁、荷重分配横桁、端横桁、床版からなる構造のFEM解析を行い、要素分割の違いがFEM解析の結果に与える影響を調べる。なお、主桁、横桁、床版には、すべて4節点厚肉シェル要素を用いる。

図1.5.25に活荷重の載荷範囲と、分配横桁の応力参照位置を示している。G1桁にとって最も不利な応力状態になるような活荷重を載荷するために、G1桁寄りの5525mmの区間に p_1, p_2 荷重を与え、G3桁とG4桁の中間部までの区間に p_1, p_2 荷重の半分を与えており、5525mmとしたのは要素分割上の都合による。G3桁とG4桁の間にG1桁の影響線の符号が反転し、格子桁理論では、812mm付近になるが、床版の要素分割上の都合を考慮して、このように載荷している。各桁間の中間部のE断面、F断面、G断面のウェブ上下縁の応力とせん断応力、ウェブの最大せん断応力を調べる。

表1.5.11に分配横桁の各要素分割パターンでの要素長を示し、図1.5.26に各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、分配横桁の桁方向(Y方向)にDLY1からDLY5までの5パターン、桁高さ方向(Z方向)にDLZ1(=DGZ1)からDLZ5(=DGZ5)までの5パターンとしている。上下フランジ幅(X方向)はDLX1とDLX2の2パターンとしている。桁高さ方向の分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる必要がある。また、分配横桁上下フランジと主桁との接続部では、主桁の垂直補剛材の要素分割パターンと適合させるために、主桁垂直補剛材の分割パターン(DGY1からDGY3)により、要素長を変えている。

表1.5.12に床版の各要素分割パターンでの要素長を示し、図1.5.29に各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、床版の橋軸方向(X方向)にDSX1(=DGX1)からDSX5(=DGX5)までの5パターン、橋軸直角方向(Y方向)にDSY1(=DEY1)からDSY5(=DEY5)までの5パターンとしている。橋軸方向の要素分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる必要がある。また、橋軸直角方向の要素分割パターンは、後述の端横桁の分割パターンと一致させる必要がある。

表1.5.13に端横桁の各要素分割での要素長を示し、図1.5.28に各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、端横桁の桁方向(Y方向)にDEY1からDEY5までの5パターン、桁高さ方向(Z方向)にDEZ1(=DGZ1)からDEZ5(=DGZ5)までの5パターンとしている。桁高さ

方向の分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる必要がある。また、端横桁下フランジと主桁との接続部では、主桁の垂直補剛材の要素分割パターンと適合させるために、主桁垂直補剛材の分割パターン(DGY1からDGY3)により、要素長を変えている。

荷重の載荷とFEM解析は、以下のように行う。第1ステップとして図1.5.29(a)のように、4本の主桁と端横桁を接続した構造モデルに、合成前死荷重を載荷してFEM解析を行う。第2ステップとして同図(b)のように、荷重分配横桁と床版を追加して、床版上に合成後死荷重と活荷重を載荷してFEM解析を行う。端横桁は、床版に活荷重を載荷するときに追加しても良いが、FEMソフトの都合上、第1ステップ時に含めている。端横桁の載荷順序はFEM解析の結果への影響は僅かと考えられる。

分配横桁の要素分割が、主桁と分配横桁のFEM解析結果に与える影響を調べることを目的とし、主桁の要素分割パターンは、橋軸方向はDGX3、フランジの幅方向はDGY2とする。床版の要素分割パターンは、橋軸方向はDSX3(=DGX3)、橋軸直角方向はDSY3とする。端横桁の橋軸直角方向の要素分割パターンはDEY3とする。これらの部材の鉛直方向の要素分割パターンは、分配横桁の分割パターンに合わせる。

図1.5.30に主桁と分配横桁の接続部を示す。G1桁の垂直補剛材と分配横桁のウェブを接続している。G2桁と分配横桁の接続では、分配横桁の上下フランジと主桁に接続されているガゼットプレートを一体としている。

図1.5.31と図1.5.32に、最も細かい要素分割(DLX2, DLY5, DLZ5)のときの分配横桁ウェブ内の応力(σ_{YY})とせん断応力(σ_{YZ})の分布と、ウェブ上下縁および中央部($Z=-27.5\text{mm}$)でのこれらの応力とせん断応力を示す。通常、分配横桁の応力照査では、外主桁から分配横桁にせん断力のみが伝達し、内主桁から横桁にはせん断力と曲げモーメントが伝達するとして扱われるが、これらの図のように、はり理論による応力分布とは異なり、複雑な応力状態にあることが分かる。また、床版を含めた解析を行っているために、分配横桁内の応力値は、文献[10]の応力より小さな値になっている。

種々の要素分割パターンDLX, DLY, DLZでのFEM解析を行い、主桁G1, G2, G3, G4の断面AとBのウェブ上下縁の応力(σ_{XX})、断面CとDのウェブ上下縁のせん断応力(σ_{ZX})、断面内の最大せん断応力、及び、分配横桁の断面E, F, Gのウェブ上下縁の応力(σ_{YY})とせん断応力(σ_{YZ})、断面最大せん断応力を付録1A.2に示す。

分配横桁の種々の要素分割について、表1.5.14に分配横桁の断面E, F, Gのウェブ上下縁応力の誤差の最大値を、表1.5.15にせん断応力の誤差の最大値を示している。また、表1.5.16に主桁の断面AとBのウェブ上下縁応力の誤差の最大値を、表1.5.18に断面CとDのウェブ上下縁のせん断応力と断面内の最大せん断応力の誤差の最大値を示している。外主桁と分配横桁の接続部付近では局部的に応力が乱れるために、表1.5.16の誤差は、他より大きくなっている。そこで、外主桁(G1桁, G4桁)の断面Aの応力の誤差を除いて算出した主桁の誤差の最大値を表1.5.17に示す。これらの表より、完全積分による要素では、DLY1とDLZ4の組み合わせ、選択的低減積分による要素では、DLY1とDLZ3の組み合わせのときに、外桁の断面Aの応力は除くと、誤差2%以下になることが分かる。図1.5.33にこれらの要素分割図を示す。

表 1.5.11 荷重分配横桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸直角 (Y) 方向

	G1-G2間 ウェブ			G1-G2間 上下フランジ				
	$\leftarrow G1\text{桁}$	$G2\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G1\text{桁}$	$G2\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G1\text{桁}$	$G2\text{桁} \rightarrow$		
DLY1	370	2x795	370	370	2x795	370	110	2x55
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55

DGY1,2 DGY3

	G2-G3間 ウェブ			G2-G3間 上下フランジ						
	$\leftarrow G2\text{桁}$	$G3\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G2\text{桁}$	$G3\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G2\text{桁}$	$G3\text{桁} \rightarrow$				
DLY1	370	2x795	370	110	2x55	370	2x795	370	110	2x55
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55

DGY1,2 DGY3

	G3-G4間 ウェブ			G3-G4間 上下フランジ				
	$\leftarrow G3\text{桁}$	$G4\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G3\text{桁}$	$G4\text{桁} \rightarrow$	$\leftarrow G3\text{桁}$	$G4\text{桁} \rightarrow$		
DLY1	370	2x795	370	110	2x55	370	2x795	370
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55	2x185	4x397.5	2x185
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55	4x92.5	8x198.75	4x92.5
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55	8x46.25	16x99.375	8x46.25
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55	16x23.125	32x49.6875	16x23.125

DGY1,2 DGY3

(b) 上下 (Z) 方向
ウェブ、垂直補剛材

	$\leftarrow Z=-600$	$Z=680 \rightarrow$
DLZ1	1110	170
DLZ2	250	860
DLZ3	2x125	2x430
DLZ4	4x62.5	4x215
DLZ5	8x31.25	8x107.5
	8x21.25	

DGZ2
DGZ3
DGZ4
DGZ5
DGZ6

(c) 橋軸 (X) 方向

	上下フランジ(幅240mm)		上下フランジ(幅350mm)	
	$\leftarrow X=-120$	$X=120 \rightarrow$	$\leftarrow X=-175$	$X=175 \rightarrow$
DLX1	2x120		2x175	
DLX2	4x60		4x87.5	

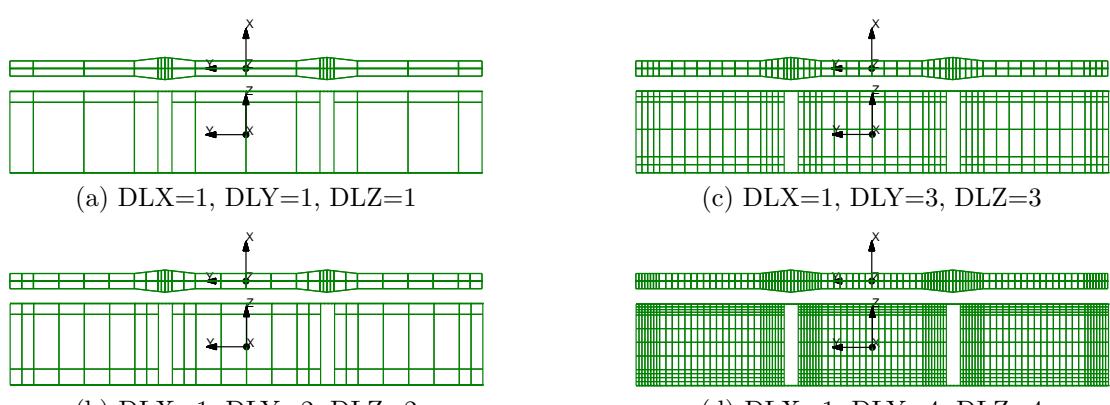


図 1.5.26 荷重分配横桁の要素分割の一例

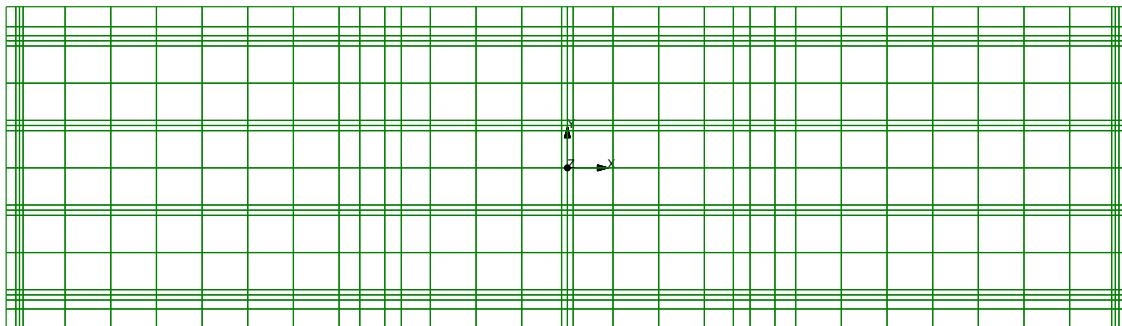
表 1.5.12 床版の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向

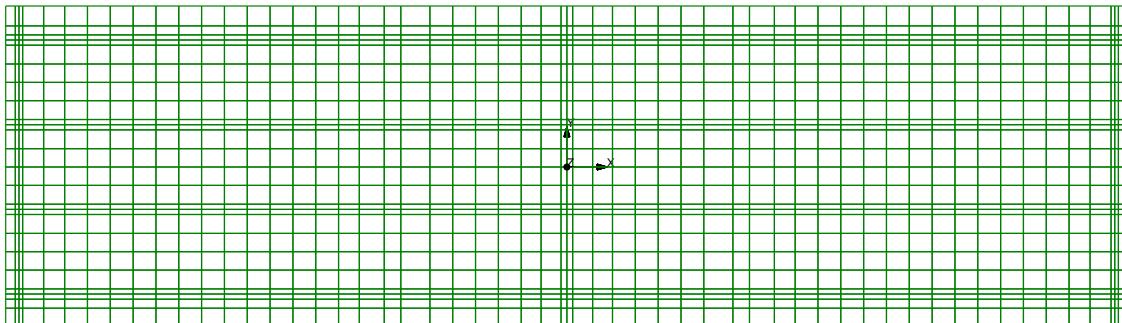
記号	$\leftarrow X=-16900$										$X=0 \rightarrow$
DSX1	290	2x110	1265	6x1375	625	750	500	875	2x1375	1200	175
DSX2	290	2x110	2x632.5	12x687.5	625	750	500	875	4x687.5	2x600	175
DSX3	2x145	4x55	4x316.25	24x343.75	2x312.5	2x375	2x250	2x437.5	8x343.75	4x300	2x87.5
DSX4	4x72.5	8x27.5	8x158.125	48x171.875	4x156.25	4x187.5	4x125	4x218.75	16x171.875	8x150	4x43.75
DSX5	8x36.25	16x13.75	16x79.0625	96x85.9375	8x78.125	8x93.75	8x62.5	8x109.375	32x85.9375	16x75	8x21.875

(b) 橋軸直角 (Y) 方向

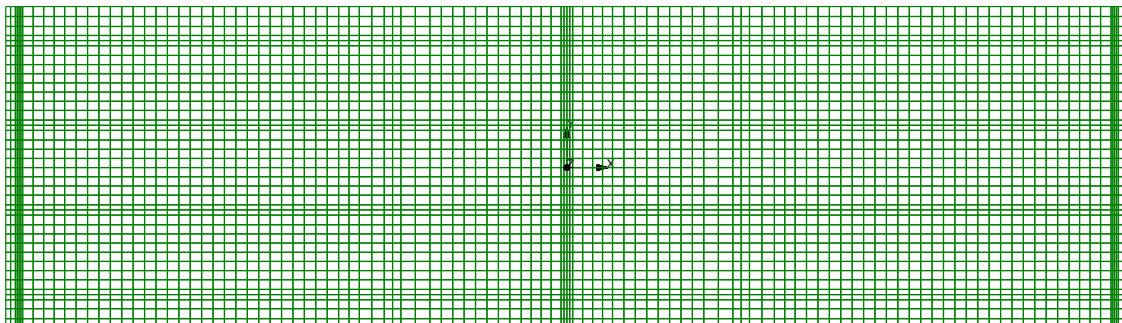
記号	$\leftarrow Y=-4850$										$Y=0 \rightarrow$
DSY1	600	270	2x155	45	2x110	45	45	4x55	45	2x1120	2x155
DSY2	600	270	2x155	45	2x110	45	45	4x55	45	567.5	2x155
DSY3	2x300	270	2x155	45	2x110	45	45	4x55	45	291.25	6x276.25
DSY4	4x150	2x135	2x155	45	2x110	45	45	4x55	45	153.125	14x138.125
DSY5	8x75	4x67.5	2x155	45	2x110	45	45	4x55	45	84.0625	30x69.0625
	DGY1	DGY2	DGY3							DGY1	DGY2
											DGY3



(a) DSX=1, DSY=1, DGY=1



(b) DSX=2, DSY=2, DGY=1



(c) DSX=1, DSY=1, DGY=2

図 1.5.27 床版の要素分割の一例

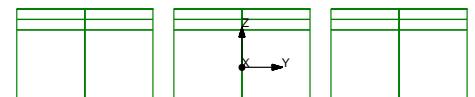
表 1.5.13 端横桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸直角 (Y) 方向

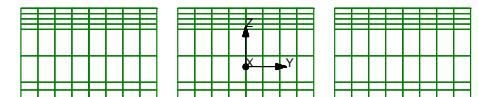
ウェブ、上フランジ		下フランジ										
	$\leftarrow Y=-1105 \quad Y=1105 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-1105$								$Y=1105 \rightarrow$		
DEY1	2x1105	170	110	60	2x55	60	2x1105	170	60	110	60	2x55
DEY2	4x552.5	170	110	60	2x55	60	4x552.5	170	60	110	60	2x55
DEY3	8x276.25	170	110	60	2x55	60	8x276.25	170	60	110	60	2x55
DEY4	16x138.125	170	110	60	2x55	60	16x138.125	170	60	110	60	2x55
DEY5	32x69.0625	170	110	60	2x55	60	32x69.0625	170	60	110	60	2x55
		DGY1	DGY2	DGY3				DGY1	DGY2	DGY3		

(b) 上下 (Z) 方向

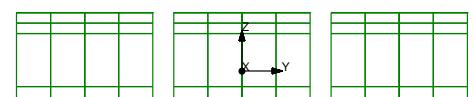
ウェブ、垂直補剛材	
	$\leftarrow Z=-600 \quad Z=850 \rightarrow$
DEZ1	1110
DEZ2	250
DEZ3	2x125
DEZ4	4x62.5
DEZ5	8x31.25
	2x170
	860
	2x170
	2x430
	4x85
	8x42.5
	16x21.25
	DGZ2
	DGZ3
	DGZ4
	DGZ5
	DGZ6



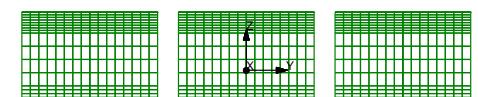
(a) DEY=1, DEZ=1



(c) DEY=3, DEZ=3

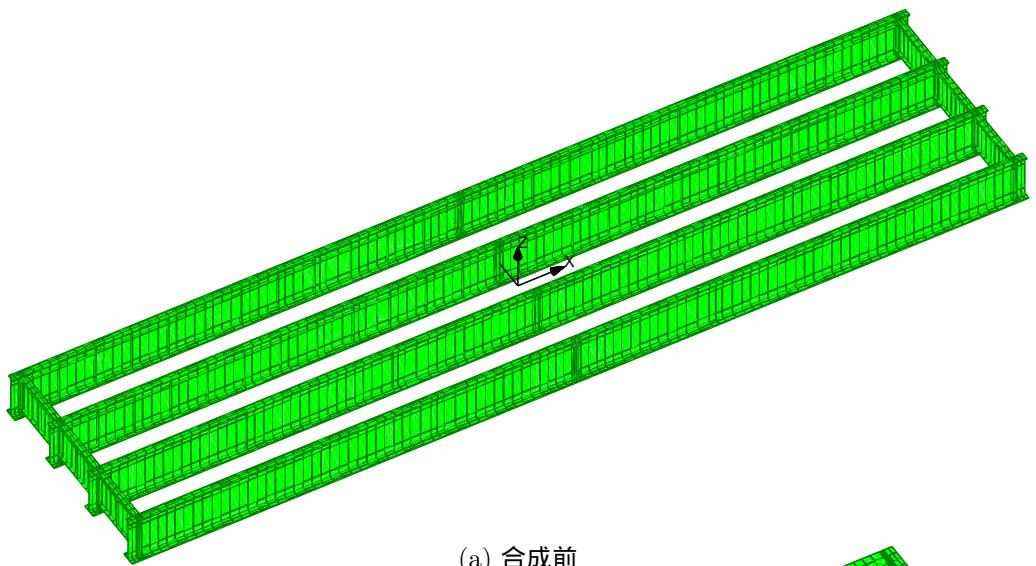


(b) DEY=2, DEZ=2

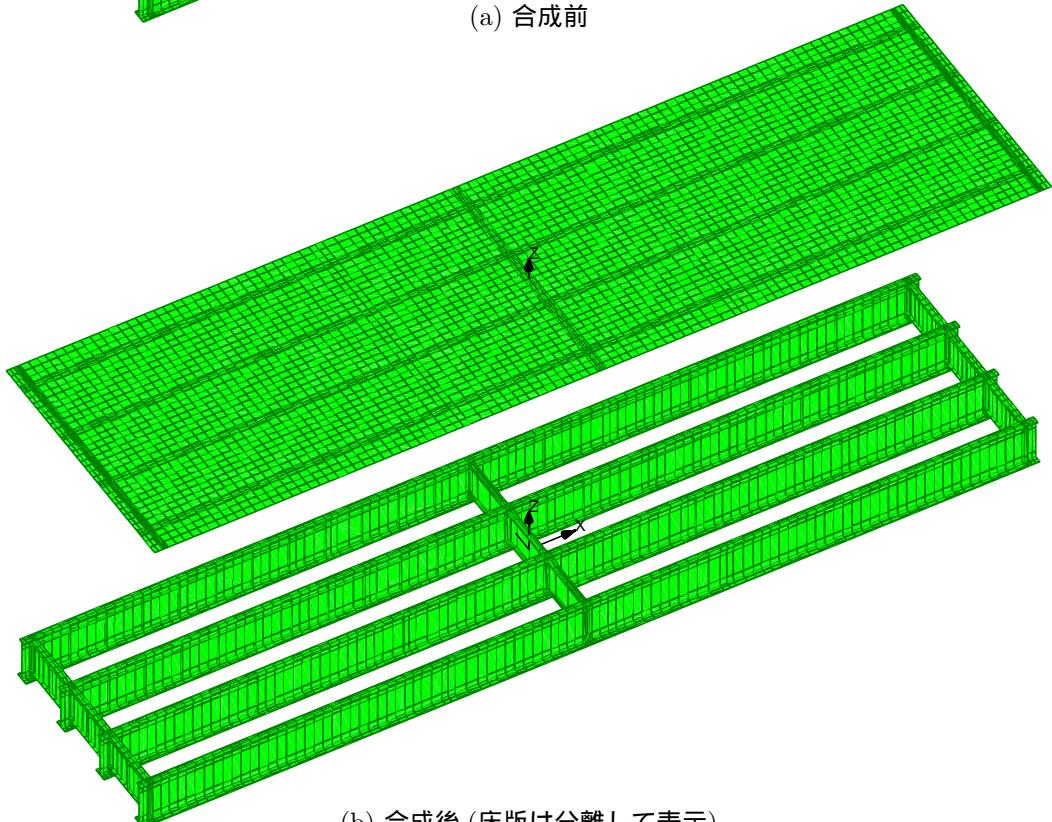


(d) DEY=4, DEZ=4

図 1.5.28 端横桁の要素分割の一例

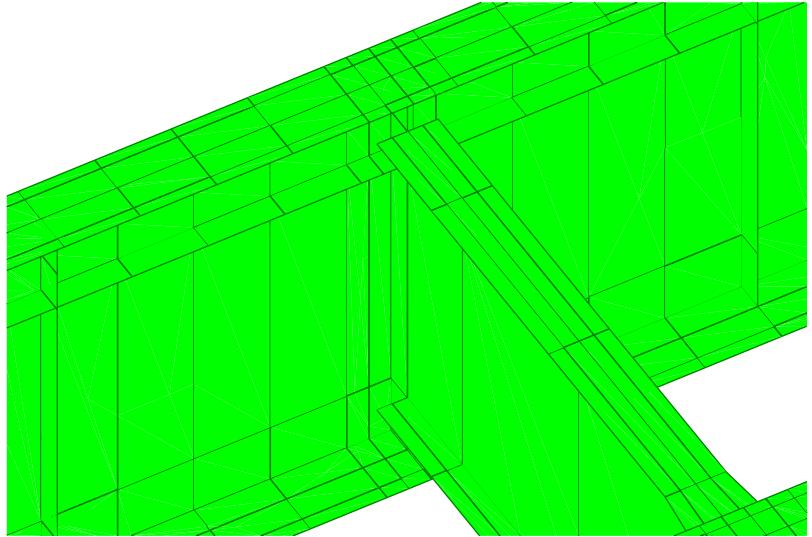


(a) 合成前

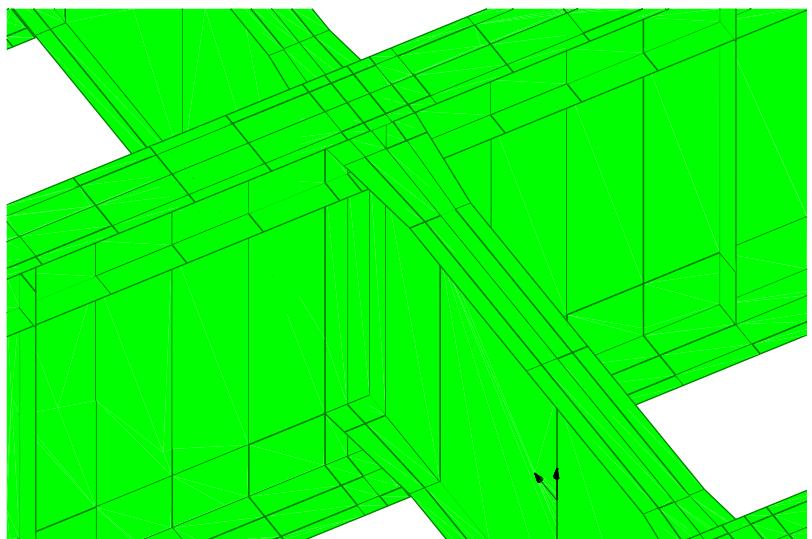


(b) 合成後 (床版は分離して表示)

図 1.5.29 床版合成前後の要素分割

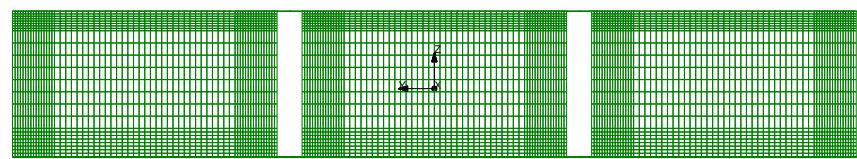


(a) G1 枠と分配横桁

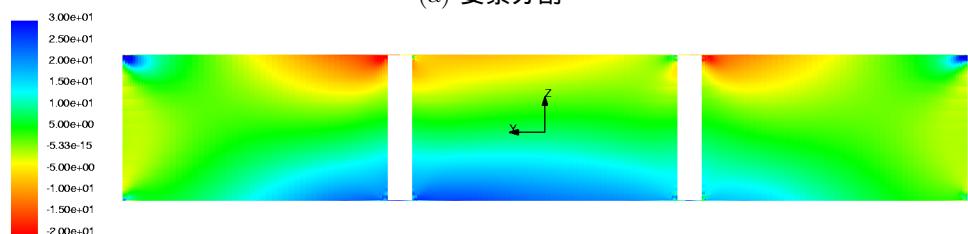


(b) G2 枠と分配横桁

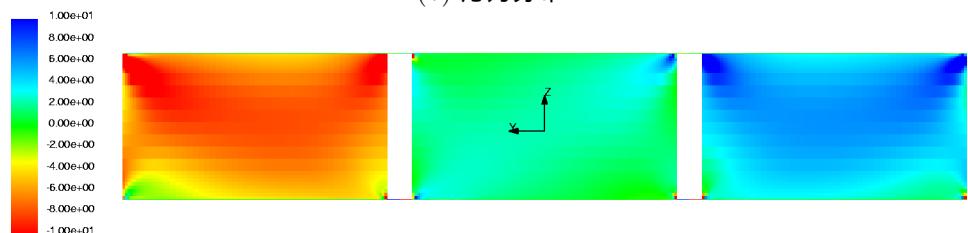
図 1.5.30 主枠と分配横枠の接続状況



(a) 要素分割



(b) 応力分布



(c) せん断応力分布

図 1.5.31 分配横桁ウェブの応力分布 (DLX2, DLY5, DLZ5, 選択積分)

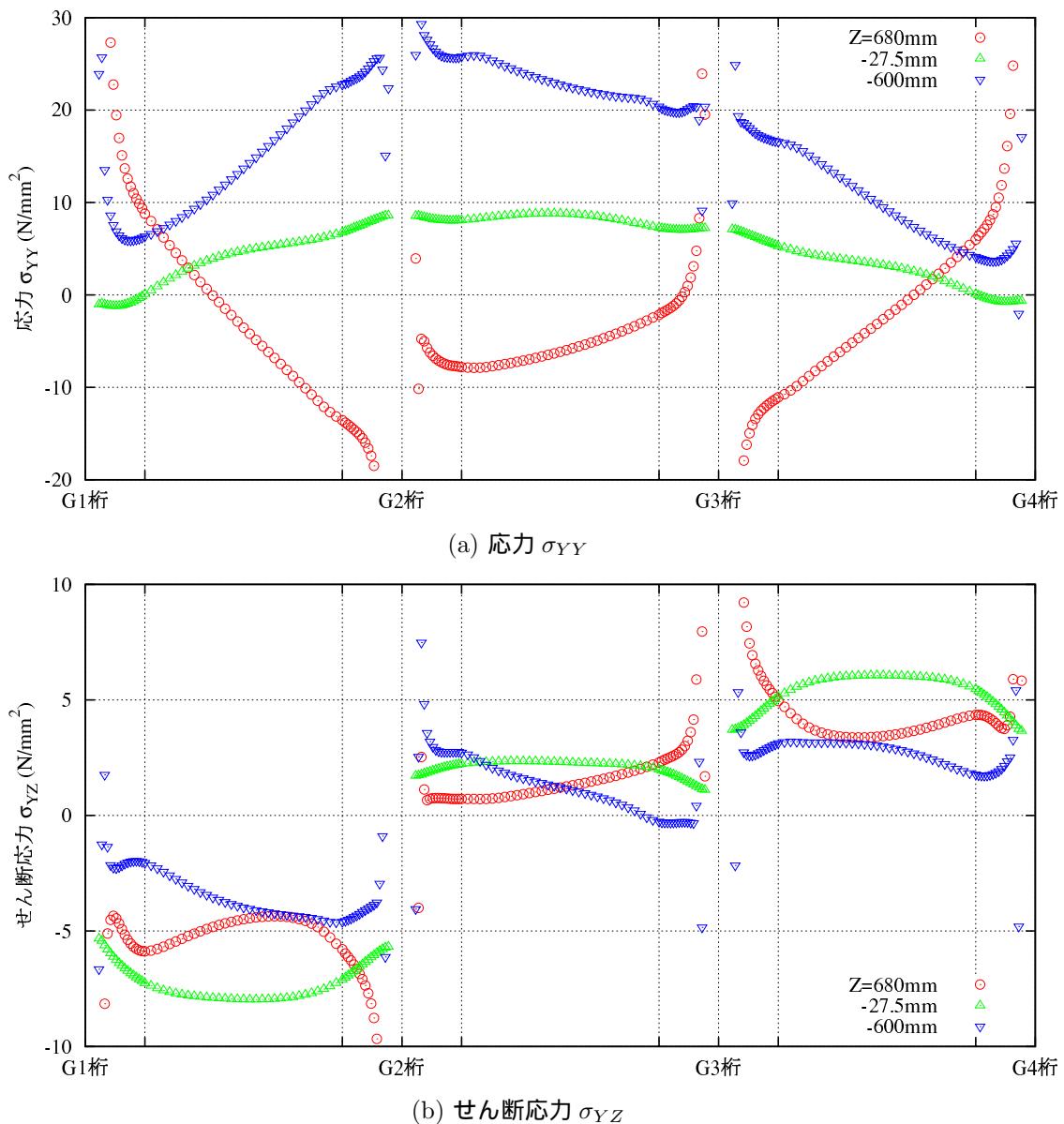


図 1.5.32 分配横横ウェブの応力 (DLX2, DLY5, DLZ5, 選択積分)

表 1.5.14 各要素分割での分配横杭の応力の誤差 (%)

(a) 完全積分		DLY					(b) 選択積分	
		1	2	3	4	5		
1	4.31	3.84	3.73	3.69	3.66		1	1.80
2	4.35	3.86	3.73	3.67	3.65		2	1.69
3	2.84	2.30	2.13	2.05	2.01		3	0.68
4	1.85	1.24	1.05	0.97	0.93		4	0.51
5	1.43	0.78	0.59	0.50	0.46		5	0.44

表 1.5.15 各要素分割での分配横杭のせん断応力の誤差 (%)

(a) 完全積分		DLY					(b) 選択積分	
		1	2	3	4	5		
1	3.66	2.93	3.03	3.16	3.21		1	4.20
2	3.31	2.57	2.23	2.12	2.07		2	1.97
3	2.03	1.05	0.75	0.71	0.70		3	0.93
4	1.43	0.55	0.33	0.36	0.36		4	0.73
5	1.20	0.40	0.15	0.18	0.18		5	0.70

表 1.5.16 各要素分割での主桁の応力の誤差 (%)

DLZ	(a) 完全積分					DLZ	(b) 選択積分				
	DLY						DLY				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	9.55	9.52	9.51	9.51	9.52	1	8.39	8.32	8.22	8.17	8.14
2	9.72	9.68	9.66	9.66	9.66	2	8.60	8.50	8.40	8.35	8.33
3	6.07	6.05	6.04	6.05	6.05	3	4.01	3.98	3.94	3.91	3.91
4	3.37	3.35	3.36	3.36	3.37	4	2.08	2.06	2.04	2.03	2.02
5	1.75	1.73	1.75	1.76	1.77	5	1.06	1.05	1.04	1.03	1.03

表 1.5.17 G1 枠 , G4 枠の A 断面を除いた応力の誤差 (%)

DLZ	(a) 完全積分					DLZ	(b) 選択積分				
	DLY						DLY				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.96	2.92	2.89	2.87	2.86	1	2.42	2.38	2.37	2.36	2.35
2	2.60	2.62	2.63	2.63	2.63	2	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15
3	2.05	2.03	2.01	2.00	2.00	3	1.69	1.69	1.70	1.70	1.70
4	1.60	1.57	1.55	1.54	1.54	4	1.46	1.45	1.45	1.45	1.45
5	0.96	0.93	0.92	0.91	0.91	5	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87

表 1.5.18 各要素分割での主桁のせん断応力の誤差 (%)

DLZ	(a) 完全積分					DLZ	(b) 選択積分				
	DLY						DLY				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.98	2.93	2.90	2.88	2.87	1	3.04	3.04	3.05	3.05	3.05
2	1.71	1.73	1.75	1.76	1.77	2	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87
3	0.98	0.99	1.00	1.01	1.01	3	1.20	1.19	1.19	1.19	1.19
4	0.54	0.54	0.54	0.55	0.55	4	0.67	0.67	0.66	0.66	0.66
5	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	5	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35



(a) 完全積分 (DLY1, DLZ4)



(b) 選択積分 (DLY1, DLZ3)

図 1.5.33 応力の誤差が 2%以下になる要素分割

1.5.6 まとめ

本節では、モデル化と要素分割の違いが、主要部材である主桁と分配横桁の応力やせん断応力に与える影響を調べるために、応力の基準値をもとにした誤差を定義し、種々の要素分割での誤差と一つの目安として誤差が、FEM 解の収束値の 2%以下に収まる要素分割を示した。

このとき、市販の FEM ソフトは多種多様であり、それぞれのソフトや組み込まれている要素により精度が異なることから、それぞれのソフトの精度の上限と下限の範囲を押さえていると想定される自作 FEM ソフトの完全積分による要素と選択積分による要素を用いた。したがって、使用する FEM ソフトに組み込まれている有限要素が、1.4 節に示したベンチマーク問題を解き、どちらに属しているか確認することを勧める。あるいは、市販のソフトの精度の下限に相当する完全積分による要素分割を参考にすることもできる。

本節では一つの目安として誤差 2%の要素分割を示したが、応力の基準値の 2%は、 $3 \sim 4\text{N/mm}^2$ 程度の差である。主桁の水平補剛材の有無やウェブとフランジの接続方法の違いで、主桁の応力はこの程度変動することから、2%はモデル化の観点から見ると、厳しい基準とも考えられる。

本節と付録 1A.1 には、誤差が 5%以下となる要素分割や 10%以下となる要素分割を確認することができるよう、それぞれの要素分割時の誤差を示しているので、これらの図表も参照されたい。

参考文献

- [1] Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E. : Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd edn., John Wiley & Sons, 1989
- [2] 山口栄輝: 講座 有限要素法の基礎と地盤工学への応用 3 . 一次元問題の有限要素解析 , 地盤工学会「土と基礎」, Vol.49 , No.5 , Sr.No.520 , pp.39-44 , 2001
- [3] Barlow, J.: Optimal stress locations in finite element models, Int. J. Numer. Meths. Eng., Vol.10, pp.243-251, 1976
- [4] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L.: The Finite Element Method, 4th edn., Vol.1, McGraw-Hill, 1989
- [5] Hinton, E. Scott, F.C. and Ricketts, R.E.: Local least squares stress smoothing for parabolic isoparametric elements, and global smoothing of discontinuous finite element functions Int. J. Numer. Meths. Eng., Vol.9,pp.235-256, 1975
- [6] 山口栄輝, 久保喜延: 有限要素解析における応力算定法に関する一研究 , 構造工学論文集 , Vol.44A , pp.21-28 , 1998
- [7] 日本コンクリート工学協会 鉄筋コンクリート構造の有限要素解析と設計法研究委員会 : コンクリート構造物の設計に FEM 解析を適用するためのガイドライン , 日本コンクリート工学協会, 1989 年 3 月.
- [8] 本州四国連絡橋公団 : 鋼上部構造の設計に FEM 解析を適用するためのガイドライン (案), 本州四国連絡橋公団, 1993 年 9 月.
- [9] 鋼構造生産システム研究会 橋梁設計部会 : FEM 解析の実務資料の作成, <http://www.e-bridge.jp/eb/kouseiken/main.php>, 2004 年 4 月.
- [10] 日本橋梁建設協会 : 合成桁の設計例と解説, 日本橋梁建設協会, 2005 年 1 月.

付録 1A 鋼橋のモデル化

1A.1 主桁のモデル化と要素分割

1A.1.1 均一な要素分割

補剛材を含まない主桁を、他部材との接続は考慮せず、可能な限り均一な要素分割により、FEM 解析を行った場合の応力とせん断応力の収束性を示す。有限要素は、完全積分と選択的低減積分を使用した 2 種類の 4 節点厚肉シェル要素を用いる。

解析対象の桁は、図 1A.1.1 のような桁であり、ウェブ厚 9mm、高さ 1700mm、下フランジは厚さ 32mm、幅 550mm である、上フランジは支間中央部と支点部で厚さが異なっており、支間中央部の長さ 12500mm の区間では、厚さ 22mm、幅 310mm、支点部では厚さ 17mm、幅 310mm である。

この桁の断面 A, B のウェブ上下縁の応力 σ_{XX} と断面 C, D のウェブ上下縁とウェブ中央のせん断応力 σ_{XY} を、図 1A.1.4 から図 1A.1.23 に示す。また、誤差を表 1A.1.3 から表 1A.1.22 に示す。

これらの結果には、ウェブと上下フランジの接続方法として、図 1A.1.2 のように、ウェブ上下縁に上下フランジの板厚中央を一致させた MGF1 モデルとウェブ上下縁に上下フランジの下面、上面を一致させた MGF2 モデルの 2 種類の結果を示している。

要素分割パターンは、表 1A.1.1 のように、橋軸方向 (X) には DGX1s から DGX6s までの 6 パタ

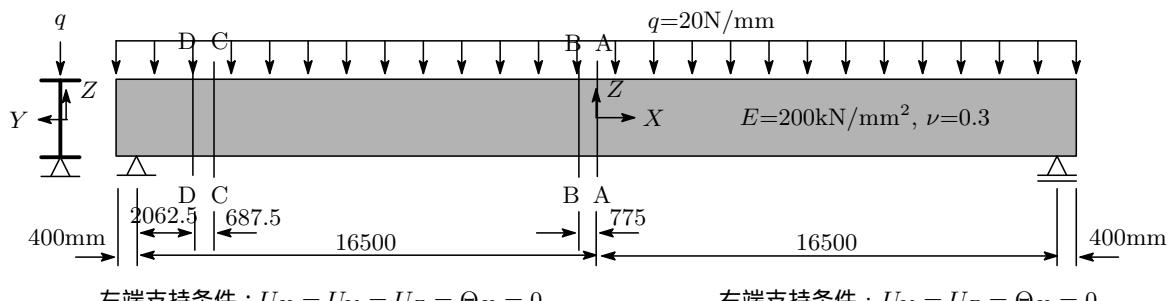


図 1A.1.1 荷重条件と支持条件

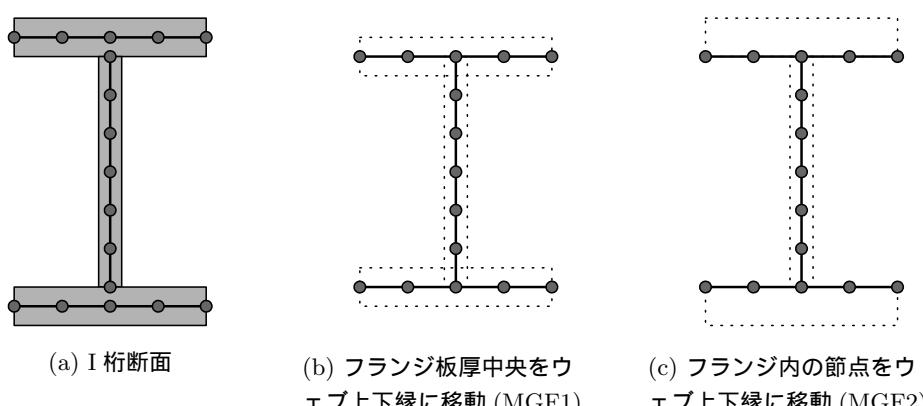


図 1A.1.2 ウェブとフランジの接続方法

表 1A.1.1 主桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向 ($X > 0$ の要素長は $X < 0$ と対称)
ウェブ、上下フランジ

DGX	$\leftarrow X=-16900 \quad X=0 \rightarrow$				
1s	400	7x1375	625	750	4x1375
2s	400	14x687.5	625	750	8x687.5
3s	400	28x343.75	2x312.5	2x375	16x343.75
4s	2x200	56x171.875	4x156.25	4x187.5	32x171.875
5s	4x100	112x85.9375	8x78.125	8x93.75	64x85.9375
6s	8x50	224x42.96875	16x39.0625	16x46.875	128x42.96875

(b) 橋軸直角 (Y) 方向

DGY	$\leftarrow Y=-275 \quad Y=275 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-155 \quad Y=155 \rightarrow$
1s	2x275	2x155
2s	4x137.5	4x77.5
3s	8x68.75	8x38.75

(c) 上下 (Z) 方向

DGZ	$\leftarrow Z=-850 \quad Z=850 \rightarrow$
1s	1700
2s	2x850
3s	4x425
4s	8x212.5
5s	16x106.25
6s	32x53.125

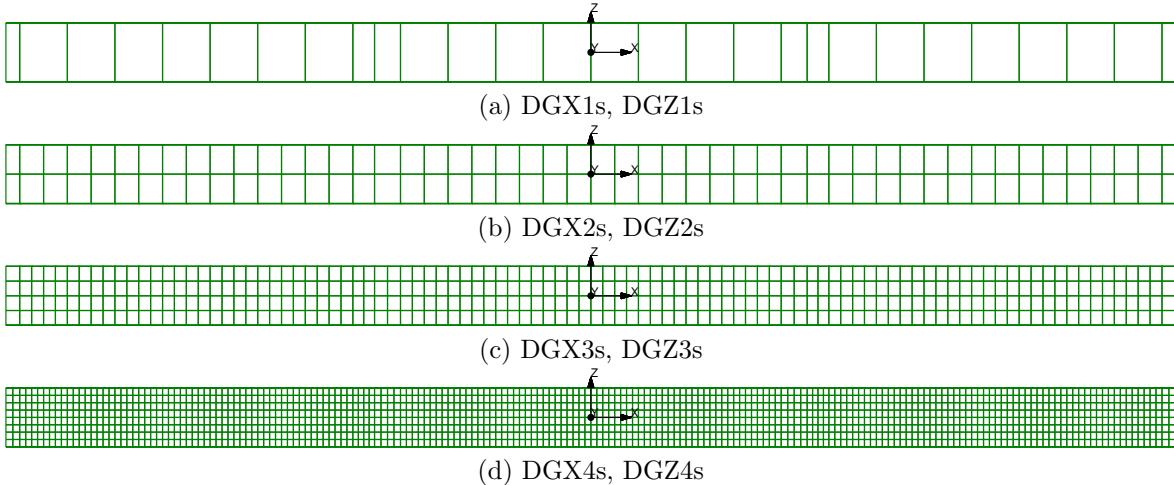


図 1A.1.3 主桁の要素分割の一例

ン、鉛直方向 (Z) には DGZ1s から DGZ6s までの 6 パターン、フランジ幅方向 (Y) には DGY1s から DGY3s までの 3 パターンを用いている。DGX1s は、支点位置、上フランジの板厚変化部と垂直補剛材取り付け位置で分割を行っている。DGX2s は、要素長が均一で要素長の大きな部分は DGX1s の要素長の半分になるような分割である。以下、DGX3s は要素長が均一で要素長の大きな部分は DGX2s の要素長の半分になるような分割である。鉛直方向の要素分割 (DGZ) は、最も粗い DGZ1s では 1 要素分割、DGZ2s 以降は一つ前の粗い要素長を半分にするような分割である。フランジ幅方向も同様に要素長が半分になるように分割している。図 1A.1.3 に要素分割の一例を示す。

図 1A.1.4 から図 1A.1.23 の収束値は、要素分割の細かい DGX4s から DGX6s と DGZ4s から DGZ6s までの要素長の異なる 9 種類の FEM 解から、以下の手順により算出した値である。

X 方向の平均要素長 l_x と Z 方向の平均要素長 l_z の双 2 次関数として、応力は次式のように表される

表 1A.1.2 FEM 解析結果の収束値 (N/mm²)

		断面 A の応力		断面 B 応力		断面 C のせん断応力			断面 D のせん断応力		
		上縁	下縁	上縁	下縁	上縁	中央	下縁	上縁	中央	下縁
MGF1	完全積分	-153.52	87.75	-153.25	87.60	-10.60	-19.90	-17.65	-11.41	-20.94	-18.10
	選択積分	-153.52	87.75	-153.26	87.60	-10.60	-19.90	-17.65	-11.42	-20.94	-18.10
MGF2	完全積分	-150.21	84.70	-149.95	84.56	-10.48	-19.64	-17.51	-11.31	-20.67	-17.94
	選択積分	-150.22	84.70	-149.96	84.56	-10.48	-19.64	-17.51	-11.31	-20.67	-17.94

ものとする。

$$\sigma = c_0 + c_1 l_x + c_2 l_z + c_3 l_x^2 + c_4 l_x l_z + c_5 l_z^2 \quad (1.1.1)$$

ここで、 $c_i (i = 0, 1, \dots, 5)$ は未定係数である。

上式を 9 個の FEM 解に適用した 9 元の連立方程式から、最小二乗法により未定係数を決定すると、 c_0 は要素長 l_x と l_z がゼロ (無限小) の場合の FEM 解であり、これを FEM 解の収束値とする。

表 1A.1.2 に完全積分と選択的低減積分による FEM 解析結果の収束値を示している。両方法ともほぼ同じ値になっている。また、この表には、ウェブとフランジの接続方法の違いによる 2 種類の結果も示している。

表 1A.1.3 から表 1A.1.22 の誤差は、上述の手順で算出した収束解と各要素分割での FEM 解の差を応力の基準値で除した値として表示している。

断面 A から D の応力とせん断応力は、応力参照点が節点上にあるときには、その節点に隣接する複数の要素のその節点での応力の平均値を用い、応力参照点が要素内にあるときには、ガウス積分点での応力から補間により求めている。

図 1A.1.4 から図 1A.1.23 と表 1A.1.3 から表 1A.1.22 より以下のことが分かる。

- 図 1A.1.2 のように、ウェブ上下縁に上下フランジの板厚中央を一致させた MGF1 モデルとウェブ上下縁に上下フランジの下面、上面を一致させた MGF2 モデルの収束値には違いがあるが、要素分割を変えたときの収束性は同様の傾向である。
- 選択積分による有限要素の応力やせん断応力は、X 軸方向の要素分割を変えてもあまり変化せず、Z 軸方向の要素分割を変えると大きく変化し、精度の良い FEM 解を得るには、Z 軸方向の要素分割を細かくした方が良い。
- これに対して、完全積分による有限要素の応力やせん断応力は、X 軸方向の要素分割を変えても変化し、Z 軸方向の要素分割を変えても変化するから、精度の良い FEM 解を得るには、X 軸方向と Z 軸方向の要素分割を細かくする必要がある。
- ウェブ中央のせん断応力を除いて、応力とせん断応力は、X 軸方向の要素分割を変え名で、Z 軸方向だけ細かくすると応力の絶対値は小さくなり、逆に Z 軸方向の要素分割を変えないで、X 軸方向だけ細かくすると応力の絶対値は大きくなる傾向になる。
- したがって、要素分割が粗いときには、応力の正解 (収束値) よりも大きな FEM 解が得られる場合があり、小さな FEM 解が得られる場合もある。特に、完全積分による FEM 解にこの傾向が強い。

表 1A.1.3 各要素分割での応力の誤差(%) (DG Y1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	3.95	-1.88	-3.49	-3.90	-4.01	-4.03		-3.81	-3.96	-4.02	-4.04	-4.04	-4.04
2s	5.52	-0.25	-1.85	-2.26	-2.36	-2.39		-2.14	-2.33	-2.38	-2.39	-2.39	-2.40
3s	6.53	0.82	-0.76	-1.16	-1.26	-1.29		-1.03	-1.23	-1.28	-1.29	-1.30	-1.30
4s	7.10	1.43	-0.13	-0.54	-0.64	-0.66		-0.39	-0.60	-0.66	-0.67	-0.67	-0.67
5s	7.39	1.76	0.19	-0.21	-0.31	-0.33		-0.05	-0.27	-0.32	-0.34	-0.34	-0.34
6s	7.54	1.92	0.36	-0.04	-0.14	-0.16		0.12	-0.10	-0.15	-0.17	-0.17	-0.17

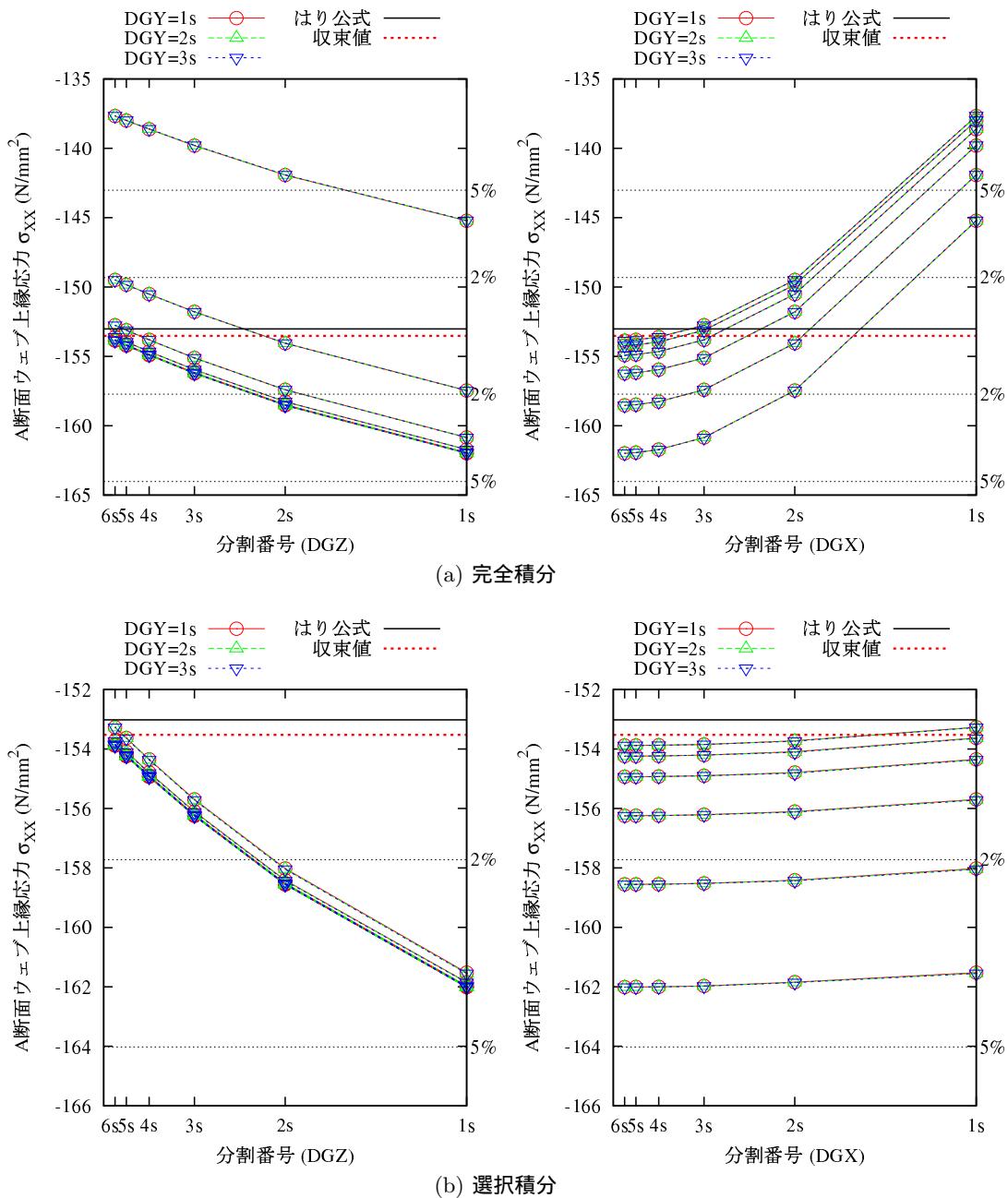


図 1A.1.4 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.4 各要素分割での応力の誤差(%) (DG Y1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	3.83	-1.87	-3.48	-3.90	-4.00	-4.03		-3.92	-3.97	-4.02	-4.03	-4.03	-4.03
2s	5.39	-0.25	-1.85	-2.26	-2.36	-2.38		-2.28	-2.32	-2.37	-2.39	-2.39	-2.39
3s	6.40	0.82	-0.75	-1.16	-1.26	-1.29		-1.18	-1.22	-1.28	-1.29	-1.29	-1.29
4s	6.96	1.43	-0.14	-0.54	-0.64	-0.66		-0.55	-0.60	-0.65	-0.67	-0.67	-0.67
5s	7.26	1.75	0.19	-0.21	-0.31	-0.33		-0.22	-0.27	-0.32	-0.34	-0.34	-0.34
6s	7.41	1.92	0.36	-0.04	-0.14	-0.16		-0.04	-0.11	-0.15	-0.17	-0.17	-0.17

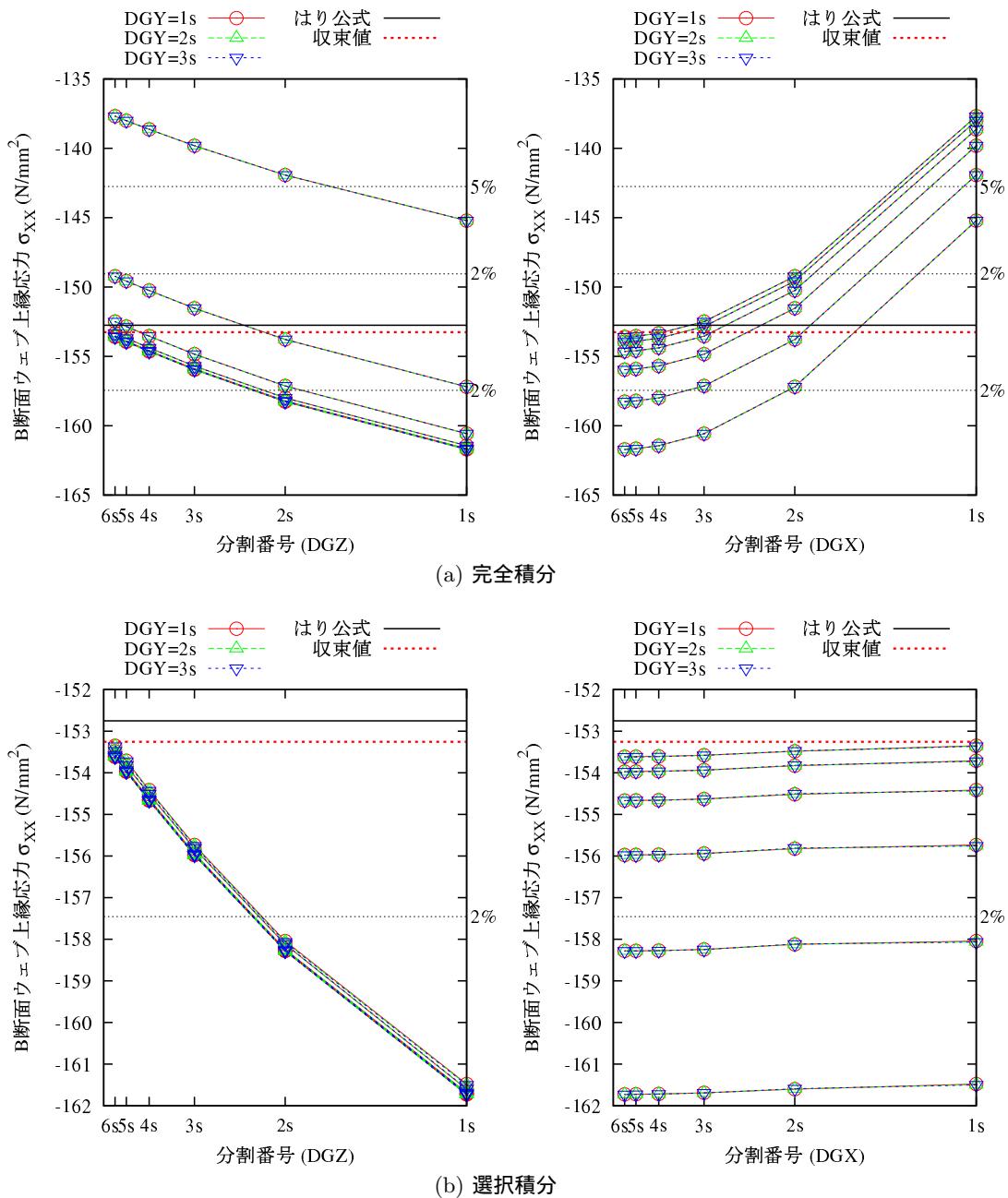


図 1A.1.5 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.5 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.18	3.35	4.32	4.57	4.63	4.65		4.47	4.63	4.64	4.65	4.65	4.65
2s	-2.14	1.27	2.21	2.45	2.51	2.53		2.34	2.50	2.52	2.53	2.53	2.53
3s	-3.24	0.09	1.01	1.24	1.30	1.32		1.13	1.29	1.31	1.32	1.32	1.32
4s	-3.82	-0.54	0.36	0.59	0.65	0.67		0.48	0.65	0.66	0.67	0.67	0.67
5s	-4.12	-0.87	0.03	0.26	0.32	0.33		0.14	0.32	0.33	0.34	0.34	0.34
6s	-4.27	-1.03	-0.14	0.09	0.15	0.16		-0.03	0.15	0.16	0.17	0.17	0.17

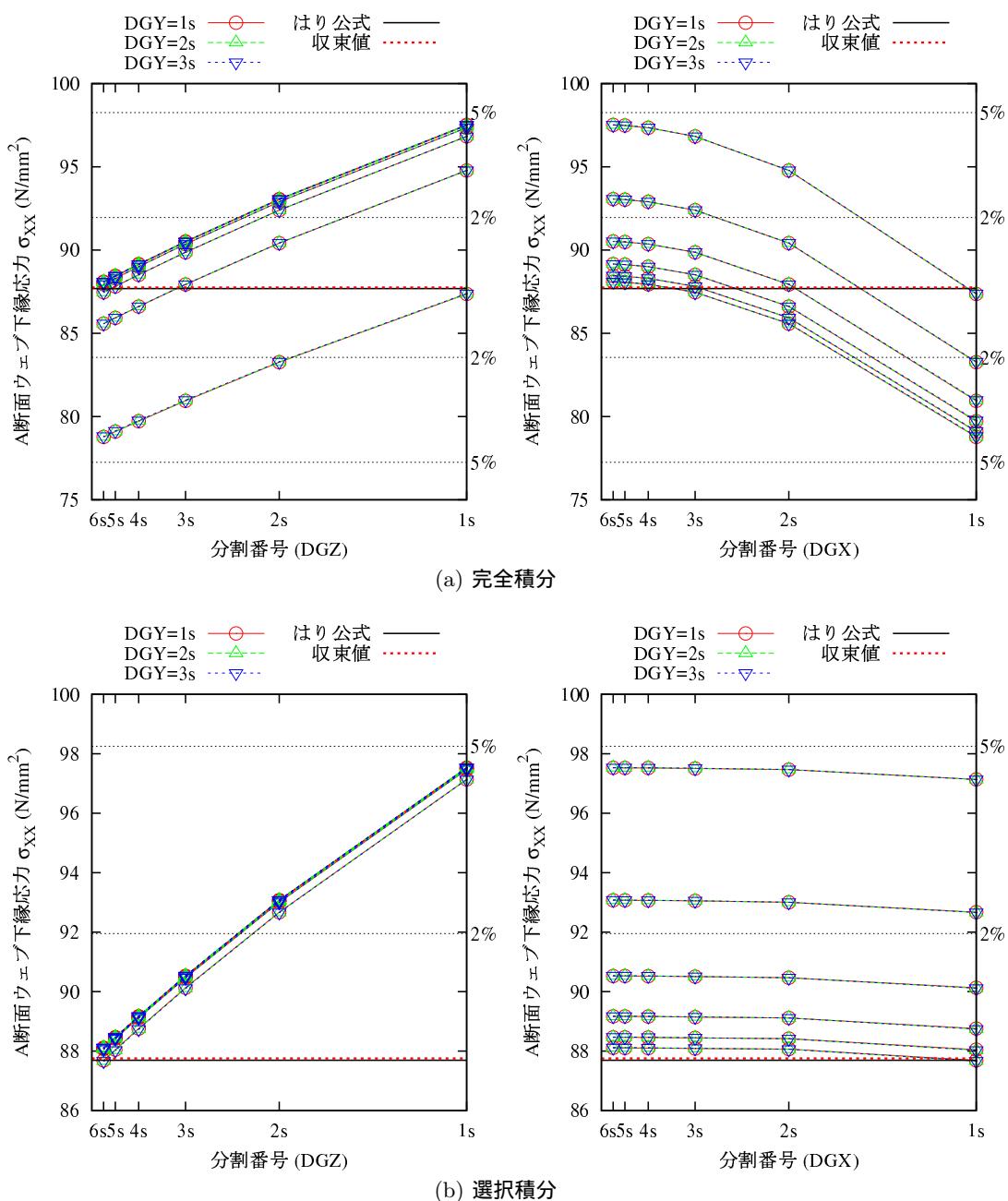


図 1A.1.6 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.6 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.11	3.34	4.31	4.56	4.62	4.64		4.56	4.59	4.64	4.64	4.64	4.65
2s	-2.06	1.27	2.21	2.45	2.51	2.52		2.45	2.48	2.52	2.53	2.53	2.53
3s	-3.15	0.09	1.00	1.24	1.30	1.31		1.24	1.26	1.31	1.32	1.32	1.32
4s	-3.74	-0.54	0.36	0.59	0.65	0.67		0.60	0.61	0.66	0.67	0.67	0.67
5s	-4.04	-0.87	0.03	0.26	0.32	0.33		0.27	0.28	0.33	0.34	0.34	0.34
6s	-4.19	-1.03	-0.14	0.09	0.15	0.16		0.10	0.11	0.16	0.17	0.17	0.17

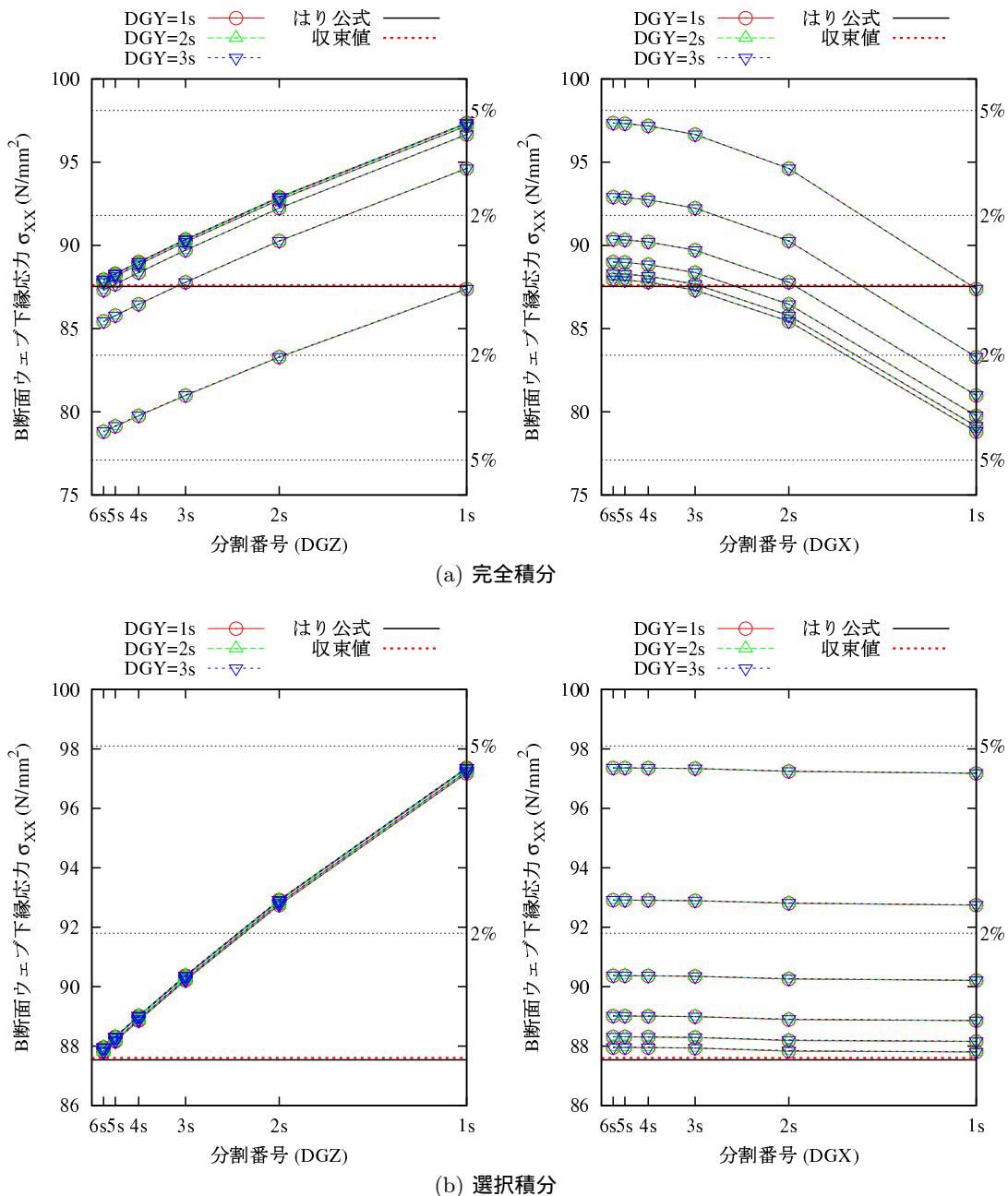


図 1A.1.7 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.7 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-3.05	-5.06	-5.60	-5.75	-5.78	-5.79		-6.15	-6.17	-6.15	-6.15	-6.15	-6.15
2s	-1.49	-3.57	-4.09	-4.23	-4.26	-4.27		-5.12	-4.68	-4.68	-4.69	-4.69	-4.69
3s	0.04	-1.82	-2.32	-2.45	-2.48	-2.48		-3.12	-2.81	-2.77	-2.77	-2.77	-2.77
4s	1.11	-0.70	-1.17	-1.29	-1.32	-1.33		-1.79	-1.54	-1.50	-1.49	-1.49	-1.49
5s	1.72	-0.07	-0.53	-0.65	-0.68	-0.68		-1.04	-0.81	-0.78	-0.77	-0.77	-0.77
6s	2.05	0.26	-0.19	-0.31	-0.34	-0.35		-0.64	-0.43	-0.39	-0.39	-0.39	-0.39

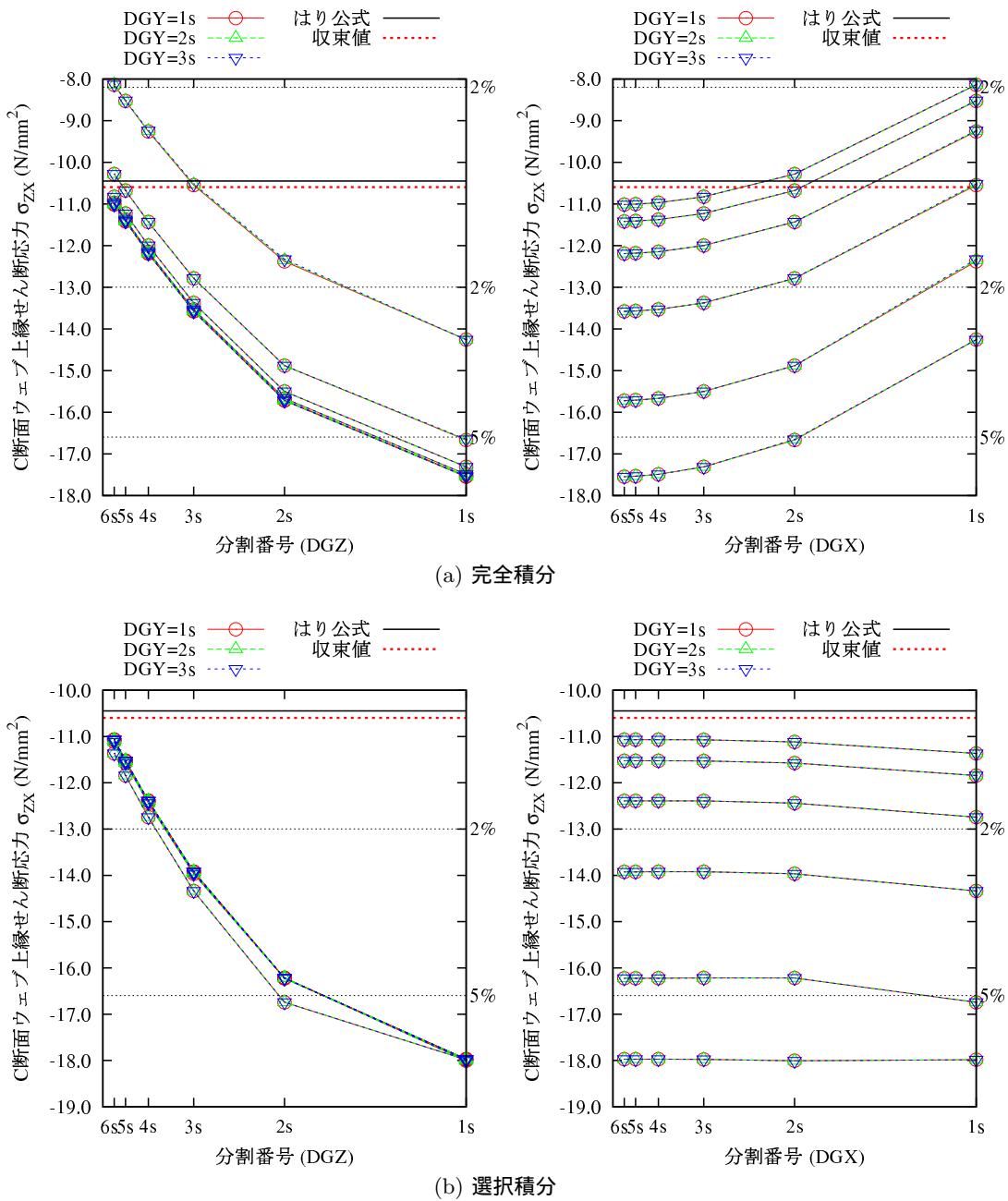


図 1A.1.8 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.8 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	4.50	2.41	1.81	1.66	1.62	1.61		1.60	1.58	1.60	1.61	1.61	1.61
2s	4.20	2.15	1.55	1.39	1.35	1.34		1.60	1.59	1.60	1.61	1.61	1.61
3s	3.40	1.20	0.56	0.39	0.35	0.34		0.19	0.40	0.41	0.41	0.41	0.41
4s	3.16	0.96	0.31	0.14	0.10	0.09		-0.17	0.13	0.10	0.10	0.10	0.10
5s	3.10	0.90	0.25	0.08	0.04	0.02		-0.26	0.05	0.03	0.03	0.03	0.03
6s	3.08	0.88	0.23	0.06	0.02	0.01		-0.28	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01

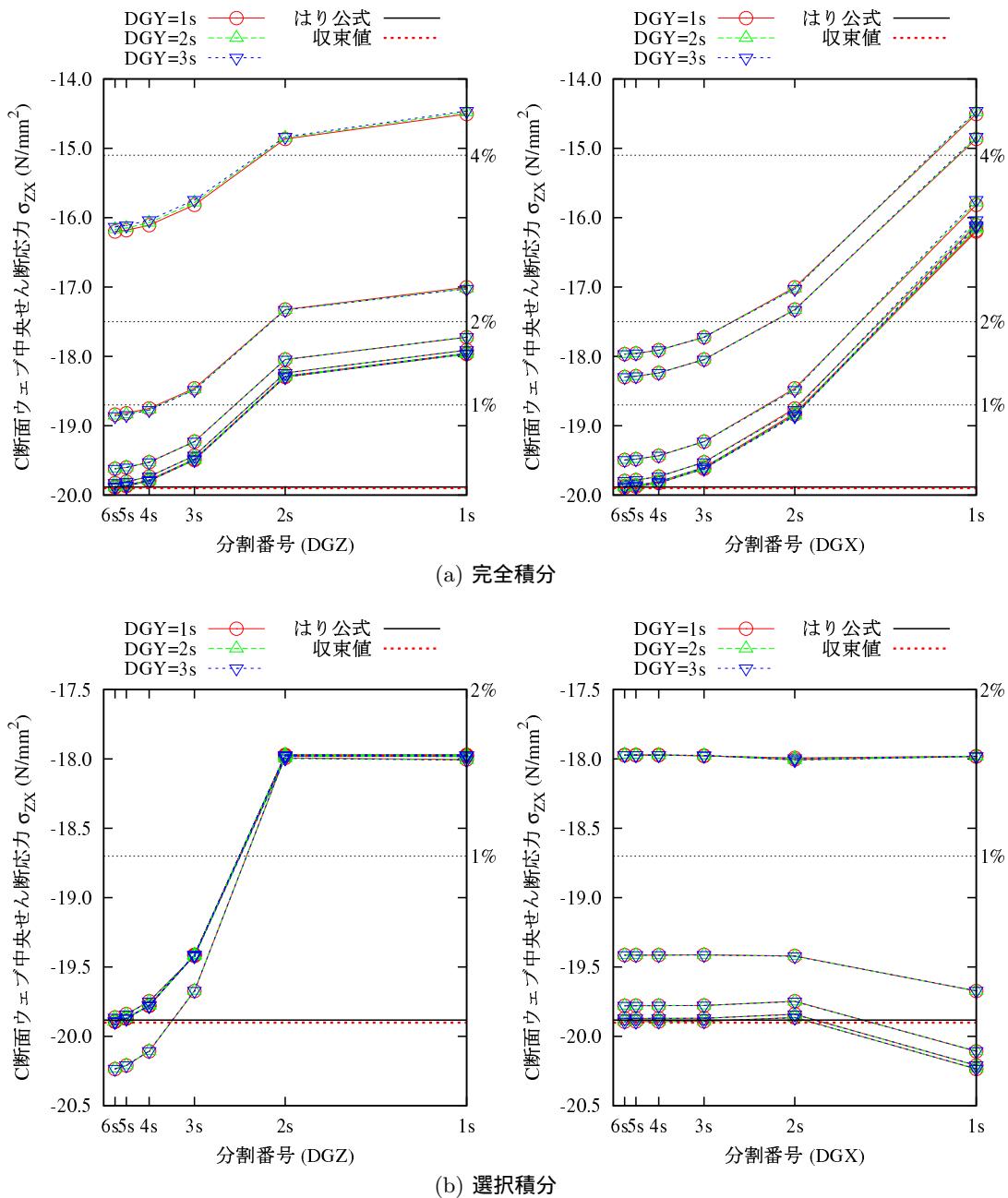


図 1A.1.9 C断面ウェブ中央のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.9 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	2.41	0.25	-0.41	-0.57	-0.61	-0.62		-0.28	-0.30	-0.28	-0.27	-0.27	-0.27
2s	1.51	-0.64	-1.36	-1.54	-1.58	-1.59		-1.31	-1.77	-1.75	-1.73	-1.73	-1.73
3s	1.83	-0.17	-0.88	-1.05	-1.09	-1.11		-0.50	-1.27	-1.27	-1.24	-1.24	-1.24
4s	2.05	0.27	-0.40	-0.57	-0.62	-0.63		0.22	-0.69	-0.74	-0.71	-0.71	-0.71
5s	2.14	0.53	-0.11	-0.28	-0.32	-0.33		0.61	-0.29	-0.42	-0.38	-0.38	-0.38
6s	2.18	0.67	0.05	-0.11	-0.16	-0.17		0.79	-0.06	-0.23	-0.20	-0.20	-0.20

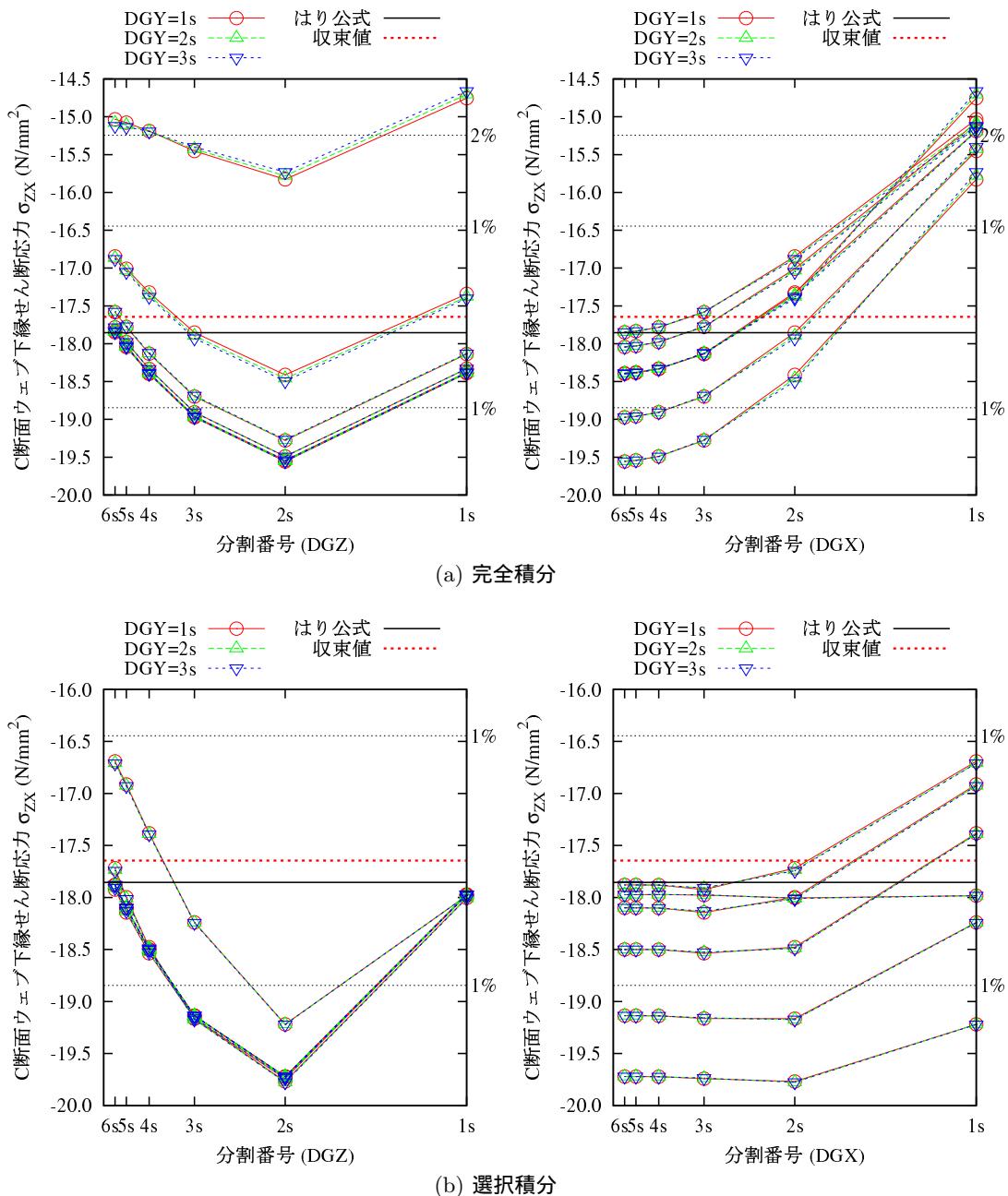


図 1A.1.10 C断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.10 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-5.23	-5.12	-5.64	-5.77	-5.80	-5.81		-6.34	-6.17	-6.22	-6.21	-6.21	-6.21
2s	-4.27	-3.80	-4.31	-4.42	-4.44	-4.45		-5.84	-4.94	-4.85	-4.85	-4.86	-4.86
3s	-2.68	-2.04	-2.52	-2.62	-2.64	-2.64		-3.46	-3.09	-2.96	-2.94	-2.94	-2.94
4s	-1.61	-0.83	-1.30	-1.40	-1.42	-1.43		-2.03	-1.71	-1.62	-1.60	-1.60	-1.60
5s	-1.01	-0.14	-0.62	-0.71	-0.73	-0.74		-1.24	-0.93	-0.85	-0.83	-0.83	-0.83
6s	-0.69	0.22	-0.25	-0.35	-0.37	-0.38		-0.85	-0.51	-0.44	-0.43	-0.42	-0.42

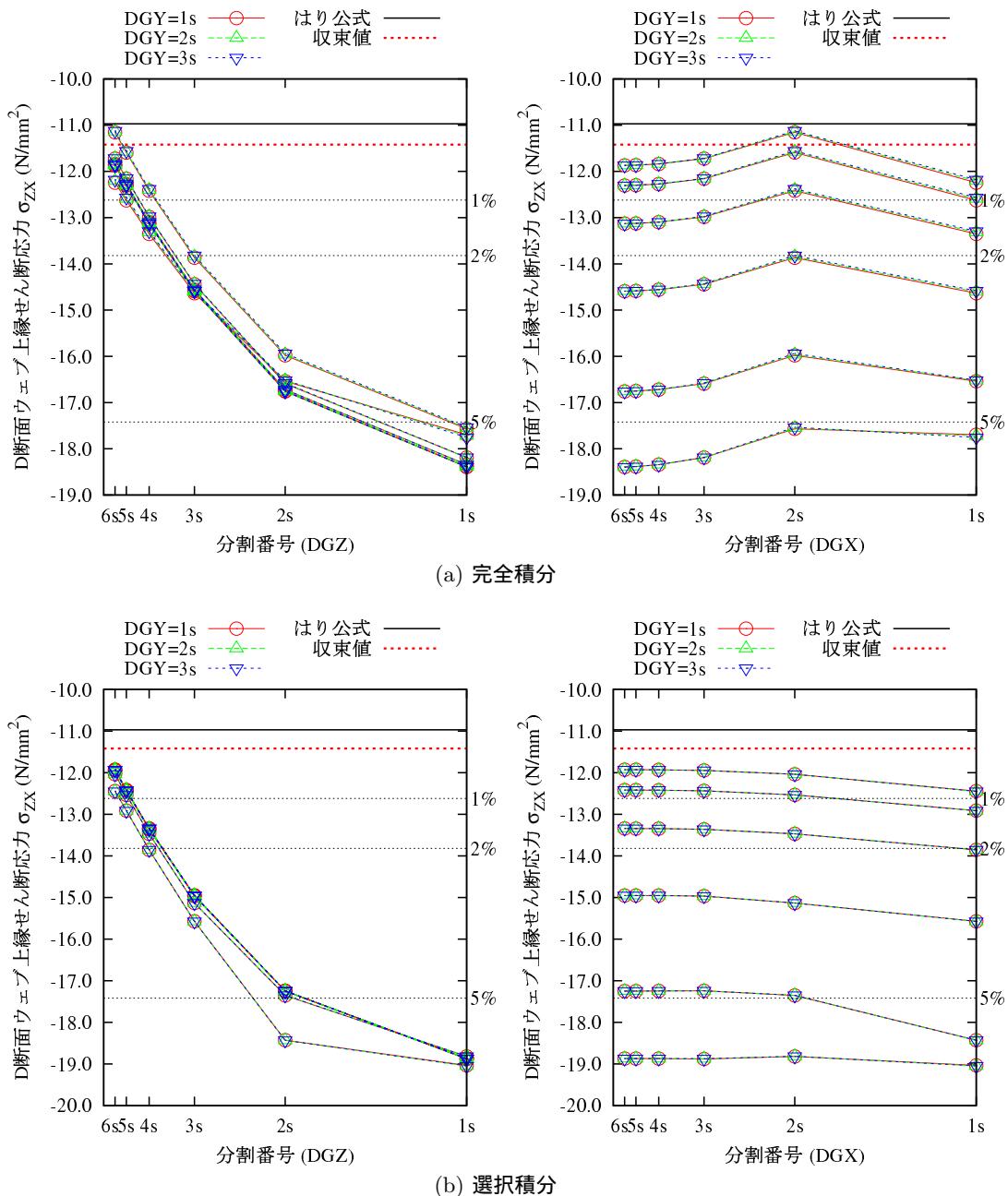


図 1A.1.11 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.11 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分					
	DGX						DGX					
1s	2s	3s	4s	5s	6s	1s	2s	3s	4s	5s	6s	
1s	2.47	2.50	1.94	1.78	1.74	1.73	1.59	1.77	1.72	1.73	1.73	1.73
2s	1.88	2.21	1.65	1.49	1.45	1.44	1.61	1.75	1.72	1.73	1.73	1.73
3s	0.75	1.13	0.59	0.42	0.38	0.37	-0.32	0.51	0.45	0.44	0.44	0.44
4s	0.47	0.87	0.32	0.15	0.11	0.10	-0.70	0.09	0.12	0.11	0.11	0.11
5s	0.40	0.80	0.25	0.08	0.04	0.03	-0.78	-0.01	0.03	0.03	0.03	0.03
6s	0.38	0.78	0.23	0.06	0.02	0.01	-0.80	-0.04	0.01	0.01	0.01	0.01

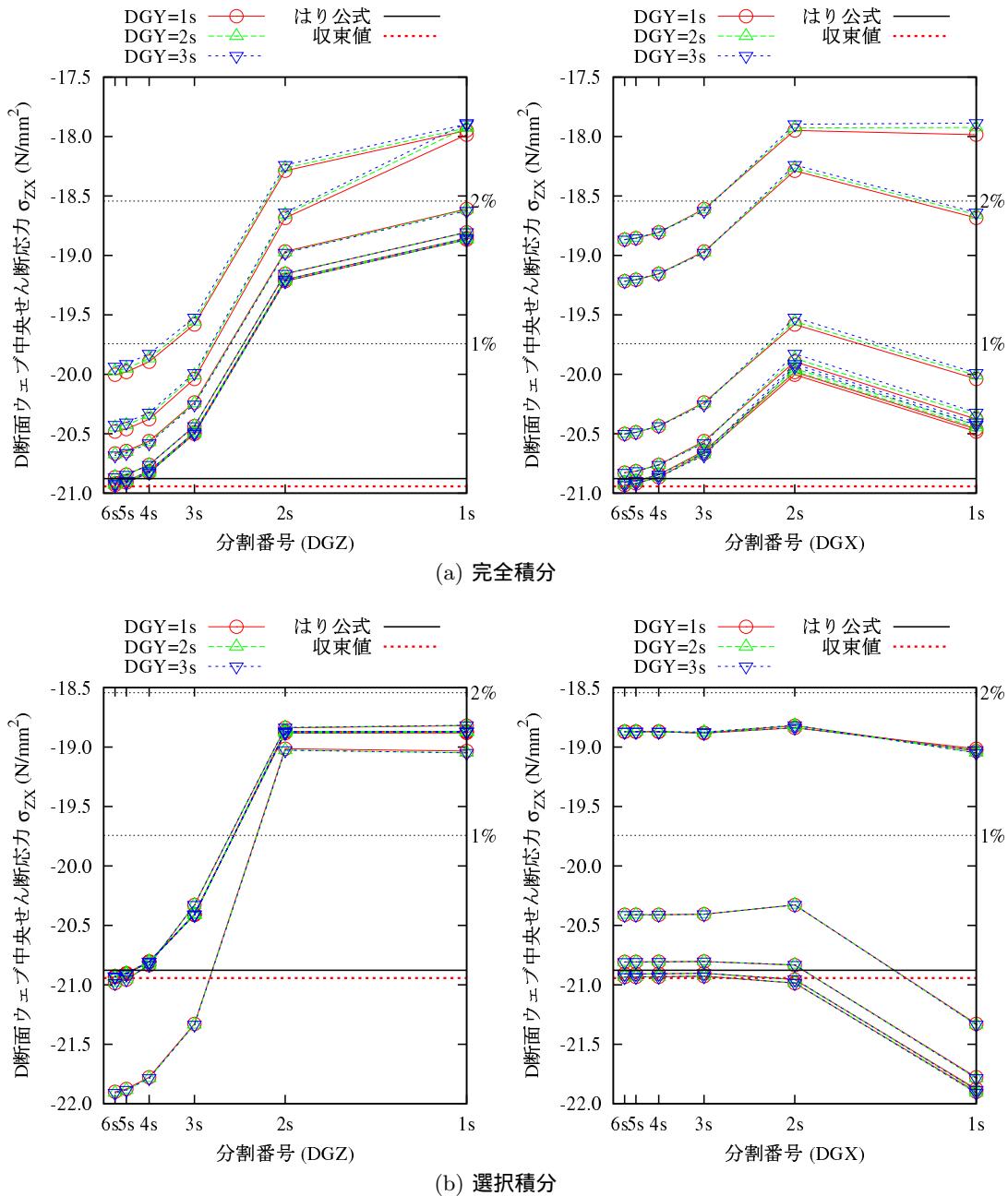


図 1A.1.12 D 断面ウェブ中央のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.12 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.15	-0.19	-0.78	-0.98	-1.02	-1.03		-0.78	-0.60	-0.65	-0.64	-0.64	-0.64
2s	-0.59	-0.93	-1.49	-1.74	-1.80	-1.81		-1.25	-1.85	-2.02	-2.00	-1.99	-1.99
3s	0.35	-0.29	-0.85	-1.11	-1.17	-1.19		0.22	-1.22	-1.37	-1.34	-1.34	-1.34
4s	1.12	0.22	-0.33	-0.58	-0.64	-0.66		1.55	-0.77	-0.80	-0.75	-0.75	-0.75
5s	1.57	0.55	-0.03	-0.27	-0.33	-0.34		2.33	-0.56	-0.45	-0.39	-0.39	-0.39
6s	1.81	0.75	0.13	-0.10	-0.16	-0.17		2.70	-0.44	-0.25	-0.20	-0.20	-0.20

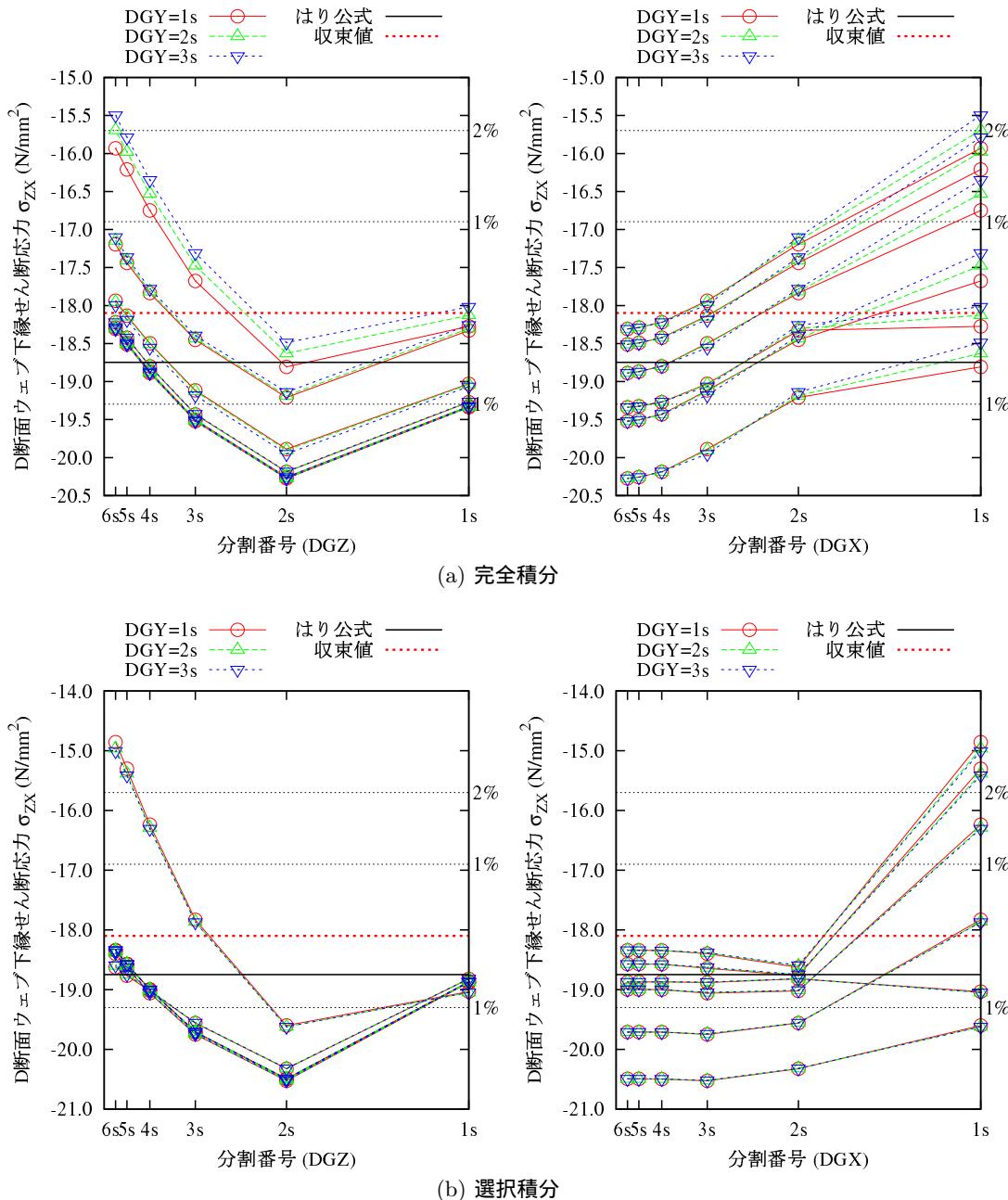


図 1A.1.13 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.13 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	3.68	-1.90	-3.43	-3.83	-3.93	-3.95		-3.66	-3.86	-3.94	-3.96	-3.96	-3.96
2s	5.23	-0.29	-1.82	-2.21	-2.31	-2.33		-1.98	-2.21	-2.32	-2.33	-2.34	-2.34
3s	6.22	0.76	-0.75	-1.13	-1.23	-1.26		-0.88	-1.10	-1.25	-1.26	-1.26	-1.26
4s	6.77	1.35	-0.14	-0.53	-0.62	-0.65		-0.24	-0.47	-0.64	-0.65	-0.65	-0.65
5s	7.06	1.67	0.18	-0.20	-0.30	-0.32		0.10	-0.13	-0.32	-0.33	-0.33	-0.33
6s	7.21	1.83	0.34	-0.04	-0.13	-0.16		0.28	0.06	-0.16	-0.16	-0.16	-0.17

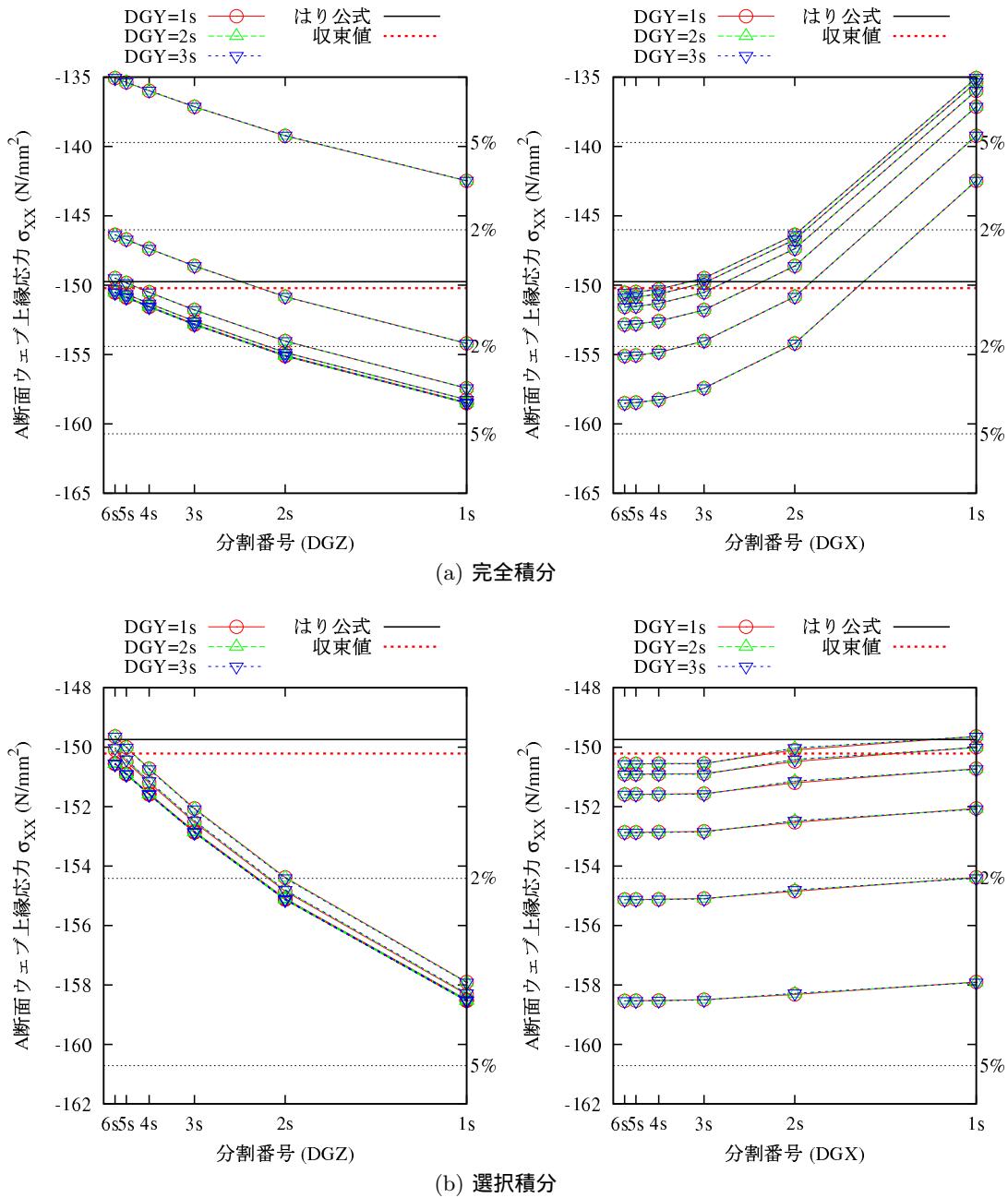


図 1A.1.14 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.14 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	3.56	-1.89	-3.43	-3.82	-3.92	-3.95		-3.85	-3.92	-3.93	-3.95	-3.95	-3.95
2s	5.10	-0.29	-1.81	-2.20	-2.30	-2.33		-2.24	-2.33	-2.32	-2.33	-2.33	-2.33
3s	6.09	0.76	-0.75	-1.13	-1.23	-1.25		-1.17	-1.29	-1.24	-1.26	-1.26	-1.26
4s	6.64	1.35	-0.14	-0.53	-0.62	-0.65		-0.55	-0.71	-0.64	-0.65	-0.65	-0.65
5s	6.93	1.67	0.18	-0.20	-0.30	-0.32		-0.23	-0.40	-0.32	-0.33	-0.33	-0.33
6s	7.08	1.83	0.34	-0.04	-0.13	-0.16		-0.06	-0.25	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16

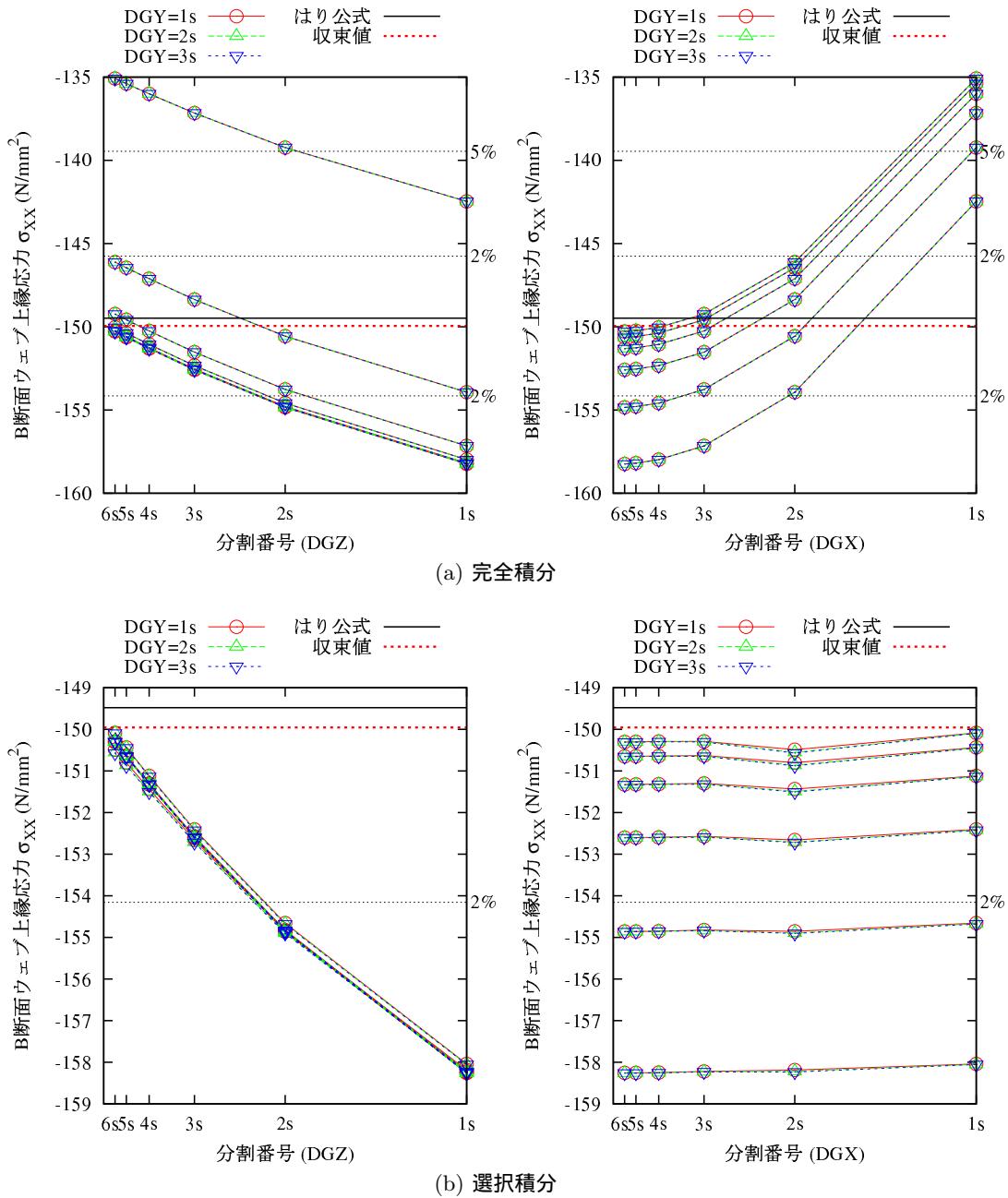


図 1A.1.15 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.15 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.02	3.32	4.24	4.48	4.53	4.55		4.47	4.57	4.54	4.55	4.55	4.55
2s	-1.94	1.28	2.17	2.39	2.45	2.47		2.31	2.42	2.46	2.47	2.47	2.47
3s	-3.02	0.12	0.99	1.21	1.27	1.28		1.12	1.25	1.27	1.28	1.28	1.28
4s	-3.59	-0.49	0.36	0.58	0.64	0.65		0.48	0.62	0.64	0.65	0.65	0.65
5s	-3.88	-0.81	0.04	0.25	0.31	0.32		0.15	0.30	0.32	0.33	0.33	0.33
6s	-4.03	-0.97	-0.13	0.09	0.14	0.16		-0.02	0.14	0.15	0.16	0.16	0.16

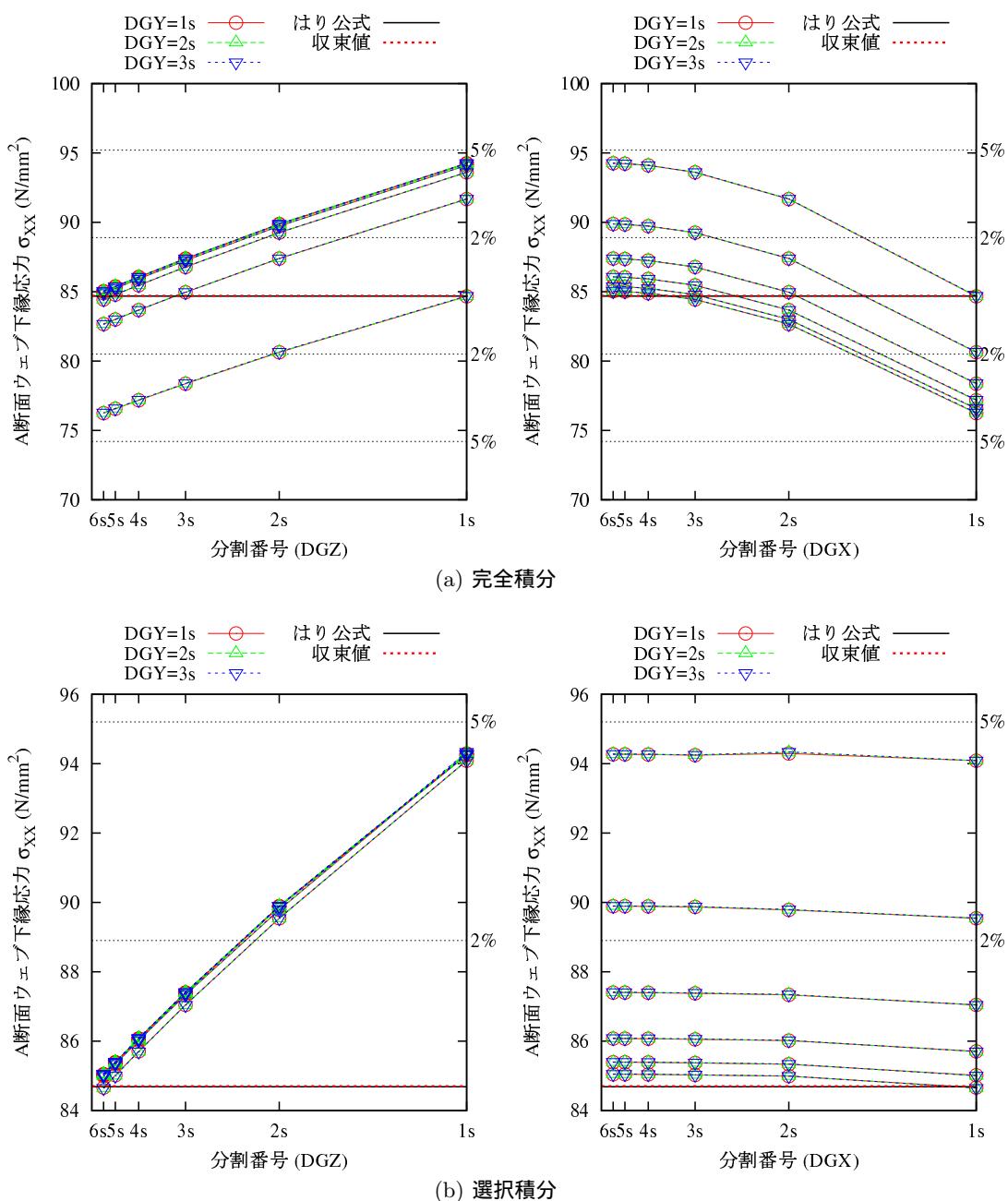


図 1A.1.16 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.16 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	0.06	3.32	4.23	4.47	4.53	4.54		4.47	4.46	4.54	4.54	4.55	4.55
2s	-1.86	1.28	2.16	2.39	2.45	2.46		2.40	2.44	2.46	2.46	2.46	2.47
3s	-2.93	0.12	0.99	1.21	1.26	1.28		1.22	1.24	1.27	1.28	1.28	1.28
4s	-3.50	-0.49	0.36	0.58	0.63	0.65		0.59	0.60	0.64	0.65	0.65	0.65
5s	-3.80	-0.81	0.04	0.25	0.31	0.32		0.27	0.28	0.32	0.32	0.33	0.33
6s	-3.95	-0.97	-0.13	0.09	0.14	0.16		0.10	0.11	0.15	0.16	0.16	0.16

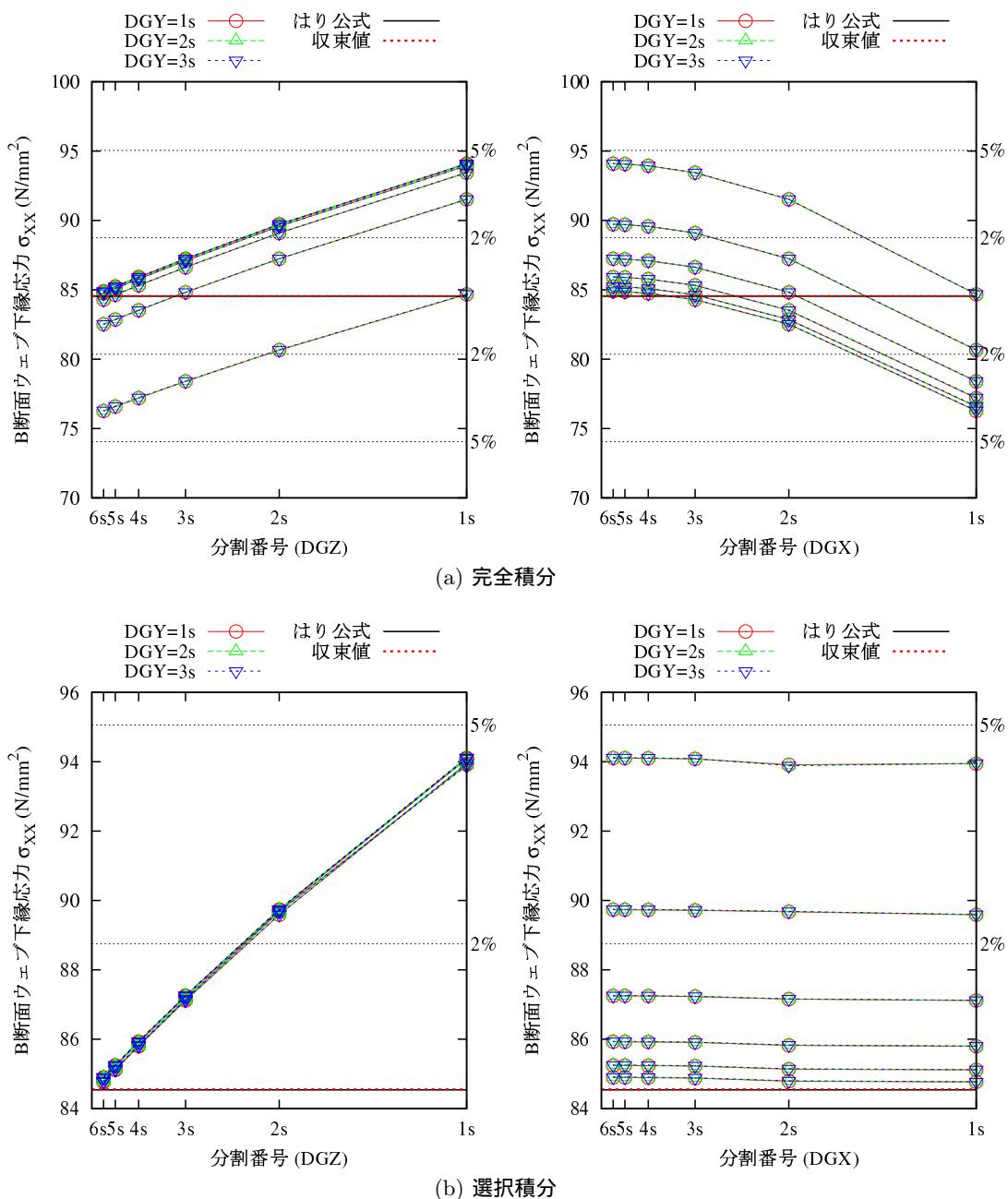


図 1A.1.17 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.17 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-3.04	-5.00	-5.52	-5.66	-5.70	-5.71		-6.07	-6.10	-6.06	-6.06	-6.06	-6.06
2s	-1.49	-3.52	-4.02	-4.15	-4.19	-4.20		-5.05	-4.60	-4.60	-4.61	-4.61	-4.61
3s	0.01	-1.80	-2.28	-2.40	-2.43	-2.44		-3.07	-2.76	-2.72	-2.72	-2.72	-2.72
4s	1.07	-0.69	-1.15	-1.27	-1.30	-1.31		-1.77	-1.50	-1.47	-1.47	-1.47	-1.47
5s	1.67	-0.07	-0.52	-0.64	-0.67	-0.67		-1.03	-0.79	-0.76	-0.76	-0.76	-0.76
6s	1.98	0.25	-0.19	-0.31	-0.33	-0.34		-0.63	-0.42	-0.39	-0.39	-0.39	-0.39

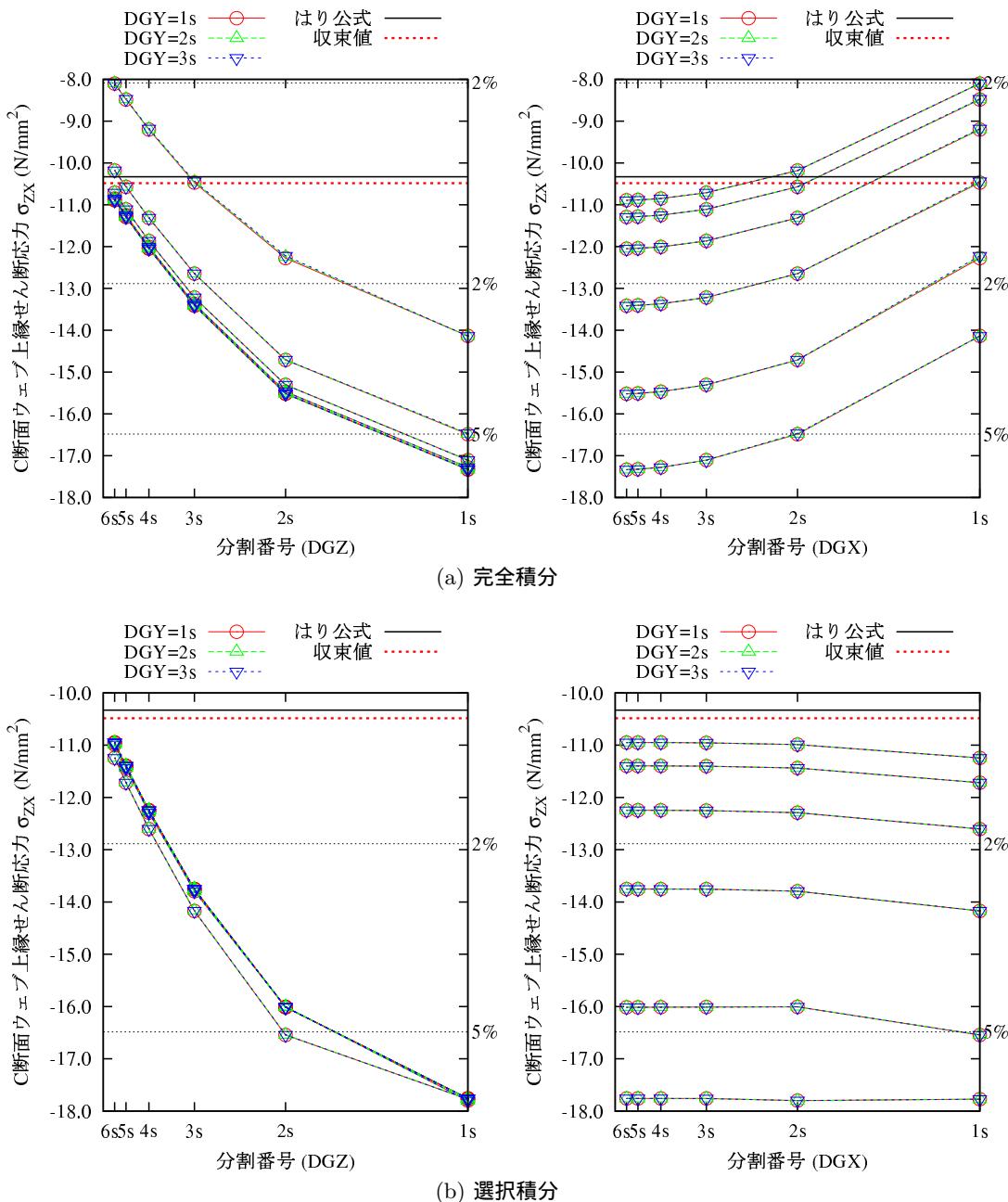


図 1A.1.18 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.18 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	4.38	2.35	1.77	1.62	1.58	1.57		1.56	1.53	1.57	1.57	1.57	1.57
2s	4.08	2.09	1.51	1.35	1.31	1.30		1.56	1.55	1.57	1.57	1.57	1.57
3s	3.31	1.16	0.55	0.38	0.34	0.33		0.16	0.39	0.40	0.40	0.40	0.40
4s	3.07	0.93	0.30	0.14	0.10	0.09		-0.18	0.13	0.10	0.10	0.10	0.10
5s	3.01	0.87	0.24	0.08	0.04	0.02		-0.27	0.05	0.03	0.03	0.03	0.03
6s	2.99	0.86	0.23	0.06	0.02	0.01		-0.29	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01

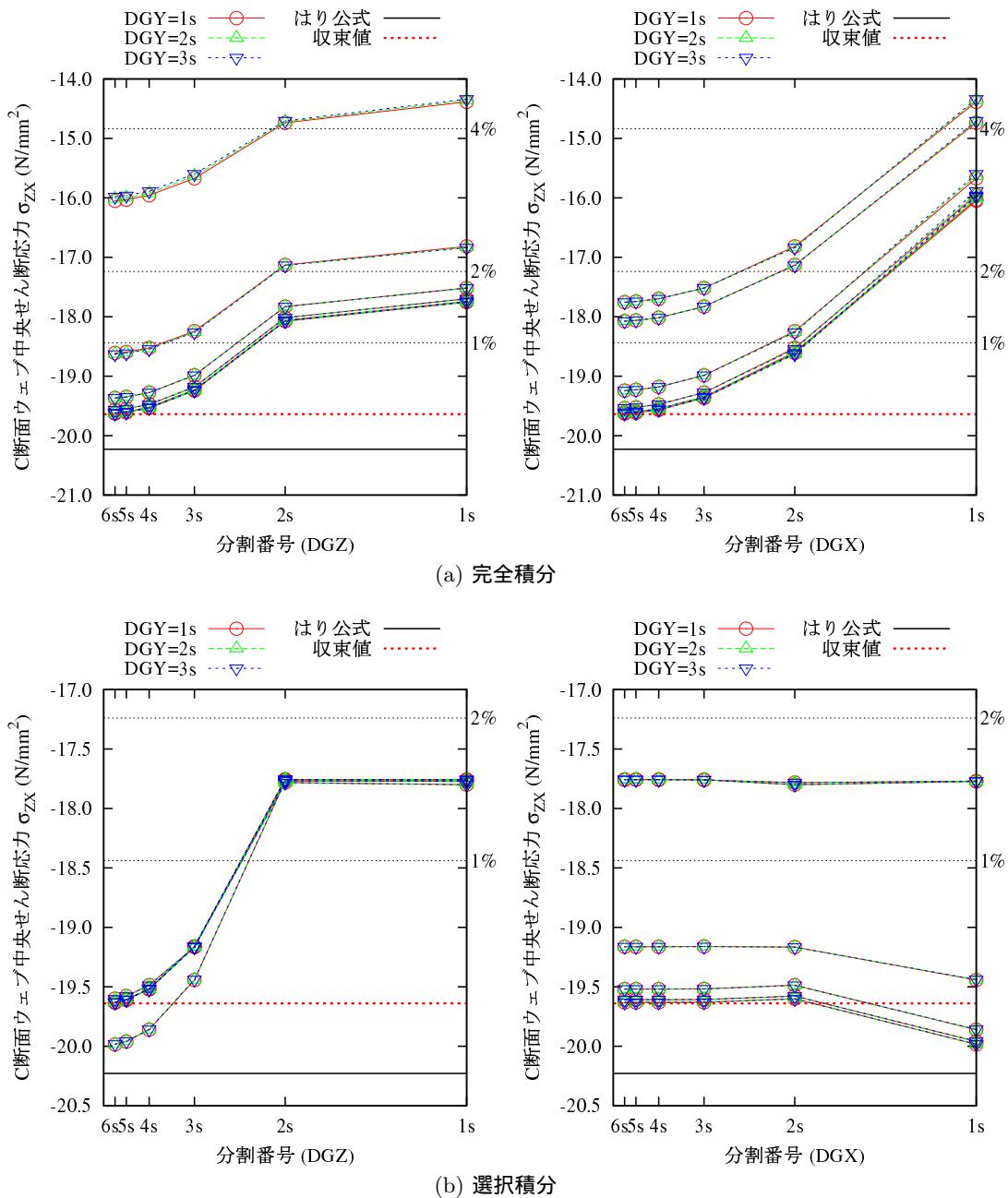


図 1A.1.19 C断面ウェブ中央のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.19 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	2.39	0.30	-0.35	-0.51	-0.55	-0.56		-0.22	-0.24	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21
2s	1.51	-0.60	-1.30	-1.47	-1.52	-1.53		-1.24	-1.71	-1.67	-1.66	-1.66	-1.66
3s	1.81	-0.15	-0.84	-1.01	-1.05	-1.07		-0.44	-1.23	-1.22	-1.20	-1.20	-1.20
4s	2.03	0.28	-0.39	-0.55	-0.59	-0.61		0.28	-0.68	-0.72	-0.69	-0.69	-0.69
5s	2.11	0.53	-0.10	-0.27	-0.31	-0.32		0.69	-0.27	-0.41	-0.37	-0.36	-0.36
6s	2.14	0.67	0.05	-0.11	-0.15	-0.16		0.89	-0.02	-0.23	-0.19	-0.19	-0.19

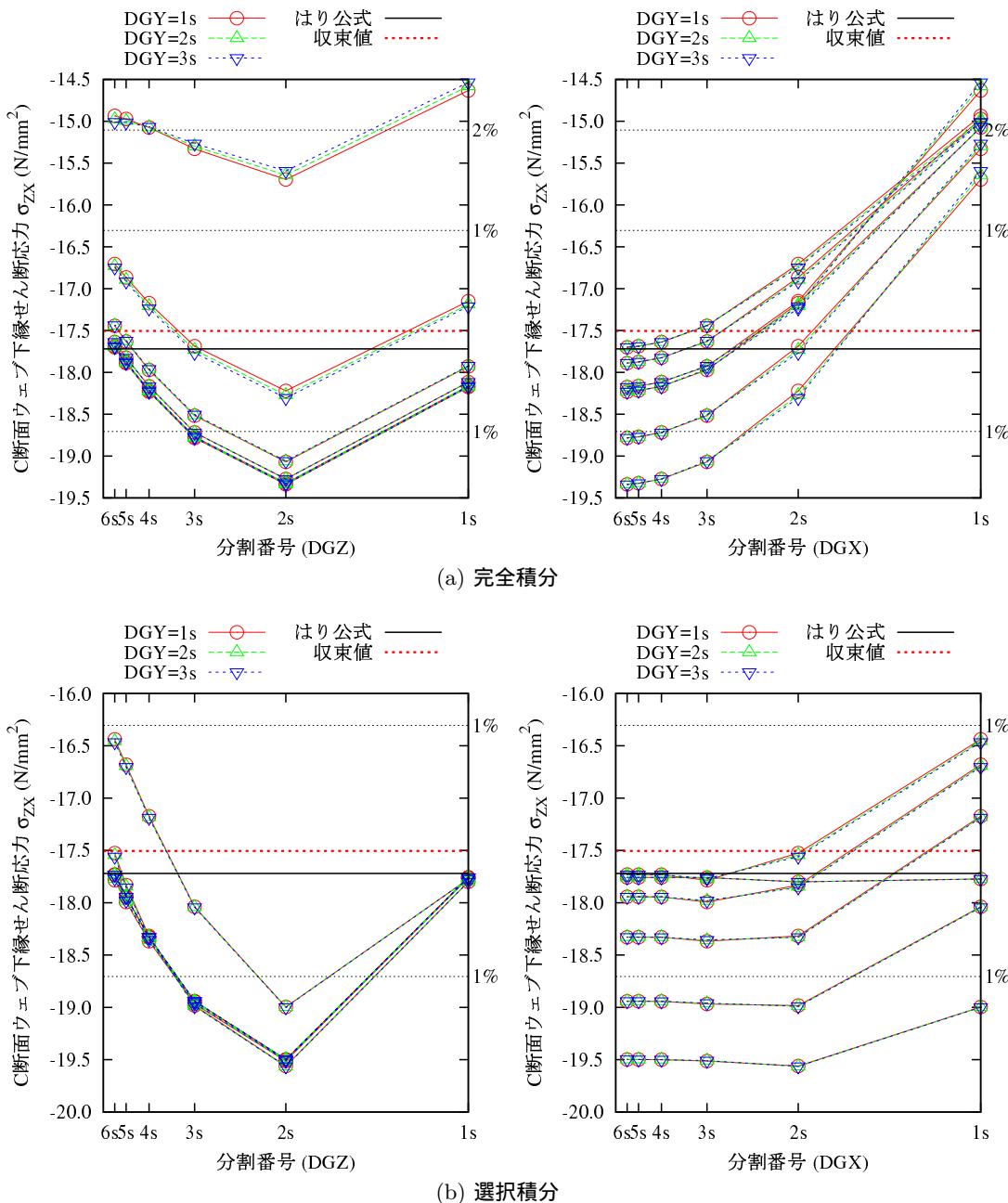


図 1A.1.20 C断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.20 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-5.18	-5.06	-5.56	-5.68	-5.71	-5.72		-6.29	-6.05	-6.11	-6.11	-6.11	-6.11
2s	-4.21	-3.74	-4.24	-4.34	-4.36	-4.37		-5.75	-4.87	-4.77	-4.77	-4.77	-4.77
3s	-2.64	-2.01	-2.47	-2.57	-2.59	-2.60		-3.39	-3.05	-2.91	-2.89	-2.89	-2.89
4s	-1.59	-0.82	-1.28	-1.38	-1.40	-1.40		-1.98	-1.69	-1.59	-1.57	-1.57	-1.57
5s	-0.99	-0.14	-0.61	-0.70	-0.72	-0.73		-1.21	-0.92	-0.83	-0.82	-0.82	-0.82
6s	-0.68	0.21	-0.25	-0.34	-0.36	-0.37		-0.82	-0.52	-0.43	-0.42	-0.42	-0.42

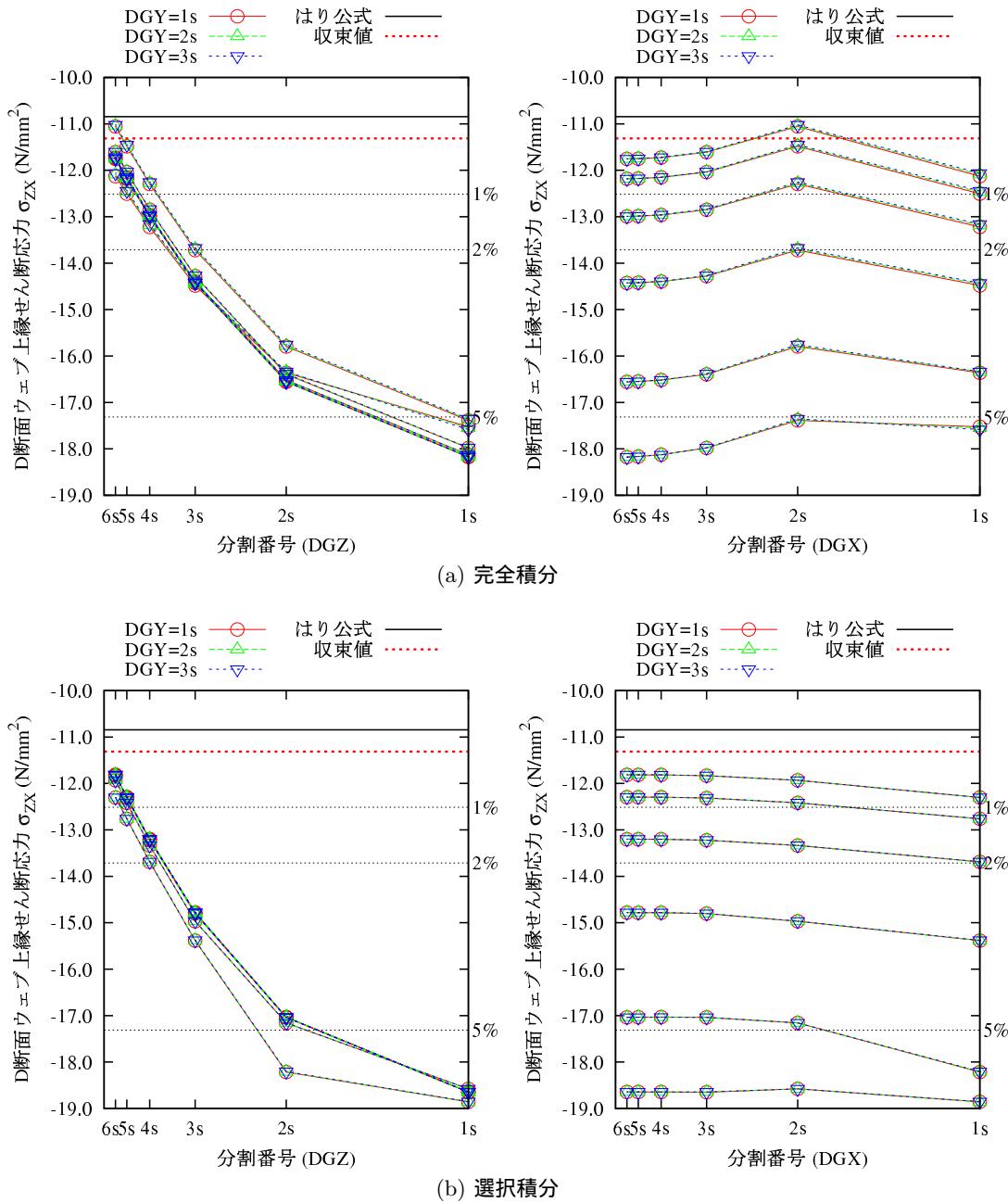


図 1A.1.21 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.21 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

DGZ	(a) 完全積分						(b) 選択積分						
	DGX						DGX						
	1s	2s	3s	4s	5s	6s		1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	2.38	2.43	1.90	1.74	1.70	1.69		1.51	1.75	1.69	1.69	1.69	1.69
2s	1.81	2.15	1.61	1.46	1.42	1.41		1.54	1.72	1.68	1.69	1.69	1.69
3s	0.70	1.10	0.57	0.41	0.37	0.36		-0.36	0.50	0.44	0.44	0.43	0.43
4s	0.43	0.85	0.31	0.15	0.10	0.09		-0.70	0.08	0.11	0.11	0.11	0.11
5s	0.36	0.77	0.24	0.08	0.04	0.03		-0.78	-0.02	0.03	0.03	0.03	0.03
6s	0.35	0.76	0.22	0.06	0.02	0.01		-0.80	-0.05	0.01	0.01	0.01	0.01

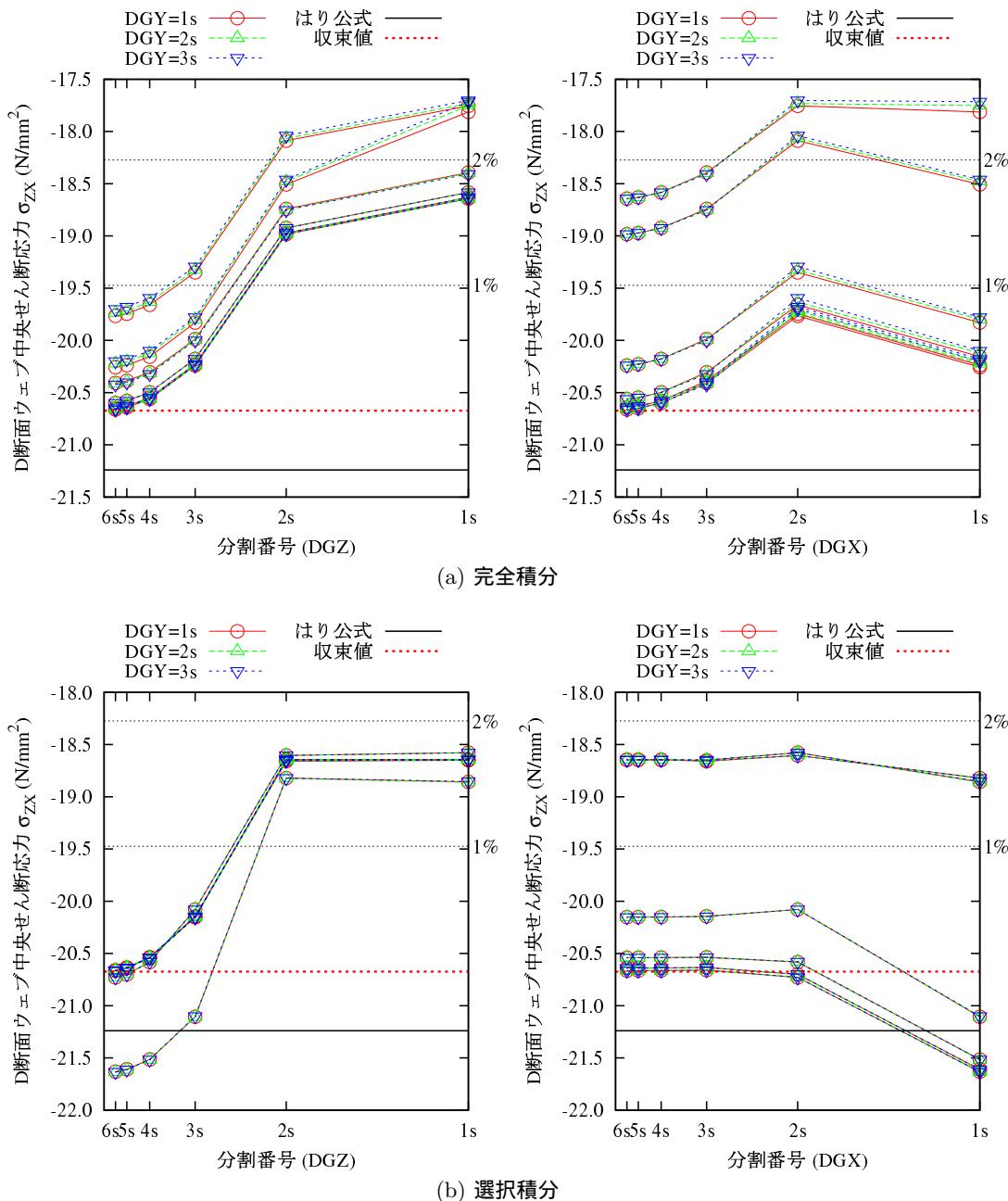


図 1A.1.22 D 断面ウェブ中央のせん断応力 (MGF2)

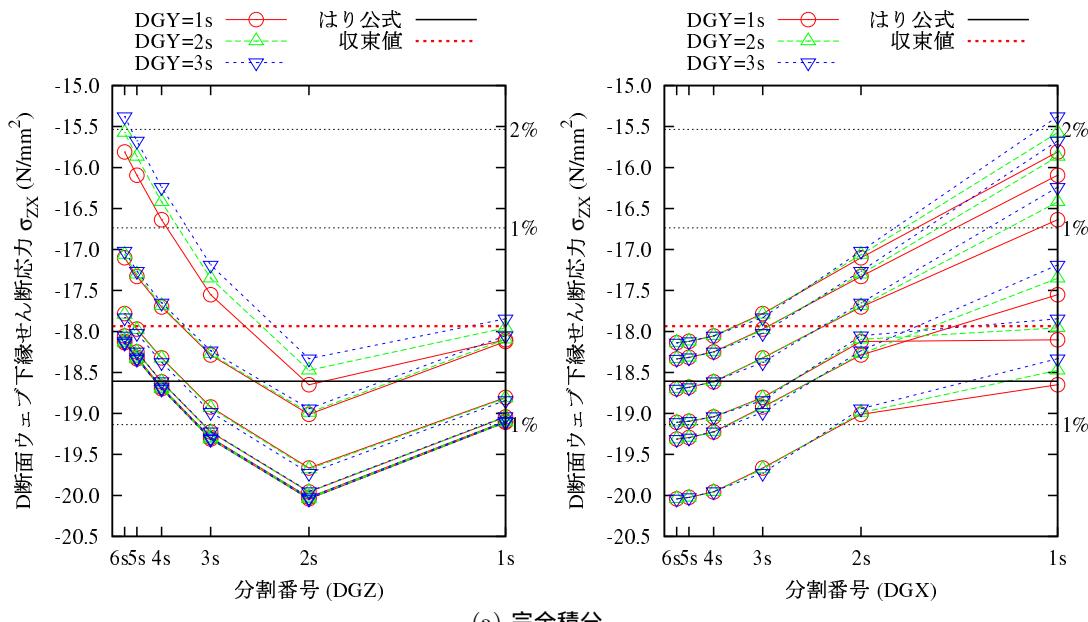
表 1A.1.22 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%) (DGY1s)

(a) 完全積分

DGZ	DGX					
	1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.14	-0.16	-0.72	-0.92	-0.97	-0.98
2s	-0.60	-0.90	-1.44	-1.68	-1.74	-1.75
3s	0.32	-0.29	-0.82	-1.07	-1.13	-1.15
4s	1.08	0.20	-0.32	-0.56	-0.62	-0.64
5s	1.53	0.51	-0.03	-0.26	-0.32	-0.33
6s	1.77	0.70	0.13	-0.10	-0.15	-0.17

(b) 選択積分

DGZ	DGX					
	1s	2s	3s	4s	5s	6s
1s	-0.76	-0.53	-0.59	-0.59	-0.59	-0.59
2s	-1.24	-1.76	-1.95	-1.93	-1.93	-1.93
3s	0.23	-1.15	-1.34	-1.30	-1.30	-1.30
4s	1.64	-0.72	-0.78	-0.72	-0.72	-0.72
5s	2.59	-0.56	-0.45	-0.38	-0.38	-0.38
6s	3.15	-0.50	-0.25	-0.19	-0.19	-0.19



(a) 完全積分

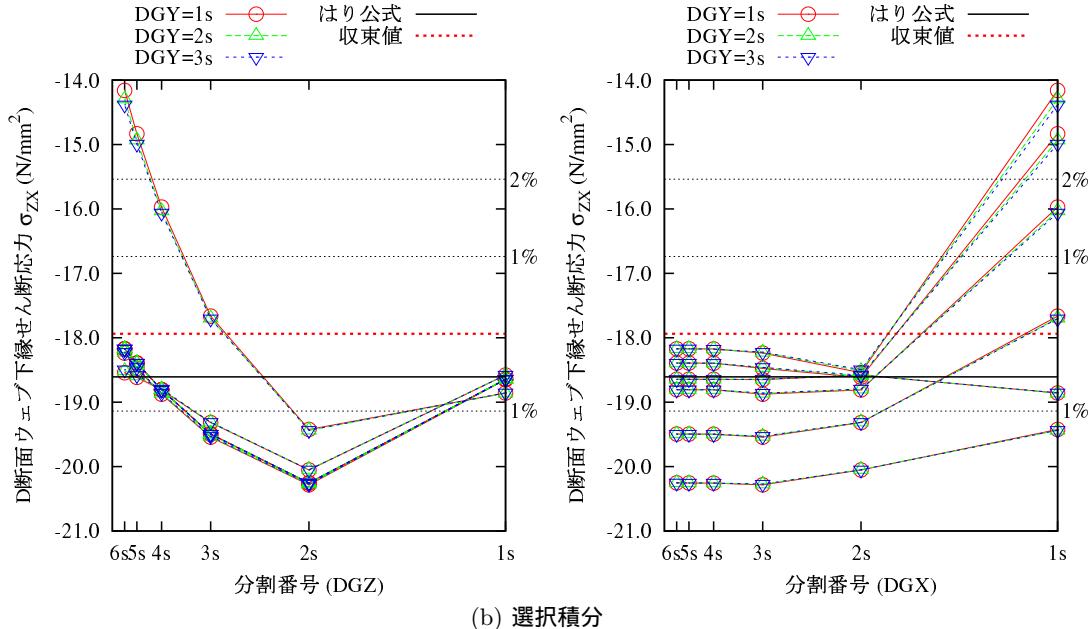


図 1A.1.23 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

1A.1.2 他部材との接続を考慮した要素分割

補剛材や横桁などの他部材との接続を考慮した要素分割を行った主桁のFEM解析結果を示す。ただし、接続性を考慮した要素分割は行うが、補剛材や横桁などは含めない。荷重は図1A.1.24のように、主桁に合成前死荷重を載荷してFEM解析を行った後に、有効幅に相当する床版を追加して合成後死荷重と活荷重を載荷したFEM解析を行う。ウェブ、フランジと床版には4節点厚肉シェル要素を用いる。床版は、床版下面がウェブ上縁に接するように床版内の節点位置をオフセットにより床版下面に移動させている。

要素分割パターンは、表1A.1.23のように、橋軸方向(X)にはDGX1からDGX5までの5パターン、鉛直方向(Z)にはDGZ1からDGZ6までの6パターン、フランジ幅方向(Y)にはDGY1からDGY3までの3パターンを用いている。DGX1は、支点、垂直補剛材の接続位置、上フランジの板厚変化部、端横桁と荷重分配横桁の上下フランジ接続位置、及び、支間中央部の10m区間に活荷重を載荷する位置で要素分割を行っている。DGX2は、垂直補剛材間隔の半分の要素長になるように要素分割を行い、DGX3以降は、すべての要素の要素長を半分になるように分割している。DGZ1は水平補剛材の接続位置で要素分割を行い、DGZ2はさらに横桁の接続位置での要素分割を追加している。DGZ3以降は、すべての要素の要素長が半分になるように分割している。DGY1はウェブとフランジを接続する位置で要素分割を行い、DGY2は垂直補剛材の接続位置で要素分割を追加している。DGY3はすべての要素の要素長が均等になるように要素分割を追加している。図1A.1.25に要素分割の一例を示す。

表1A.1.24にFEM解析結果の収束値を示す。完全積分の結果も選択的低減積分の結果も、分割数を多くすると正解に収束し、両積分法による結果は一致するはずであるが、要素長をもっと小さくする必要があるためか、一部に若干(最大0.5N/mm²程度)の違いが現れている。

図1A.1.26から図1A.1.45に、断面A、Bのウェブ上下縁の応力、断面C、Dのウェブ上下縁と断面内の最大せん断応力を、種々の要素分割について示している。また、表1A.1.25から表1A.1.44に誤差を示している。

これらの図と表から以下のことが分かる。

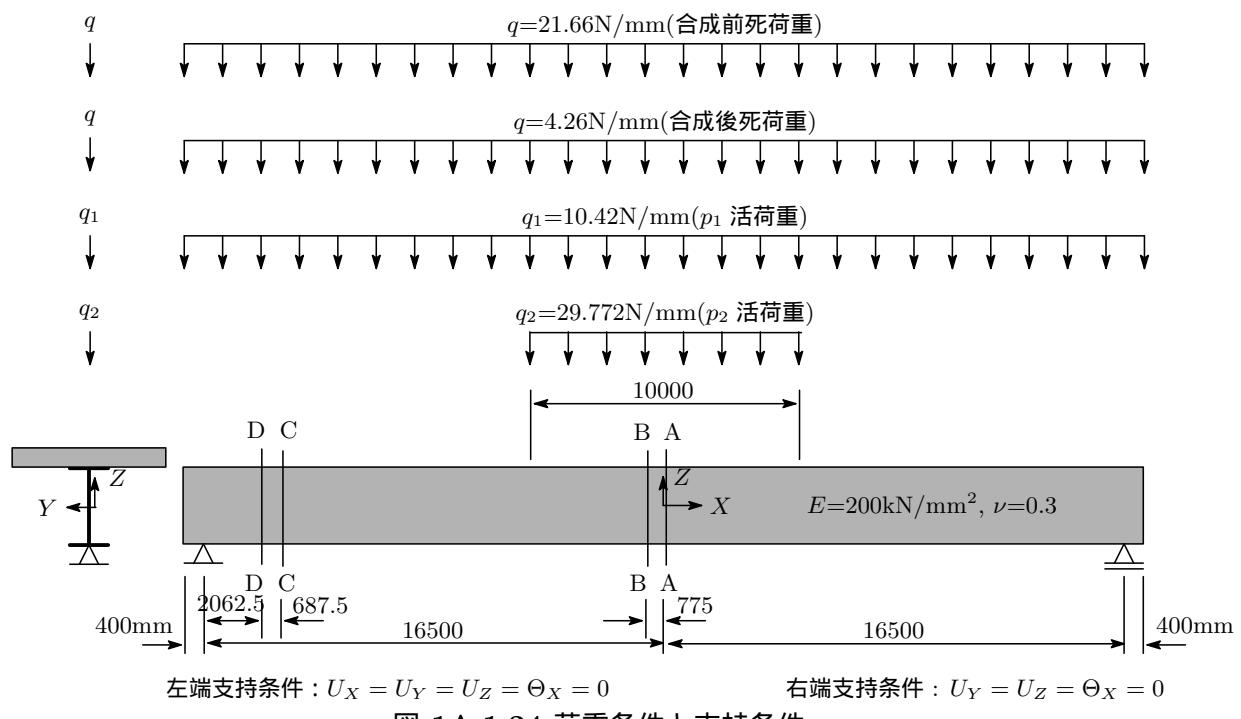


表 1A.1.23 主桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向 ($X > 0$ の要素長は $X < 0$ と対称)

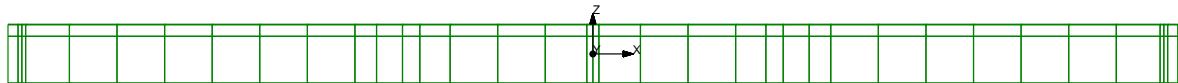
記号	ウェブ、水平補剛材、上下フランジ					$\leftarrow X=-6250$	$\leftarrow X=-5000$	$X=0 \rightarrow$			
	$\leftarrow X=-16900$	$2x110$	1265	6x1375	625			750	500	875	
DGX1	290	$2x110$	1265	6x1375	625	750	500	875	2x1375	1200	175
DGX2	290	$2x110$	2x632.5	12x687.5	625	750	500	875	4x687.5	2x600	175
DGX3	2x145	4x55	4x316.25	24x343.75	2x312.5	2x375	2x250	2x437.5	8x343.75	4x300	2x87.5
DGX4	4x72.5	8x27.5	8x158.125	48x171.875	4x156.25	4x187.5	4x125	4x218.75	16x171.875	8x150	4x43.75
DGX5	8x36.25	16x13.75	16x79.0625	96x85.9375	8x78.125	8x93.75	8x62.5	8x109.375	32x85.9375	16x75	8x21.875

(b) 橋軸直角 (Y) 方向

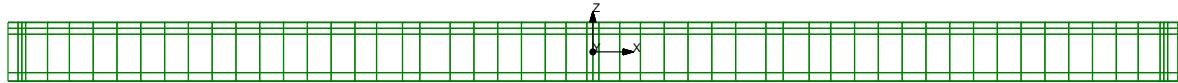
記号	下フランジ			上フランジ		端横横位置		垂直補剛材	垂直補剛材
	$\leftarrow Y=-275$	$Y=275 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-155$	$Y=155 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-170$	$Y=170 \rightarrow$	$\leftarrow Y=-110$	$Y=0 \rightarrow$	
DGY1	$2x275$			$2x155$		$2x170$		110	
DGY2	55	$4x110$	55	45	$2x110$	45	60	$2x110$	60
DGY3	$10x55$			45	$4x55$	45	60	$4x55$	60
								$2x55$	

(c) 上下 (Z) 方向

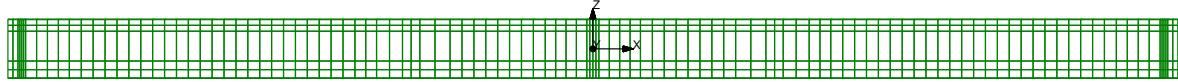
記号	$\leftarrow Z=-850$		$Z=850 \rightarrow$	
	1360	340	1110	2x170
DGZ1	250		860	2x170
DGZ2			2x430	4x85
DGZ3			8x215	8x42.5
DGZ4			16x31.25	8x107.5
DGZ5				16x21.25
DGZ6				



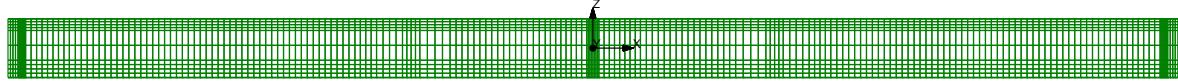
(a) DGX1, DGZ1



(b) DGX2, DGZ2



(c) DGX3, DGZ3



(d) DGX4, DGZ4

図 1A.1.25 主桁の要素分割の一例

表 1A.1.24 FEM 解析結果の収束値 (N/mm^2)

		断面 A の応力		断面 B 応力		断面 C のせん断応力			断面 D のせん断応力		
		上縁	下縁	上縁	下縁	上縁	最大	下縁	上縁	最大	下縁
MGF1	完全積分	-187.50	199.46	-187.37	199.63	-35.89	-44.69	-36.30	-38.00	-46.28	-36.54
	選択積分	-187.73	200.14	-187.44	199.57	-35.88	-44.74	-36.28	-38.04	-46.39	-36.53
MGF2	完全積分	-183.83	194.59	-183.66	194.64	-35.60	-44.25	-36.06	-37.73	-45.84	-36.26
	選択積分	-184.20	195.08	-183.75	194.58	-35.59	-44.30	-36.05	-37.76	-45.96	-36.25

- すべての要素長を半分にしている DGX3 から DGX5 や DGZ3 から DGZ6 の要素分割パターンでは、FEM 解は単調に収束しているが、一部の要素だけを細かくしている DGX1, DGX2 や DGZ1, DGZ2 では FEM 解の収束は一様ではなく増減が大きい。
- 橋軸方向 (DGX) と鉛直方向 (DGZ) の要素分割が粗い場合には、フランジ幅方向の要素分割 DGY の違いにより、FEM 解に若干の違いが現れているが、DGX と DGZ の要素分割が細かくなると DGY による違いは少なくなる。

表 1A.1.25 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.21	-0.82	-1.14	-1.21	-1.13		-2.87	-1.26	-1.00	-0.96	-0.99
2	0.62	-0.84	-0.87	-0.75	-0.65		-0.61	-0.49	-0.49	-0.43	-0.47
3	0.52	-1.02	-1.08	-0.97	-0.86		-0.76	-0.70	-0.71	-0.65	-0.69
4	0.02	-1.07	-0.86	-0.67	-0.58		-0.37	-0.44	-0.43	-0.35	-0.42
5	-0.27	-1.08	-0.69	-0.47	-0.40		-0.12	-0.29	-0.25	-0.16	-0.23
6	-0.43	-1.08	-0.58	-0.35	-0.29		-0.00	-0.20	-0.15	-0.05	-0.13

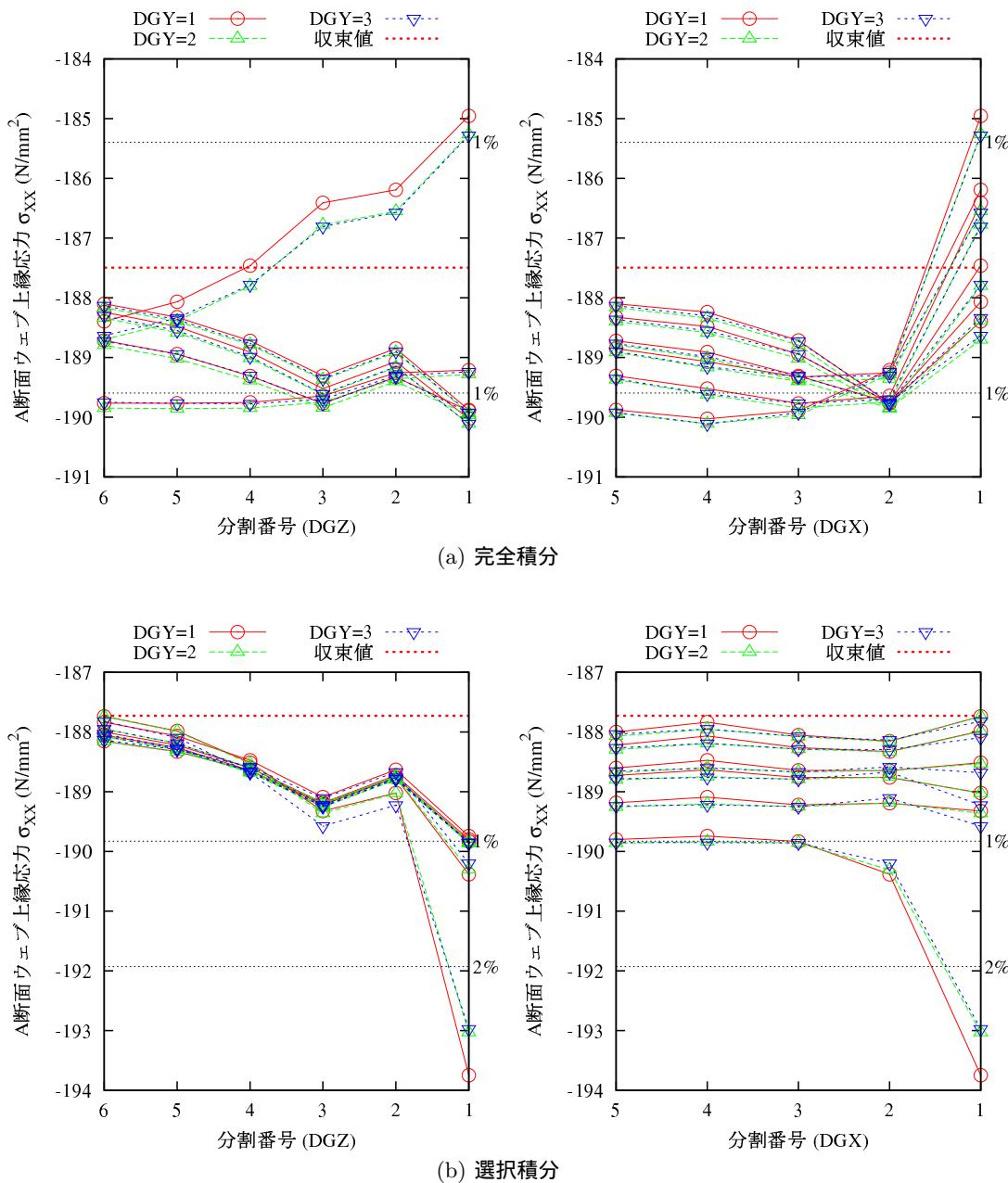


図 1A.1.26 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.26 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	4.02	1.21	-0.49	-0.83	-0.93		-0.70	-0.94	-0.91	-0.92	-0.93
2	4.51	1.81	0.04	-0.33	-0.42		-0.27	-0.36	-0.41	-0.42	-0.42
3	4.34	1.57	-0.17	-0.55	-0.64		-0.49	-0.57	-0.63	-0.64	-0.64
4	4.62	1.86	0.08	-0.28	-0.37		-0.24	-0.31	-0.36	-0.37	-0.37
5	4.80	2.05	0.25	-0.11	-0.20		-0.08	-0.14	-0.18	-0.19	-0.20
6	4.89	2.15	0.34	-0.01	-0.10		0.01	-0.04	-0.08	-0.10	-0.10

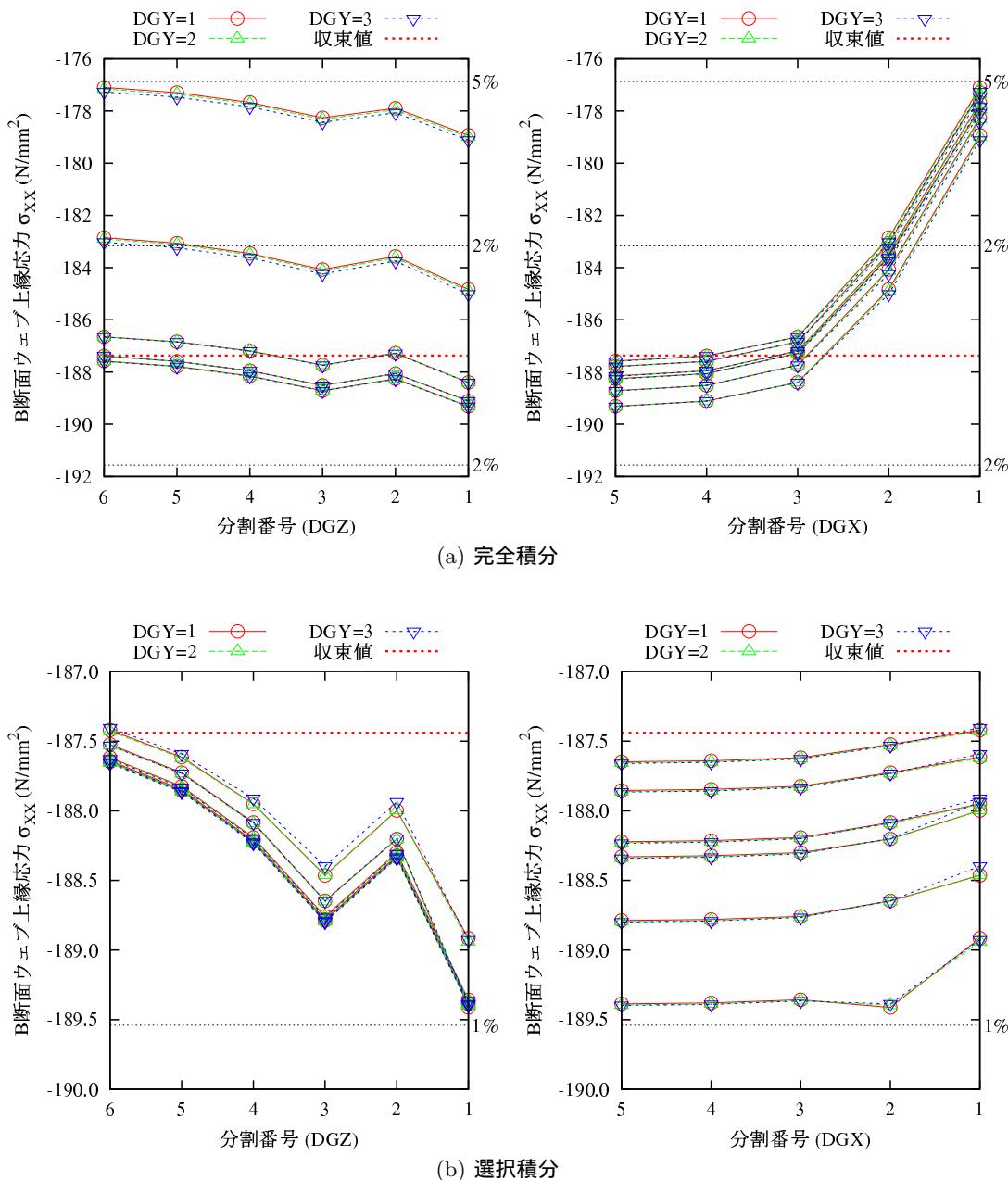


図 1A.1.27 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.27 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	7.00	6.70	6.64	6.56	6.52		7.14	6.26	6.18	6.18	6.18
2	8.15	4.34	2.59	1.74	1.40		4.35	1.21	0.91	0.91	0.91
3	8.16	4.48	2.78	1.92	1.57		4.64	1.39	1.08	1.08	1.08
4	8.82	4.58	2.48	1.49	1.09		5.33	0.98	0.56	0.56	0.56
5	9.18	4.62	2.24	1.22	0.80		5.95	0.78	0.27	0.27	0.27
6	9.35	4.62	2.07	1.07	0.65		6.35	0.69	0.11	0.11	0.11

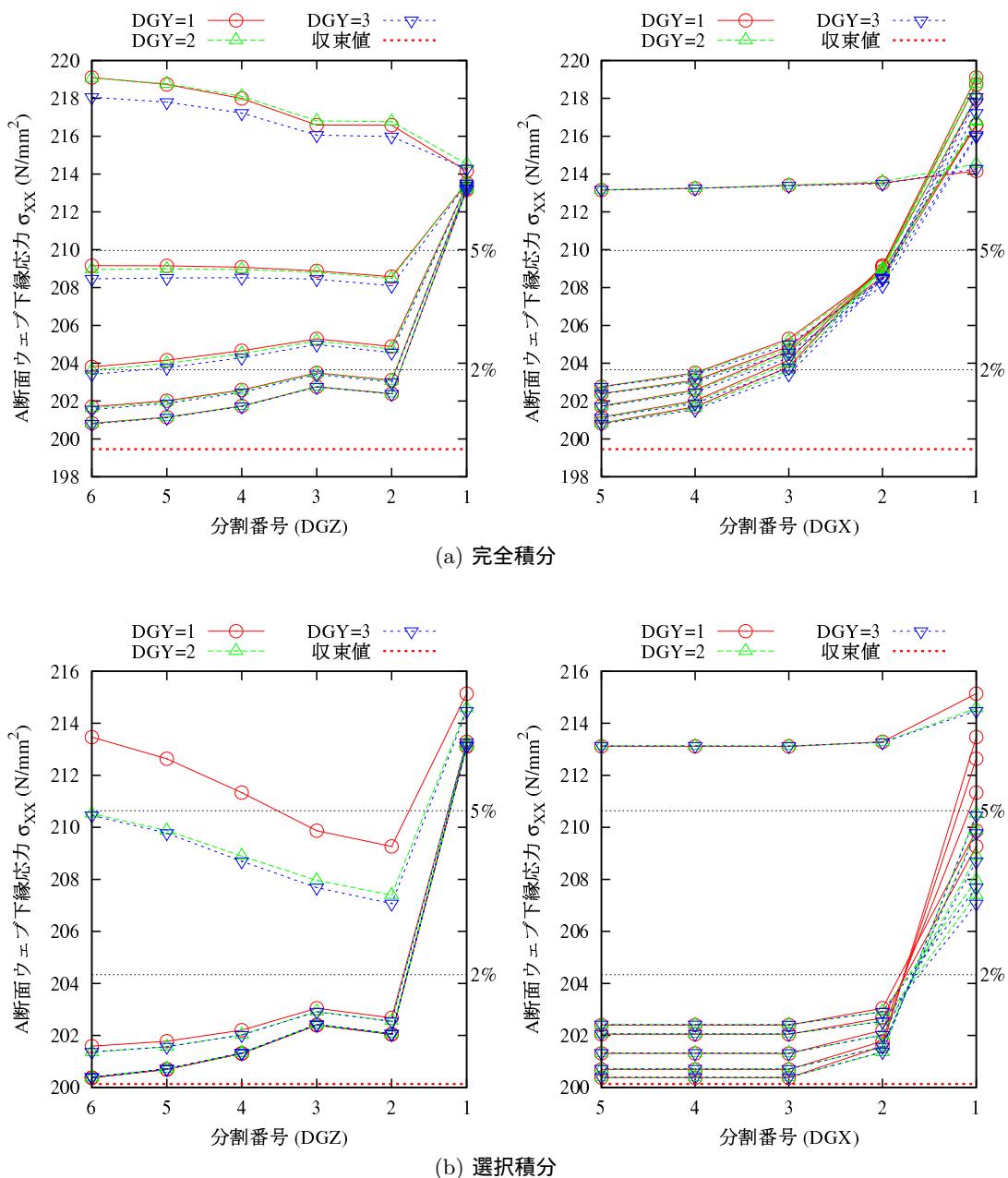


図 1A.1.28 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.28 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.30	3.82	5.52	5.99	6.12		5.98	6.14	6.17	6.18	6.19
2	-4.96	-2.15	0.10	0.72	0.86		0.54	0.95	0.91	0.93	0.93
3	-4.79	-1.94	0.26	0.89	1.03		0.70	1.11	1.08	1.09	1.10
4	-5.32	-2.56	-0.25	0.37	0.51		0.08	0.62	0.56	0.58	0.58
5	-5.61	-2.89	-0.53	0.09	0.23		-0.29	0.35	0.27	0.29	0.29
6	-5.77	-3.05	-0.67	-0.06	0.07		-0.49	0.21	0.12	0.13	0.14

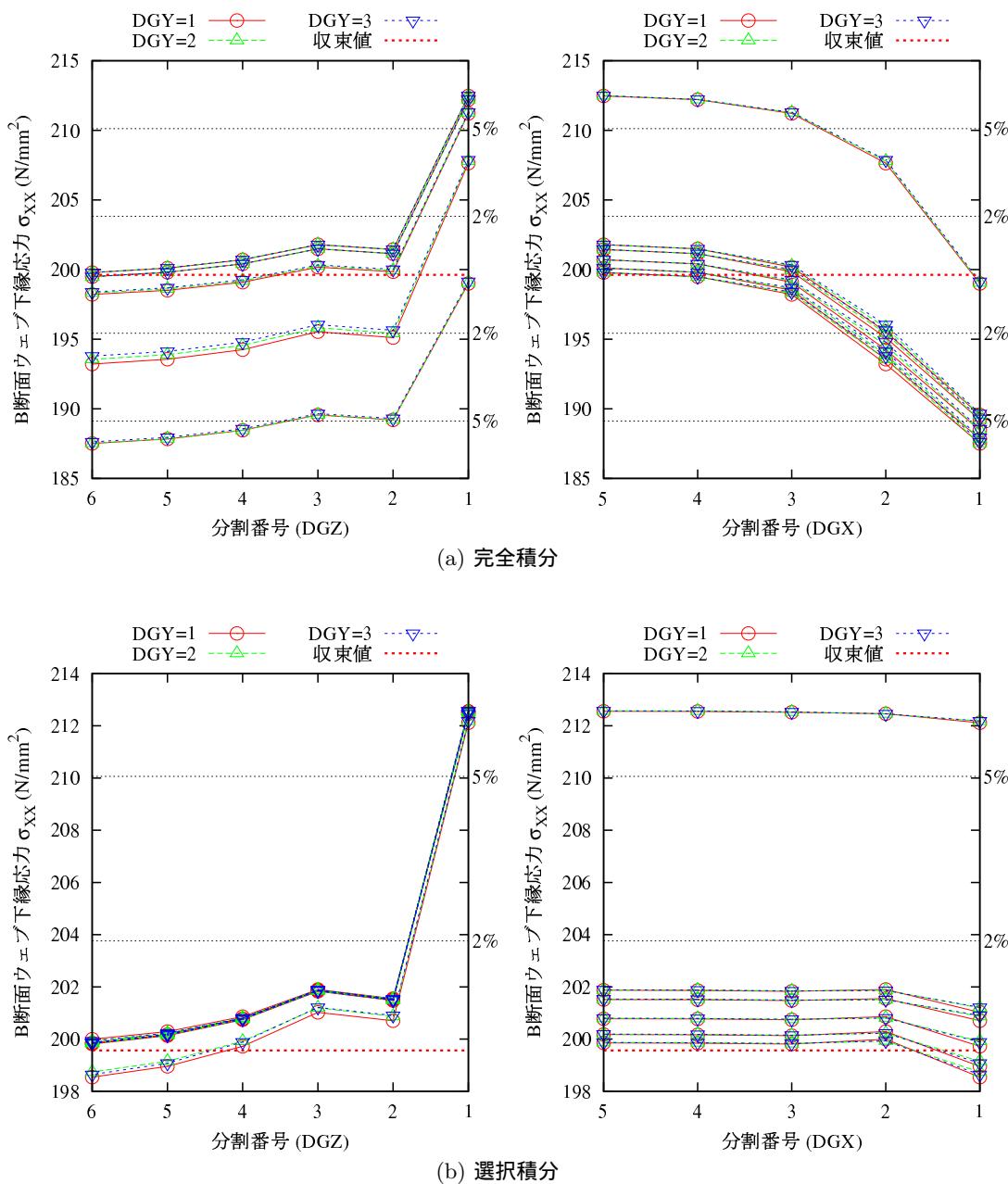


図 1A.1.29 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.29 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.90	-0.39	-1.57	-1.88	-1.95		-3.24	-2.22	-2.17	-2.15	-2.15
2	4.27	0.51	-0.63	-0.93	-1.01		-2.29	-1.16	-1.15	-1.13	-1.13
3	4.05	0.38	-0.74	-1.04	-1.11		-2.14	-1.36	-1.28	-1.27	-1.26
4	4.48	0.86	-0.23	-0.52	-0.59		-1.41	-0.83	-0.72	-0.70	-0.70
5	4.75	1.15	0.07	-0.22	-0.29		-1.03	-0.50	-0.39	-0.37	-0.37
6	4.90	1.30	0.23	-0.06	-0.14		-0.84	-0.32	-0.21	-0.19	-0.19

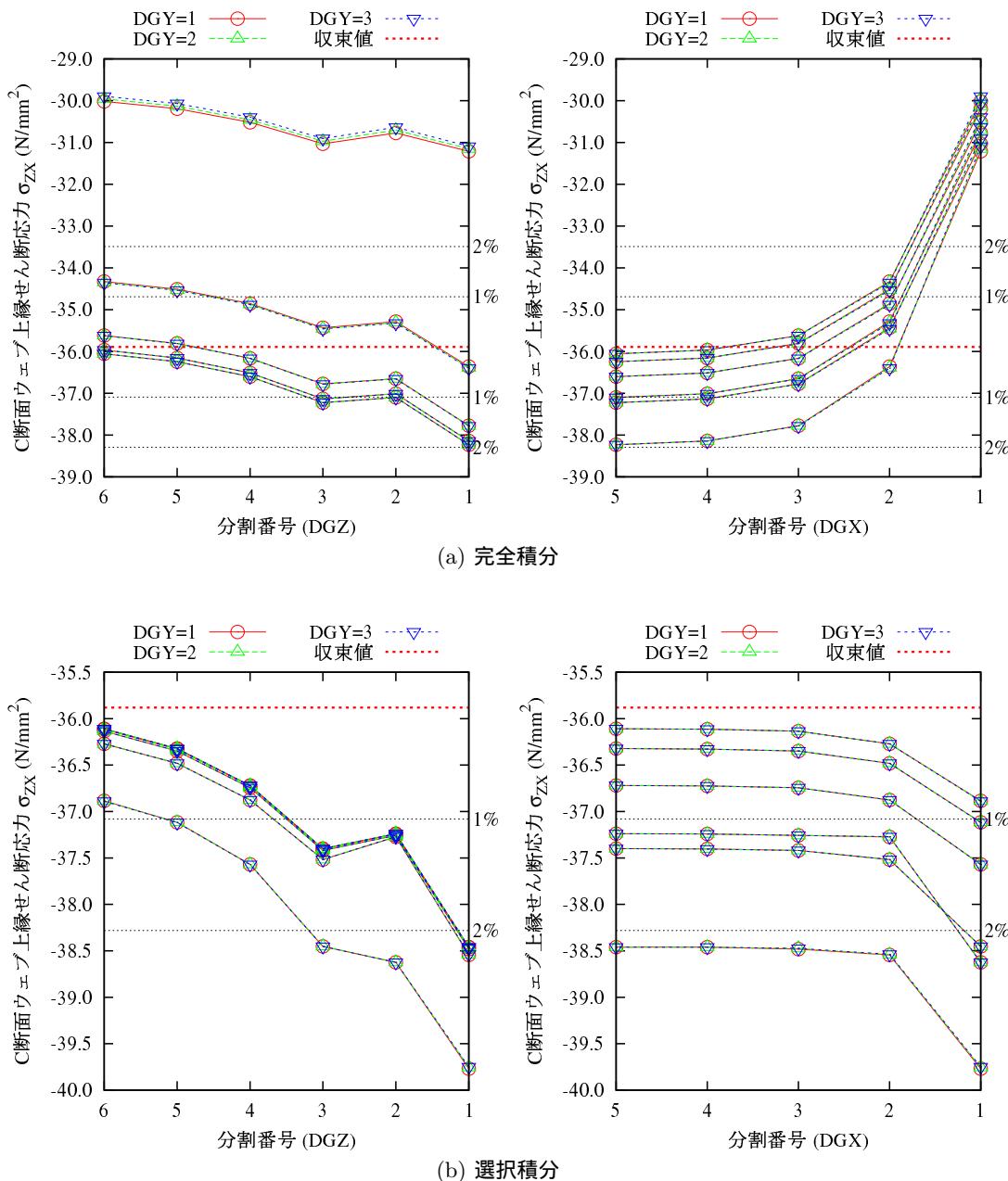


図 1A.1.30 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.30 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	7.91	4.00	2.55	2.20	2.11		2.34	1.85	1.79	1.78	1.78
2	8.13	3.96	2.74	2.42	2.34		2.07	2.47	2.49	2.50	2.50
3	7.30	3.35	1.94	1.60	1.52		1.74	1.64	1.60	1.59	1.59
4	6.53	2.44	1.10	0.75	0.67		0.56	0.83	0.79	0.79	0.79
5	6.22	2.09	0.73	0.38	0.29		0.01	0.40	0.34	0.34	0.34
6	6.14	2.00	0.62	0.27	0.18		-0.12	0.29	0.21	0.21	0.20

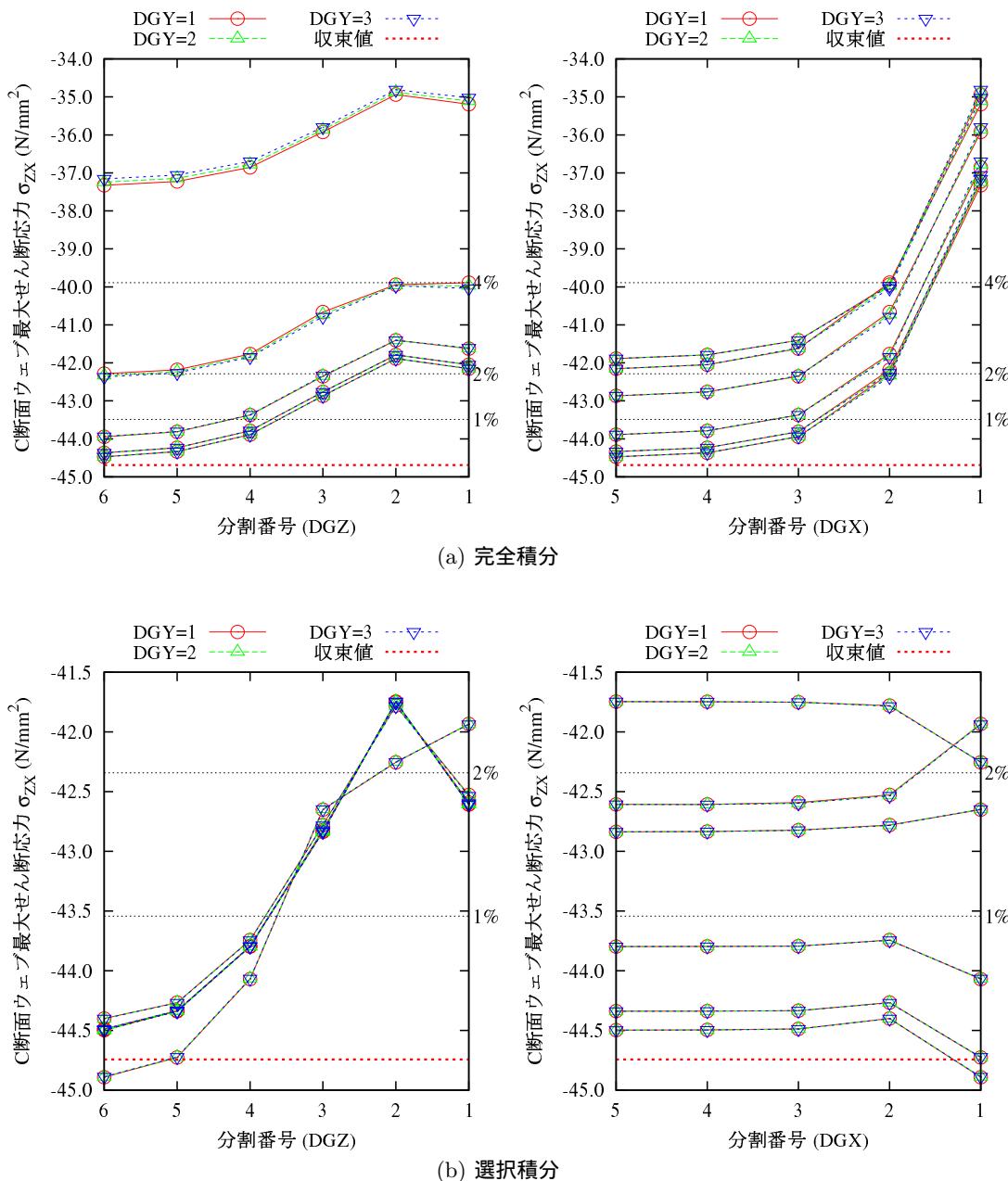


図 1A.1.31 C断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.1.31 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.92	-2.99	-4.44	-4.79	-4.88		-4.71	-5.20	-5.26	-5.27	-5.27
2	3.46	0.08	-1.23	-1.53	-1.61		-0.24	-1.71	-1.86	-1.90	-1.90
3	3.45	0.18	-1.17	-1.48	-1.55		-0.42	-1.54	-1.76	-1.81	-1.81
4	3.80	0.87	-0.43	-0.72	-0.80		0.33	-0.69	-0.88	-0.94	-0.94
5	4.09	1.23	-0.03	-0.32	-0.39		0.66	-0.31	-0.42	-0.48	-0.48
6	4.30	1.42	0.18	-0.11	-0.19		0.82	-0.15	-0.18	-0.24	-0.24

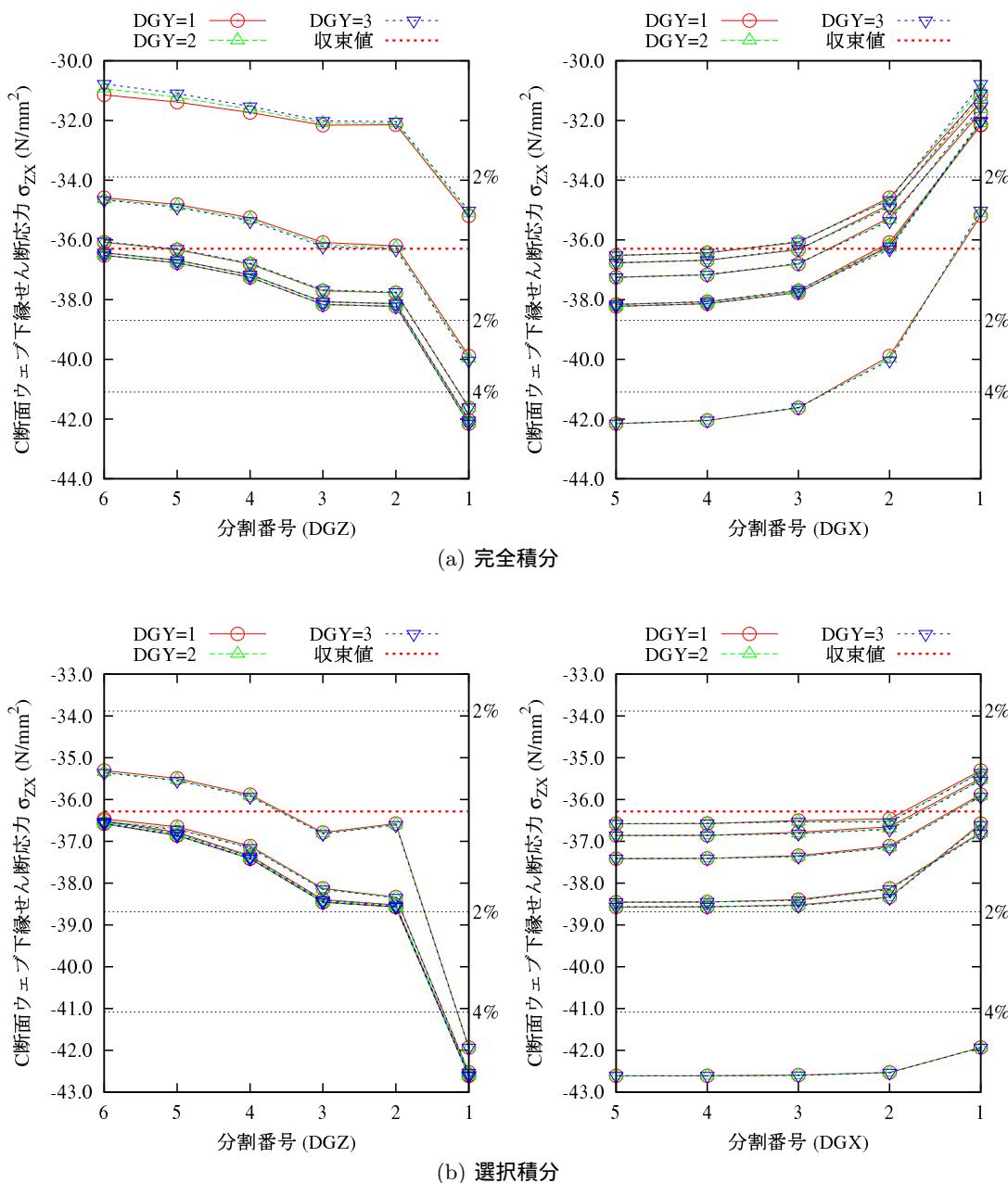


図 1A.1.32 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.32 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DG Y1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.98	-0.30	-1.54	-1.88	-1.97		-4.39	-2.19	-2.13	-2.06	-2.06
2	-0.10	0.45	-0.68	-1.00	-1.09		-3.09	-1.68	-1.26	-1.21	-1.19
3	0.11	0.32	-0.78	-1.09	-1.17		-2.51	-1.69	-1.39	-1.34	-1.33
4	0.71	0.85	-0.24	-0.54	-0.63		-1.63	-0.95	-0.77	-0.73	-0.72
5	0.99	1.18	0.08	-0.23	-0.31		-1.31	-0.55	-0.41	-0.37	-0.36
6	1.13	1.35	0.25	-0.06	-0.14		-1.18	-0.34	-0.22	-0.18	-0.17

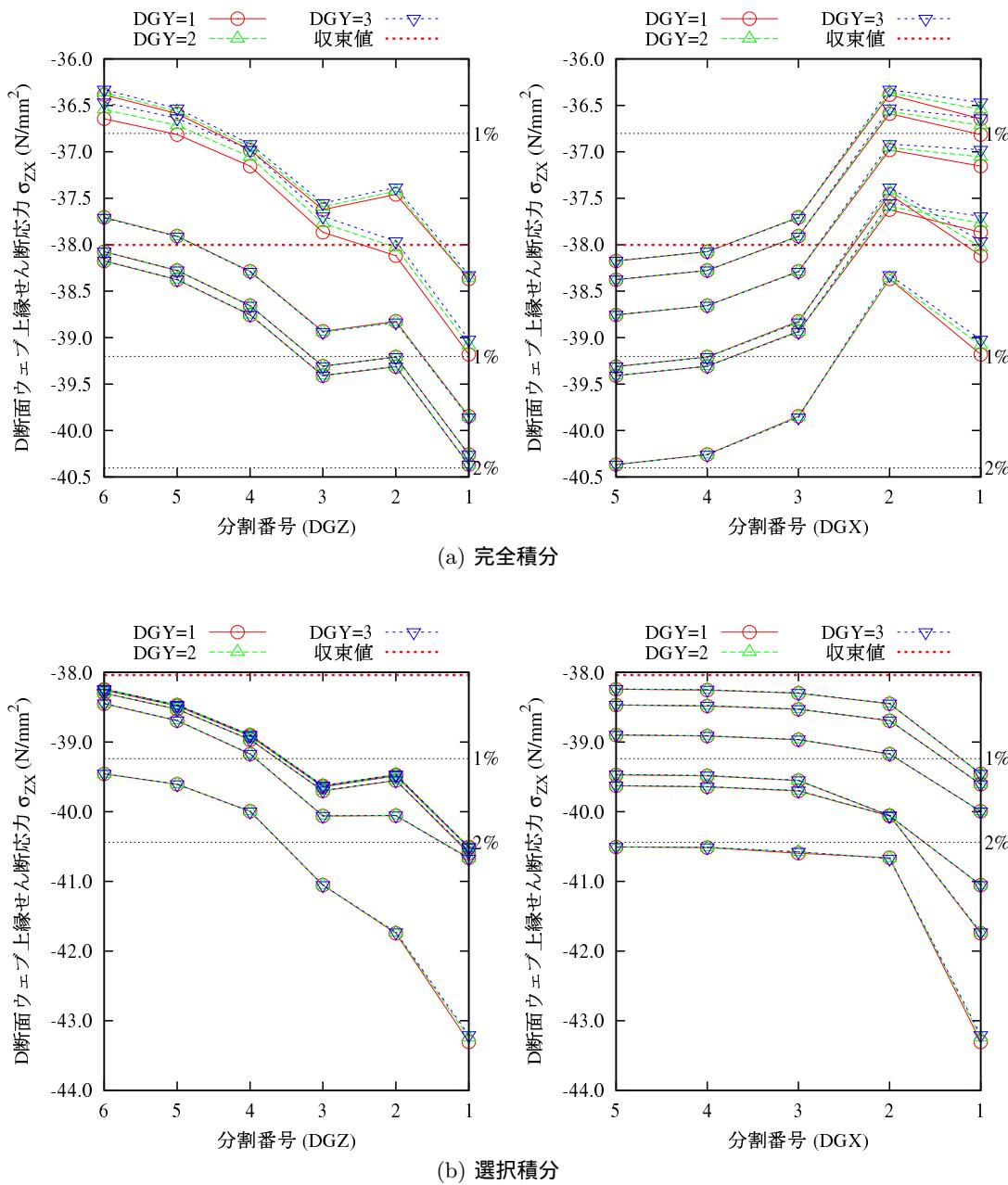


図 1A.1.33 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.33 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	4.87	4.23	3.04	2.62	2.52		2.57	2.31	2.26	2.21	2.20
2	3.84	3.82	2.62	2.27	2.18		1.68	2.39	2.40	2.42	2.42
3	3.63	3.53	2.35	2.00	1.91		1.33	1.92	2.03	2.05	2.05
4	2.11	2.27	1.15	0.76	0.66		0.44	0.83	0.84	0.84	0.84
5	1.64	1.89	0.75	0.36	0.25		-0.27	0.27	0.35	0.34	0.34
6	1.52	1.79	0.65	0.25	0.15		-0.44	0.12	0.22	0.22	0.22

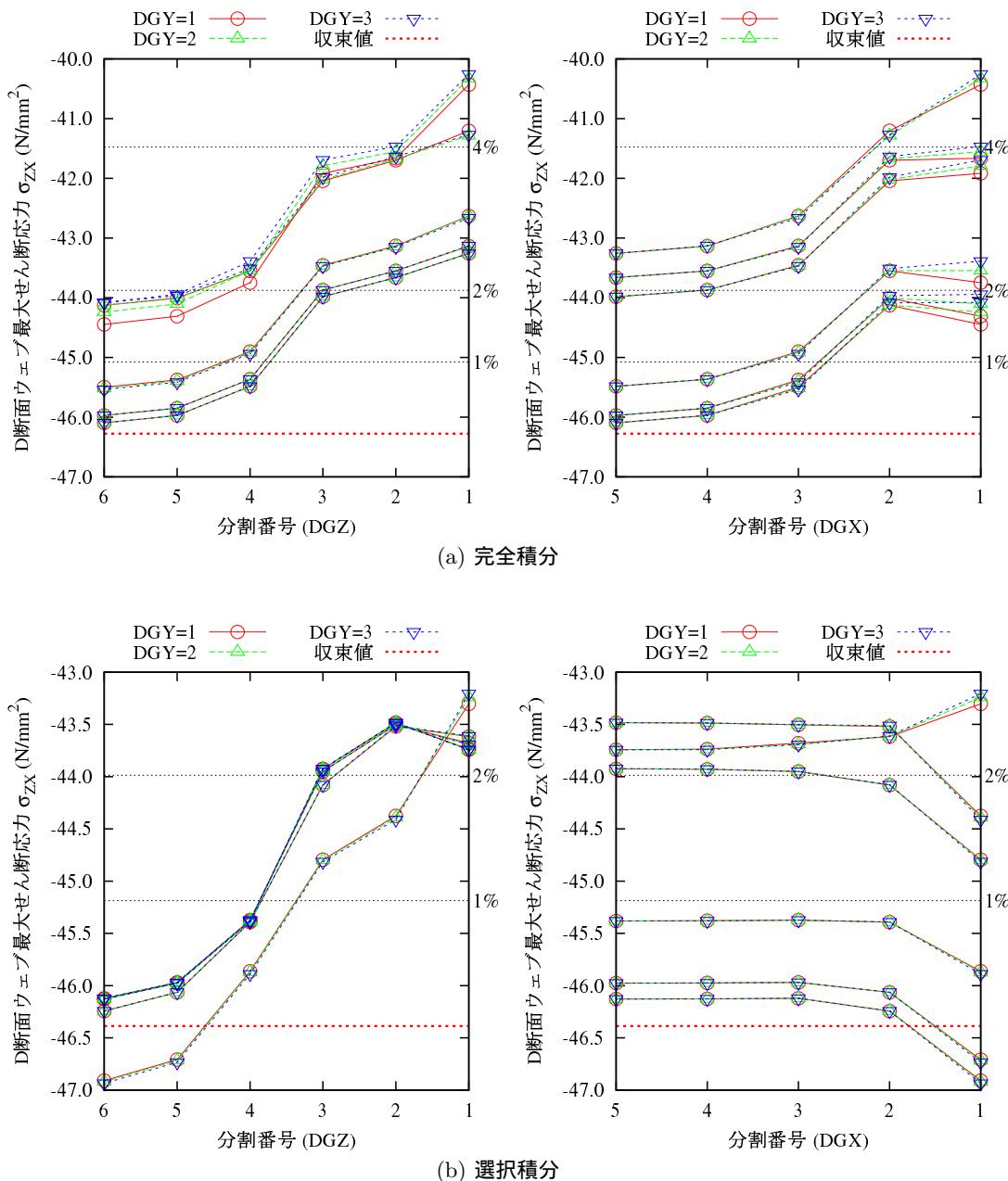


図 1A.1.34 D 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.1.34 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-3.02	-3.89	-5.08	-5.50	-5.60		-4.28	-5.90	-5.96	-6.00	-6.01
2	2.50	0.06	-1.14	-1.52	-1.61		2.67	-1.75	-1.77	-1.90	-1.91
3	2.31	0.18	-1.08	-1.48	-1.56		1.91	-1.77	-1.65	-1.77	-1.78
4	3.21	0.87	-0.31	-0.69	-0.76		2.29	-0.93	-0.75	-0.88	-0.89
5	3.52	1.24	0.10	-0.27	-0.35		1.75	-0.36	-0.28	-0.42	-0.43
6	3.59	1.41	0.31	-0.06	-0.14		1.13	-0.02	-0.06	-0.18	-0.19

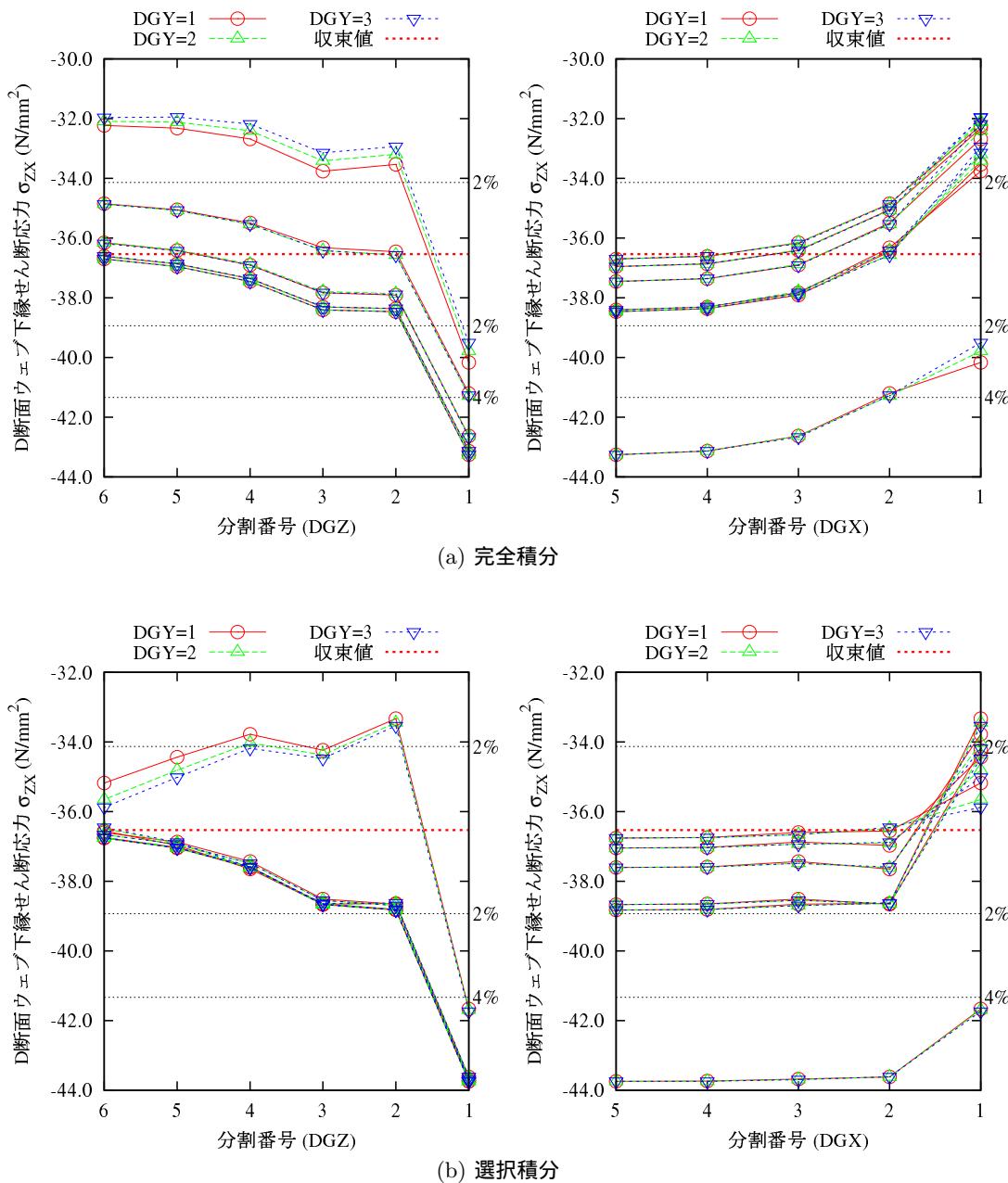


図 1A.1.35 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.35 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.02	-0.03	-1.00	-1.18	-1.11		-1.81	-0.86	-0.90	-0.90	-0.90
2	2.56	0.06	-0.73	-0.75	-0.64		-0.38	-0.38	-0.38	-0.39	-0.40
3	2.47	-0.11	-0.93	-0.95	-0.84		-0.57	-0.59	-0.59	-0.59	-0.61
4	1.97	-0.16	-0.72	-0.68	-0.58		-0.05	-0.40	-0.31	-0.31	-0.34
5	1.65	-0.18	-0.56	-0.49	-0.40		0.32	-0.31	-0.14	-0.12	-0.16
6	1.47	-0.20	-0.44	-0.38	-0.29		0.54	-0.28	-0.04	-0.01	-0.06

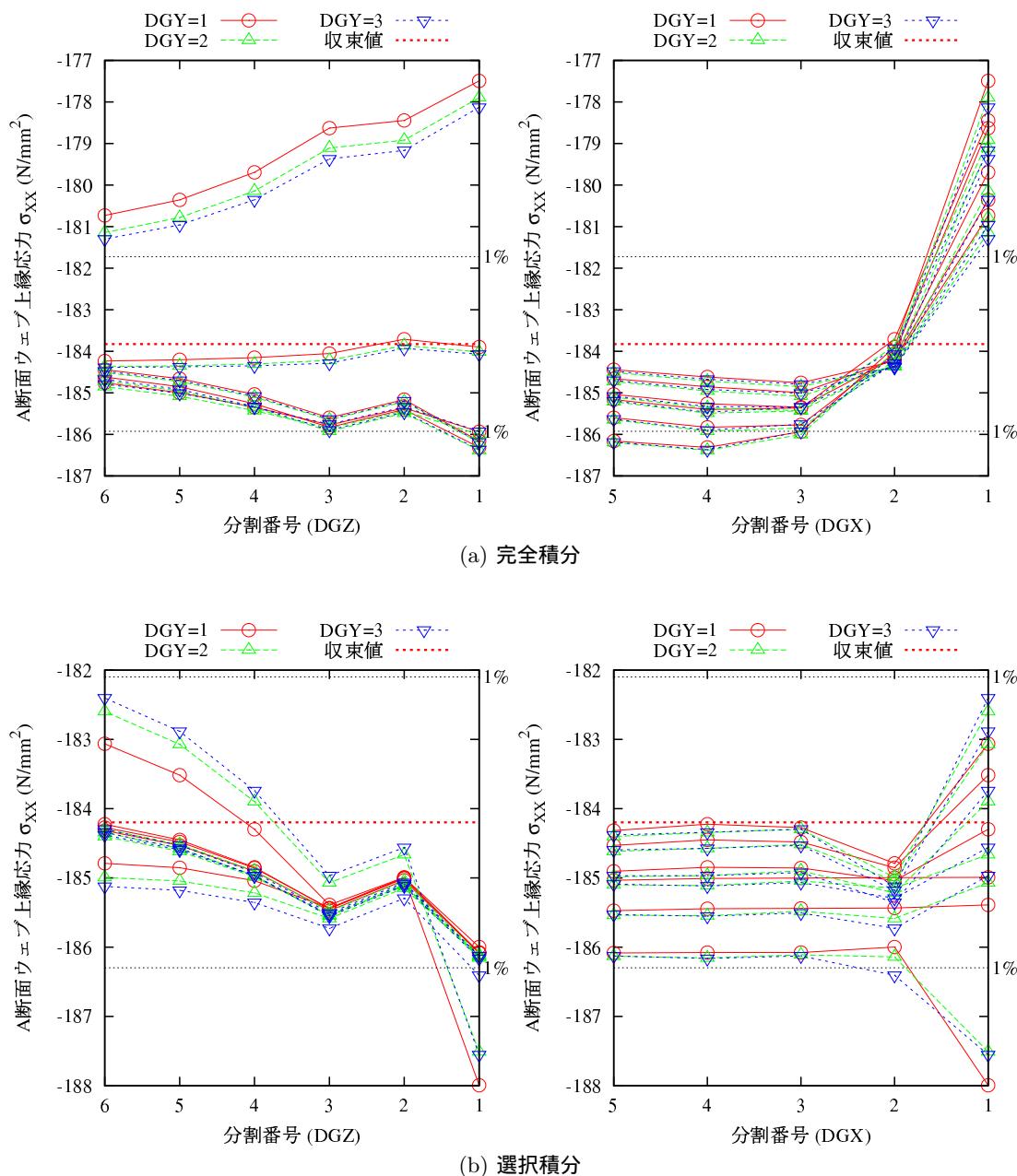
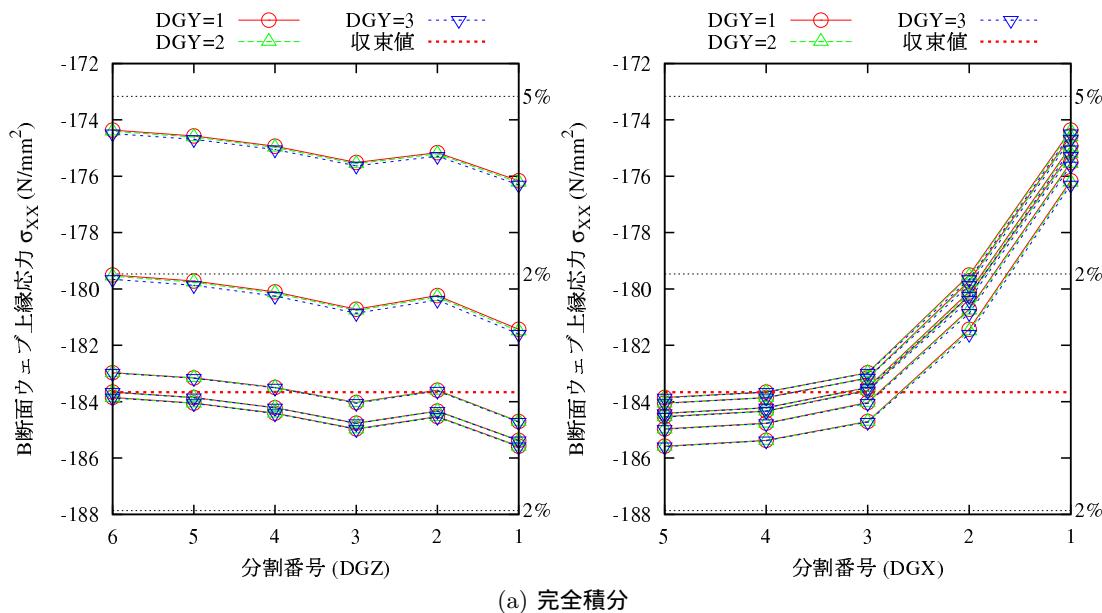


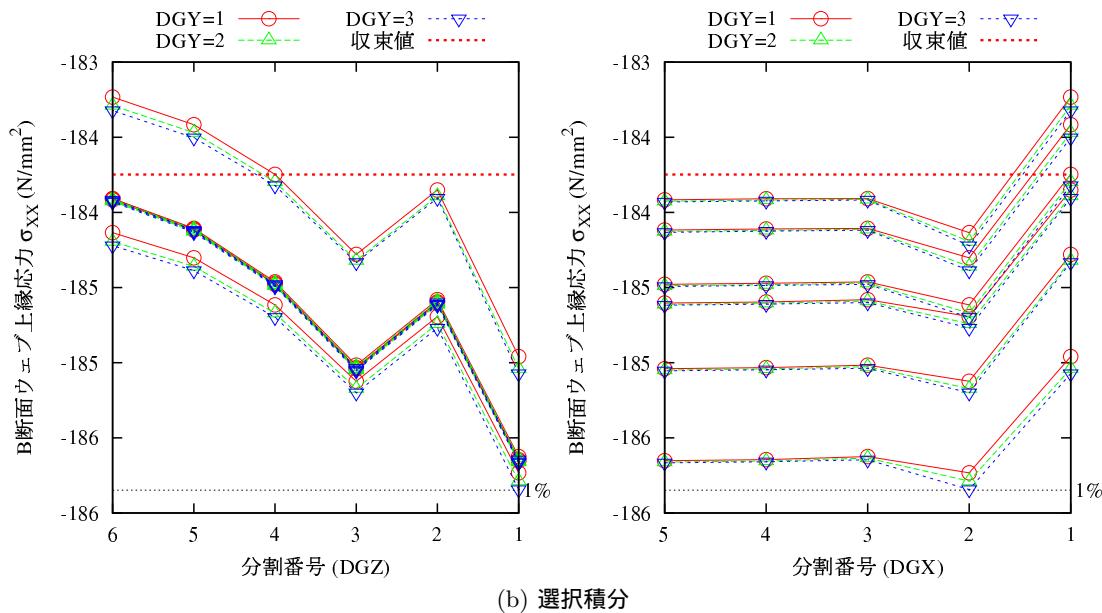
図 1A.1.36 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.36 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.57	1.06	-0.49	-0.81	-0.91		-0.58	-0.95	-0.89	-0.90	-0.91
2	4.05	1.63	0.03	-0.32	-0.41		-0.05	-0.45	-0.40	-0.40	-0.41
3	3.88	1.40	-0.17	-0.52	-0.62		-0.25	-0.65	-0.60	-0.61	-0.62
4	4.16	1.69	0.08	-0.26	-0.35		0.00	-0.41	-0.34	-0.34	-0.35
5	4.33	1.88	0.24	-0.09	-0.18		0.16	-0.26	-0.17	-0.17	-0.18
6	4.43	1.98	0.33	0.00	-0.09		0.25	-0.18	-0.08	-0.08	-0.08



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.1.37 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.37 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.17	4.99	6.11	6.25	6.29		5.13	6.03	6.08	6.09	6.08
2	3.38	2.07	1.92	1.48	1.25		-0.02	0.85	0.92	0.92	0.92
3	3.37	2.18	2.07	1.63	1.41		0.12	0.99	1.08	1.08	1.08
4	4.04	2.26	1.77	1.23	0.94		0.25	0.52	0.57	0.57	0.57
5	4.48	2.34	1.55	0.97	0.67		0.61	0.29	0.28	0.29	0.29
6	4.72	2.39	1.38	0.82	0.52		1.03	0.18	0.14	0.14	0.14

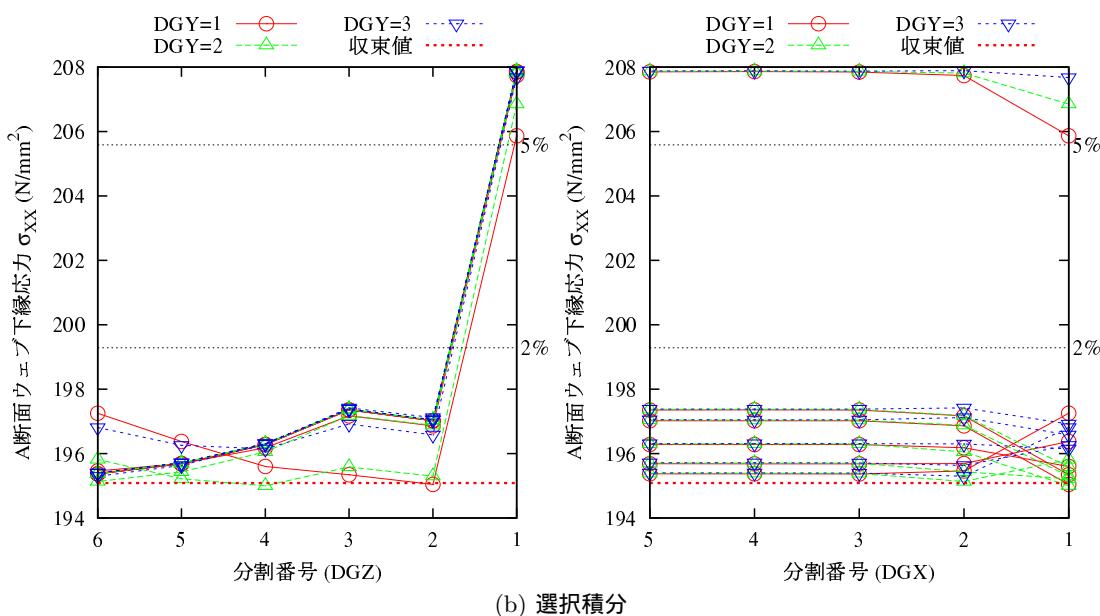
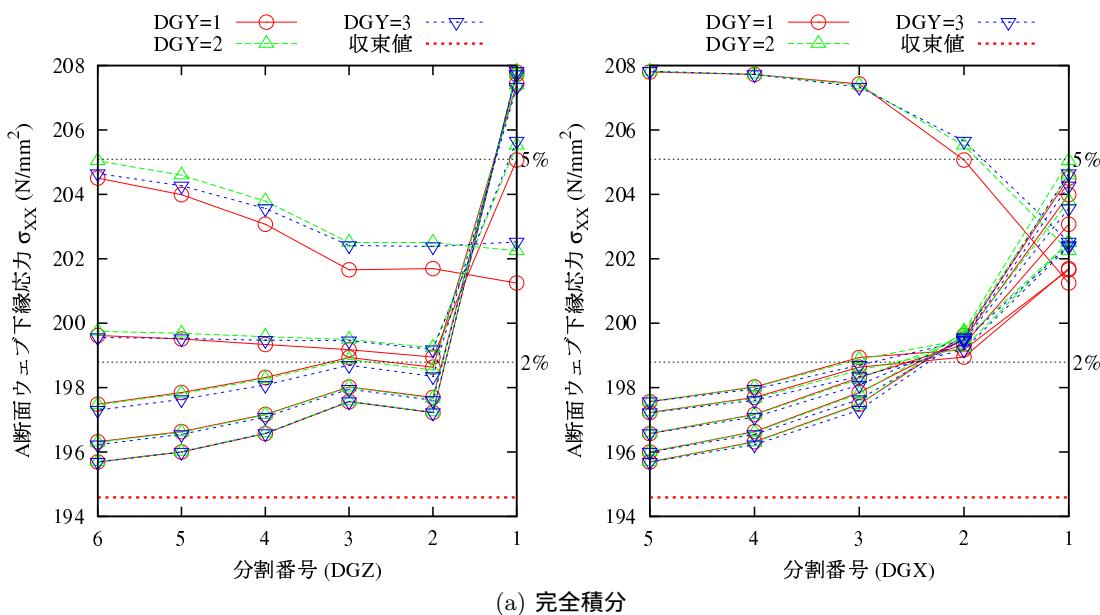


図 1A.1.38 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.38 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.27	3.95	5.45	5.87	5.99		6.30	5.98	6.04	6.05	6.06
2	-4.16	-1.79	0.16	0.71	0.84		1.69	0.88	0.90	0.91	0.92
3	-4.00	-1.59	0.32	0.86	1.00		1.88	1.03	1.06	1.07	1.08
4	-4.51	-2.20	-0.19	0.36	0.49		1.45	0.55	0.55	0.56	0.57
5	-4.80	-2.52	-0.46	0.08	0.21		1.17	0.28	0.26	0.28	0.28
6	-4.96	-2.69	-0.59	-0.07	0.06		1.00	0.15	0.11	0.13	0.13

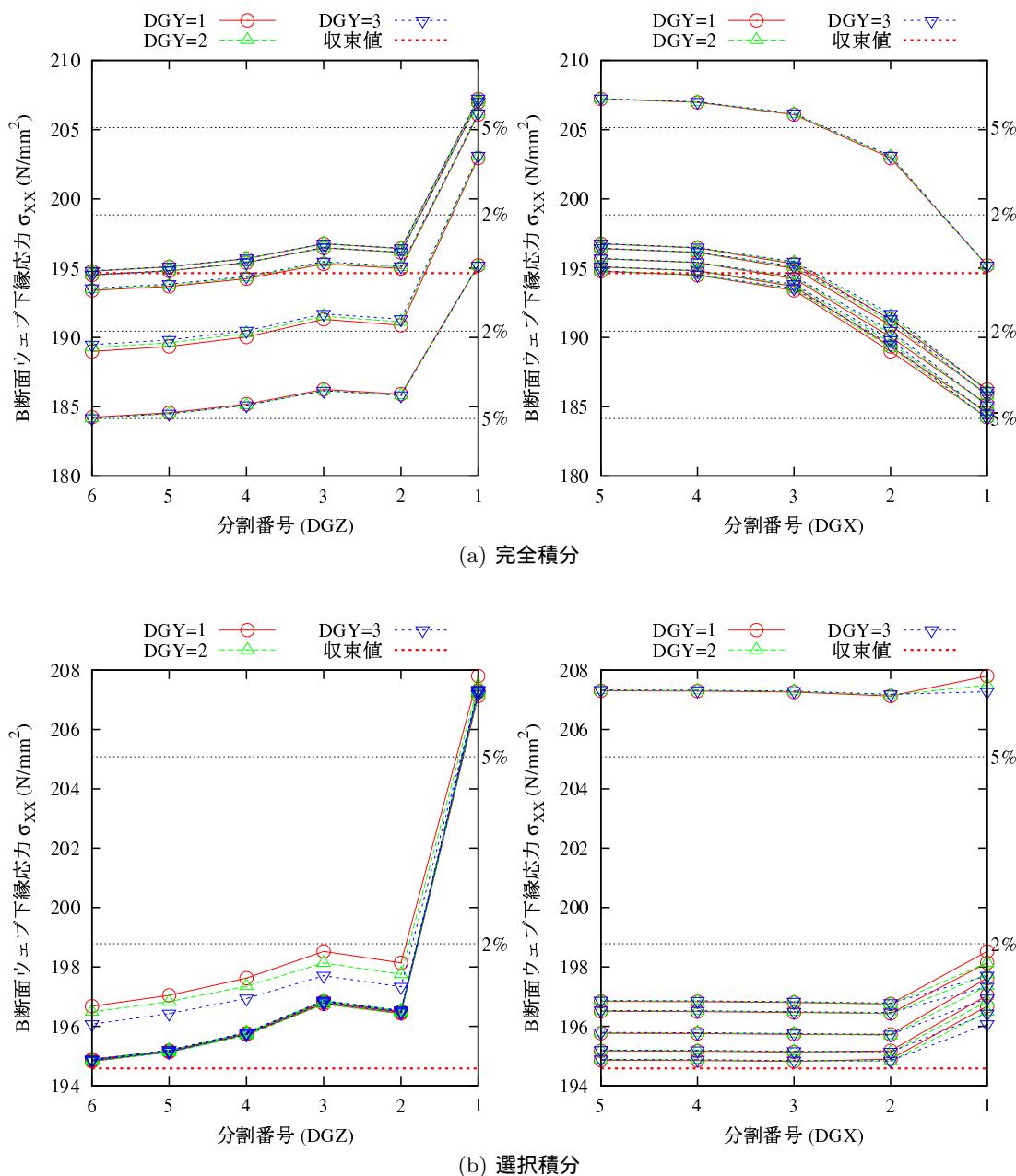


図 1A.1.39 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.39 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.80	-0.39	-1.54	-1.83	-1.91		-3.25	-2.17	-2.10	-2.10	-2.10
2	4.15	0.49	-0.62	-0.92	-0.99		-2.25	-1.14	-1.13	-1.11	-1.11
3	3.95	0.37	-0.73	-1.02	-1.09		-2.11	-1.34	-1.26	-1.25	-1.24
4	4.38	0.84	-0.23	-0.51	-0.58		-1.39	-0.81	-0.71	-0.69	-0.69
5	4.64	1.12	0.06	-0.22	-0.29		-1.02	-0.49	-0.39	-0.37	-0.36
6	4.78	1.27	0.22	-0.06	-0.13		-0.82	-0.32	-0.21	-0.19	-0.19

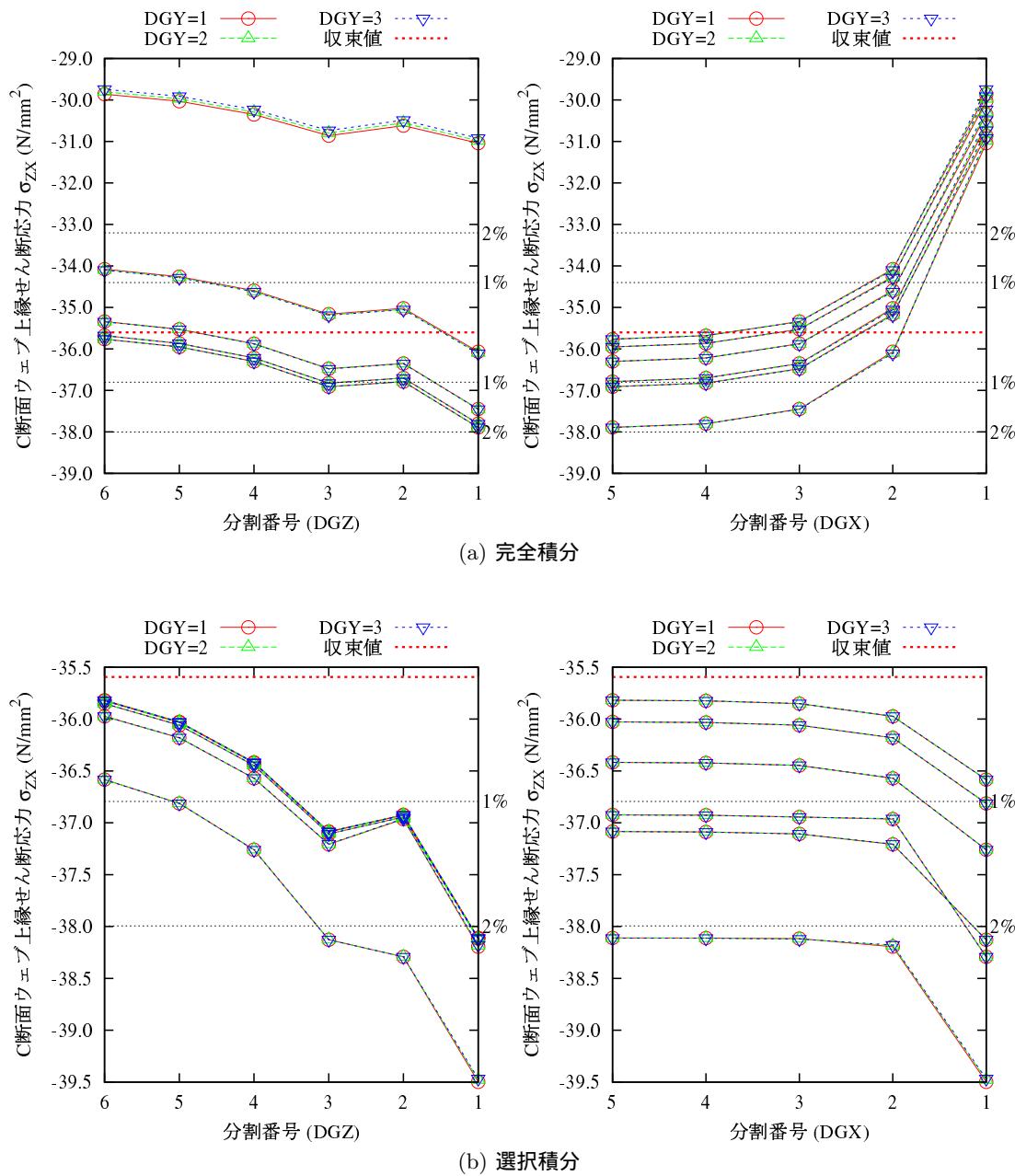


図 1A.1.40 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.40 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	7.74	3.91	2.50	2.15	2.06		2.31	1.81	1.74	1.74	1.74
2	7.96	3.87	2.68	2.37	2.29		2.00	2.43	2.45	2.46	2.46
3	7.16	3.27	1.90	1.57	1.48		1.69	1.60	1.57	1.56	1.56
4	6.38	2.38	1.07	0.74	0.65		0.52	0.82	0.78	0.78	0.78
5	6.08	2.04	0.71	0.37	0.29		-0.01	0.39	0.34	0.33	0.33
6	5.99	1.95	0.60	0.26	0.18		-0.15	0.28	0.21	0.20	0.20

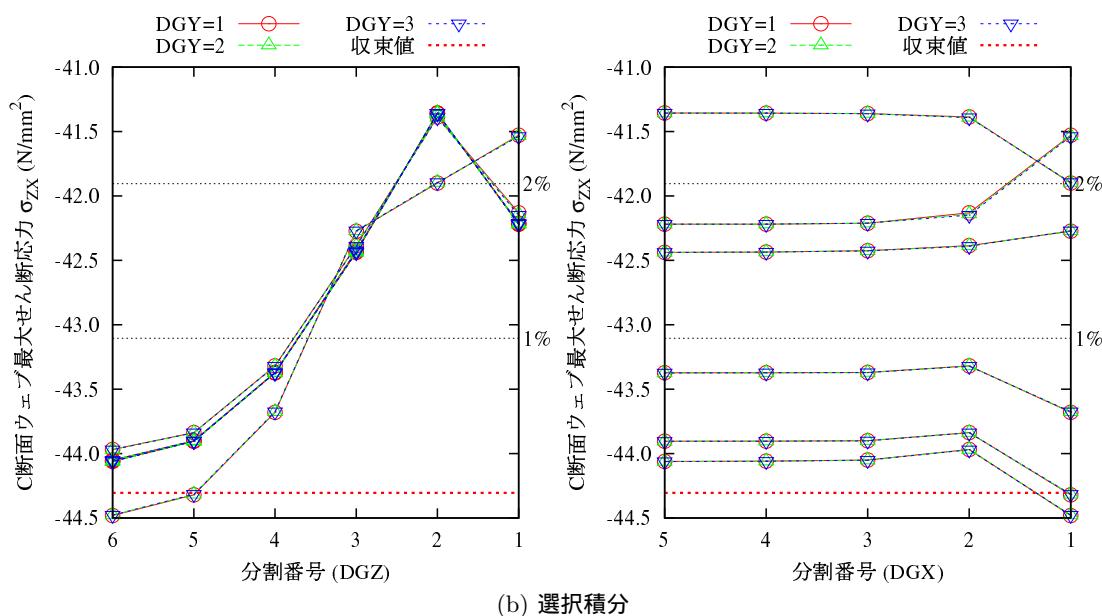
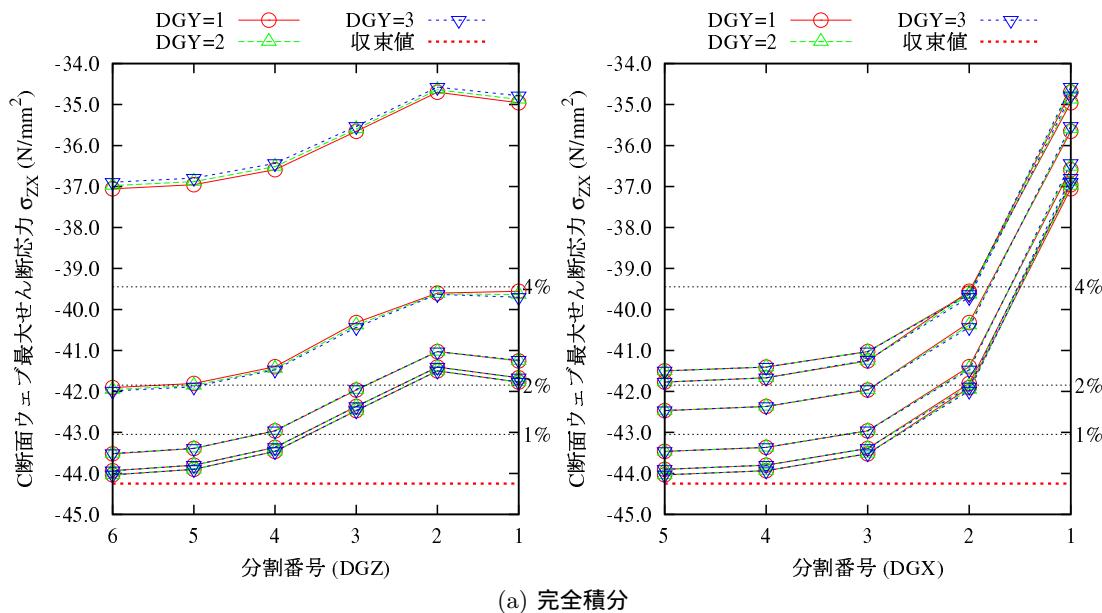


図 1A.1.41 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF2)

表 1A.1.41 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.92	-2.91	-4.33	-4.67	-4.76		-4.56	-5.06	-5.13	-5.14	-5.14
2	3.42	0.09	-1.20	-1.50	-1.57		-0.12	-1.64	-1.82	-1.86	-1.86
3	3.39	0.18	-1.14	-1.44	-1.52		-0.31	-1.47	-1.72	-1.76	-1.76
4	3.70	0.86	-0.41	-0.70	-0.78		0.44	-0.62	-0.85	-0.91	-0.91
5	3.96	1.21	-0.02	-0.31	-0.38		0.75	-0.24	-0.39	-0.46	-0.47
6	4.15	1.39	0.18	-0.11	-0.18		0.86	-0.11	-0.16	-0.23	-0.24

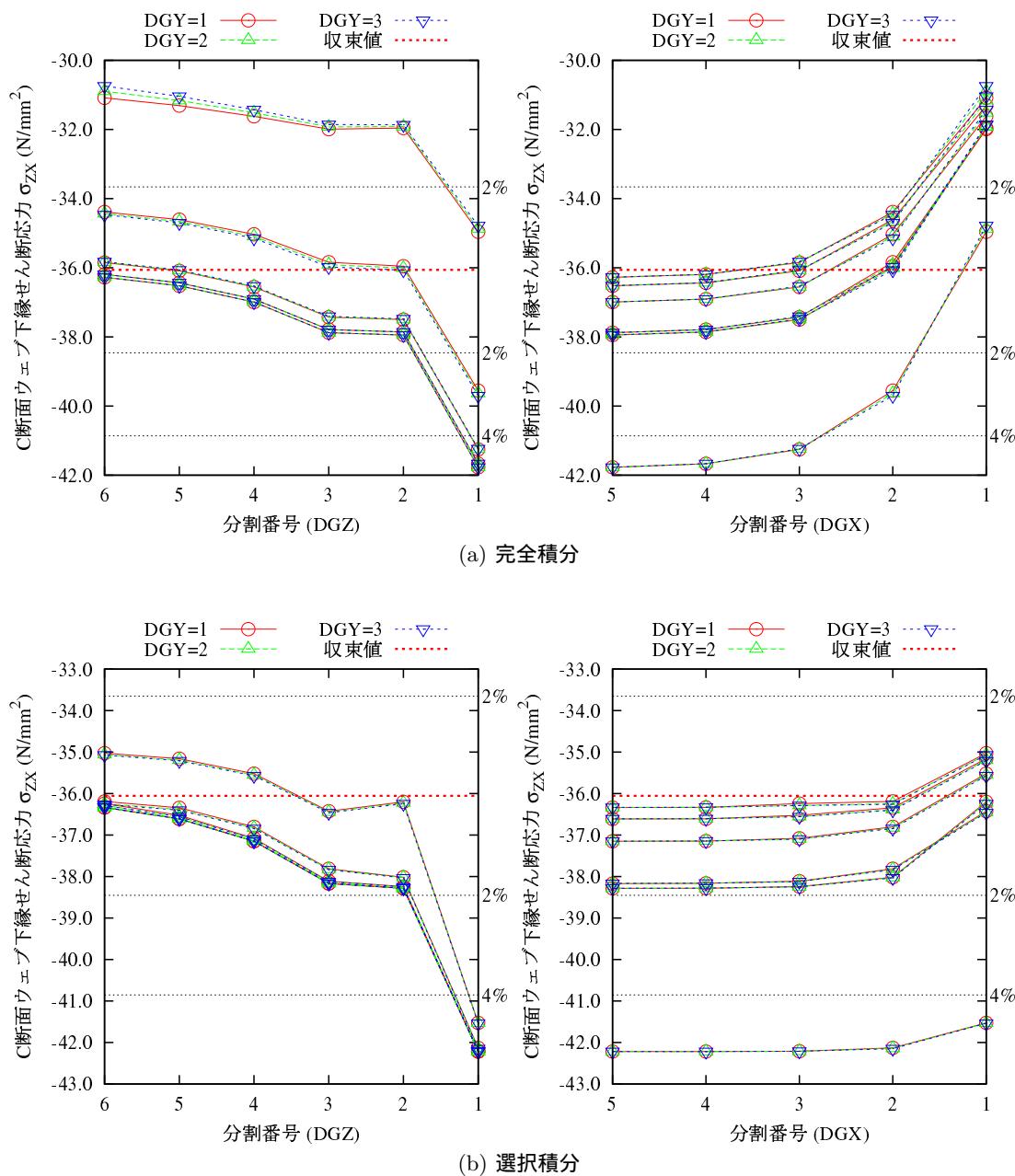


図 1A.1.42 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.42 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.99	-0.31	-1.51	-1.85	-1.93		-4.42	-2.17	-2.07	-2.03	-2.02
2	-0.06	0.44	-0.68	-0.99	-1.08		-2.87	-1.70	-1.26	-1.20	-1.19
3	0.14	0.31	-0.76	-1.07	-1.15		-2.36	-1.67	-1.37	-1.32	-1.31
4	0.73	0.85	-0.23	-0.54	-0.62		-1.48	-0.94	-0.77	-0.72	-0.71
5	1.01	1.17	0.08	-0.23	-0.31		-1.14	-0.55	-0.41	-0.37	-0.36
6	1.15	1.33	0.24	-0.06	-0.14		-1.01	-0.35	-0.22	-0.18	-0.17

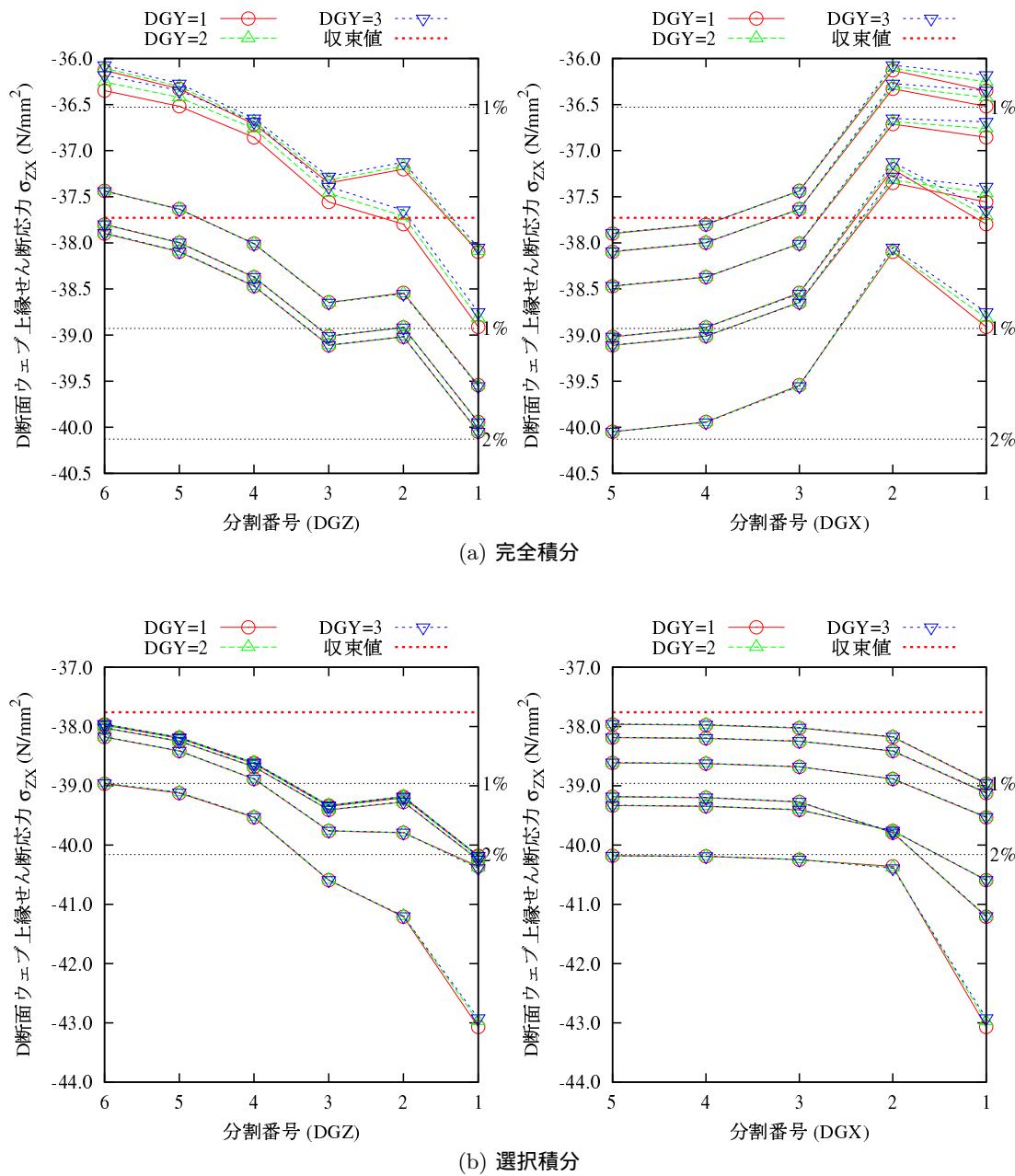


図 1A.1.43 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.43 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	4.75	4.15	3.00	2.58	2.49	2.41	2.28	2.22	2.19	2.18
2	3.77	3.75	2.57	2.23	2.13	1.62	2.32	2.36	2.37	2.37
3	3.57	3.46	2.30	1.96	1.87	1.31	1.87	1.99	2.01	2.01
4	2.05	2.22	1.12	0.74	0.65	0.38	0.80	0.83	0.83	0.83
5	1.60	1.84	0.72	0.35	0.25	-0.31	0.25	0.34	0.34	0.34
6	1.49	1.74	0.63	0.24	0.15	-0.47	0.10	0.22	0.22	0.22

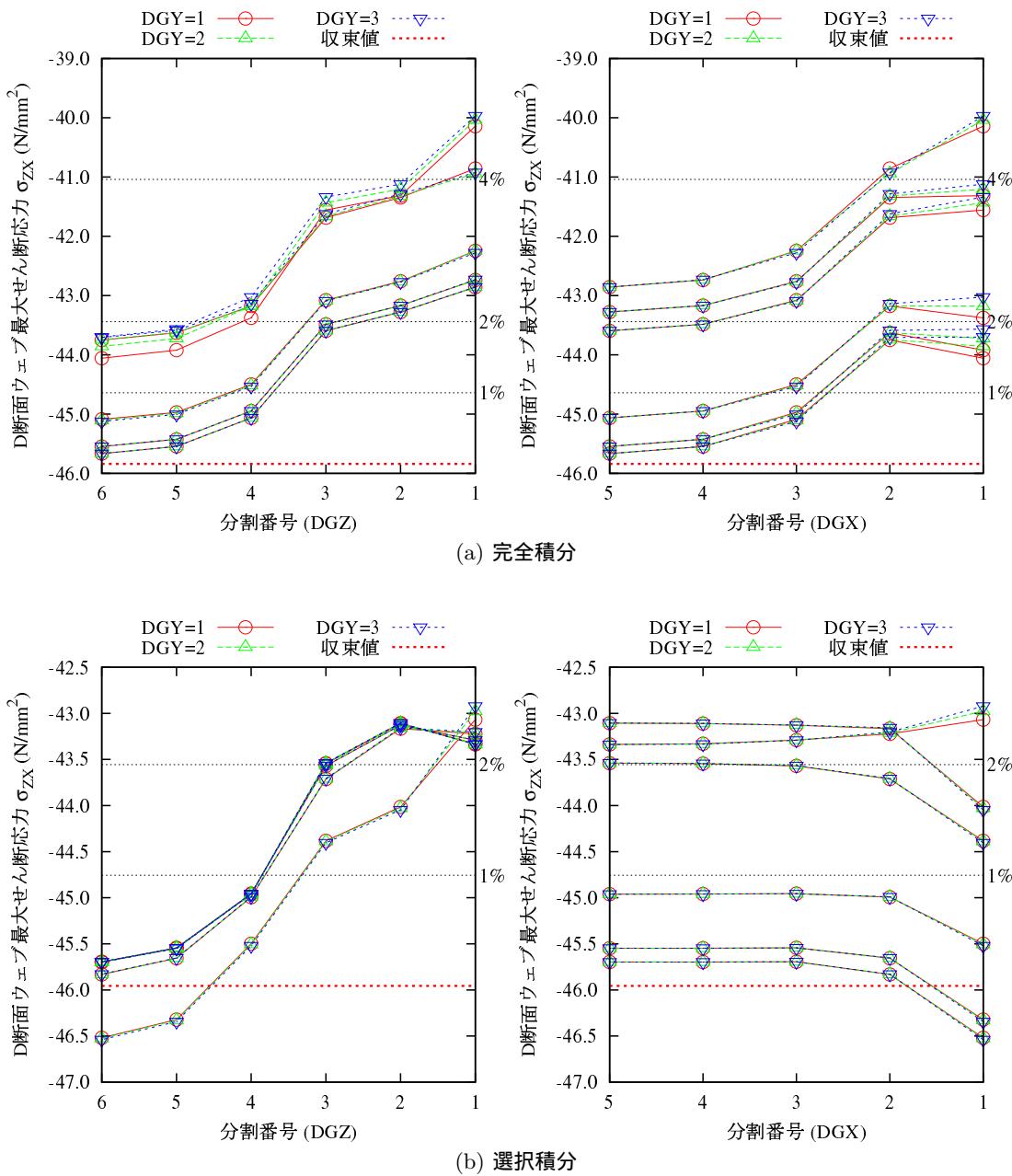


図 1A.1.44 D 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF2)

表 1A.1.44 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-3.02	-3.83	-4.99	-5.40	-5.50		-4.12	-5.81	-5.86	-5.90	-5.90
2	2.48	0.07	-1.12	-1.49	-1.57		3.01	-1.70	-1.72	-1.84	-1.86
3	2.31	0.17	-1.06	-1.45	-1.52		2.30	-1.76	-1.61	-1.72	-1.74
4	3.26	0.86	-0.30	-0.67	-0.74		2.93	-0.96	-0.72	-0.86	-0.87
5	3.61	1.24	0.10	-0.26	-0.33		2.48	-0.42	-0.26	-0.40	-0.41
6	3.70	1.42	0.31	-0.06	-0.13		1.68	-0.04	-0.03	-0.17	-0.18

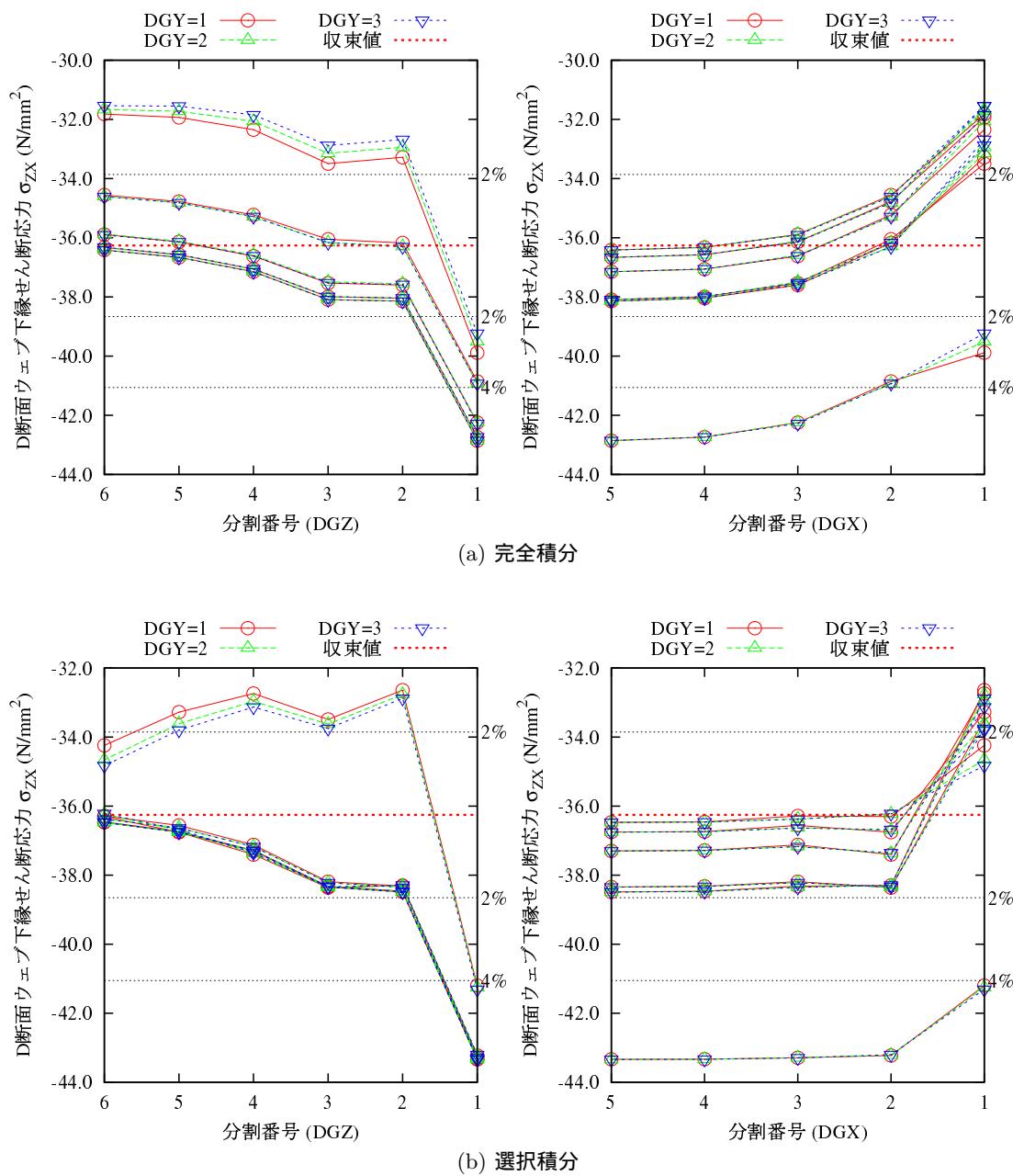


図 1A.1.45 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

1A.1.3 水平、垂直補剛材を含めた要素分割

前節と同様に、表 1A.1.23 のような要素分割パターンに、水平補剛材と垂直補剛材を追加した FEM モデルに、図 1A.1.24 のように、主桁に合成前死荷重を作成させた後、有効幅に相当する床版を追加し、合成後死荷重と活荷重を作成させての FEM 解析を行う。

表 1A.1.45 に FEM 解析結果の収束値を示す。完全積分の結果も選択的低減積分の結果も、分割数を多くすると正解に収束し、両積分法による結果は一致するはずであるが、一部に最大 2.5 N/mm^2 程度の違いが現れている。この違いが現れているのは断面 C の上縁、下縁であり、垂直補剛材が接続されている位置であることから、補剛材接続による応力の乱れの生じている位置であるために、局部的に要素分割が不足しているためと考えられる。

図 1A.1.46 から図 1A.1.65 に、断面 A, B のウェブ上下縁の応力、断面 C, D のウェブ上下縁と断面内の最大せん断応力を、種々の要素分割について示している。また、表 1A.1.46 から表 1A.1.65 に誤差を示している。

これらの図と表から以下のことことが分かる。

- 垂直補剛材の接続されている断面 A と C の応力は要素分割パターン DGX, DGZ だけでなく DGY による変化が大きい。垂直補剛材の接続による応力の乱れのためと想像されるが、このような部位での応力を精度良く算出するには、かなりの要素分割が必要である。ただし、複数の部材が接続する部位の応力評価に、シェル要素を用いることの限界に留意する必要がある。

表 1A.1.45 FEM 解析結果の収束値 (N/mm^2)

		断面 A の応力		断面 B 応力		断面 C のせん断応力			断面 D のせん断応力		
		上縁	下縁	上縁	下縁	上縁	最大	下縁	上縁	最大	下縁
MGF1	完全積分	-188.33	206.47	-180.82	199.54	-31.55	-44.99	-33.19	-36.70	-46.49	-37.43
	選択積分	-189.08	207.08	-180.95	199.56	-33.77	-45.00	-35.51	-36.70	-46.56	-37.40
MGF2	完全積分	-177.94	194.39	-177.29	194.60	-31.27	-44.55	-32.80	-36.41	-46.04	-37.18
	選択積分	-178.26	194.94	-177.44	194.65	-33.52	-44.56	-35.30	-36.41	-46.10	-37.14

表 1A.1.46 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	4.18	1.47	0.67	0.48	0.49		0.95	1.28	1.50	1.60	1.63
2	3.70	1.51	0.70	0.39	0.28		1.97	1.70	1.61	1.50	1.43
3	3.63	1.37	0.52	0.20	0.10		1.90	1.62	1.37	1.26	1.18
4	3.29	1.53	0.80	0.40	0.21		2.02	1.52	1.32	1.09	0.94
5	3.06	1.62	1.01	0.55	0.29		2.12	1.52	1.28	0.94	0.73
6	2.92	1.65	1.11	0.62	0.31		2.16	1.53	1.25	0.82	0.57

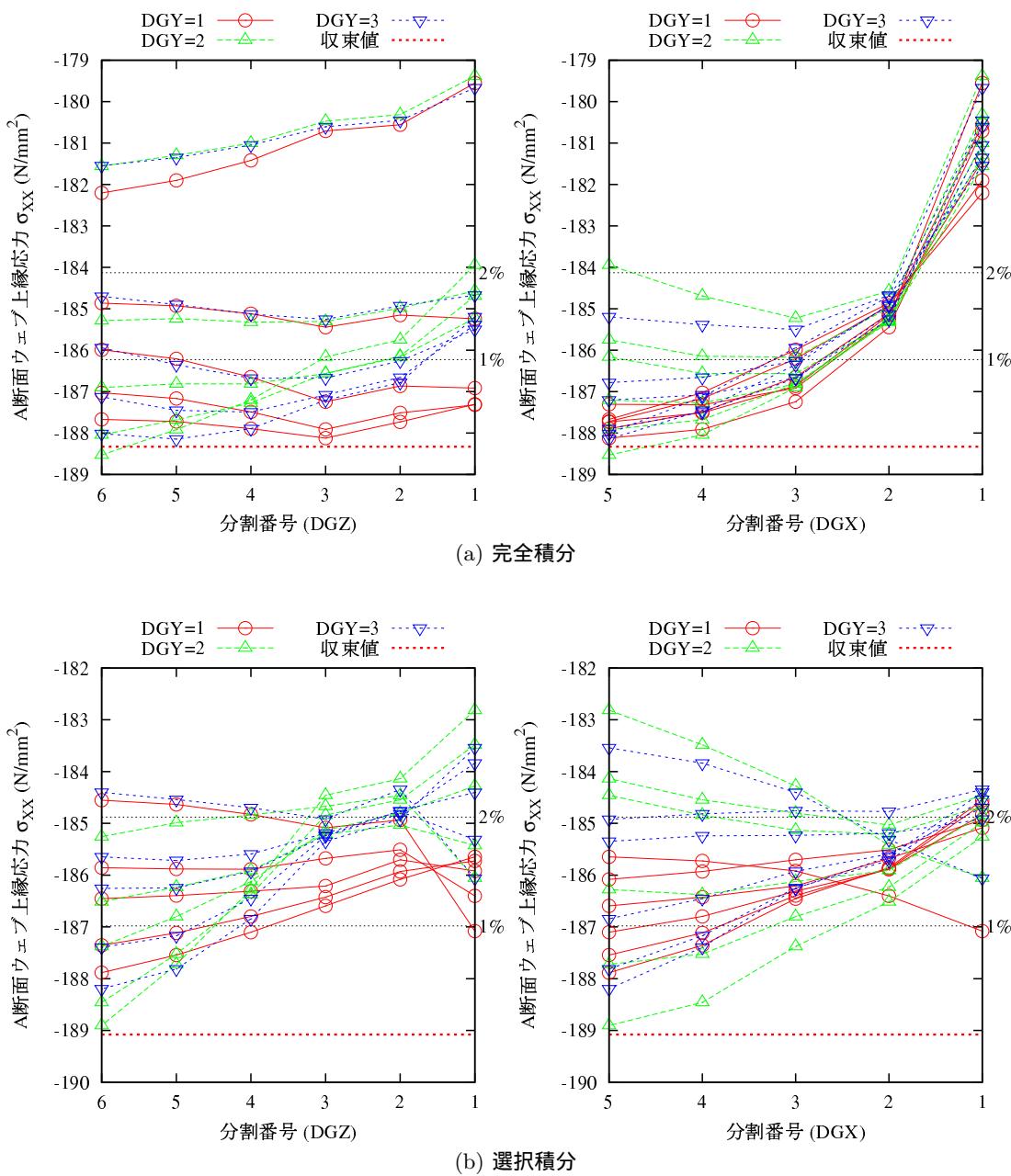


図 1A.1.46 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.47 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.59	1.30	-0.40	-0.74	-0.85		-0.87	-0.84	-0.88	-0.90	-0.93
2	4.12	1.89	0.20	-0.20	-0.31		-0.40	-0.26	-0.33	-0.39	-0.42
3	3.96	1.64	0.00	-0.39	-0.50		-0.56	-0.44	-0.55	-0.59	-0.62
4	4.27	1.89	0.23	-0.14	-0.25		-0.32	-0.21	-0.27	-0.31	-0.35
5	4.46	2.04	0.34	-0.01	-0.12		-0.14	-0.04	-0.10	-0.13	-0.18
6	4.55	2.12	0.39	0.04	-0.07		-0.04	0.05	-0.00	-0.03	-0.08

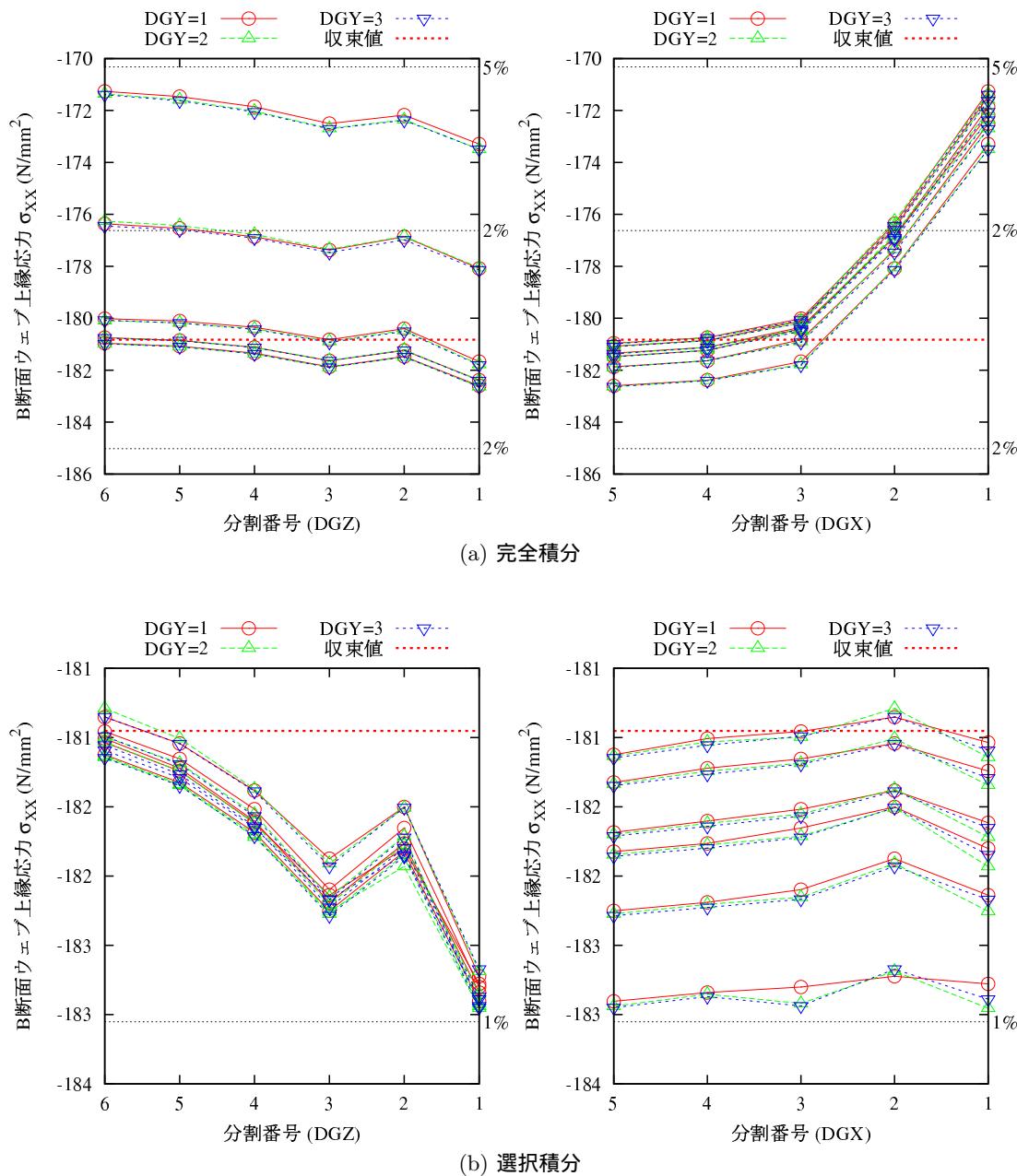


図 1A.1.47 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.48 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.54	3.46	3.46	3.35	3.28		3.26	3.12	3.03	3.00	2.97
2	4.74	1.87	0.84	0.38	0.20		-0.24	-0.96	-1.05	-1.00	-1.00
3	4.66	1.93	1.01	0.60	0.44		-0.01	-0.85	-0.83	-0.78	-0.76
4	5.18	1.78	0.56	0.11	-0.04		0.33	-0.90	-0.98	-0.87	-0.83
5	5.60	1.74	0.25	-0.22	-0.36		0.65	-0.92	-1.02	-0.86	-0.80
6	5.87	1.79	0.15	-0.31	-0.44		0.83	-0.92	-1.03	-0.82	-0.74

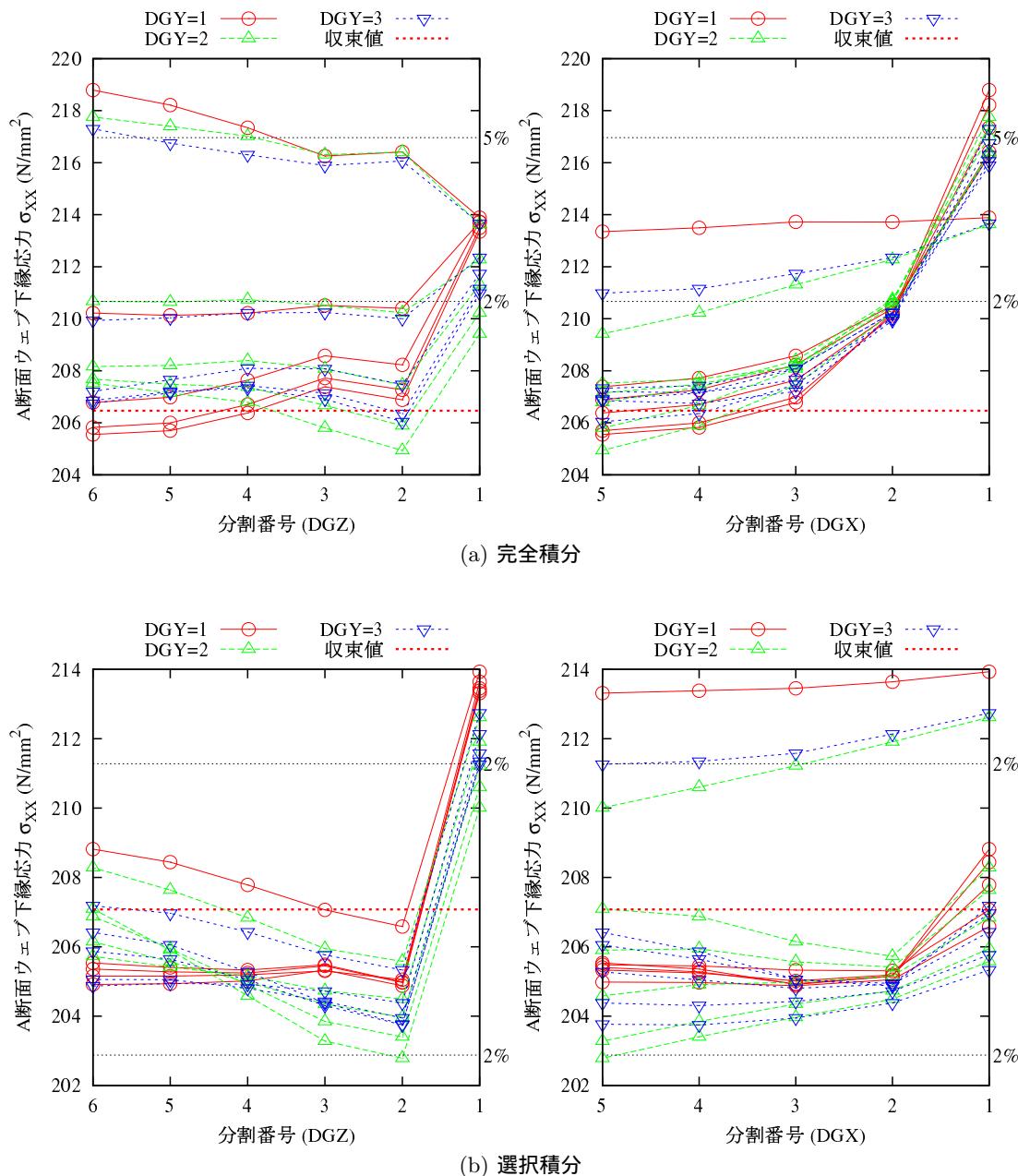


図 1A.1.48 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.49 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.24	3.82	5.55	6.02	6.14		5.96	6.03	6.10	6.11	6.12
2	-4.71	-2.21	0.08	0.68	0.83		0.79	0.77	0.83	0.90	0.91
3	-4.54	-1.97	0.20	0.82	0.97		0.93	0.89	0.98	1.05	1.07
4	-5.11	-2.53	-0.29	0.32	0.46		0.36	0.43	0.45	0.54	0.55
5	-5.45	-2.84	-0.54	0.06	0.20		0.02	0.16	0.17	0.25	0.27
6	-5.62	-3.01	-0.65	-0.06	0.08		-0.16	0.02	0.02	0.10	0.12

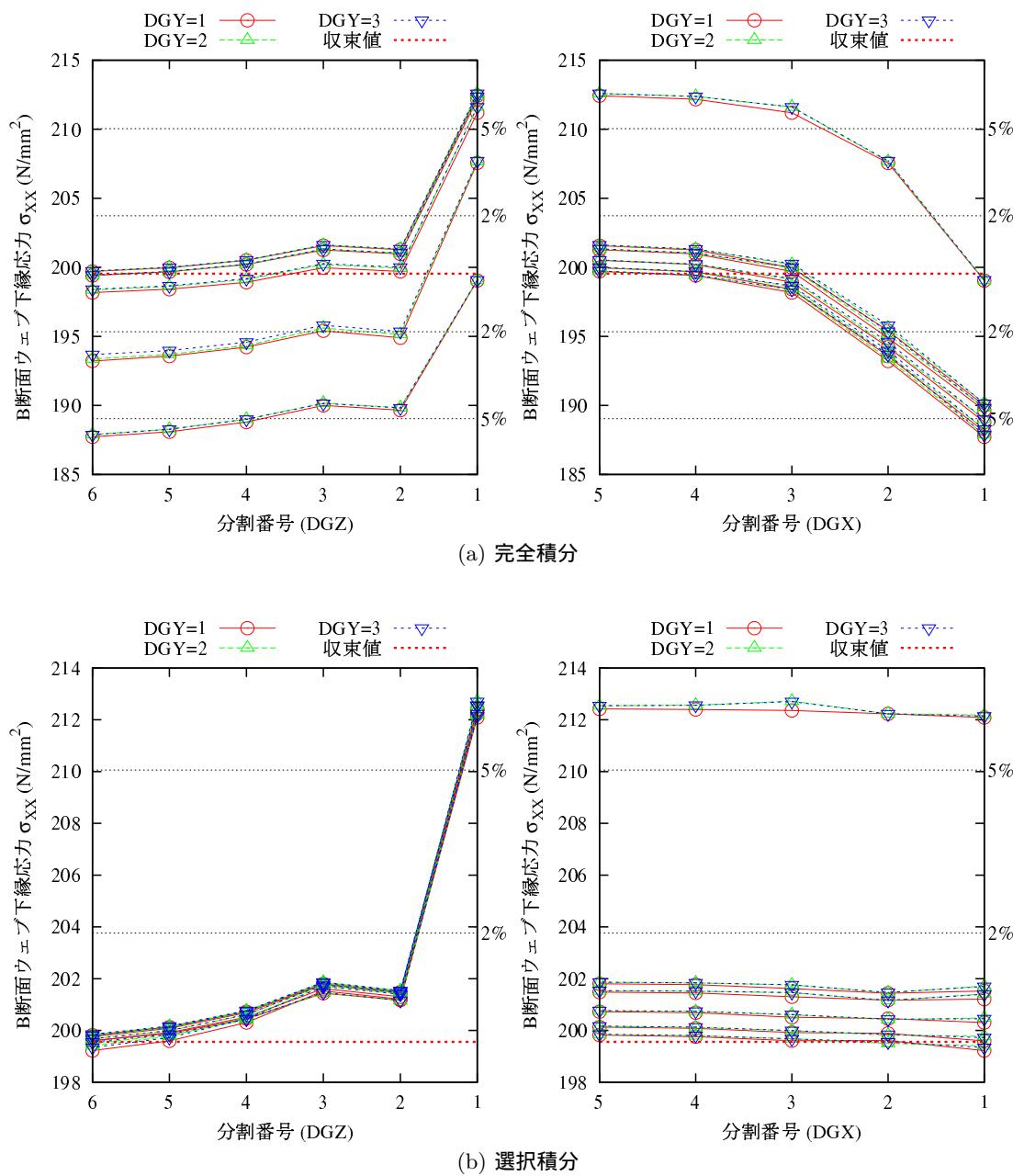


図 1A.1.49 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.1.50 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.88	-3.27	-4.29	-4.49	-4.36		-3.55	-3.48	-3.35	-3.42	-3.46
2	1.30	-2.36	-3.22	-3.31	-3.16		-3.00	-2.37	-2.29	-2.27	-2.29
3	1.17	-2.46	-3.30	-3.37	-3.21		-2.91	-2.28	-2.15	-1.98	-1.86
4	1.67	-1.77	-2.52	-2.53	-2.42		-2.23	-1.85	-1.76	-1.71	-1.69
5	1.94	-1.38	-2.06	-1.88	-1.60		-1.79	-1.47	-1.33	-1.14	-0.95
6	2.09	-1.13	-1.72	-1.31	-0.69		-1.54	-1.26	-1.09	-0.75	-0.36

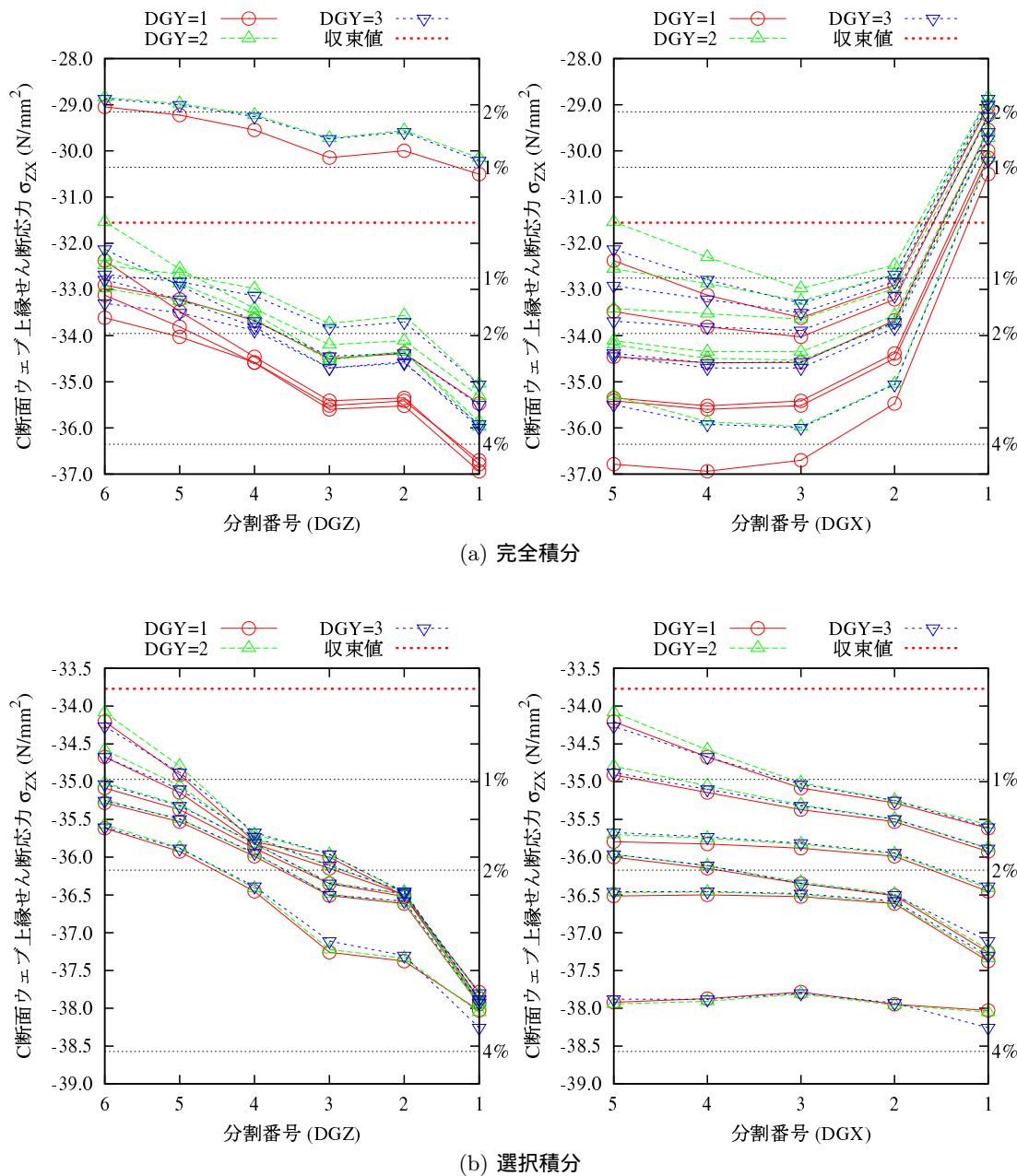


図 1A.1.50 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.51 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	8.36	4.19	3.17	3.48	3.66		2.60	1.89	1.83	1.88	2.02
2	8.68	4.43	3.31	3.11	3.18		2.73	2.96	2.96	2.96	2.98
3	7.40	3.16	1.85	1.50	1.36		1.81	1.56	1.55	1.53	1.48
4	6.72	2.47	1.22	0.87	0.70		0.68	0.83	0.82	0.82	0.83
5	6.31	2.00	0.72	0.43	0.38		0.18	0.39	0.38	0.38	0.38
6	6.24	1.96	0.66	0.34	0.25		0.06	0.26	0.23	0.23	0.23

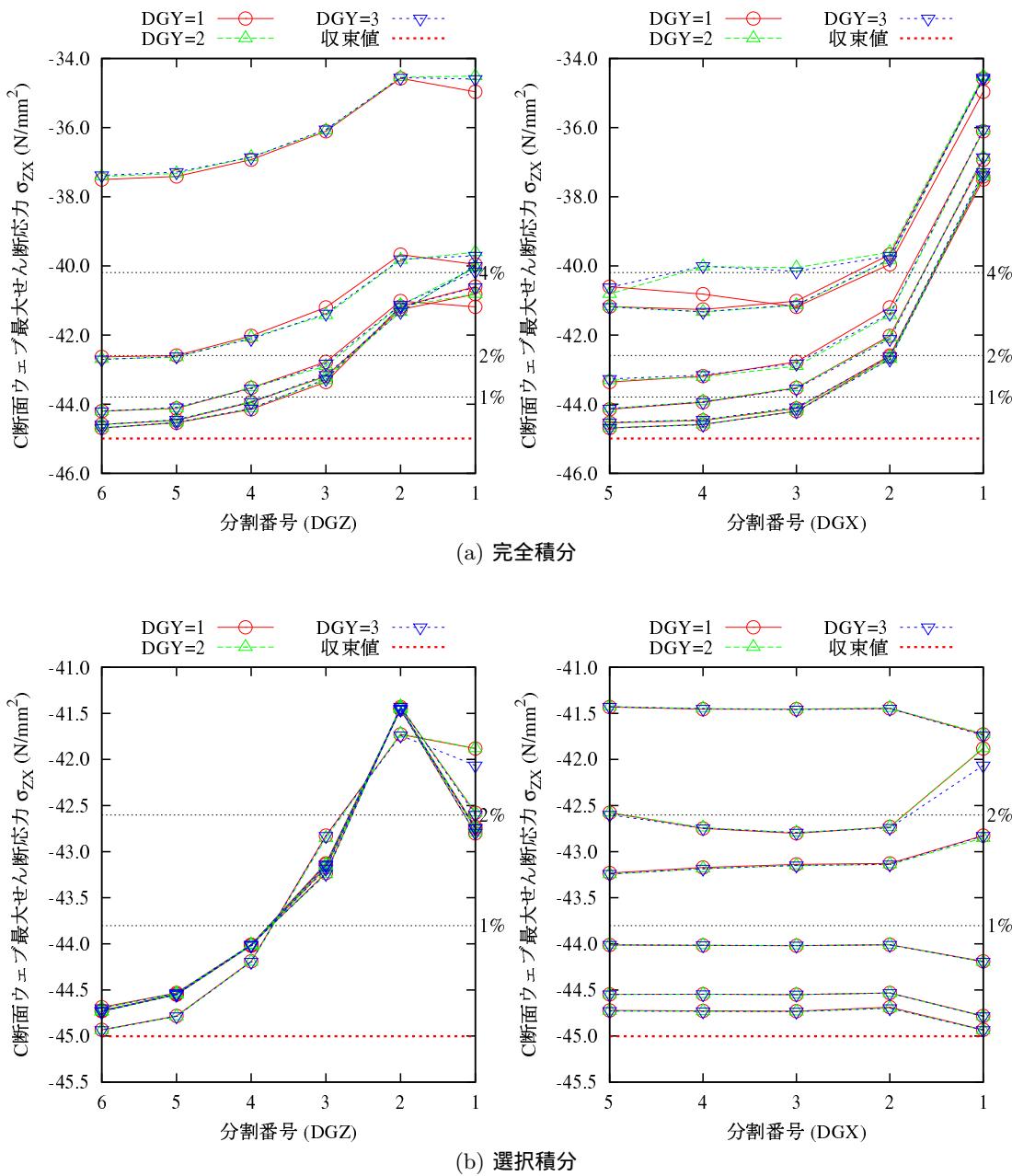


図 1A.1.51 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.1.52 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.48	-5.64	-6.66	-6.36	-5.40		-5.31	-6.02	-6.08	-6.03	-5.89
2	0.92	-2.67	-3.78	-3.84	-3.34		-1.83	-2.58	-2.73	-2.75	-2.79
3	1.03	-2.43	-3.56	-3.66	-3.22		-1.63	-2.41	-2.54	-2.39	-2.18
4	1.51	-1.66	-2.70	-2.81	-2.61		-1.10	-1.66	-1.80	-1.80	-1.79
5	1.83	-1.17	-2.09	-2.06	-1.87		-0.64	-1.19	-1.25	-1.16	-1.04
6	2.03	-0.88	-1.67	-1.41	-0.96		-0.36	-0.91	-0.93	-0.69	-0.41

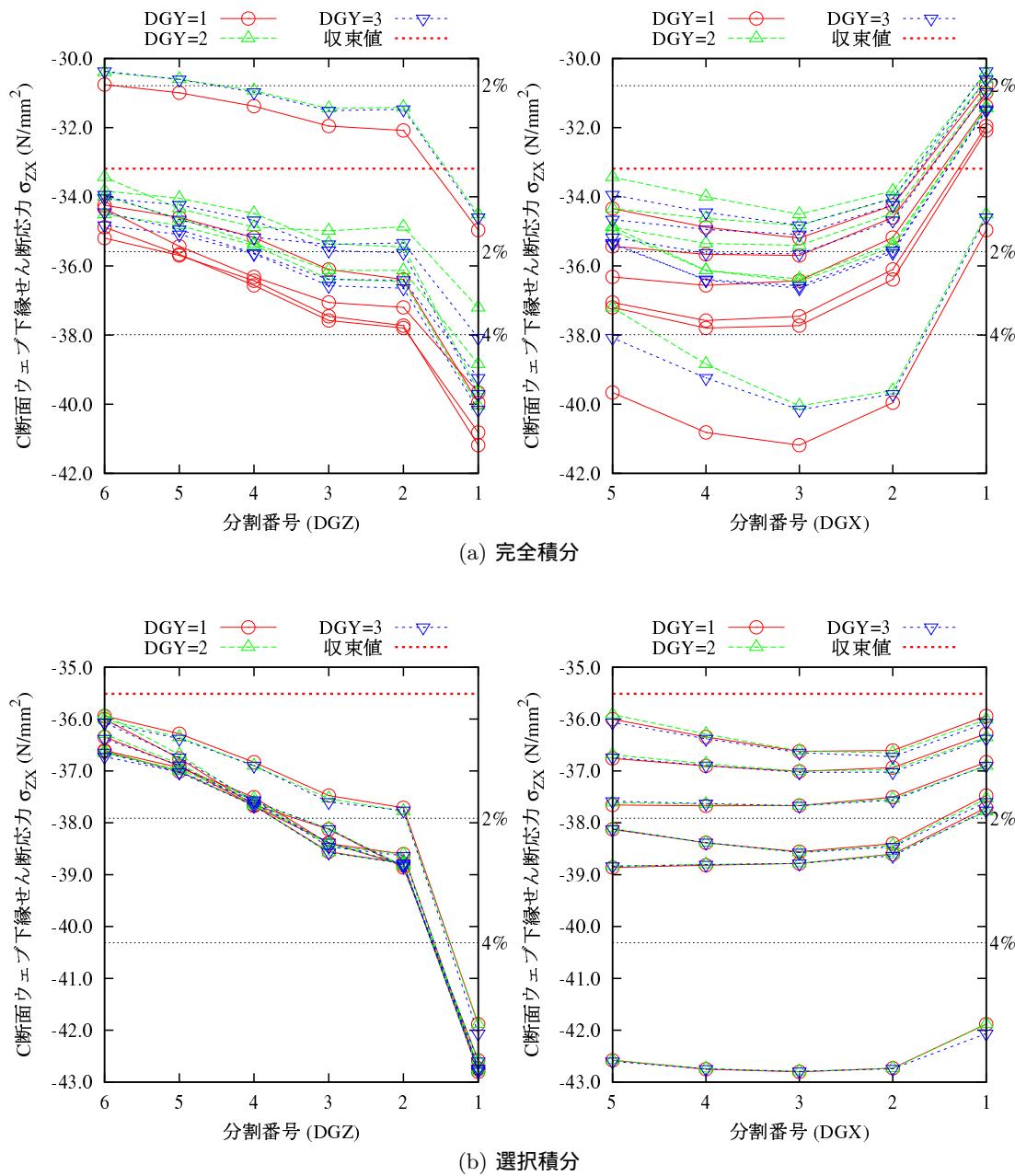


図 1A.1.52 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.53 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.22	-0.39	-1.70	-2.00	-2.07		-3.20	-2.43	-2.30	-2.26	-2.28
2	0.40	0.32	-0.83	-1.08	-1.15		-2.62	-1.61	-1.31	-1.29	-1.29
3	0.51	0.26	-0.87	-1.13	-1.19		-2.15	-1.49	-1.43	-1.39	-1.36
4	1.11	0.68	-0.30	-0.58	-0.64		-1.50	-0.91	-0.80	-0.77	-0.76
5	1.41	0.90	0.05	-0.28	-0.35		-0.99	-0.53	-0.48	-0.44	-0.42
6	1.58	0.99	0.26	-0.11	-0.19		-0.69	-0.33	-0.31	-0.29	-0.24

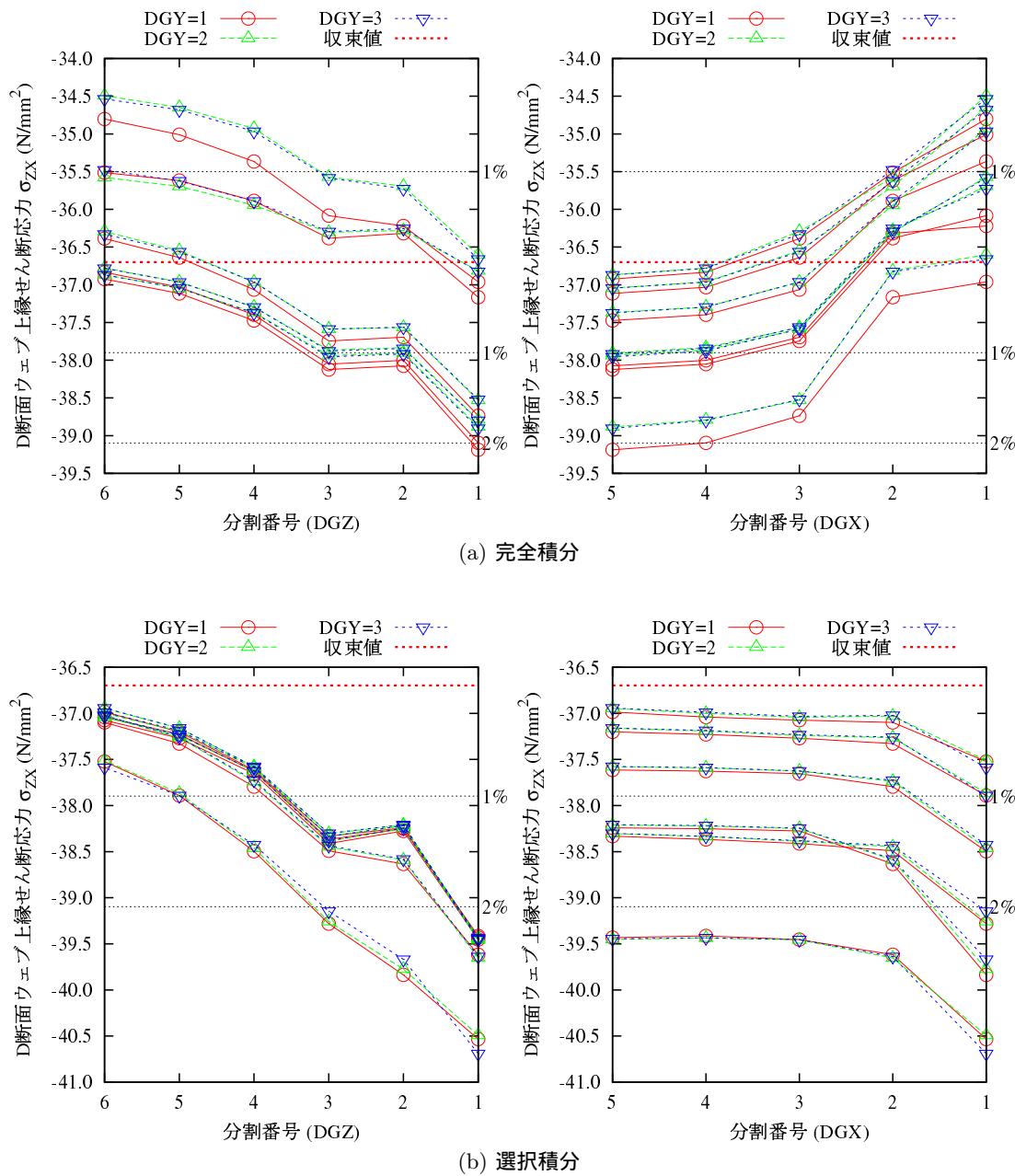


図 1A.1.53 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.54 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	5.49	4.27	2.61	2.26	2.17		3.44	2.05	1.98	1.96	1.96
2	5.09	4.48	3.09	2.80	2.72		2.47	2.91	2.89	2.90	2.90
3	4.15	3.54	2.18	1.76	1.66		2.24	1.85	1.78	1.77	1.77
4	2.92	2.40	1.12	0.74	0.64		0.51	0.78	0.77	0.77	0.77
5	2.41	2.00	0.70	0.33	0.24		-0.06	0.27	0.30	0.30	0.30
6	2.32	1.86	0.61	0.24	0.14		-0.20	0.14	0.18	0.18	0.18

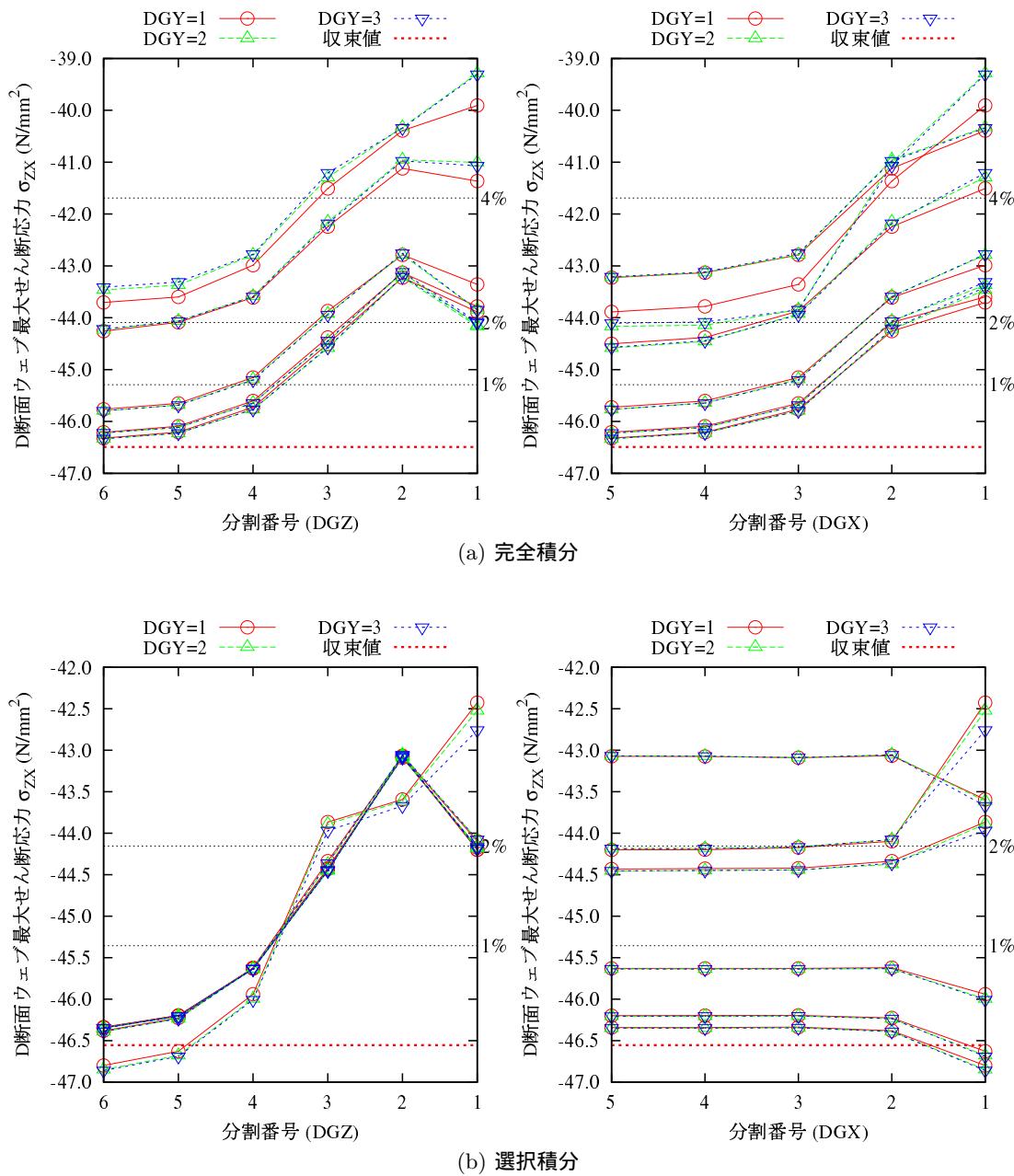


図 1A.1.54 D 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.1.55 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-2.06	-3.28	-4.94	-5.29	-5.38		-4.19	-5.59	-5.65	-5.67	-5.67
2	2.12	0.20	-1.10	-1.42	-1.49		0.58	-1.72	-1.81	-1.88	-1.89
3	2.10	0.16	-1.10	-1.44	-1.51		0.59	-1.65	-1.77	-1.82	-1.82
4	2.89	0.81	-0.32	-0.67	-0.74		0.89	-0.91	-0.88	-0.95	-0.95
5	3.23	1.10	0.12	-0.27	-0.34		1.05	-0.37	-0.43	-0.48	-0.47
6	3.37	1.21	0.37	-0.06	-0.14		1.14	-0.06	-0.22	-0.25	-0.23

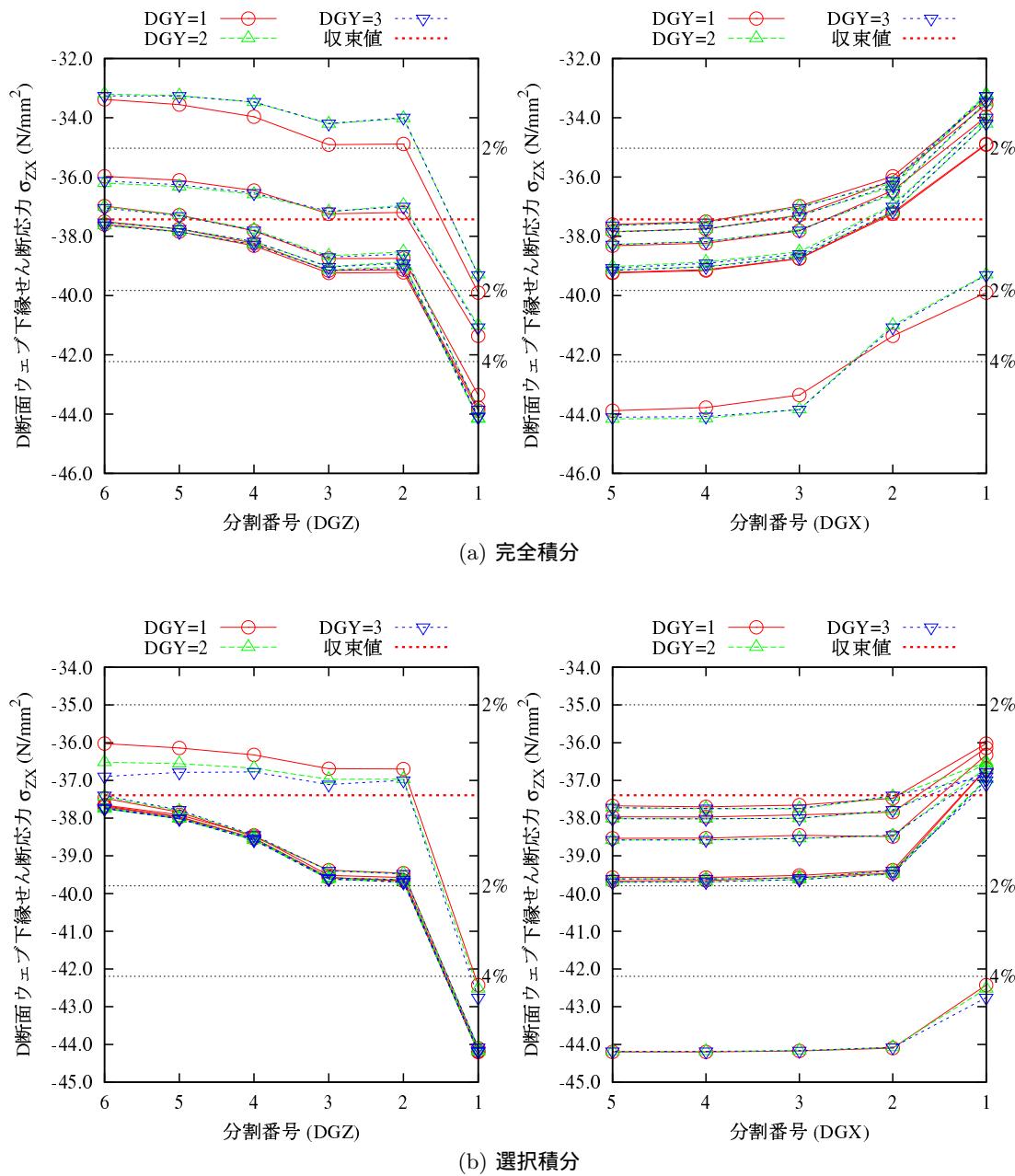
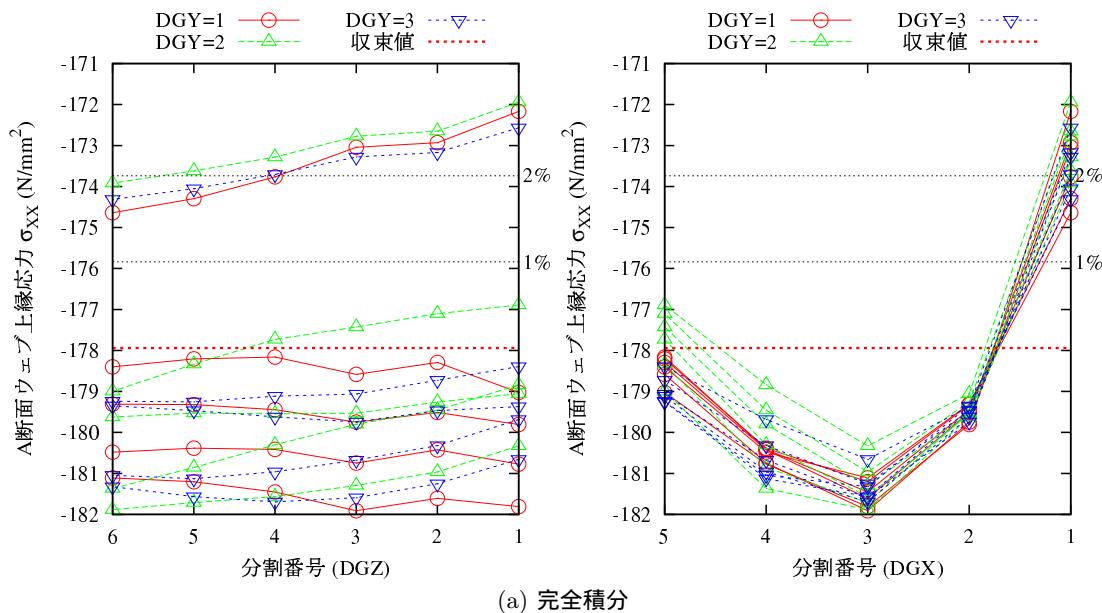


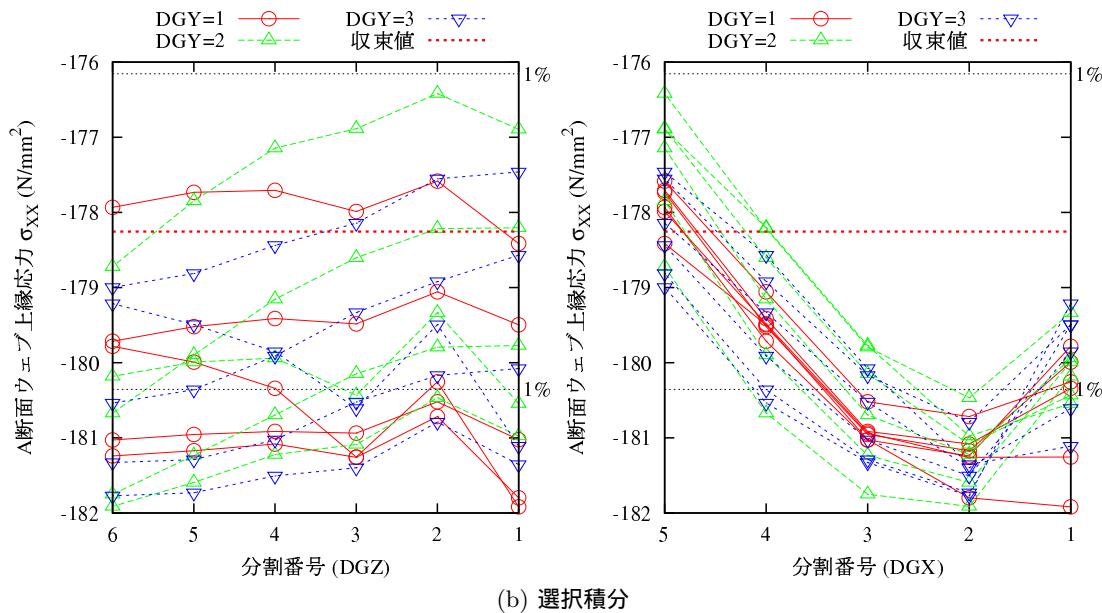
図 1A.1.55 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.1.56 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.75	-0.89	-1.84	-1.35	-0.52		-1.74	-1.69	-1.32	-0.59	-0.08
2	2.39	-0.75	-1.75	-1.18	-0.17		-0.95	-1.17	-1.08	-0.38	0.32
3	2.33	-0.86	-1.89	-1.34	-0.31		-1.43	-1.43	-1.28	-0.58	0.13
4	1.99	-0.72	-1.67	-1.18	-0.11		-0.99	-1.35	-1.27	-0.55	0.26
5	1.73	-0.66	-1.55	-1.16	-0.13		-0.83	-1.39	-1.29	-0.60	0.25
6	1.57	-0.65	-1.51	-1.21	-0.22		-0.73	-1.42	-1.32	-0.69	0.15



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.1.56 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.57 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.15	1.14	-0.45	-0.75	-0.84		-0.91	-0.85	-0.90	-0.92	-0.91
2	3.66	1.69	0.14	-0.21	-0.31		-0.42	-0.33	-0.36	-0.40	-0.40
3	3.51	1.45	-0.06	-0.40	-0.50		-0.45	-0.52	-0.56	-0.60	-0.60
4	3.81	1.70	0.17	-0.16	-0.26		-0.24	-0.30	-0.30	-0.33	-0.33
5	4.00	1.86	0.29	-0.03	-0.13		-0.06	-0.16	-0.13	-0.16	-0.17
6	4.09	1.94	0.34	0.03	-0.07		0.03	-0.08	-0.04	-0.05	-0.07

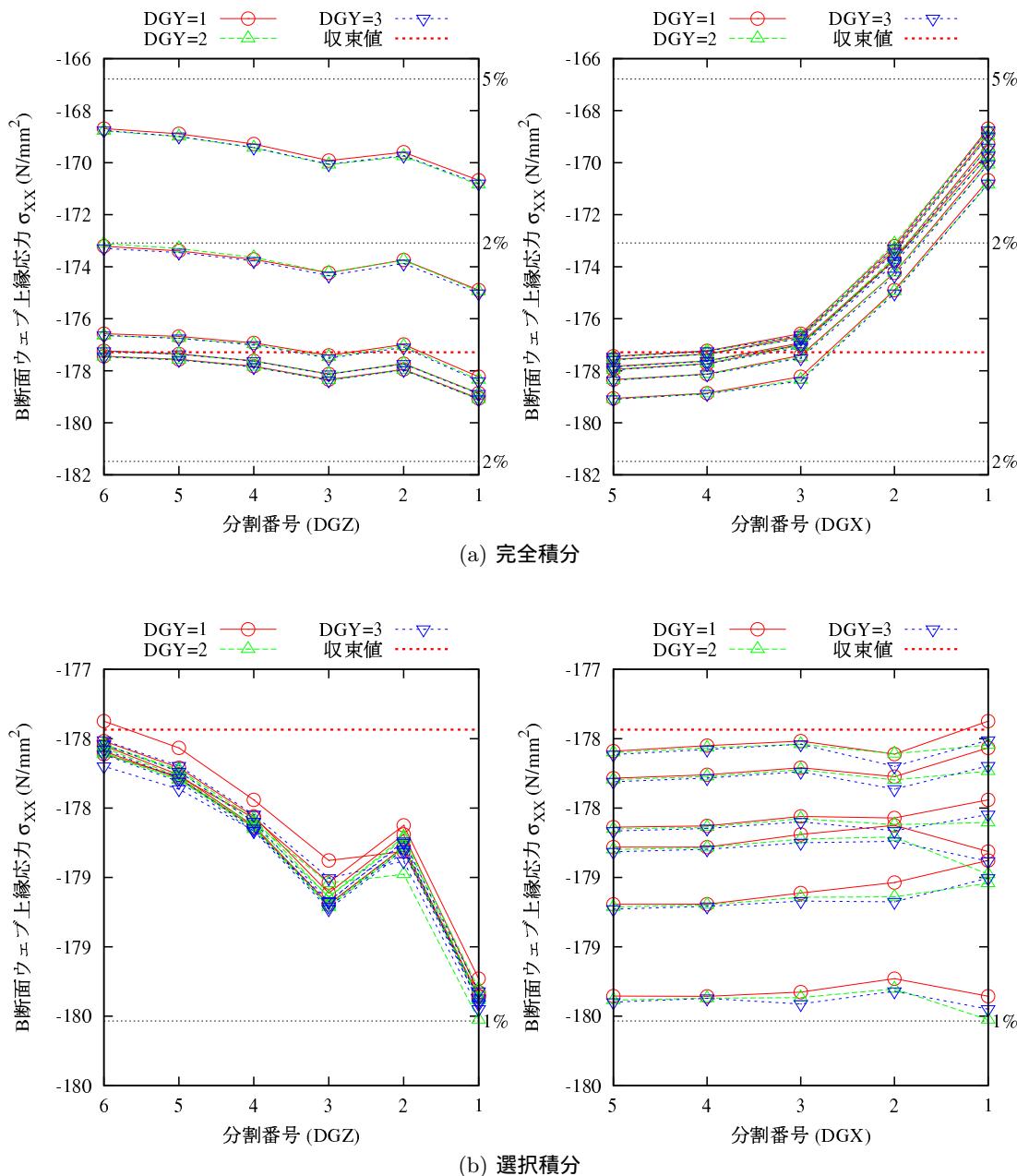
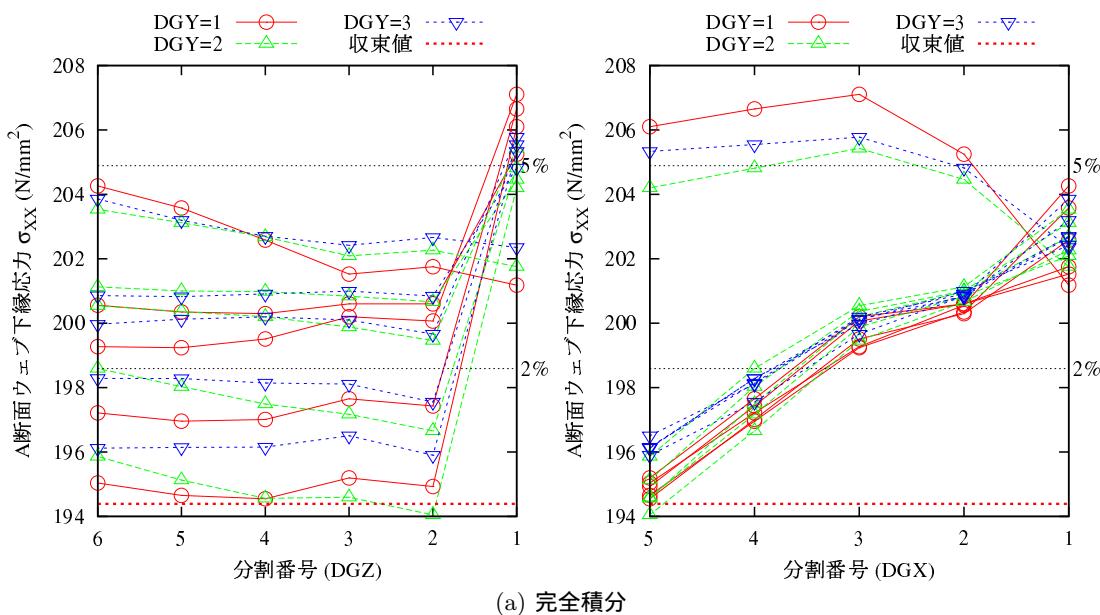


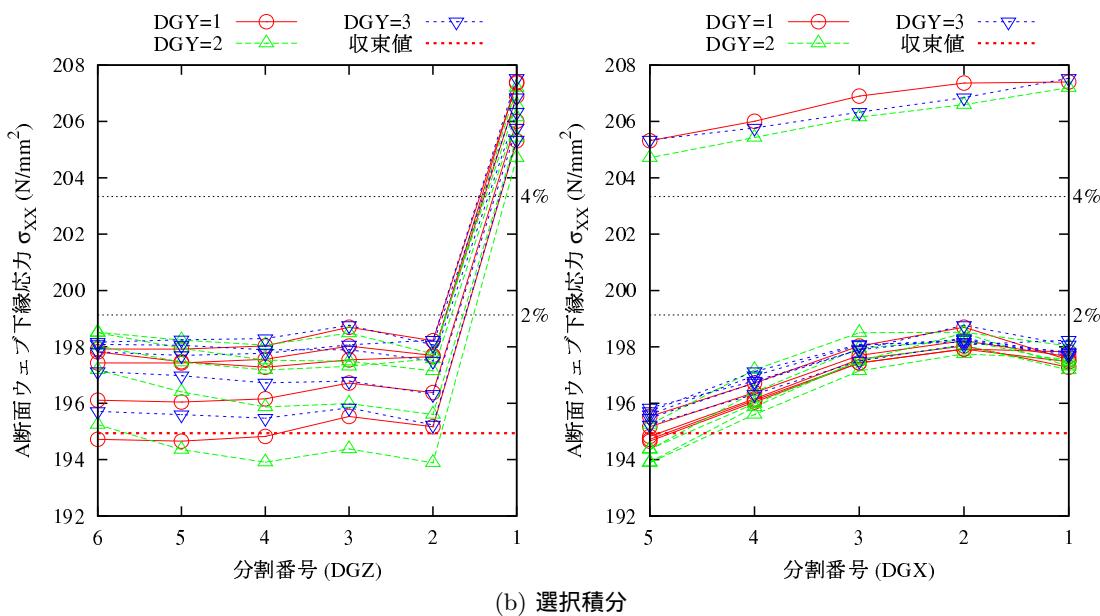
図 1A.1.57 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.58 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.23	5.17	6.06	5.84	5.58		5.94	5.92	5.70	5.27	4.94
2	3.51	2.96	2.70	1.45	0.26		1.29	1.56	1.32	0.69	0.11
3	3.40	2.96	2.77	1.55	0.38		1.24	1.79	1.47	0.85	0.28
4	3.90	2.81	2.44	1.25	0.08		1.11	1.47	1.25	0.58	-0.05
5	4.37	2.84	2.31	1.22	0.13		1.21	1.42	1.19	0.53	-0.13
6	4.70	2.94	2.32	1.35	0.31		1.37	1.42	1.19	0.56	-0.10



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.1.58 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.59 各要素分割での応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.33	3.98	5.52	5.93	6.05		5.98	5.90	5.99	5.99	6.00
2	-3.92	-1.83	0.21	0.72	0.85		1.25	0.77	0.87	0.90	0.90
3	-3.75	-1.59	0.35	0.86	1.00		1.51	0.89	1.01	1.05	1.05
4	-4.31	-2.15	-0.15	0.37	0.50		1.05	0.42	0.50	0.55	0.55
5	-4.64	-2.46	-0.40	0.11	0.24		0.78	0.15	0.22	0.27	0.28
6	-4.82	-2.64	-0.52	-0.02	0.11		0.62	0.02	0.08	0.12	0.13

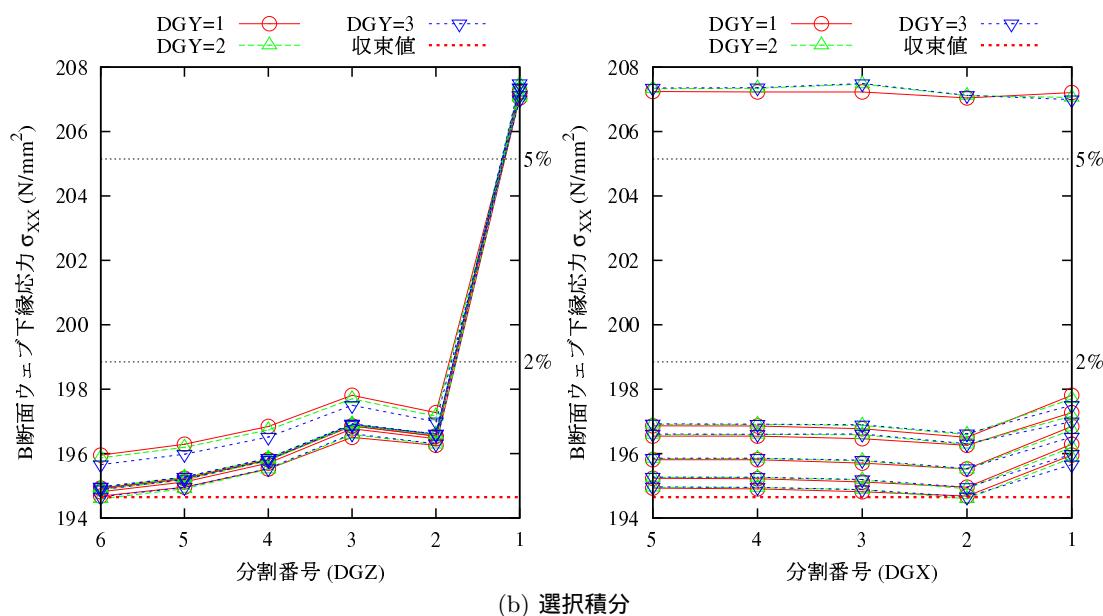
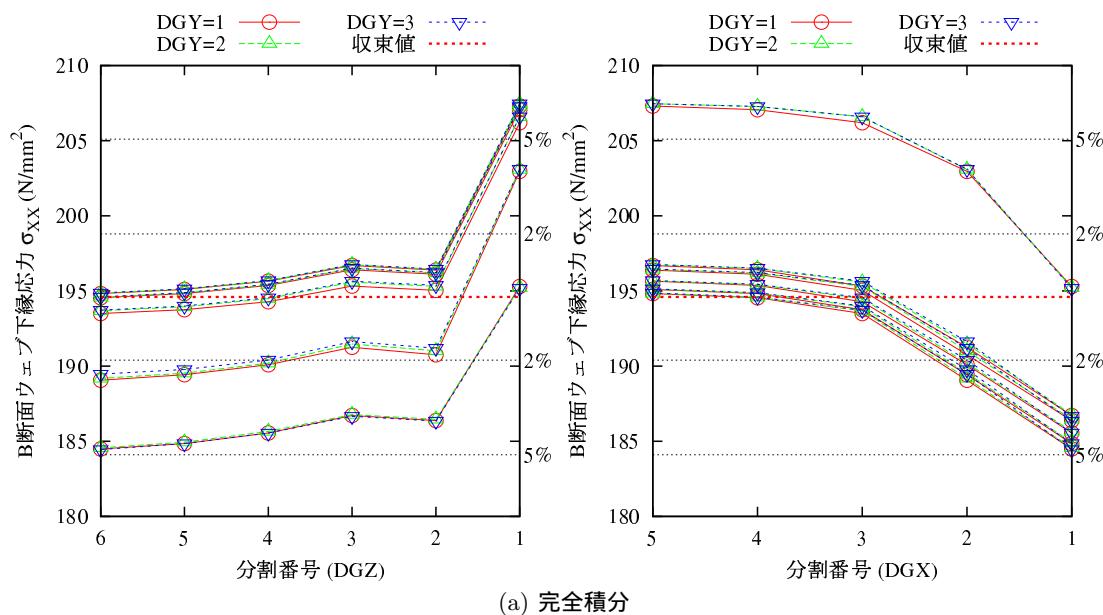
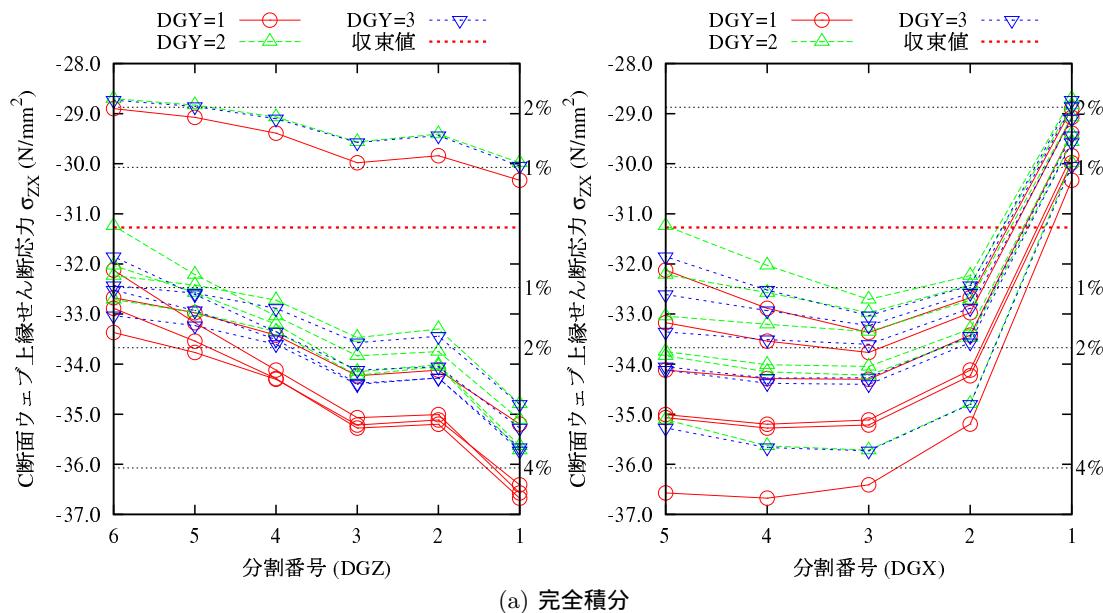


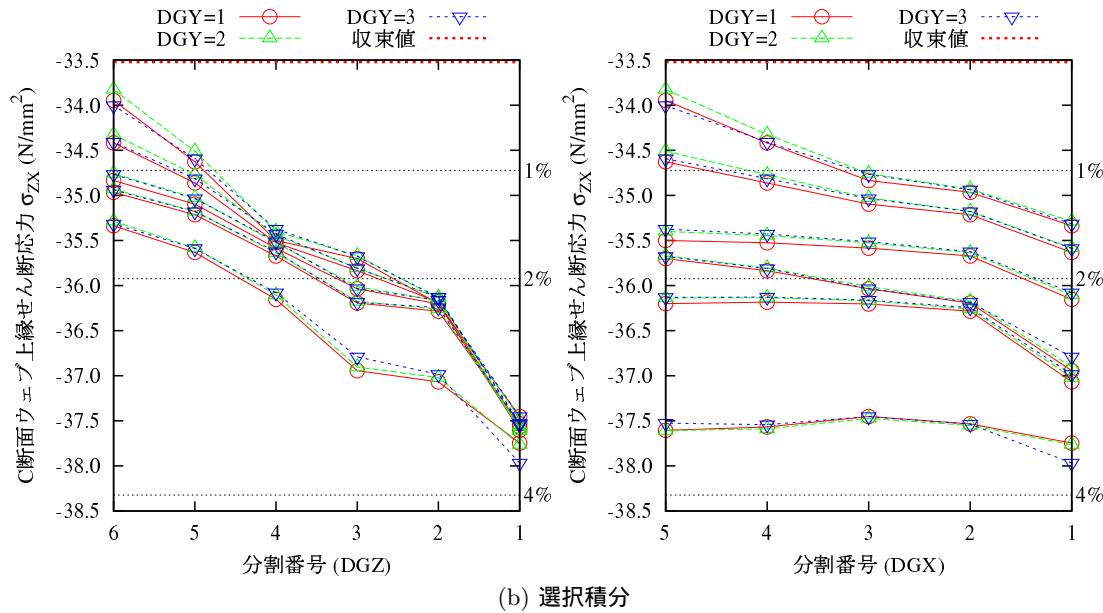
図 1A.1.59 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF2)

表 1A.1.60 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.79	-3.27	-4.28	-4.50	-4.42		-3.52	-3.34	-3.27	-3.37	-3.40
2	1.20	-2.37	-3.20	-3.27	-3.11		-2.95	-2.30	-2.23	-2.22	-2.23
3	1.08	-2.46	-3.28	-3.33	-3.16		-2.85	-2.23	-2.09	-1.93	-1.81
4	1.57	-1.79	-2.52	-2.51	-2.37		-2.19	-1.79	-1.72	-1.67	-1.65
5	1.83	-1.42	-2.08	-1.89	-1.58		-1.76	-1.41	-1.31	-1.12	-0.92
6	1.98	-1.17	-1.75	-1.34	-0.71		-1.51	-1.20	-1.09	-0.75	-0.35



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.1.60 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.61 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	8.17	4.11	3.12	3.40	3.62		2.55	1.83	1.79	1.84	1.98
2	8.51	4.35	3.26	3.06	3.14		2.67	2.92	2.91	2.91	2.93
3	7.25	3.08	1.80	1.46	1.32		1.76	1.53	1.52	1.49	1.44
4	6.57	2.42	1.20	0.86	0.69		0.65	0.82	0.81	0.81	0.82
5	6.17	1.95	0.71	0.43	0.37		0.16	0.39	0.38	0.38	0.38
6	6.10	1.92	0.65	0.33	0.25		0.04	0.26	0.23	0.23	0.23

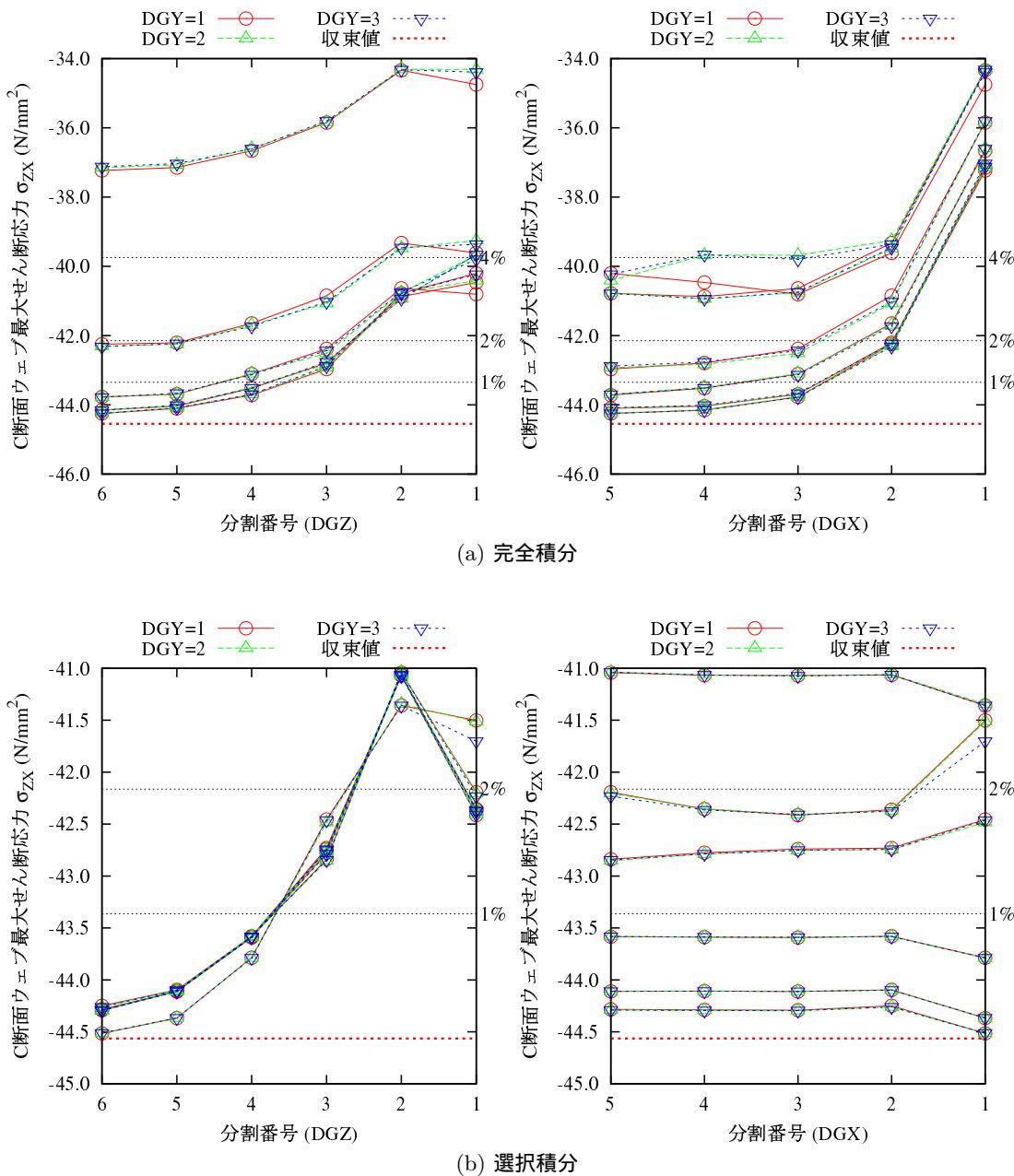


図 1A.1.61 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF2)

表 1A.1.62 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.63	-5.68	-6.67	-6.39	-5.54		-5.17	-5.88	-5.93	-5.88	-5.74
2	0.72	-2.80	-3.87	-3.88	-3.35		-1.73	-2.52	-2.68	-2.70	-2.74
3	0.82	-2.56	-3.64	-3.69	-3.21		-1.53	-2.34	-2.48	-2.33	-2.11
4	1.26	-1.81	-2.82	-2.88	-2.58		-0.99	-1.59	-1.76	-1.76	-1.75
5	1.55	-1.35	-2.24	-2.18	-1.88		-0.54	-1.09	-1.22	-1.13	-1.00
6	1.73	-1.06	-1.84	-1.57	-1.05		-0.26	-0.79	-0.91	-0.68	-0.38

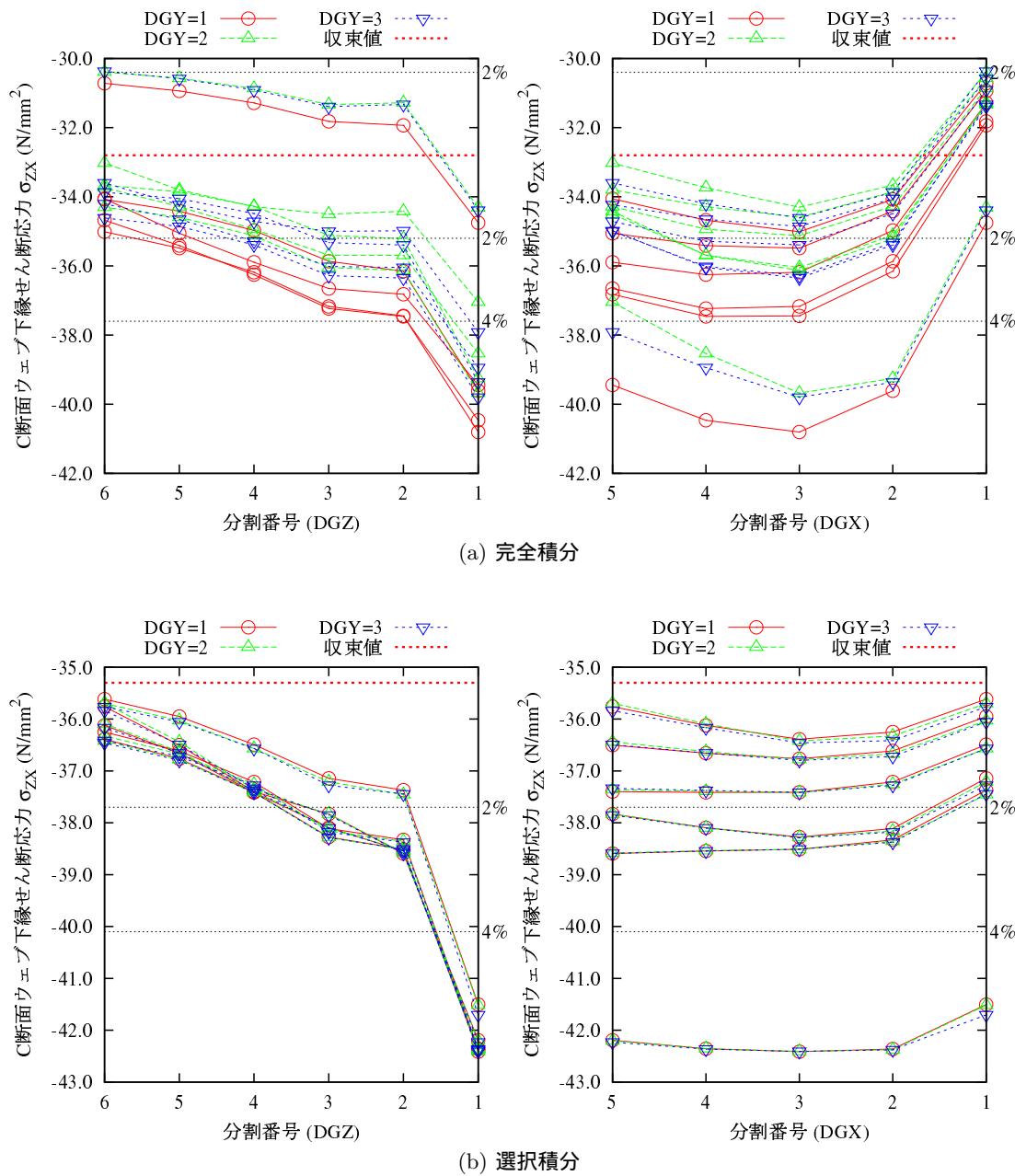


図 1A.1.62 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.63 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.23	-0.38	-1.67	-1.95	-2.03		-3.20	-2.35	-2.24	-2.23	-2.24
2	0.41	0.30	-0.82	-1.07	-1.13		-2.51	-1.60	-1.31	-1.28	-1.28
3	0.51	0.25	-0.86	-1.11	-1.17		-2.05	-1.48	-1.42	-1.38	-1.35
4	1.10	0.66	-0.30	-0.58	-0.64		-1.41	-0.90	-0.79	-0.77	-0.76
5	1.40	0.88	0.05	-0.28	-0.34		-0.92	-0.52	-0.47	-0.44	-0.42
6	1.57	0.97	0.26	-0.11	-0.19		-0.66	-0.33	-0.31	-0.29	-0.24

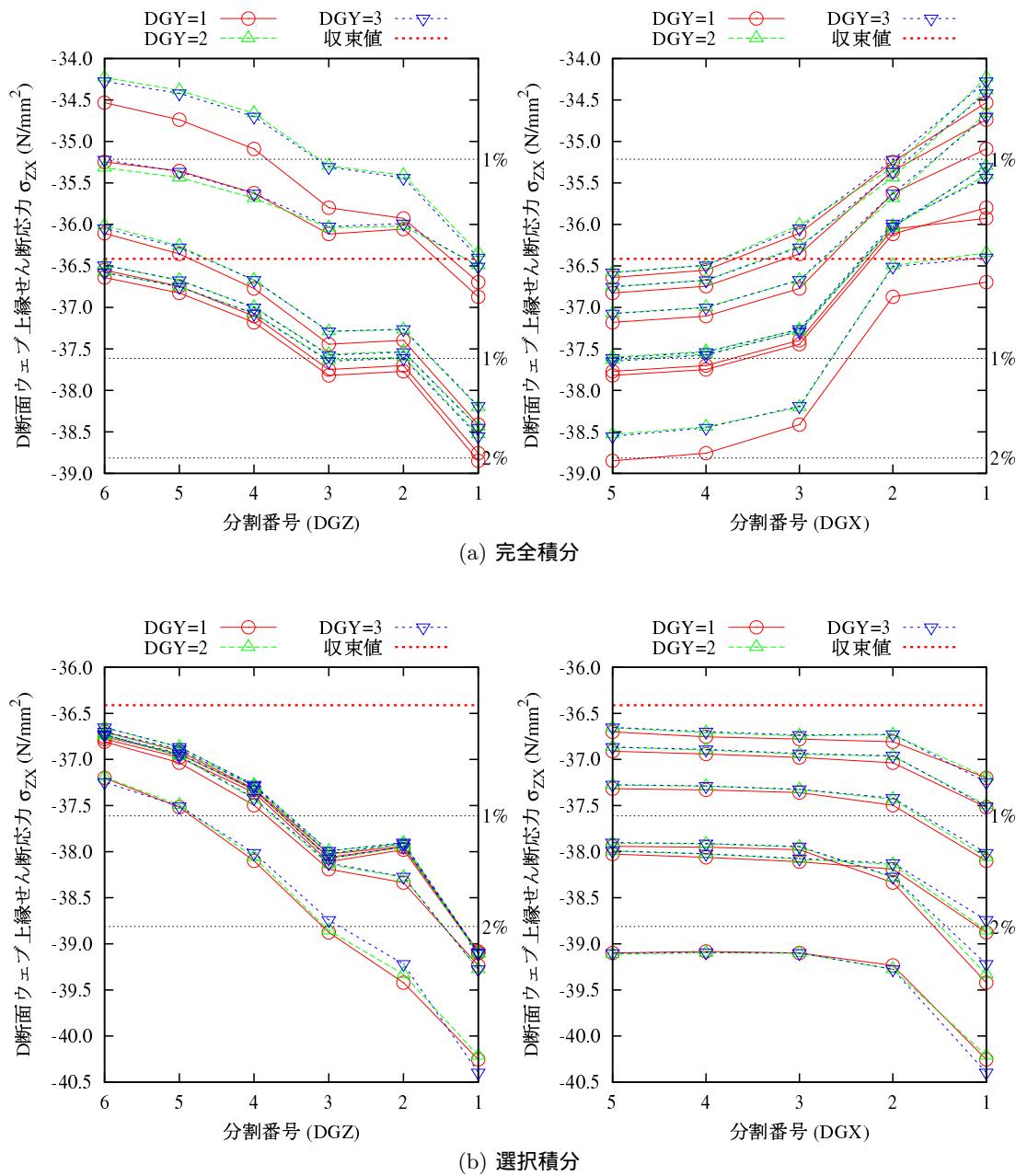


図 1A.1.63 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF2)

表 1A.1.64 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	5.33	4.16	2.56	2.21	2.12		3.41	1.99	1.94	1.92	1.92
2	4.99	4.40	3.03	2.76	2.68		2.44	2.83	2.83	2.84	2.84
3	4.02	3.46	2.14	1.73	1.63		2.22	1.82	1.74	1.73	1.73
4	2.84	2.35	1.09	0.73	0.63		0.47	0.75	0.75	0.75	0.75
5	2.34	1.95	0.68	0.33	0.24		-0.09	0.25	0.29	0.28	0.28
6	2.26	1.82	0.59	0.23	0.14		-0.23	0.12	0.17	0.17	0.17

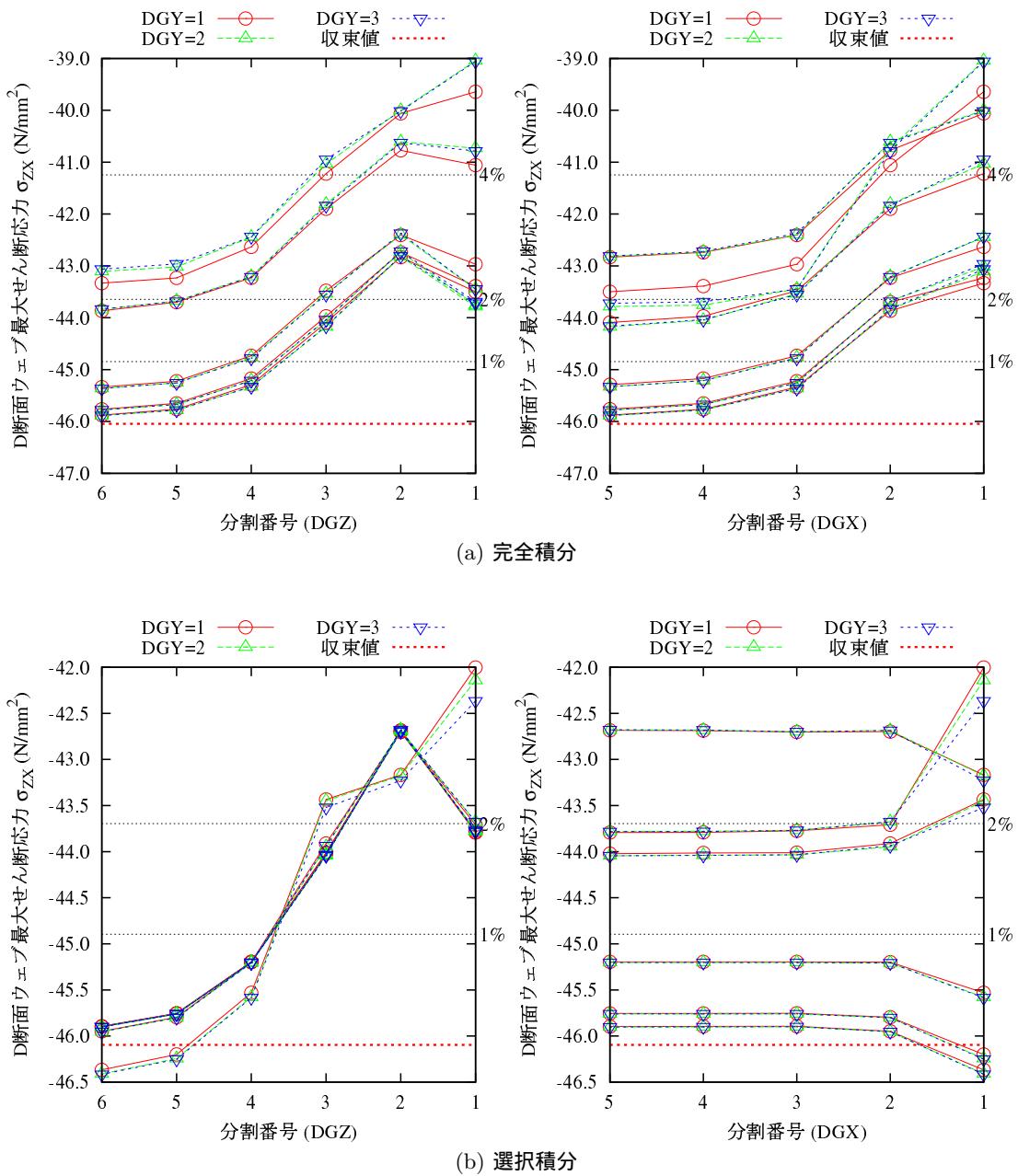
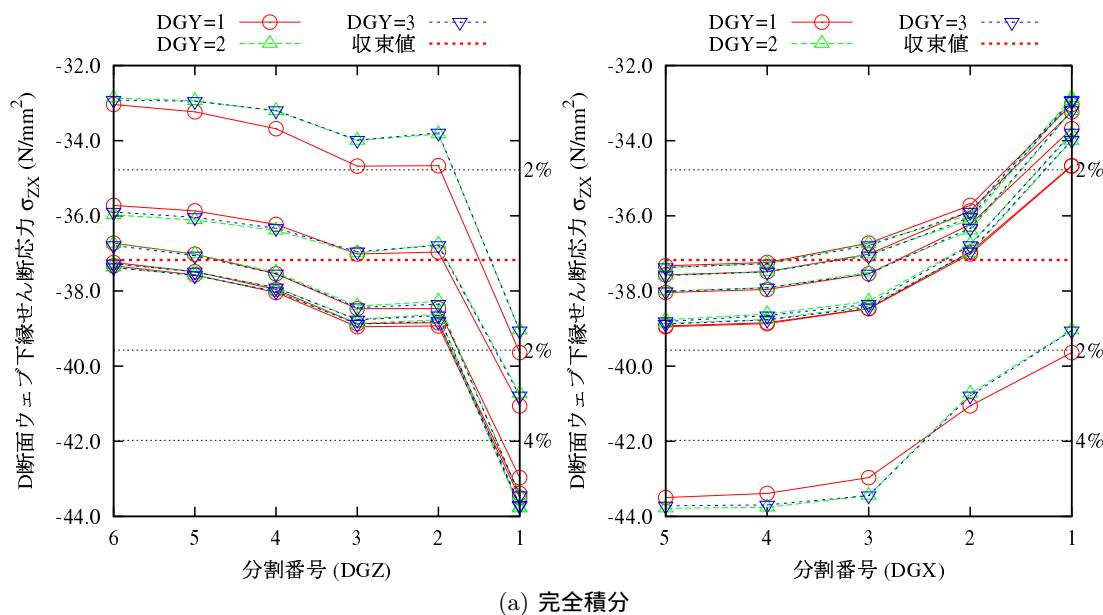


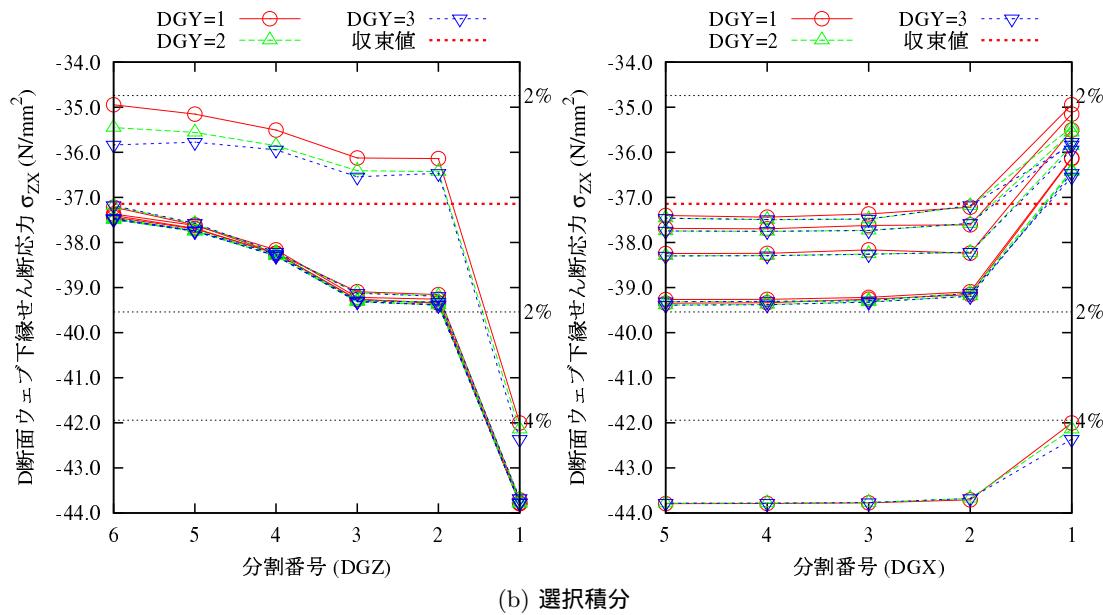
図 1A.1.64 D 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF2)

表 1A.1.65 各要素分割でのせん断応力の誤差(%) (DGY1)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-2.05	-3.23	-4.83	-5.18	-5.27		-4.05	-5.47	-5.53	-5.54	-5.54
2	2.09	0.18	-1.08	-1.39	-1.46		0.84	-1.68	-1.76	-1.83	-1.84
3	2.08	0.13	-1.08	-1.41	-1.48		0.85	-1.63	-1.73	-1.77	-1.77
4	2.91	0.79	-0.30	-0.65	-0.72		1.36	-0.91	-0.85	-0.92	-0.92
5	3.29	1.09	0.13	-0.26	-0.33		1.66	-0.39	-0.40	-0.46	-0.45
6	3.45	1.21	0.38	-0.05	-0.13		1.83	-0.06	-0.19	-0.25	-0.22



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.1.65 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF2)

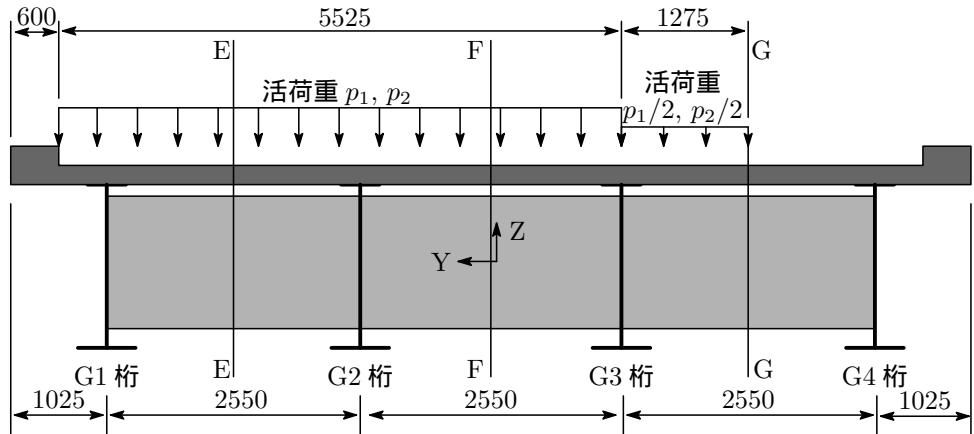


図 1A.2.1 活荷重と荷重分配桁の応力の参照位置

1A.2 鋼橋のモデル化と要素分割

荷重分配横桁の要素分割の違いによる影響を調べるために、主桁、荷重分配横桁、端横桁、床版からなる構造のFEM解析を行い、荷重分配横桁の種々の要素分割でのFEM解析結果を示す。なお、主桁、横桁、床版には、すべて4節点厚肉シェル要素を用いる。床版は、下面が主桁ウェブ上縁と接するように、節点を床版下面にオフセットにより移動する。

図1A.2.1に活荷重の載荷範囲と、分配横桁の応力参照位置を示している。G1桁にとって最も不利な応力状態になるような活荷重を載荷するために、G1桁寄りの5525mmの区間に p_1, p_2 荷重を与え、G3桁とG4桁の中間部までの区間に p_1, p_2 荷重の半分を与えていた。各桁間の中間部のE断面、F断面、G断面のウェブ上下縁の応力とせん断応力、ウェブの最大せん断応力を示す。

表1A.2.1に各要素分割パターンでの要素長を示し、図1A.2.2に分配横桁の各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、分配横桁の桁方向(Y方向)にDLY1からDLY5までの5パターン、桁高さ方向(Z方向)にDLZ1(=DGZ1)からDLZ5(=DGZ5)までの5パターンとしている。上下フランジ幅(X方向)はDLX1とDLX2の2パターンとしている。桁高さ方向の分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる必要がある。また、分配横桁上下フランジと主桁との接続部では、主桁の垂直補剛材の要素分割パターンと適合させるために、主桁垂直補剛材の分割パターン(DGY1からDGY3)により、要素長を変えている。

表1A.2.2に各要素分割パターンでの要素長を示し、図1A.2.5に床版の各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、床版の橋軸方向(X方向)にDSX1(=DGX1)からDSX5(=DGX5)までの5パターン、橋軸直角方向(Y方向)にDSY1(=DEY1)からDSY5(=DEY5)までの5パターンとしている。橋軸方向の要素分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる。また、橋軸直角方向の要素分割パターンは、後述の端横桁の分割パターンと一致させる。

表1A.2.3に各要素分割での要素長を示し、図1A.2.4に端横桁の各要素分割パターン時の要素分割の一例を示している。要素分割パターンは、端横桁の桁方向(Y方向)にDEY1からDEY5までの5パターン、桁高さ方向(Z方向)にDEZ1(=DGZ1)からDEZ5(=DGZ5)までの5パターンとしている。桁高さ方向の分割パターンは主桁の分割パターンと一致させる必要がある。また、端横桁下フランジと主桁との接続部では、主桁の垂直補剛材の要素分割パターンと適合させるために、主桁垂直補剛材の分割パターン(DGY1からDGY3)により、要素長を変えている。

荷重の載荷とFEM解析は、以下のように行う。第1ステップとして図1A.2.5(a)のように、4本の主桁と端横桁を接続した構造モデルに、合成前死荷重を載荷してFEM解析を行う。第2ステップとし

て同図(b)のように、荷重分配横桁と床版を追加して、床版上に合成後死荷重と活荷重を載荷してFEM解析を行う。

分配横桁の要素分割が、主桁と分配横桁のFEM解析結果に与える影響を調べることを目的とし、主桁の要素分割パターンは、橋軸方向はDGX3、フランジの幅方向はDGY2とする。床版の要素分割パターンは、橋軸方向はDSX3(=DGX3)、橋軸直角方向はDSY3とする。端横桁の橋軸直角方向の要素分割パターンはDEY3(=DSY3)とする。これらの部材の鉛直方向の要素分割パターンは、分配横桁の分割パターンに合わせる。

図1A.2.6に主桁と分配横桁の接続部を示す。G1桁の垂直補剛材と分配横桁のウェブを接続している。G2桁と分配横桁の接続では、分配横桁の上下フランジと主桁に接続されているガゼットプレートを一体としている。

表1A.2.4に、分配横桁の種々の要素分割によるFEM解析結果の収束値を示す。また、図1A.2.7から図1A.2.61に各要素分割時の応力とせん断応力を示し、表1A.2.5から表1A.2.59に各要素分割時の応力とせん断応力の誤差を示す。

これらの図と表から以下のことが分かる。

- 分配横桁の桁方向の分割(DLY)はあまり影響せず、鉛直方向の要素分割(DLZ)が分配横桁と主桁の応力とせん断応力に影響を与える。精度の良いFEM解を得るには、鉛直方向の要素分割が必要。
- 分配横桁の接続位置である主桁の断面Aの応力は、他の部位に比べて収束性が悪い。特に、外桁(G1桁、G4桁)と分配横桁の接続部の精度が悪い。

表 1A.2.1 荷重分配横桁の要素長 (mm)

(a) 橋軸直角 (Y) 方向

	G1-G2間 ウェブ			G1-G2間 上下フランジ				
	$\leftarrow G1$ 桁	$G2$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G1$ 桁	$G2$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G1$ 桁	$G2$ 桁 \rightarrow		
DLY1	370	2x795	370	370	2x795	370	110	2x55
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55

DGY1,2 DGY3

	G2-G3間 ウェブ			G2-G3間 上下フランジ						
	$\leftarrow G2$ 桁	$G3$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G2$ 桁	$G3$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G2$ 桁	$G3$ 桁 \rightarrow				
DLY1	370	2x795	370	110	2x55	370	2x795	370	110	2x55
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55

DGY1,2 DGY3

	G3-G4間 ウェブ			G3-G4間 上下フランジ				
	$\leftarrow G3$ 桁	$G4$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G3$ 桁	$G4$ 桁 \rightarrow	$\leftarrow G3$ 桁	$G4$ 桁 \rightarrow		
DLY1	370	2x795	370	110	2x55	370	2x795	370
DLY2	2x185	4x397.5	2x185	110	2x55	2x185	4x397.5	2x185
DLY3	4x92.5	8x198.75	4x92.5	110	2x55	4x92.5	8x198.75	4x92.5
DLY4	8x46.25	16x99.375	8x46.25	110	2x55	8x46.25	16x99.375	8x46.25
DLY5	16x23.125	32x49.6875	16x23.125	110	2x55	16x23.125	32x49.6875	16x23.125

DGY1,2 DGY3

(b) 上下 (Z) 方向

	$\leftarrow Z=-600 \rightarrow Z=680$			
DLZ1	1110		170	
DLZ2	250	860	170	
DLZ3	2x125	2x430	2x85	
DLZ4	4x62.5	4x215	4x42.5	
DLZ5	8x31.25	8x107.5	8x21.25	

DGZ2
DGZ3
DGZ4
DGZ5
DGZ6

(c) 橋軸 (X) 方向

	上下フランジ(幅240mm)		上下フランジ(幅350mm)	
	$\leftarrow X=-120 \rightarrow X=120$	$\leftarrow X=-175 \rightarrow X=175$	$\leftarrow X=-120 \rightarrow X=120$	$\leftarrow X=-175 \rightarrow X=175$
DLX1	2x120		2x175	
DLX2	4x60		4x87.5	

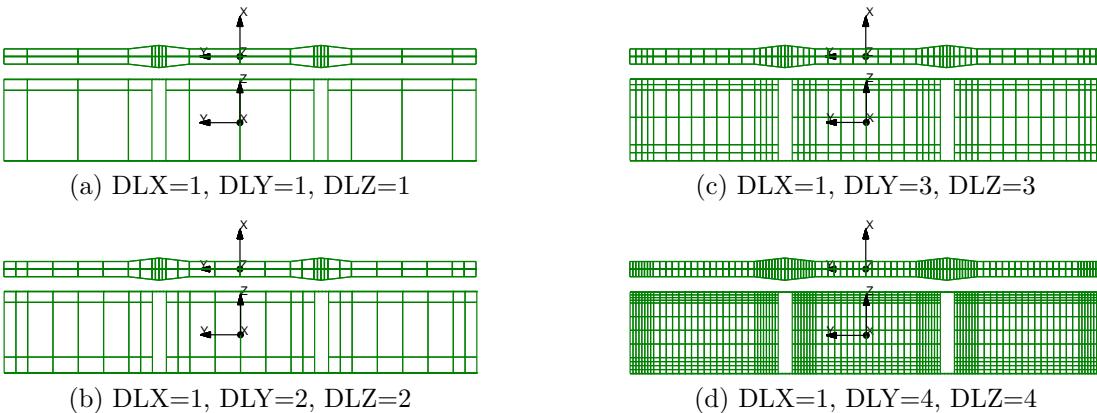
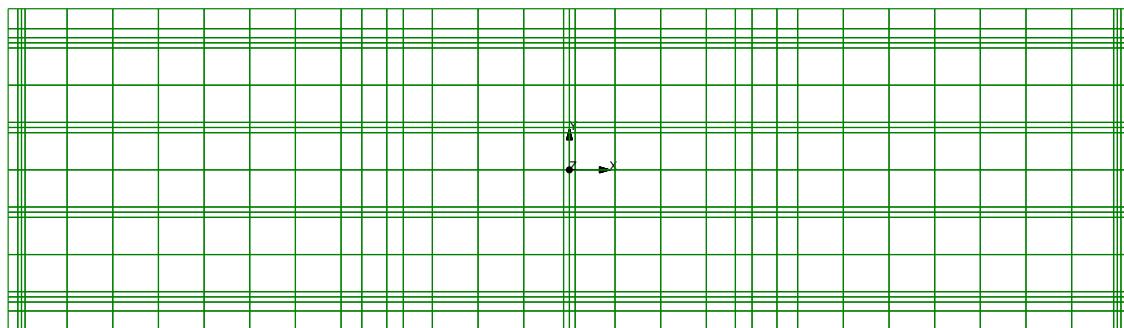


図 1A.2.2 荷重分配横桁の要素分割の一例

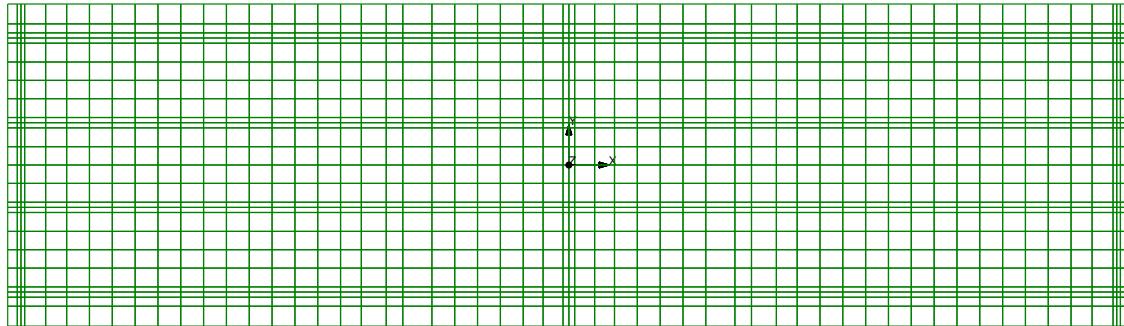
表 1A.2.2 床版の要素長 (mm)

(a) 橋軸 (X) 方向											
記号	$\leftarrow X=-16900 \rightarrow$										
DSX1	290	2x110	1265	6x1375	625	750	500	875	2x1375	1200	175
DSX2	290	2x110	2x632.5	12x687.5	625	750	500	875	4x687.5	2x600	175
DSX3	2x145	4x55	4x316.25	24x343.75	2x312.5	2x375	2x250	2x437.5	8x343.75	4x300	2x87.5
DSX4	4x72.5	8x27.5	8x158.125	48x171.875	4x156.25	4x187.5	4x125	4x218.75	16x171.875	8x150	4x43.75
DSX5	8x36.25	16x13.75	16x79.0625	96x85.9375	8x78.125	8x93.75	8x62.5	8x109.375	32x85.9375	16x75	8x21.875

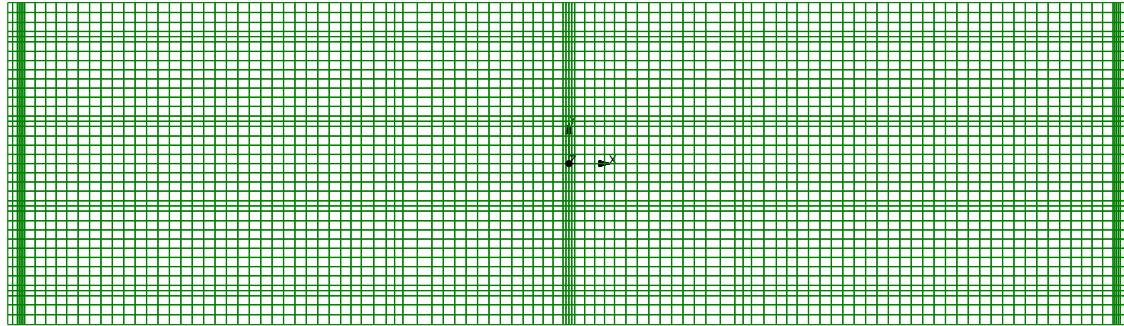
(b) 橋軸直角 (Y) 方向											
記号	$\leftarrow Y=-4850 \rightarrow$										
DSY1	600	270	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	2x1120	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	1120	$\rightarrow Y=0$		
DSY2	600	270	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	567.5	2x552.5	567.5	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	567.5	552.5
DSY3	2x300	270	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	291.25	6x276.25	291.25	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	291.25	3x276.25
DSY4	4x150	2x135	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	153.125	14x138.125	153.125	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	153.125	7x138.125
DSY5	8x75	4x67.5	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	84.0625	30x69.0625	84.0625	2x155	45 2x110 45 45 4x55 45	84.0625	15x69.0625



(a) DSX=1, DSY=1, DGY=1



(b) DSX=2, DSY=2, DGY=1



(c) DSX=1, DSY=1, DGY=2

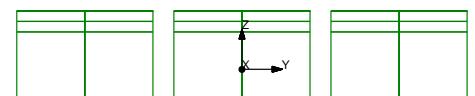
図 1A.2.3 床版の要素分割の一例

表 1A.2.3 端横桁の要素長 (mm)

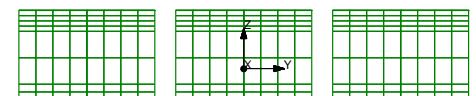
ウェブ、上フランジ				下フランジ			
$\leftarrow Y=-1105 \rightarrow Y=1105$				$\leftarrow Y=-1105 \rightarrow Y=1105$			
DEY1	2x1105	170	110 60 2x55 60	2x1105	170	60 110 60 2x55	
DEY2	4x552.5	170	110 60 2x55 60	4x552.5	170	60 110 60 2x55	
DEY3	8x276.25	170	110 60 2x55 60	8x276.25	170	60 110 60 2x55	
DEY4	16x138.125	170	110 60 2x55 60	16x138.125	170	60 110 60 2x55	
DEY5	32x69.0625	170	110 60 2x55 60	32x69.0625	170	60 110 60 2x55	
		DGY1	DGY2	DGY3	DGY1	DGY2	DGY3

(b) 上下 (Z) 方向

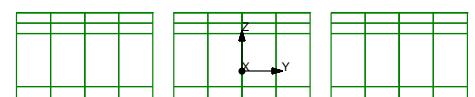
ウェブ、垂直補剛材		
$\leftarrow Z=-600 \rightarrow Z=850$		
DEZ1	1110	2x170
DEZ2	250	860
DEZ3	2x125	2x430 4x85
DEZ4	4x62.5	4x215 8x42.5
DEZ5	8x31.25	8x107.5 16x21.25



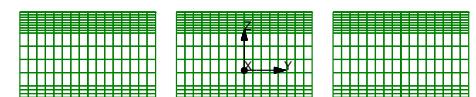
(a) DEY=1, DEZ=1



(c) DEY=3, DEZ=3

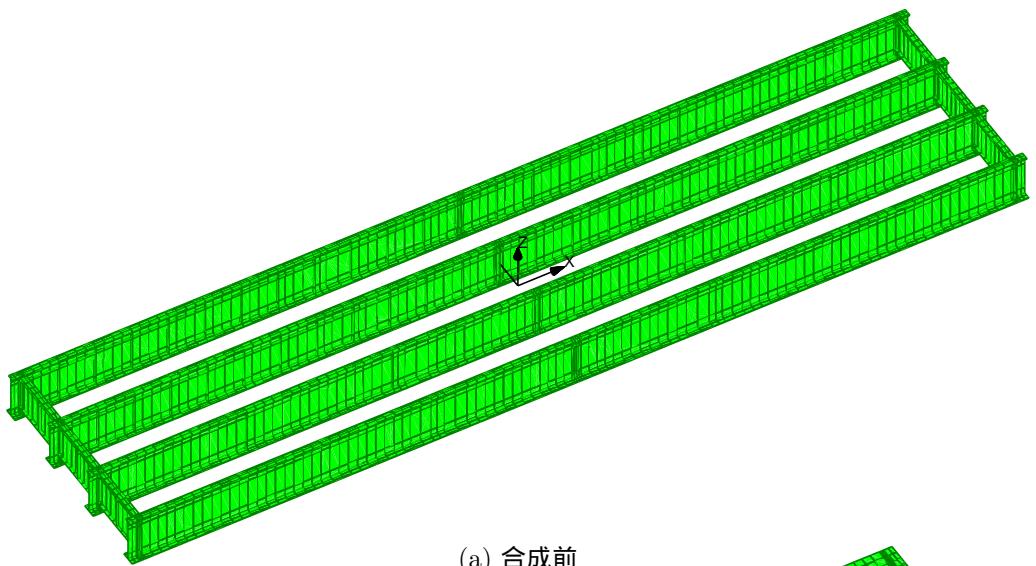


(b) DEY=2, DEZ=2

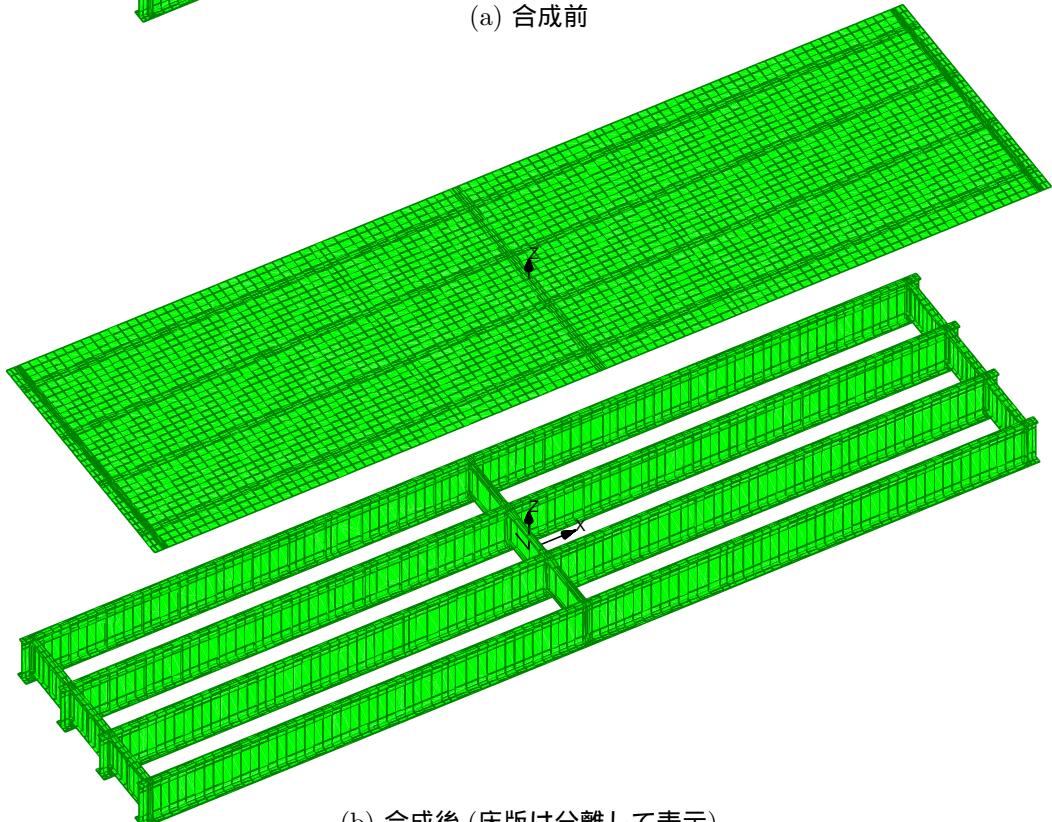


(d) DEY=4, DEZ=4

図 1A.2.4 端横桁の要素分割の一例

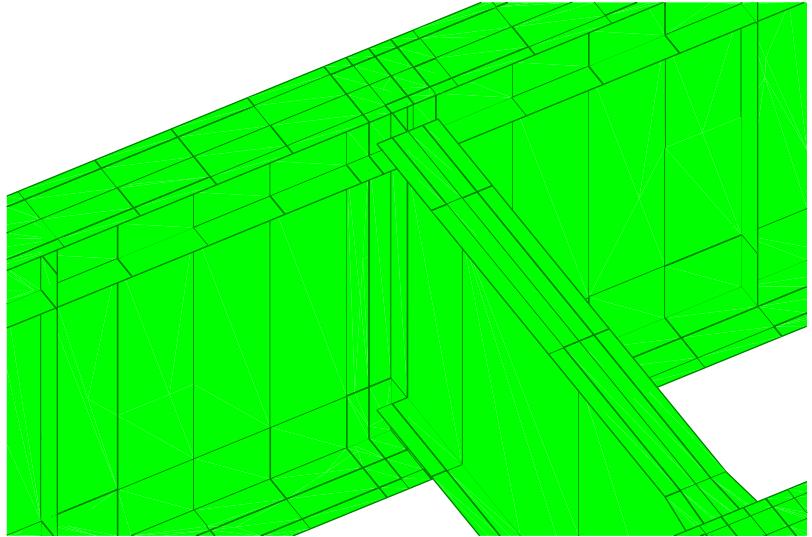


(a) 合成前

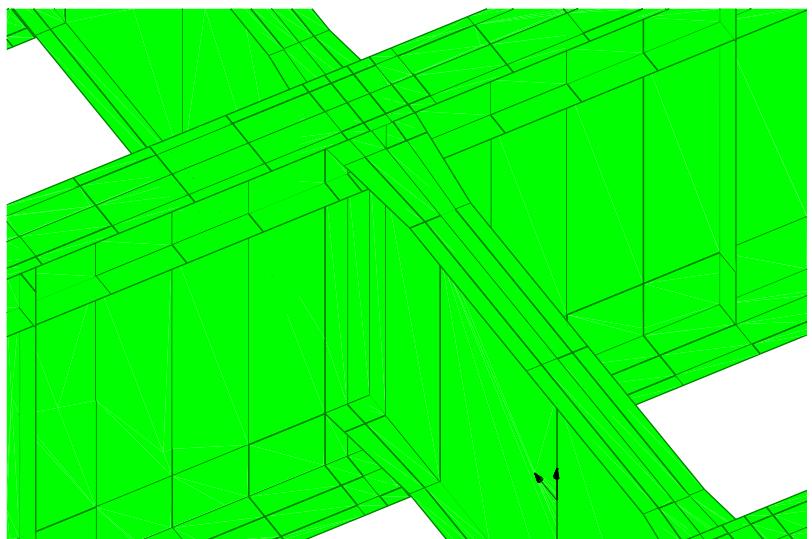


(b) 合成後 (床版は分離して表示)

図 1A.2.5 床版合成前後の要素分割



(a) G1 枠と分配横桁



(b) G2 枠と分配横桁

図 1A.2.6 主枠と分配横枠の接続状況

表 1A.2.4 FEM 解析結果の収束値 (N/mm²)
 (a) 分配横桁

		応力		せん断応力		
		上縁	下縁	上縁	最大	下縁
断面 E	完全積分	-2.98	12.15	-3.86	-7.23	-3.34
	選択積分	-3.69	13.69	-4.33	-8.17	-3.80
断面 F	完全積分	-5.12	20.36	0.95	1.91	0.97
	選択積分	-6.24	22.76	1.17	2.31	1.17
断面 G	完全積分	-2.55	9.04	3.00	5.62	2.61
	選択積分	-3.23	9.94	3.29	6.20	2.90

(b) 主横桁

		断面 A の応力		断面 B 応力		断面 C のせん断応力			断面 D のせん断応力		
		上縁	下縁	上縁	下縁	上縁	中央	下縁	上縁	中央	下縁
G1 桁	完全積分	-159.49	187.70	-176.15	176.59	-31.05	-42.66	-33.17	-33.83	-44.42	-36.02
	選択積分	-157.98	186.58	-176.89	177.75	-32.77	-43.19	-34.97	-34.39	-44.80	-36.68
G2 桁	完全積分	-189.39	188.32	-173.62	173.59	-27.48	-38.66	-29.48	-30.15	-40.39	-32.15
	選択積分	-189.28	187.21	-174.57	174.69	-29.42	-39.48	-31.38	-31.04	-41.11	-33.04
G3 桁	完全積分	-184.79	177.83	-169.77	163.71	-22.50	-33.79	-25.91	-25.09	-35.30	-28.07
	選択積分	-184.35	177.05	-170.69	164.87	-24.15	-34.28	-27.55	-25.80	-35.86	-28.80
G4 桁	完全積分	-155.05	154.78	-165.03	146.87	-16.68	-28.38	-22.54	-19.11	-29.33	-24.04
	選択積分	-154.97	153.73	-165.78	147.77	-17.79	-28.61	-23.80	-19.50	-29.63	-24.52

表 1A.2.5 各要素分割での応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分							(b) 選択積分				
		DGZ							DGX				
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1		3.19	2.82	2.70	2.66	2.65		0.90	1.01	1.04	1.02	1.00	
2		3.22	2.83	2.69	2.65	2.64		1.37	1.19	1.14	1.11	1.09	
3		2.19	1.69	1.51	1.45	1.44		0.68	0.48	0.48	0.44	0.42	
4		1.51	0.94	0.74	0.68	0.66		0.51	0.28	0.26	0.22	0.21	
5		1.21	0.62	0.41	0.34	0.32		0.44	0.22	0.17	0.13	0.11	

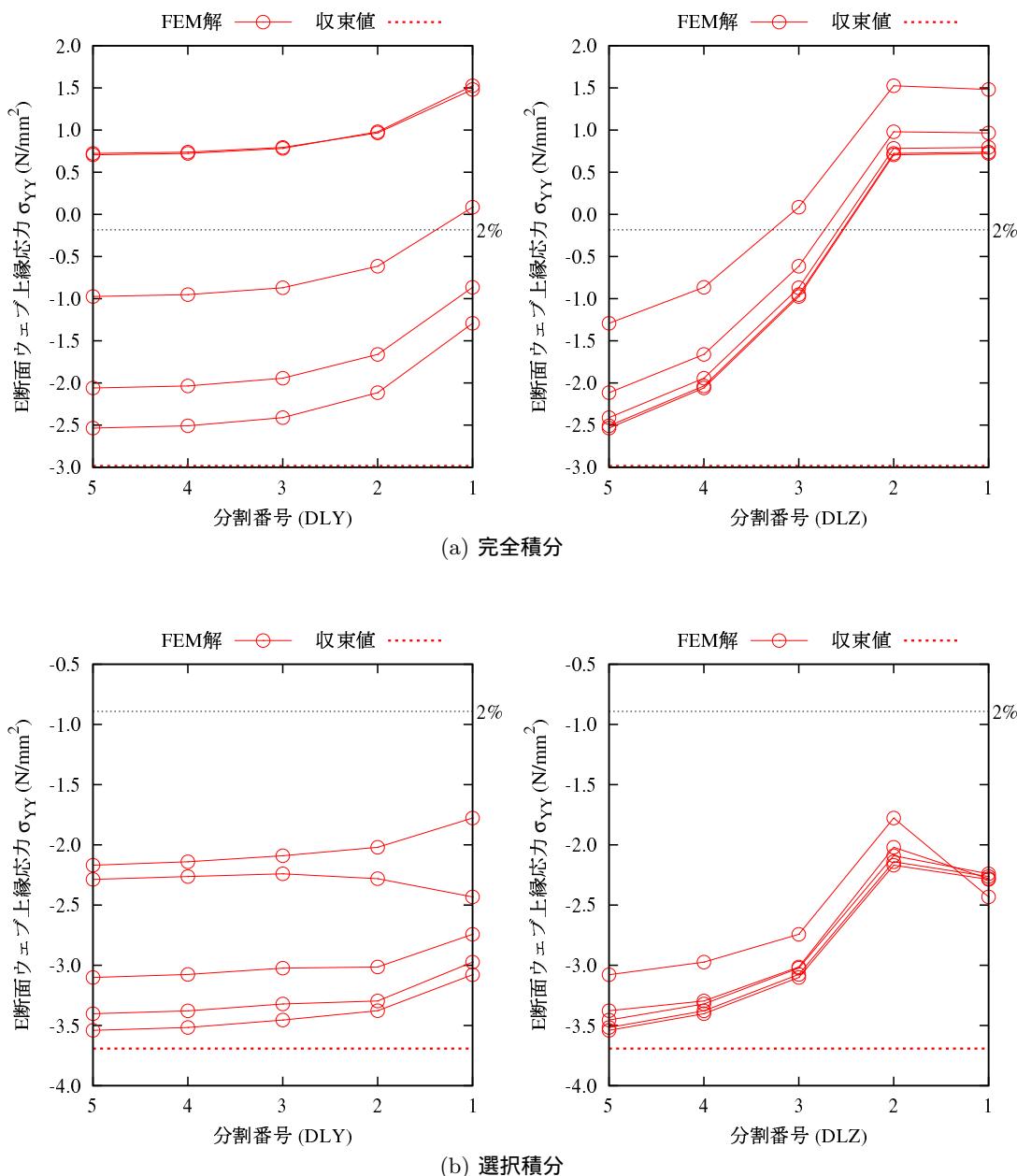


図 1A.2.7 E 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.6 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DLZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.50	-0.49	-0.48	-0.47	-0.47		-0.36	-0.23	-0.27	-0.27	-0.26
2	-0.38	-0.44	-0.50	-0.51	-0.51		-0.12	-0.36	-0.48	-0.48	-0.47
3	-0.16	-0.19	-0.25	-0.27	-0.27		0.22	0.03	-0.09	-0.10	-0.10
4	-0.04	-0.05	-0.11	-0.12	-0.13		0.28	0.08	-0.02	-0.03	-0.03
5	0.02	0.01	-0.04	-0.05	-0.06		0.30	0.08	-0.01	-0.01	-0.01

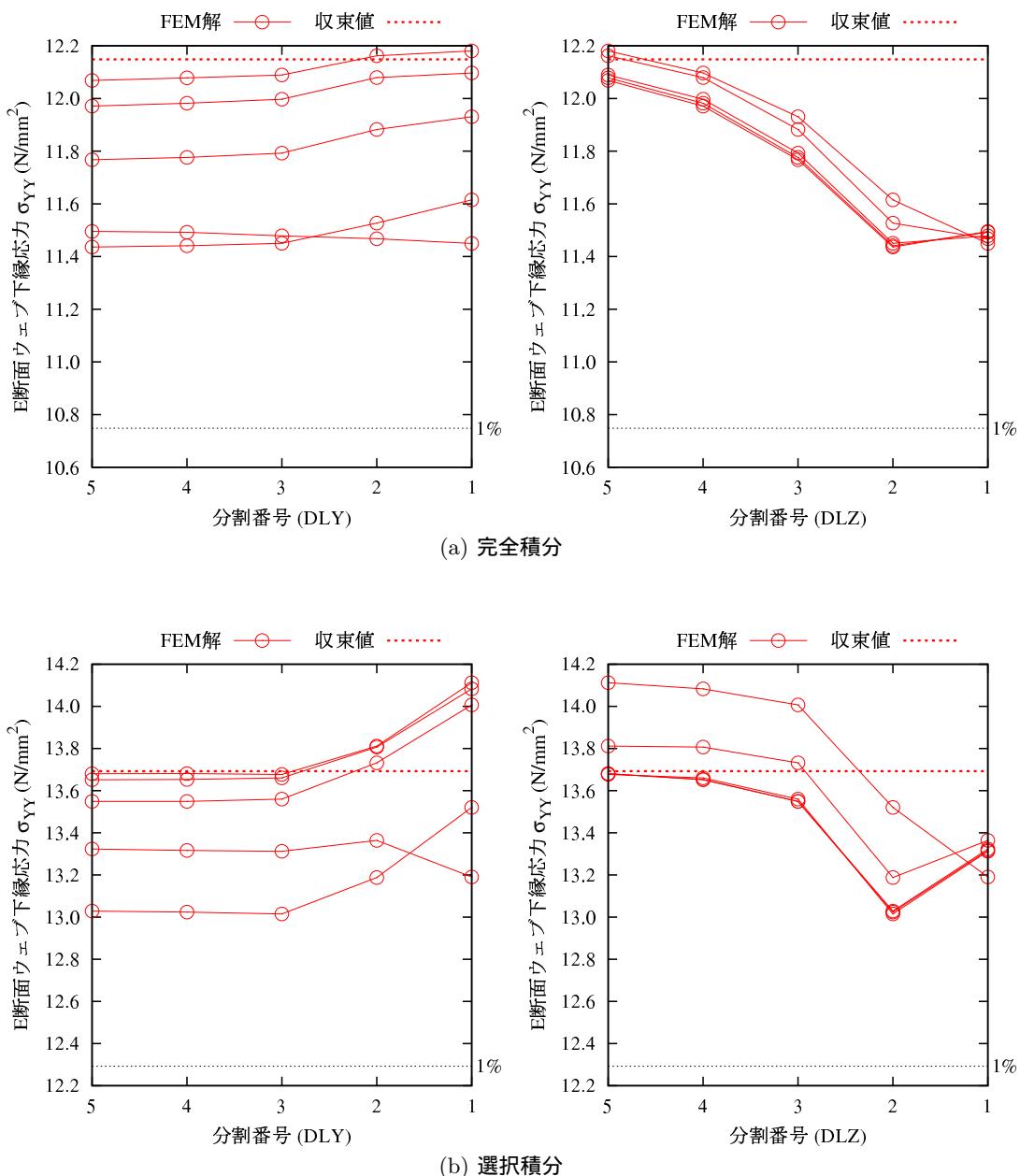


図 1A.2.8 E 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.7 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.16	0.07	-0.31	-0.41	-0.45		-1.24	-0.89	-0.93	-0.93	-0.93
2	0.73	-0.07	-0.41	-0.50	-0.53		-1.44	-0.92	-0.92	-0.94	-0.93
3	-0.07	-0.10	-0.36	-0.43	-0.45		-0.93	-0.63	-0.64	-0.64	-0.64
4	-0.34	-0.01	-0.20	-0.26	-0.27		-0.73	-0.32	-0.37	-0.37	-0.37
5	-0.37	0.06	-0.08	-0.13	-0.15		-0.70	-0.15	-0.20	-0.21	-0.20

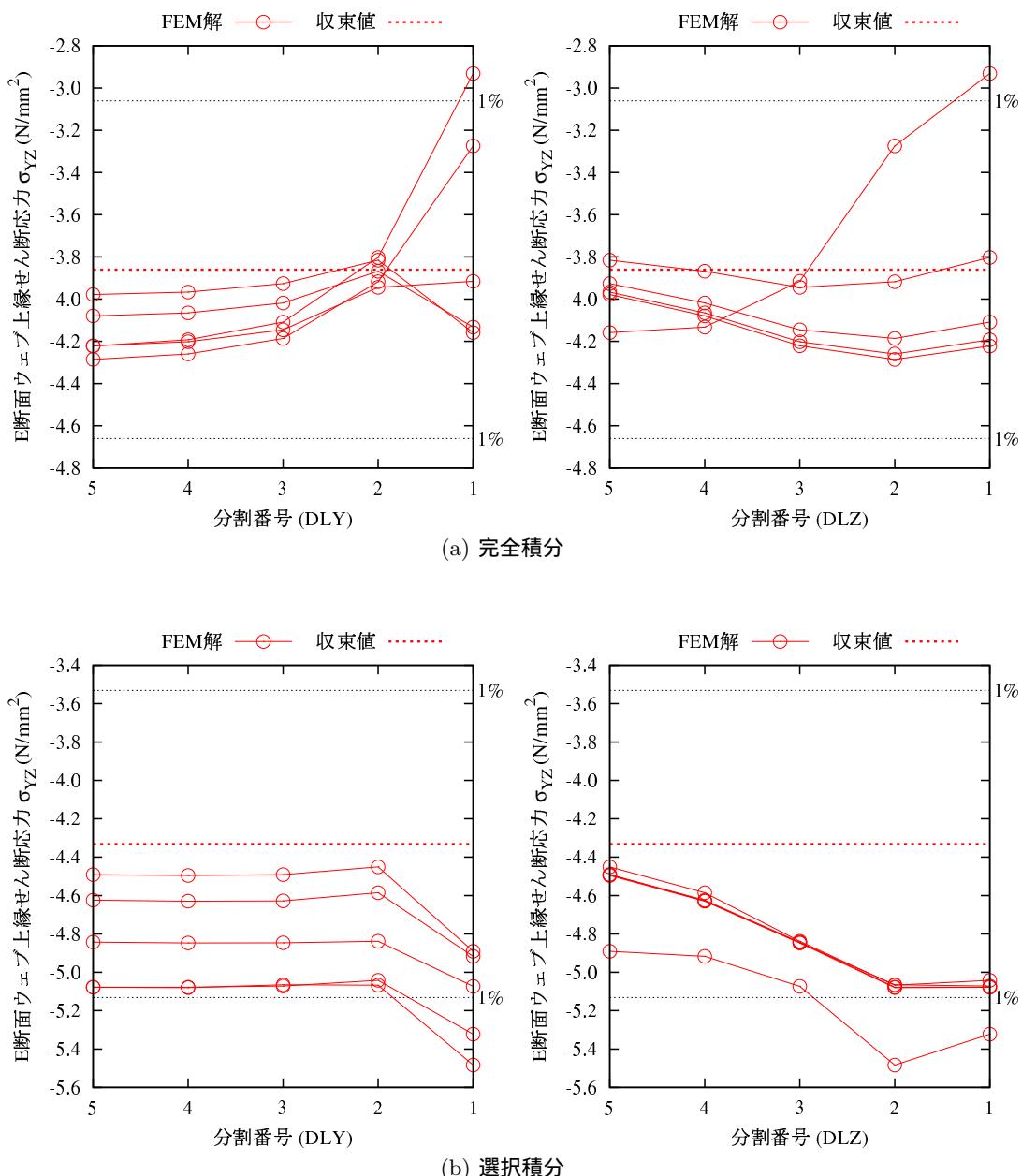


図 1A.2.9 E 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.8 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	3.66	2.27	1.84	1.70	1.66		1.27	1.28	1.33	1.33	1.34
2	3.31	2.57	2.23	2.12	2.07		1.97	2.06	2.09	2.09	2.10
3	2.03	1.05	0.75	0.65	0.61		0.54	0.71	0.76	0.77	0.77
4	1.43	0.55	0.27	0.19	0.16		-0.03	0.11	0.18	0.20	0.20
5	1.20	0.40	0.14	0.07	0.05		-0.37	-0.05	0.03	0.05	0.05

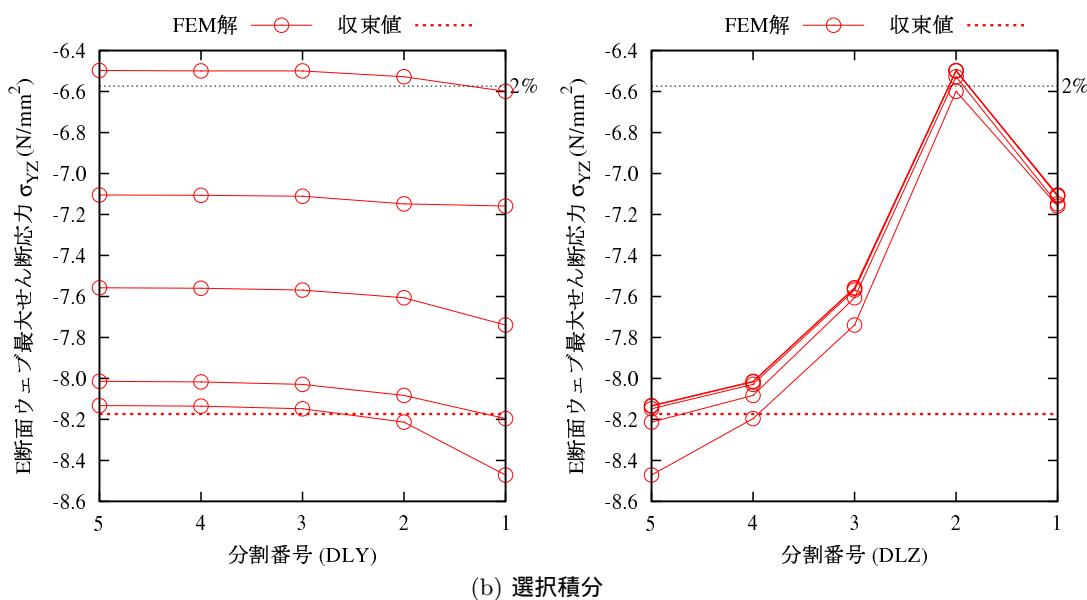
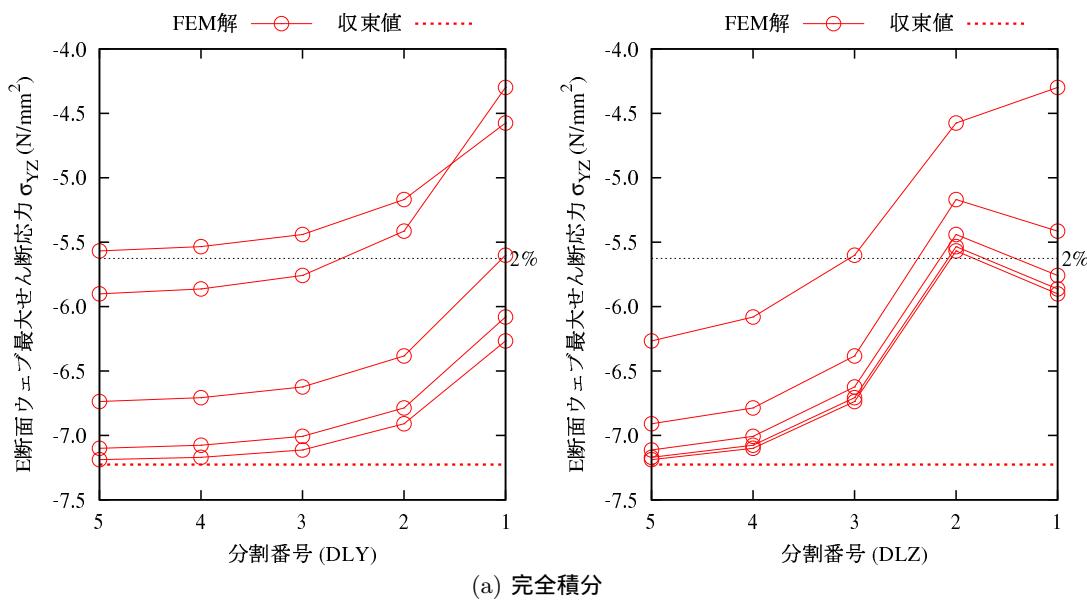


図 1A.2.10 E 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.9 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.19	-2.60	-3.03	-3.16	-3.21		-4.20	-4.19	-4.14	-4.14	-4.13
2	-0.12	-0.90	-1.25	-1.35	-1.38		-1.63	-2.04	-2.01	-2.03	-2.03
3	0.29	-0.30	-0.58	-0.66	-0.69		-0.56	-0.85	-0.90	-0.94	-0.94
4	0.64	-0.00	-0.24	-0.31	-0.33		-0.19	-0.35	-0.41	-0.45	-0.45
5	0.88	0.15	-0.08	-0.14	-0.16		0.03	-0.13	-0.17	-0.22	-0.22

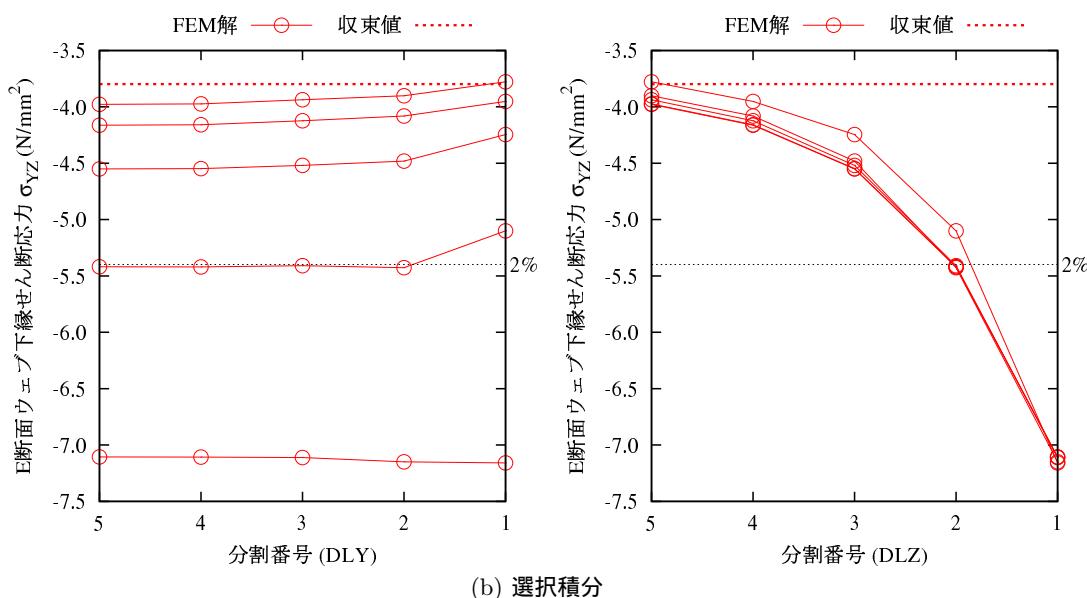
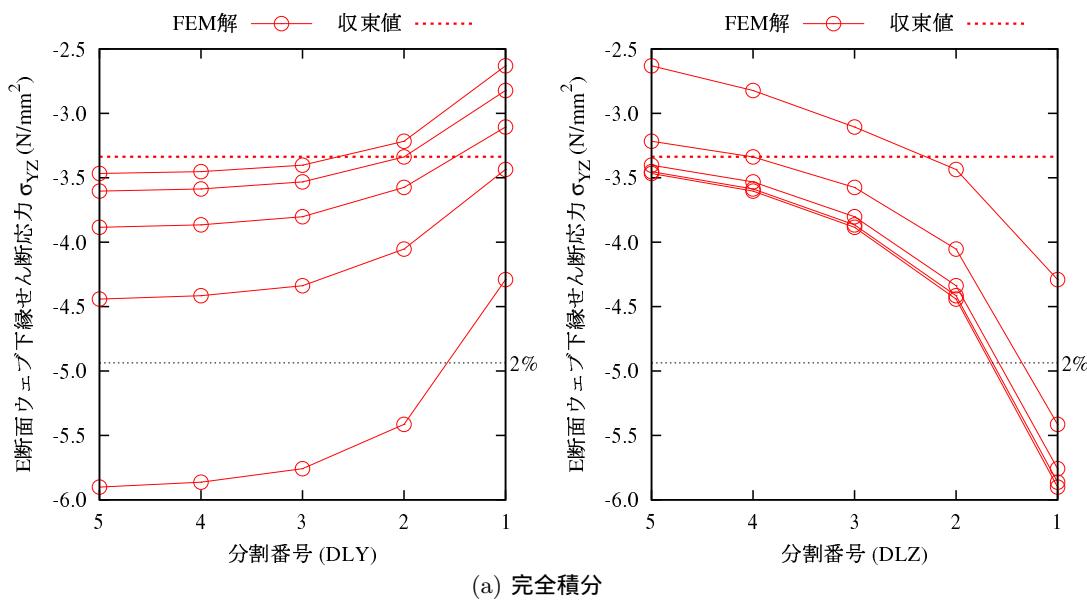


図 1A.2.11 E 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.10 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	DGX						DLZ				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	4.31	3.84	3.73	3.69	3.66		1.80	1.55	1.53	1.54	1.53
2	4.35	3.86	3.73	3.67	3.65		1.69	1.39	1.31	1.30	1.28
3	2.84	2.30	2.13	2.05	2.01		0.58	0.35	0.36	0.35	0.34
4	1.85	1.24	1.05	0.97	0.93		0.44	0.16	0.16	0.15	0.14
5	1.43	0.78	0.59	0.50	0.46		0.42	0.09	0.09	0.08	0.07

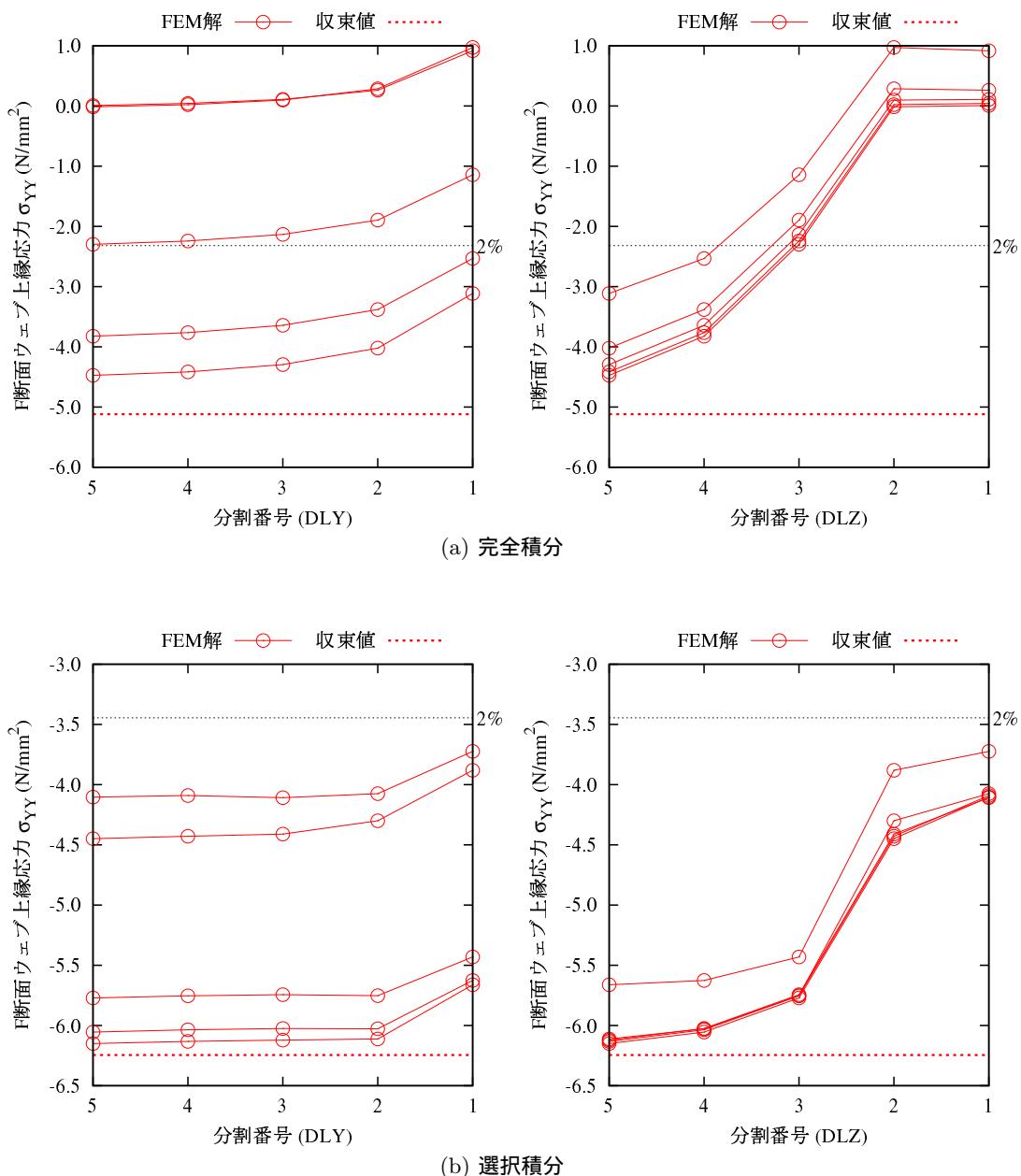


図 1A.2.12 F 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.11 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DLZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.67	-0.52	-0.47	-0.43	-0.41		-0.01	0.07	0.02	0.02	0.02
2	-0.69	-0.67	-0.69	-0.66	-0.65		0.05	-0.16	-0.36	-0.36	-0.36
3	-0.47	-0.35	-0.37	-0.34	-0.33		0.36	0.19	-0.00	-0.02	-0.02
4	-0.35	-0.18	-0.19	-0.17	-0.15		0.35	0.22	0.03	0.02	0.02
5	-0.29	-0.10	-0.12	-0.09	-0.08		0.33	0.20	0.03	0.02	0.01

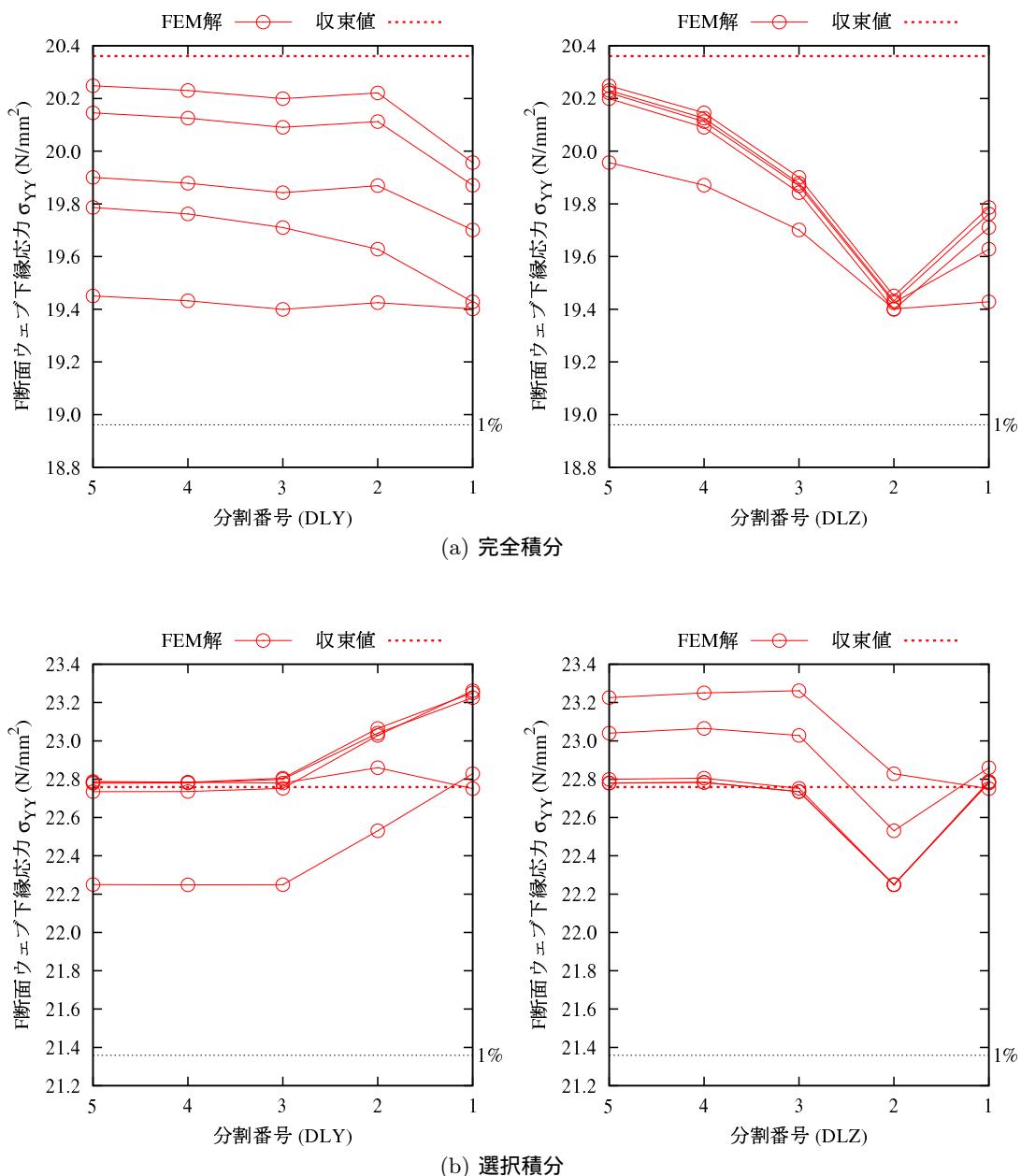


図 1A.2.13 F 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.12 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分							(b) 選択積分				
		DGX							DGX				
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1		0.62	0.54	0.48	0.43	0.40		0.47	0.41	0.42	0.42	0.42	
2		0.34	0.42	0.39	0.36	0.33		0.31	0.39	0.41	0.38	0.38	
3		0.04	0.19	0.24	0.23	0.22		0.19	0.20	0.23	0.20	0.20	
4		-0.05	0.05	0.13	0.13	0.13		0.12	0.10	0.14	0.10	0.10	
5		-0.07	-0.02	0.07	0.07	0.07		0.08	0.02	0.09	0.05	0.05	

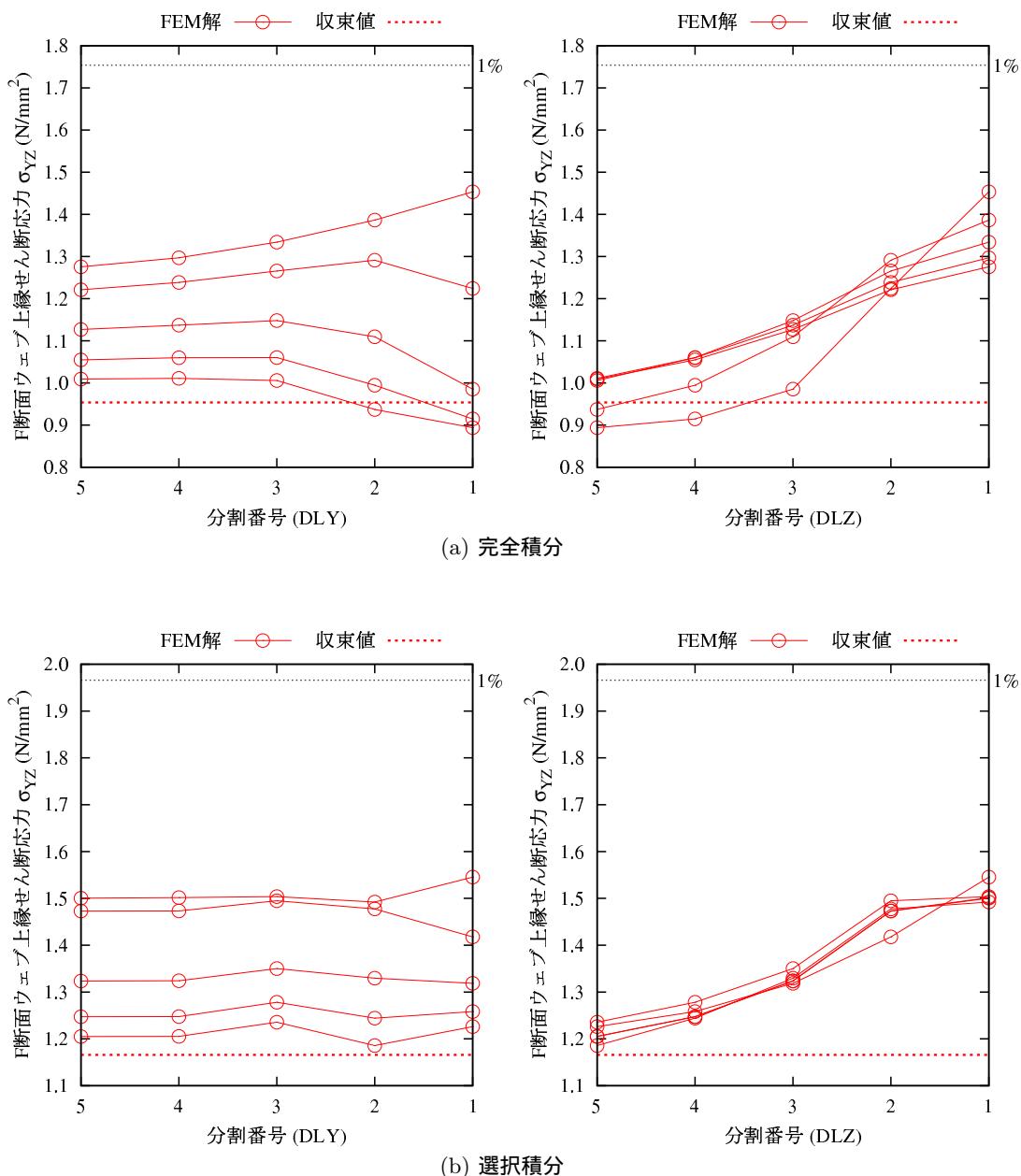


図 1A.2.14 F 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.13 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DLZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.37	0.06	-0.06	-0.13	-0.17		-0.28	-0.26	-0.24	-0.25	-0.25
2	-0.33	-0.21	-0.24	-0.29	-0.32		-0.49	-0.47	-0.46	-0.47	-0.47
3	-0.05	0.10	0.08	0.04	0.01		-0.16	-0.17	-0.16	-0.16	-0.16
4	-0.04	0.11	0.12	0.10	0.09		-0.03	-0.02	-0.01	-0.01	-0.02
5	-0.13	0.05	0.08	0.08	0.07		-0.00	0.01	0.01	0.01	0.01

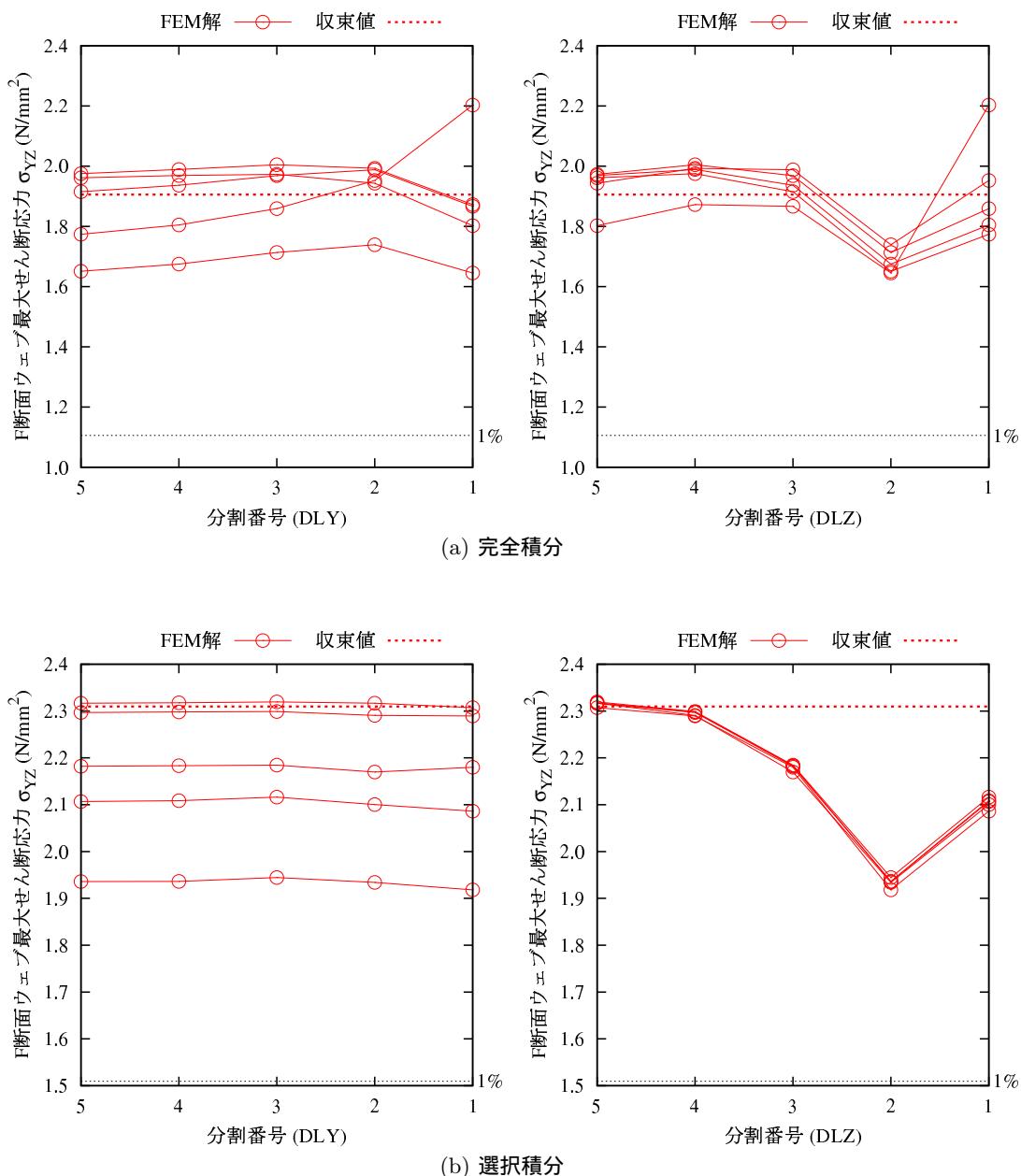


図 1A.2.15 F 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.14 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分							(b) 選択積分				
		DGX							DGX				
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1		1.54	1.23	1.11	1.05	1.01		1.15	1.17	1.19	1.18	1.17	
2		0.60	0.55	0.51	0.48	0.46		0.51	0.58	0.59	0.57	0.57	
3		0.05	0.26	0.29	0.28	0.27		0.24	0.31	0.32	0.29	0.29	
4		-0.16	0.07	0.15	0.16	0.15		0.11	0.15	0.18	0.15	0.15	
5		-0.22	-0.03	0.07	0.08	0.08		0.04	0.06	0.11	0.07	0.07	

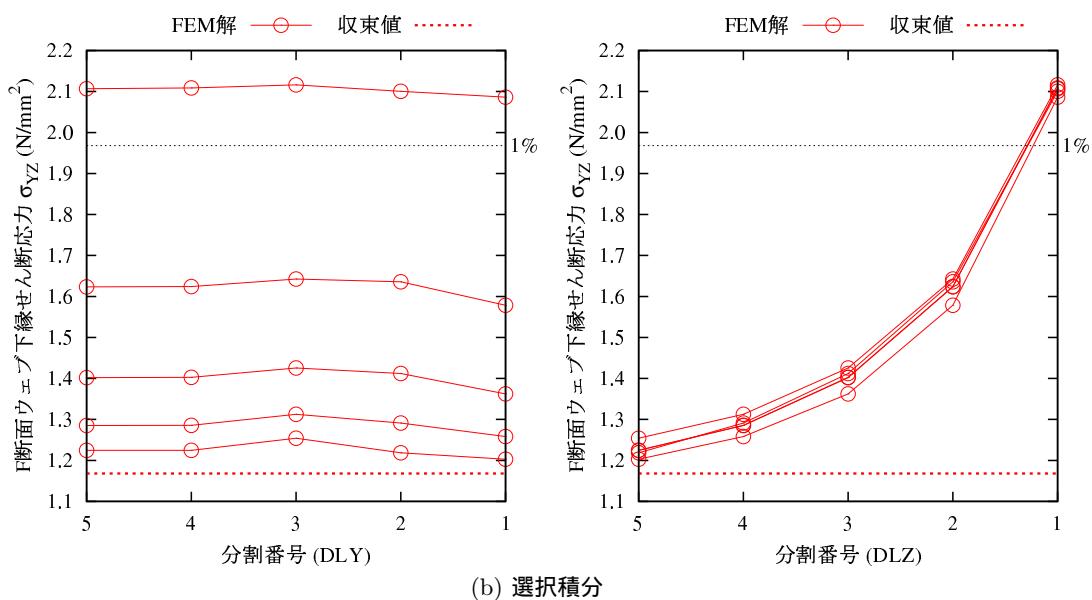
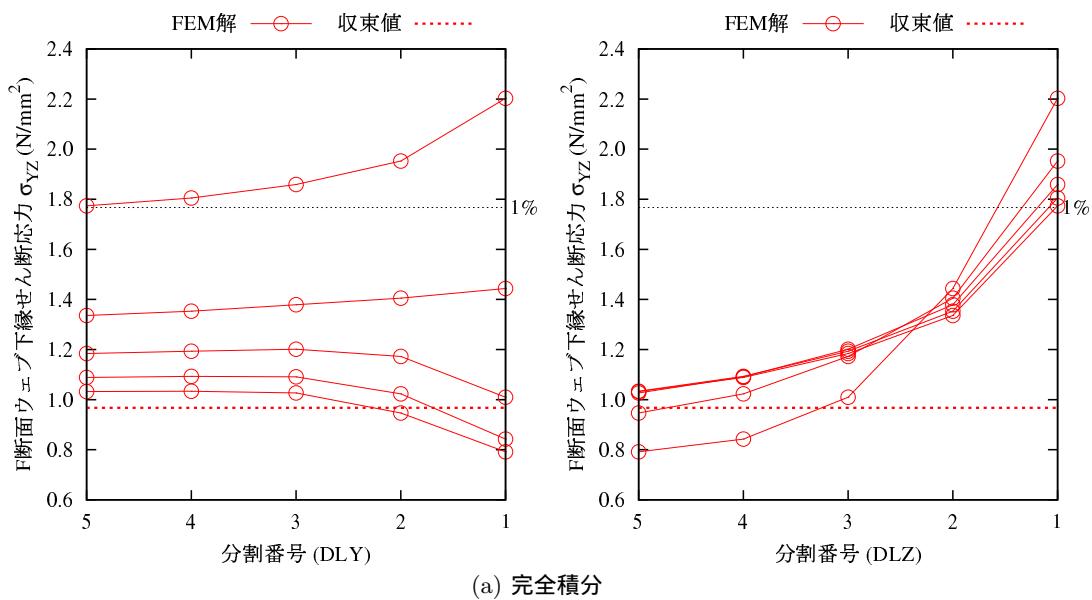


図 1A.2.16 F 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.15 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DLZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.68	1.48	1.40	1.38	1.37		0.04	0.19	0.27	0.27	0.26
2	1.78	1.56	1.45	1.42	1.41		0.47	0.47	0.50	0.49	0.47
3	1.27	0.97	0.85	0.80	0.79		0.33	0.25	0.28	0.27	0.26
4	0.91	0.57	0.44	0.39	0.37		0.22	0.10	0.13	0.13	0.12
5	0.74	0.38	0.26	0.21	0.19		0.17	0.05	0.06	0.07	0.06

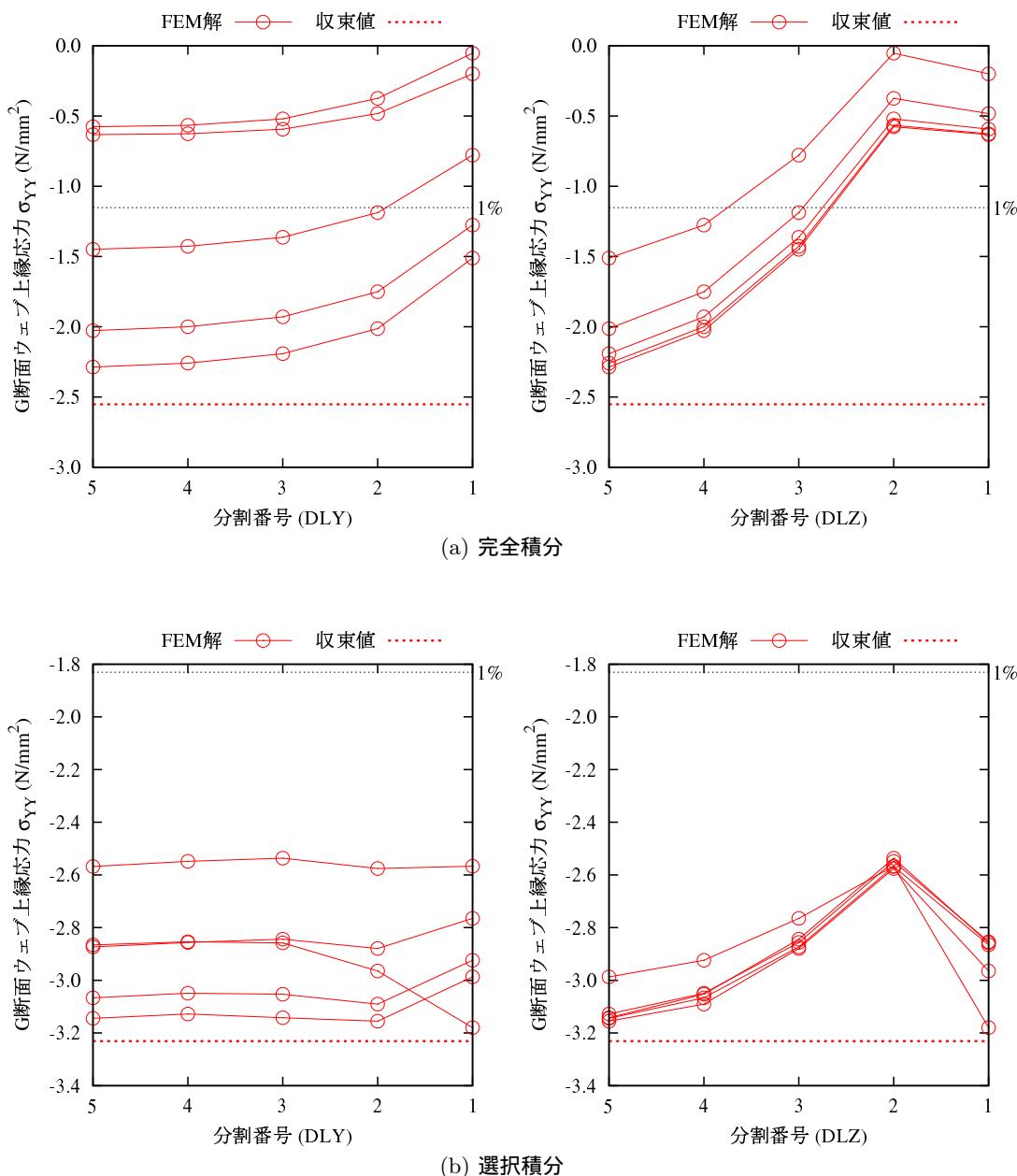


図 1A.2.17 G 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.16 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.23	-0.12	-0.09	-0.07	-0.06		0.04	0.13	0.10	0.10	0.10
2	-0.23	-0.19	-0.19	-0.17	-0.17		0.22	-0.00	-0.11	-0.12	-0.12
3	-0.10	-0.08	-0.08	-0.07	-0.06		0.23	0.11	-0.00	-0.03	-0.02
4	-0.05	-0.03	-0.05	-0.03	-0.02		0.23	0.15	0.03	0.00	0.00
5	-0.02	-0.00	-0.03	-0.02	-0.01		0.23	0.16	0.04	0.00	0.00

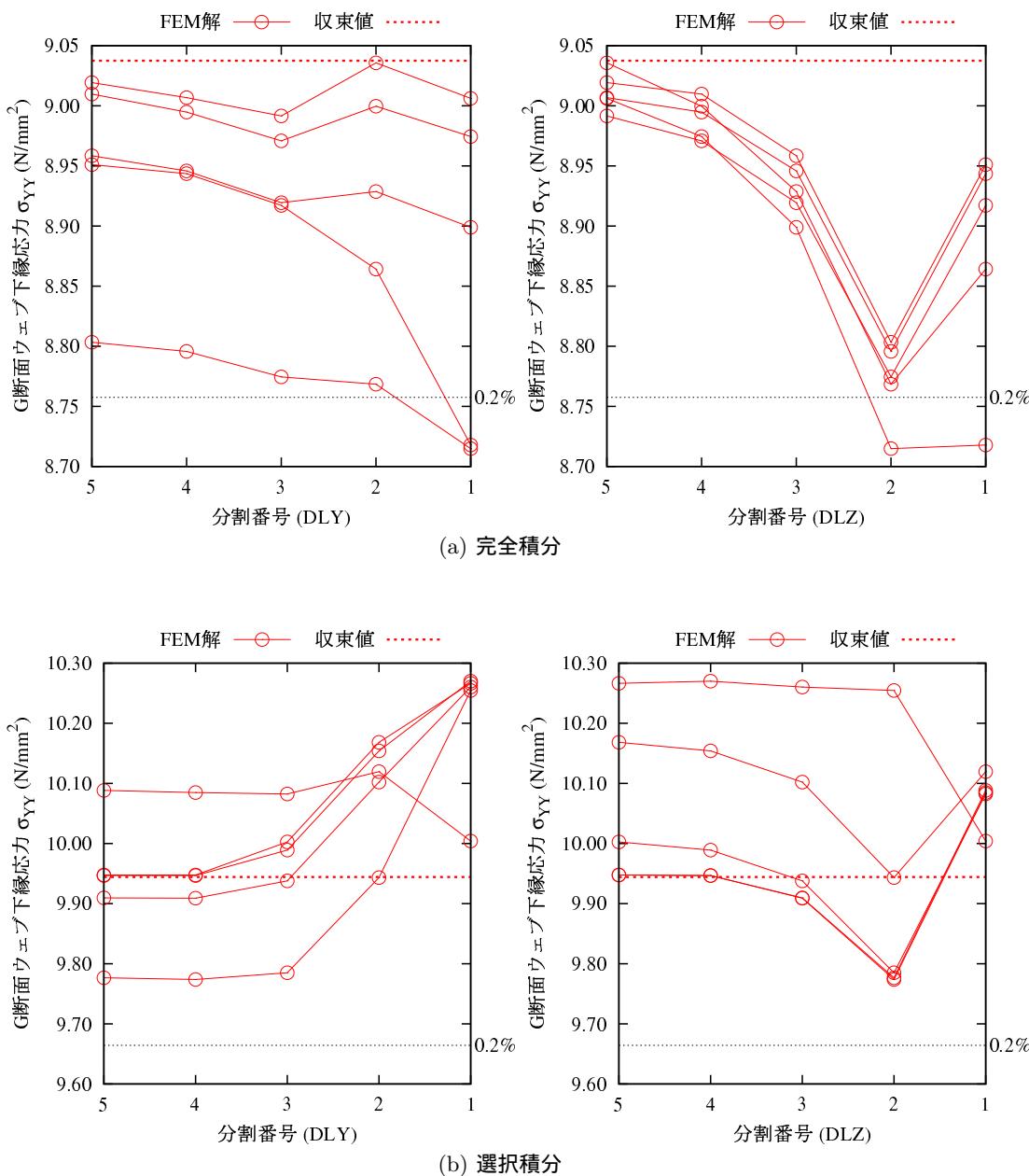


図 1A.2.18 G 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.17 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.32	0.67	0.74	0.73	0.71	1	1.03	0.76	0.82	0.82	0.82
2	0.12	0.63	0.73	0.72	0.71	2	1.05	0.78	0.82	0.78	0.78
3	0.19	0.34	0.52	0.53	0.52	3	0.66	0.52	0.56	0.51	0.50
4	0.30	0.10	0.30	0.32	0.31	4	0.51	0.27	0.36	0.29	0.28
5	0.34	-0.03	0.15	0.17	0.17	5	0.48	0.11	0.22	0.15	0.15

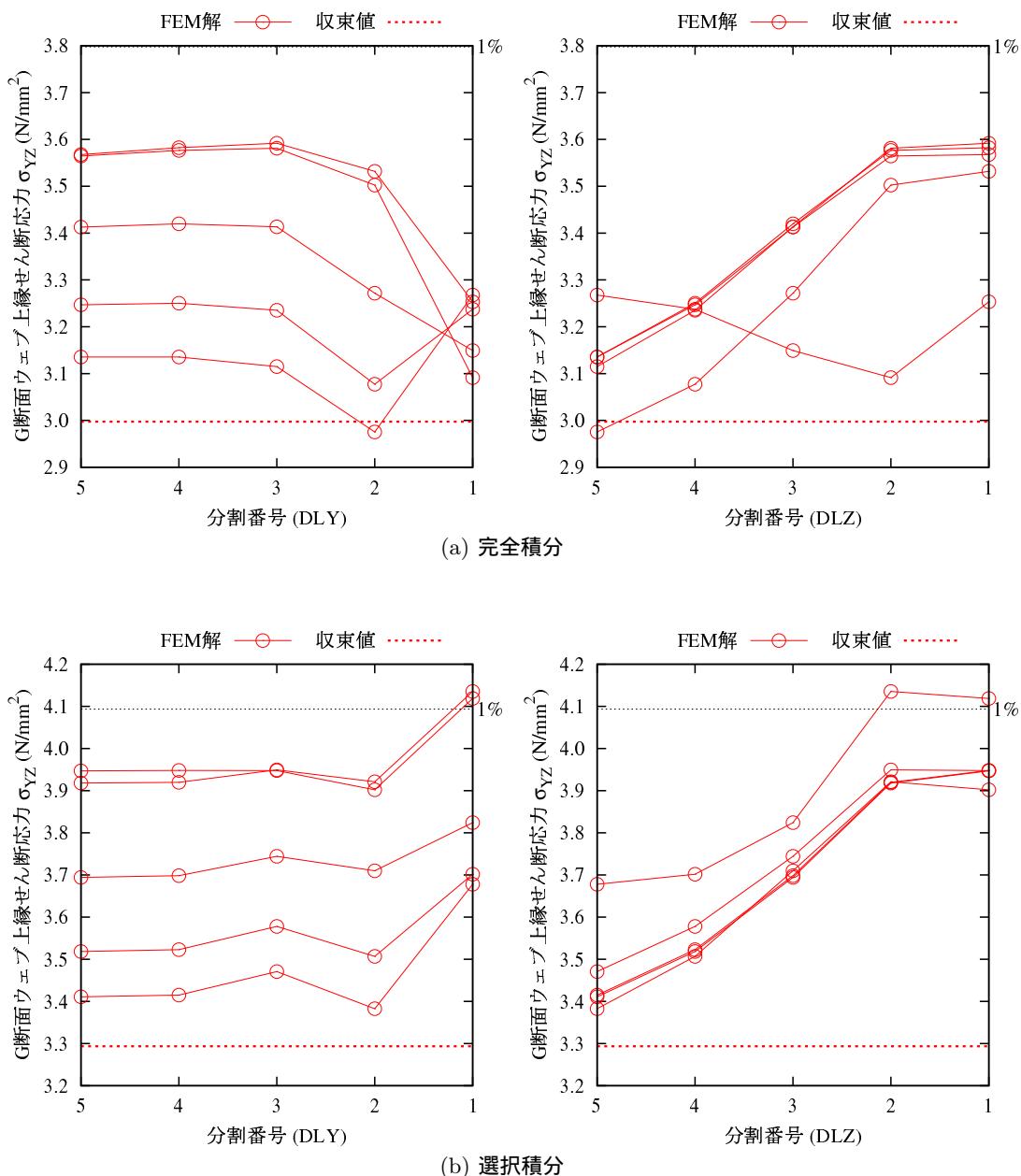


図 1A.2.19 G 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.18 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.05	-0.83	-0.78	-0.81	-0.84		-0.89	-0.85	-0.85	-0.87	-0.87
2	-1.74	-1.29	-1.18	-1.20	-1.22		-1.44	-1.43	-1.42	-1.44	-1.44
3	-0.83	-0.21	-0.13	-0.15	-0.17		-0.39	-0.50	-0.50	-0.51	-0.52
4	-0.57	-0.02	0.11	0.10	0.08		0.01	-0.06	-0.09	-0.10	-0.10
5	-0.60	-0.05	0.09	0.11	0.10		0.28	0.05	0.00	-0.01	-0.01

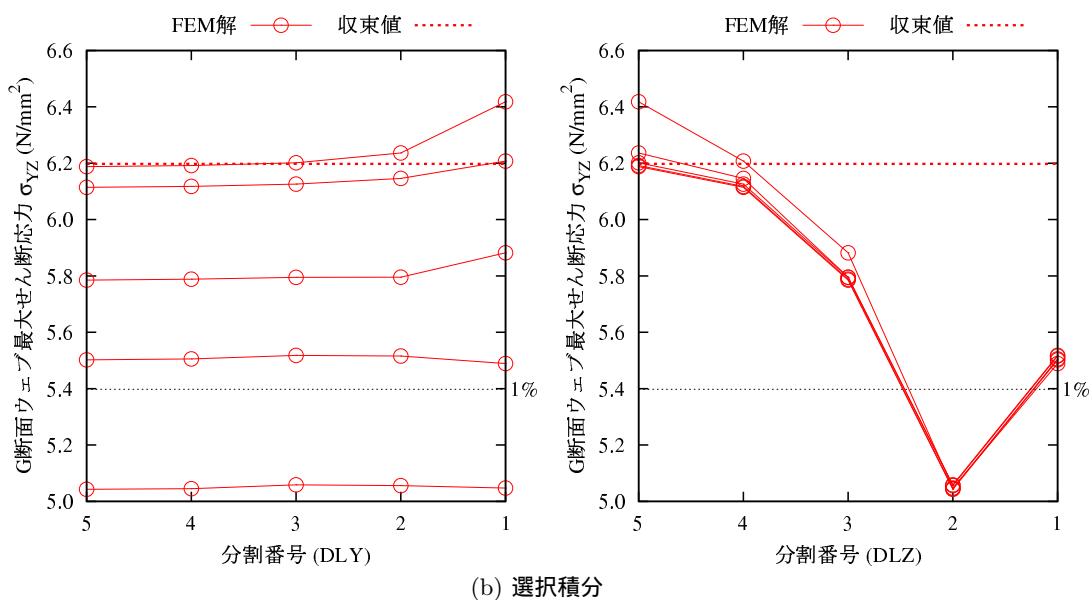
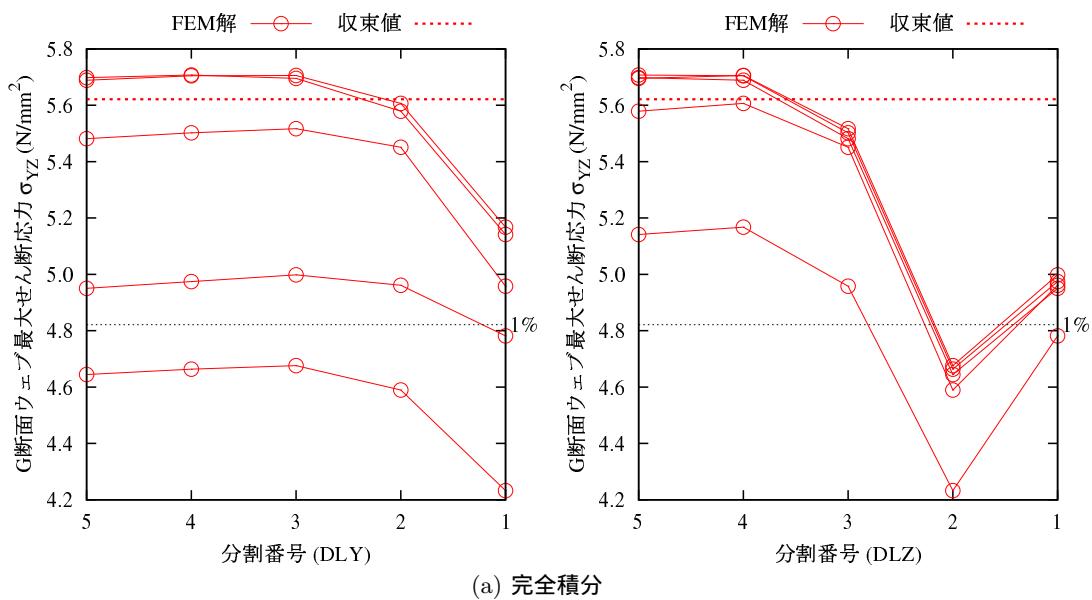


図 1A.2.20 G 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.19 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	DGX						DGX				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.71	2.93	2.98	2.95	2.92		3.24	3.28	3.28	3.26	3.26
2	1.10	1.30	1.40	1.39	1.38		1.24	1.66	1.67	1.64	1.64
3	-0.05	0.53	0.69	0.71	0.70		0.37	0.70	0.77	0.74	0.75
4	-0.58	0.11	0.33	0.36	0.36		0.08	0.31	0.38	0.35	0.35
5	-0.79	-0.11	0.15	0.18	0.18		-0.09	0.12	0.20	0.17	0.17

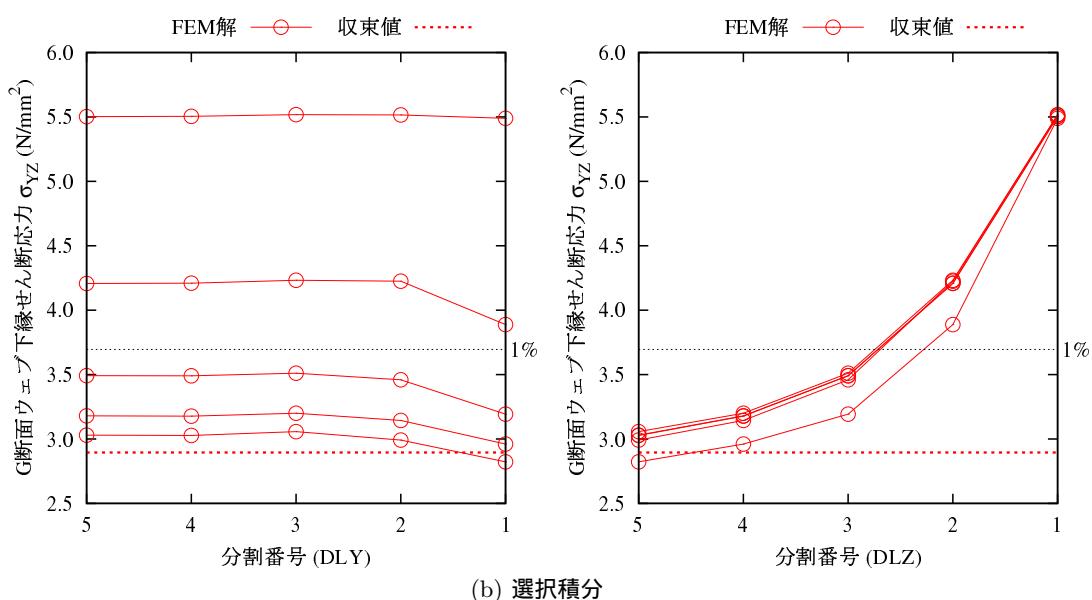
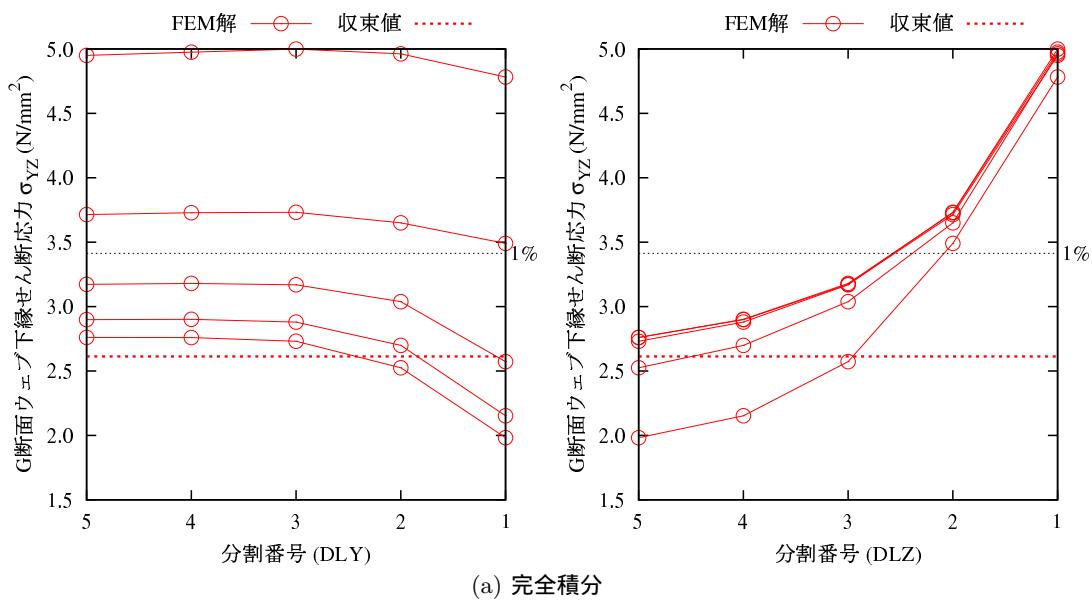


図 1A.2.21 G 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.20 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-9.55	-9.52	-9.51	-9.51	-9.52		-8.39	-8.32	-8.22	-8.17	-8.14
2	-9.72	-9.68	-9.66	-9.66	-9.66		-8.60	-8.50	-8.40	-8.35	-8.33
3	-6.07	-6.05	-6.04	-6.05	-6.05		-4.01	-3.98	-3.94	-3.91	-3.91
4	-3.37	-3.35	-3.36	-3.36	-3.37		-2.08	-2.06	-2.04	-2.03	-2.02
5	-1.75	-1.73	-1.75	-1.76	-1.77		-1.06	-1.05	-1.04	-1.03	-1.03

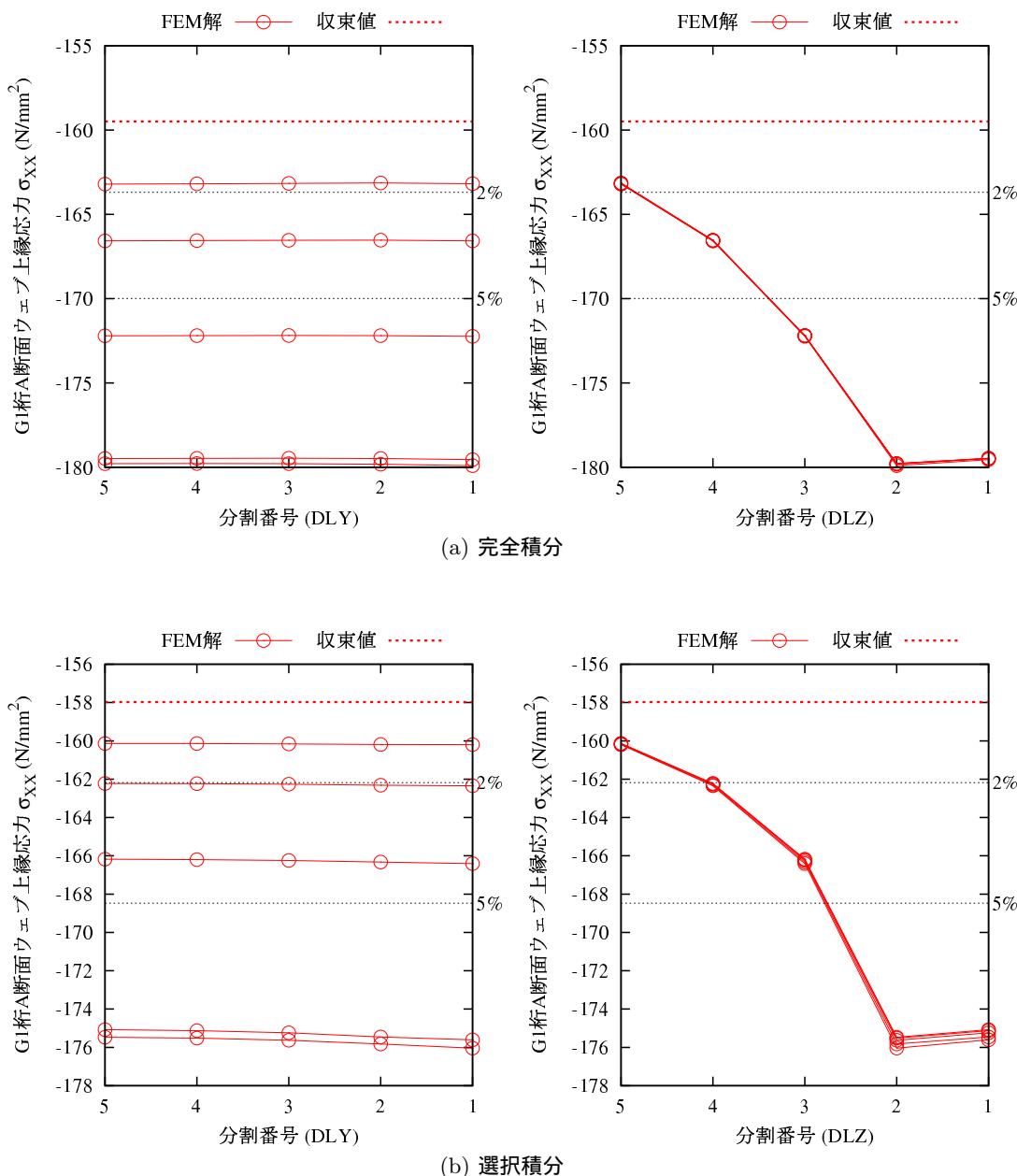


図 1A.2.22 G1 桁 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.21 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.17	-0.20	-0.21	-0.22	-0.23		-0.42	-0.42	-0.41	-0.41	-0.41
2	-0.40	-0.42	-0.43	-0.44	-0.44		-0.63	-0.62	-0.62	-0.61	-0.61
3	-0.18	-0.19	-0.20	-0.20	-0.21		-0.35	-0.34	-0.34	-0.34	-0.34
4	-0.08	-0.08	-0.09	-0.09	-0.09		-0.19	-0.18	-0.17	-0.17	-0.17
5	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04		-0.10	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09

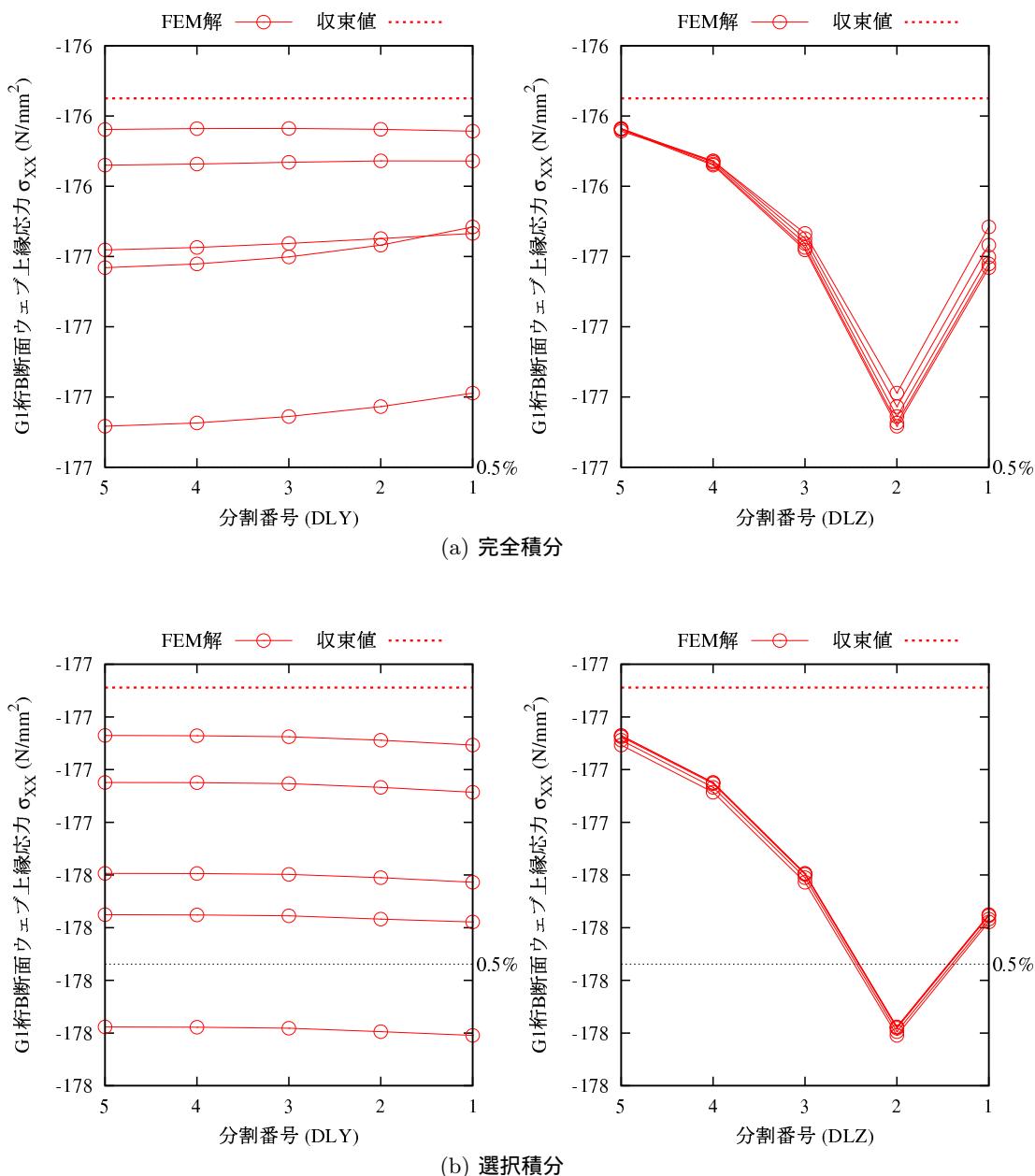


図 1A.2.23 G1 枠 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.22 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.07	-0.99	-0.93	-0.90	-0.88		-2.21	-2.26	-2.31	-2.32	-2.33
2	-0.77	-0.72	-0.67	-0.64	-0.62		-2.28	-2.27	-2.26	-2.24	-2.24
3	-0.37	-0.35	-0.33	-0.31	-0.30		-1.26	-1.27	-1.28	-1.28	-1.28
4	-0.27	-0.27	-0.26	-0.25	-0.24		-0.81	-0.82	-0.83	-0.83	-0.83
5	-0.14	-0.16	-0.16	-0.15	-0.15		-0.45	-0.46	-0.47	-0.47	-0.46

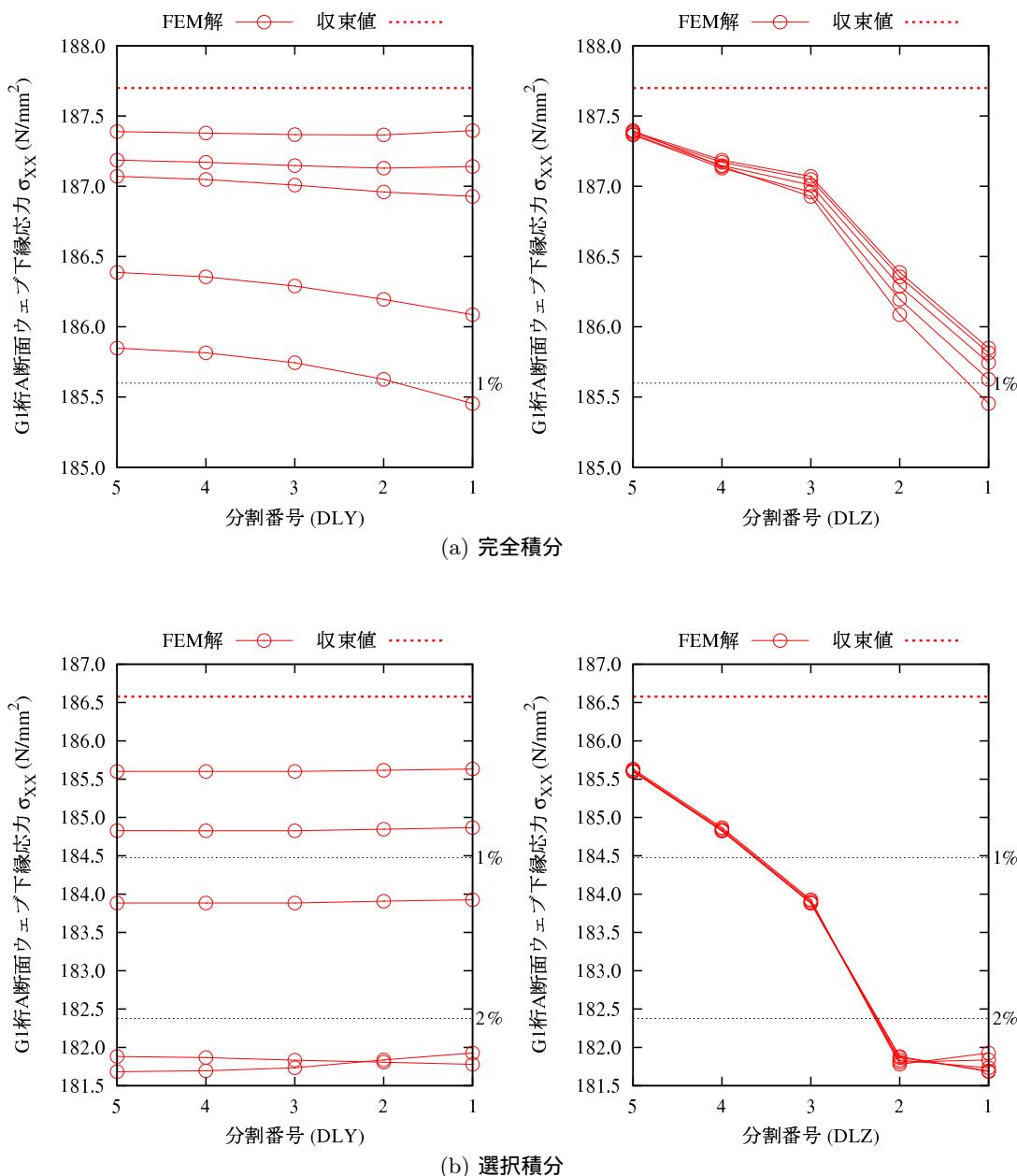


図 1A.2.24 G1 枠 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.23 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分						
	DGX					DGZ						
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1	0.61	0.69	0.73	0.76	0.77		1	0.99	0.97	0.96	0.96	0.96
2	0.82	0.87	0.91	0.93	0.94		2	1.10	1.09	1.07	1.07	1.07
3	0.39	0.41	0.43	0.44	0.45		3	0.57	0.56	0.55	0.55	0.55
4	0.20	0.20	0.20	0.21	0.22		4	0.30	0.29	0.28	0.28	0.28
5	0.11	0.10	0.10	0.10	0.10		5	0.16	0.15	0.14	0.14	0.14

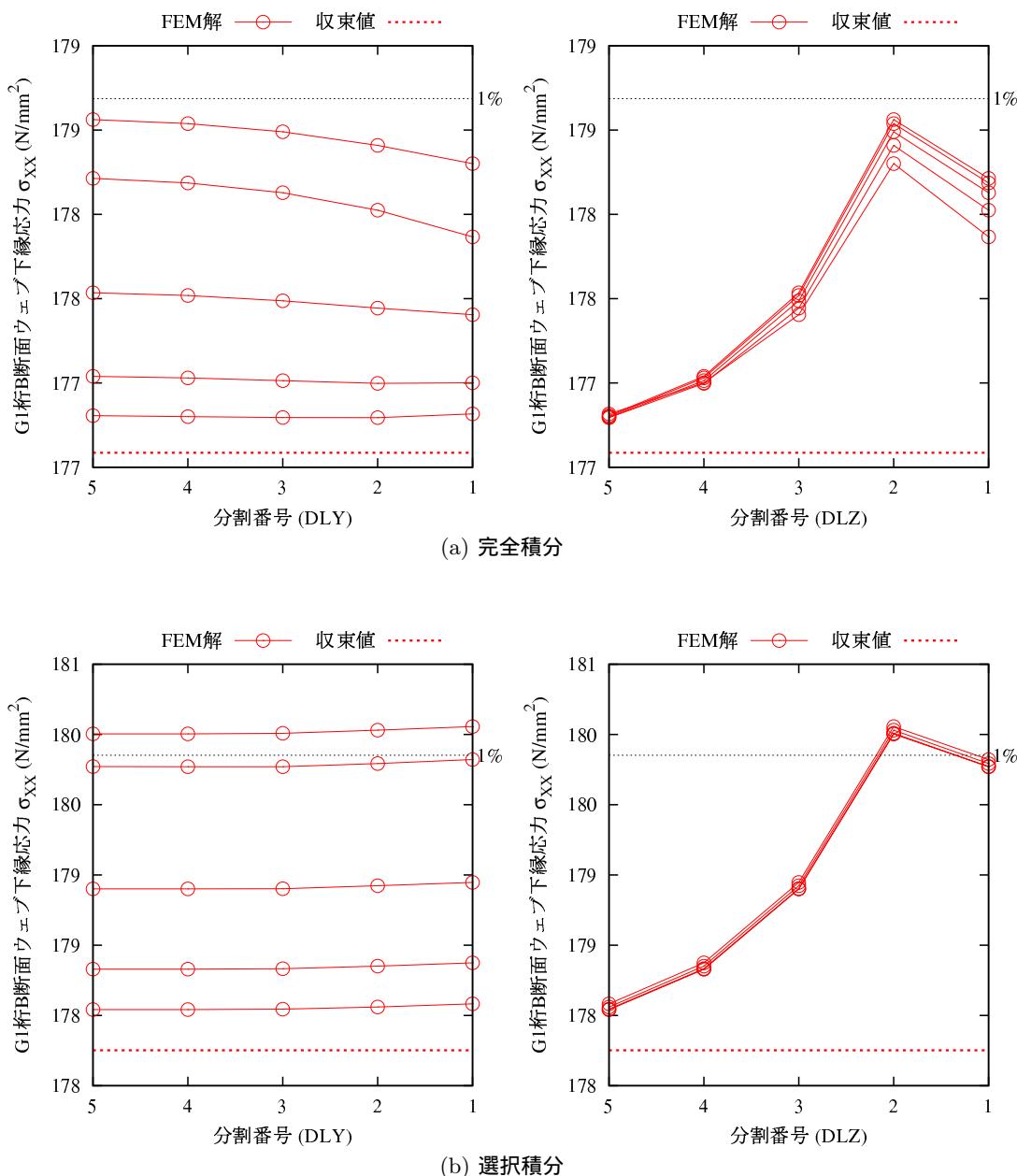


図 1A.2.25 G1 枠 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.24 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.36	-1.41	-1.44	-1.46	-1.46		-1.57	-1.57	-1.56	-1.56	-1.56
2	-1.49	-1.53	-1.55	-1.57	-1.57		-1.39	-1.38	-1.38	-1.38	-1.38
3	-0.77	-0.78	-0.80	-0.81	-0.81		-0.94	-0.93	-0.92	-0.92	-0.92
4	-0.46	-0.46	-0.47	-0.48	-0.48		-0.50	-0.49	-0.49	-0.49	-0.49
5	-0.25	-0.25	-0.25	-0.26	-0.26		-0.26	-0.26	-0.25	-0.25	-0.25

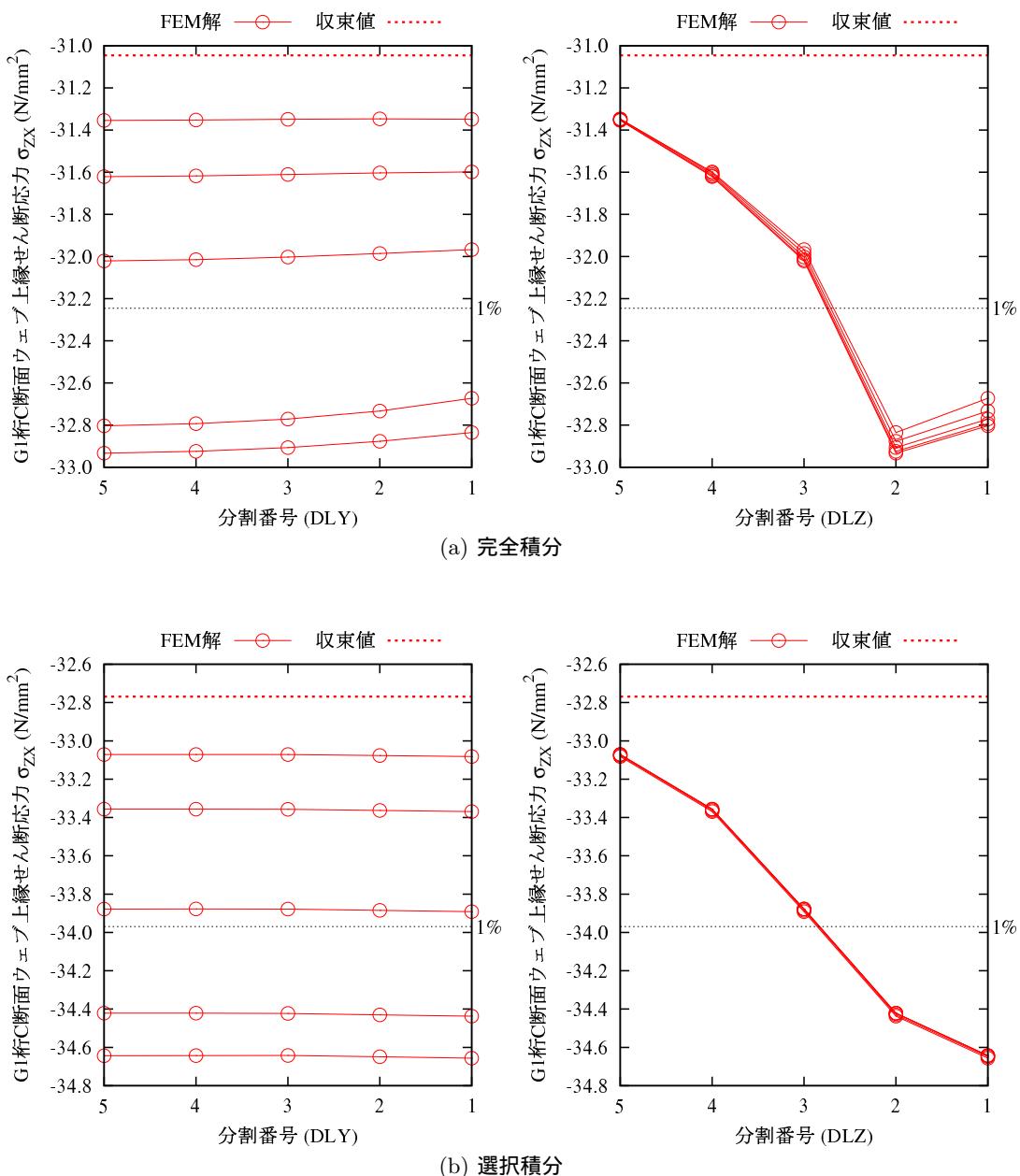


図 1A.2.26 G1 桁 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.25 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					DGZ	(b) 選択積分				
	DGX						DGX				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.79	2.74	2.71	2.69	2.68	1	2.95	2.96	2.96	2.96	2.96
2	1.12	1.09	1.07	1.05	1.05	2	1.42	1.43	1.43	1.43	1.44
3	0.70	0.69	0.67	0.66	0.66	3	0.81	0.82	0.82	0.82	0.82
4	0.19	0.19	0.18	0.18	0.17	4	0.38	0.39	0.39	0.39	0.39
5	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	5	0.18	0.19	0.19	0.19	0.19

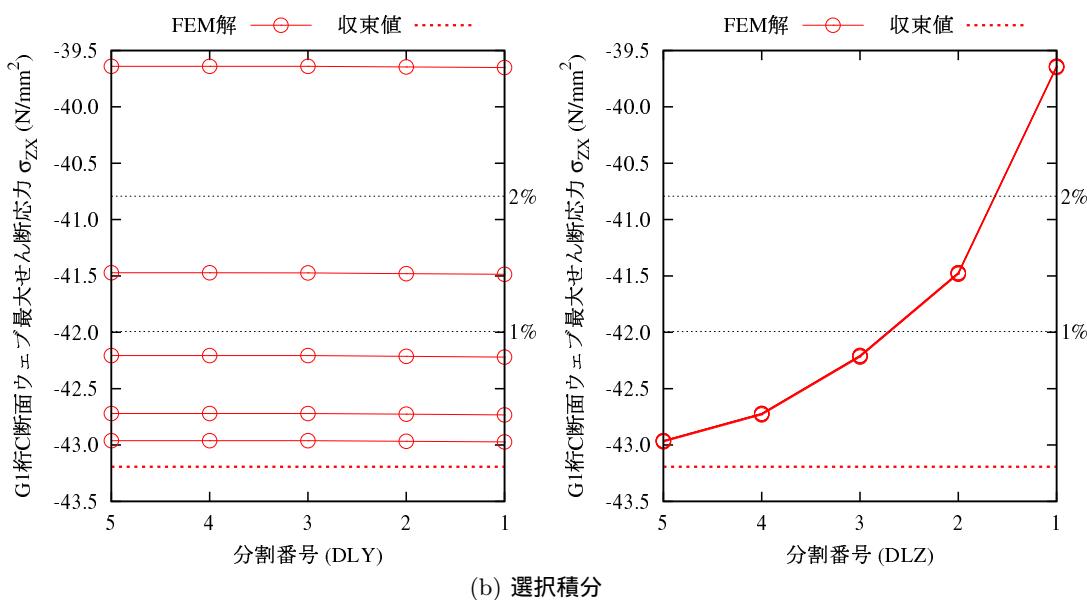
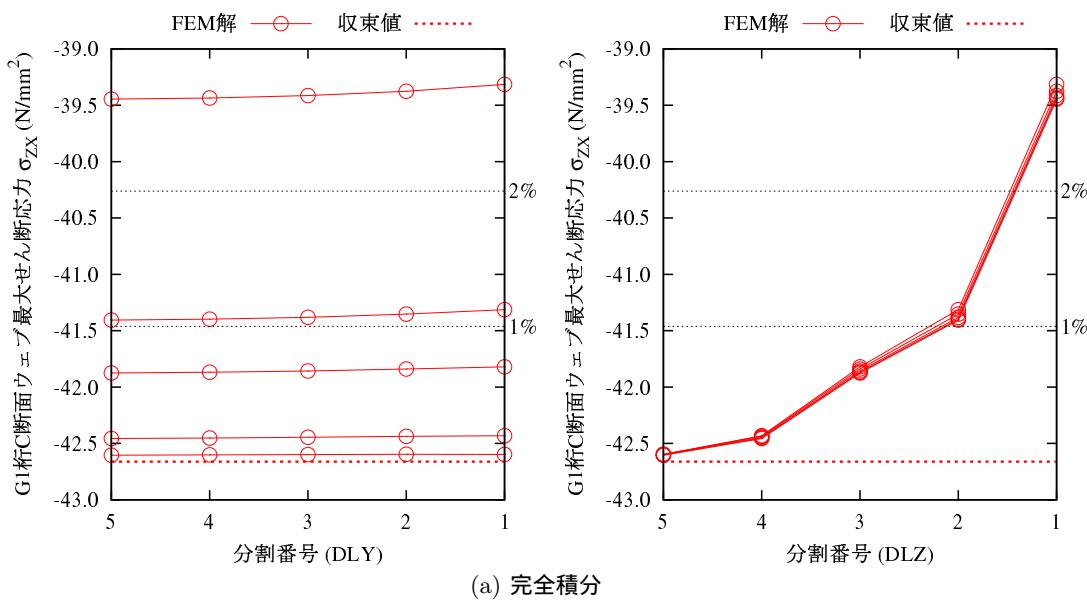


図 1A.2.27 G1 桁 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.26 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.70	-1.74	-1.77	-1.78	-1.79		-2.00	-2.00	-1.99	-1.99	-1.99
2	-1.71	-1.73	-1.75	-1.76	-1.77		-1.88	-1.88	-1.87	-1.87	-1.87
3	-0.98	-0.99	-1.00	-1.01	-1.01		-1.20	-1.19	-1.19	-1.19	-1.19
4	-0.54	-0.54	-0.54	-0.55	-0.55		-0.67	-0.67	-0.66	-0.66	-0.66
5	-0.28	-0.28	-0.28	-0.28	-0.29		-0.35	-0.35	-0.35	-0.35	-0.35

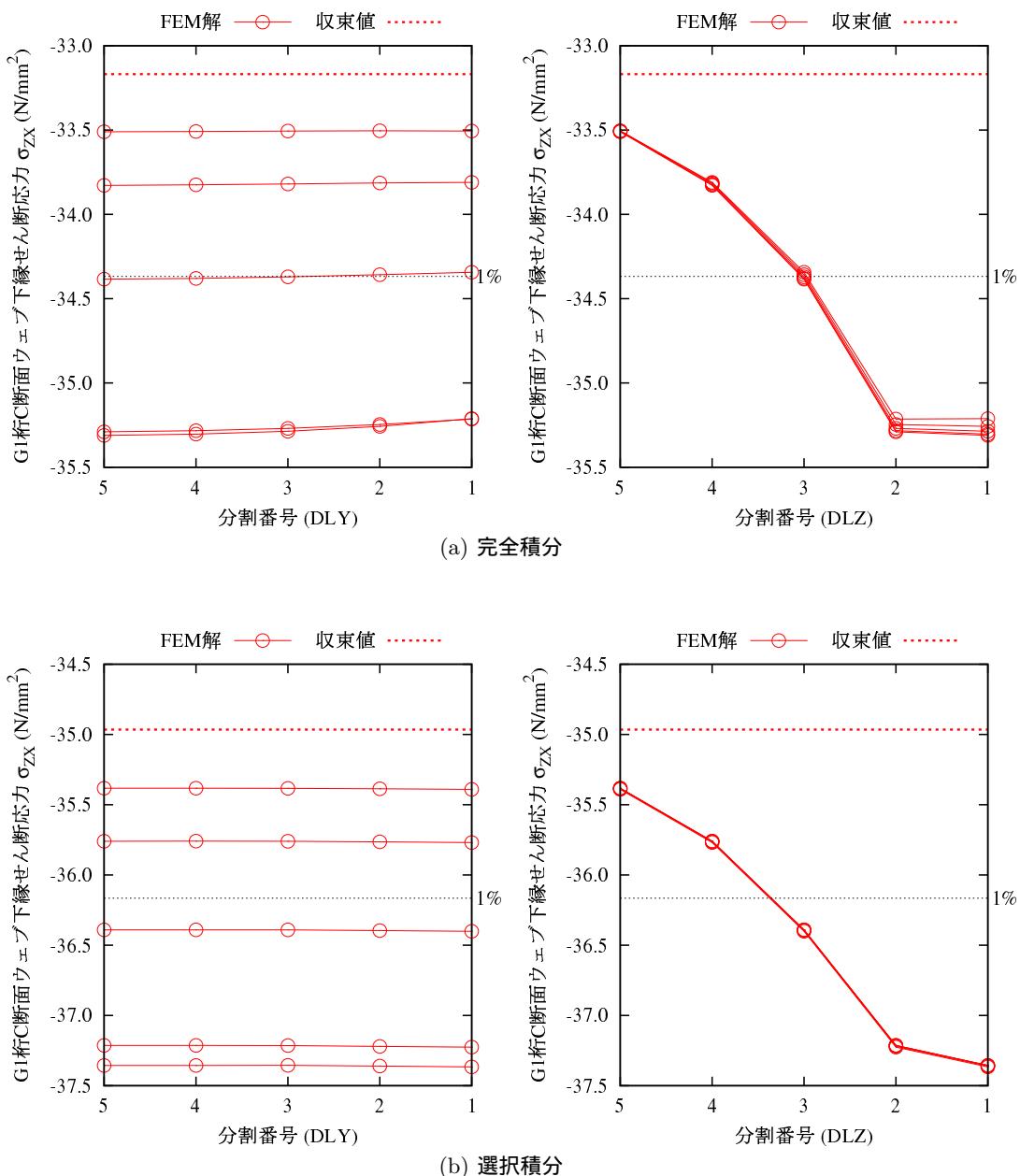


図 1A.2.28 G1 枠 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.27 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.33	-1.38	-1.41	-1.43	-1.44		-1.37	-1.37	-1.36	-1.36	-1.36
2	-1.29	-1.33	-1.35	-1.37	-1.37		-1.38	-1.37	-1.37	-1.36	-1.36
3	-0.73	-0.75	-0.76	-0.77	-0.78		-0.68	-0.67	-0.67	-0.67	-0.67
4	-0.40	-0.41	-0.41	-0.42	-0.42		-0.34	-0.34	-0.33	-0.33	-0.33
5	-0.21	-0.21	-0.21	-0.22	-0.22		-0.17	-0.17	-0.16	-0.16	-0.16

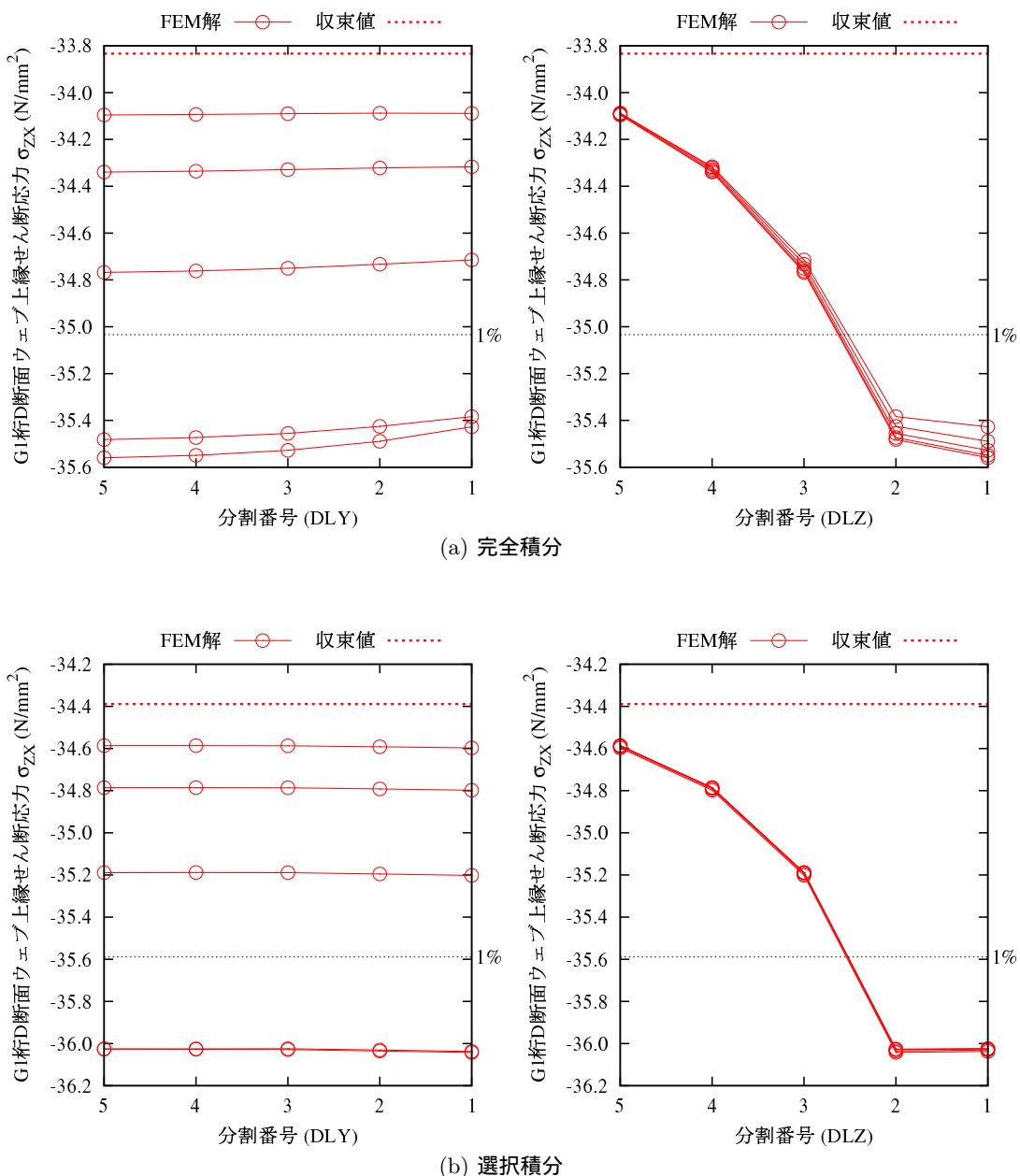


図 1A.2.29 G1 枠 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.28 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.98	2.93	2.90	2.88	2.87		3.04	3.04	3.05	3.05	3.05
2	1.56	1.53	1.50	1.49	1.48		1.56	1.56	1.57	1.57	1.57
3	0.76	0.74	0.72	0.71	0.71		0.81	0.81	0.82	0.82	0.82
4	0.33	0.33	0.32	0.31	0.31		0.35	0.35	0.36	0.36	0.36
5	0.15	0.15	0.15	0.15	0.14		0.16	0.16	0.17	0.17	0.17

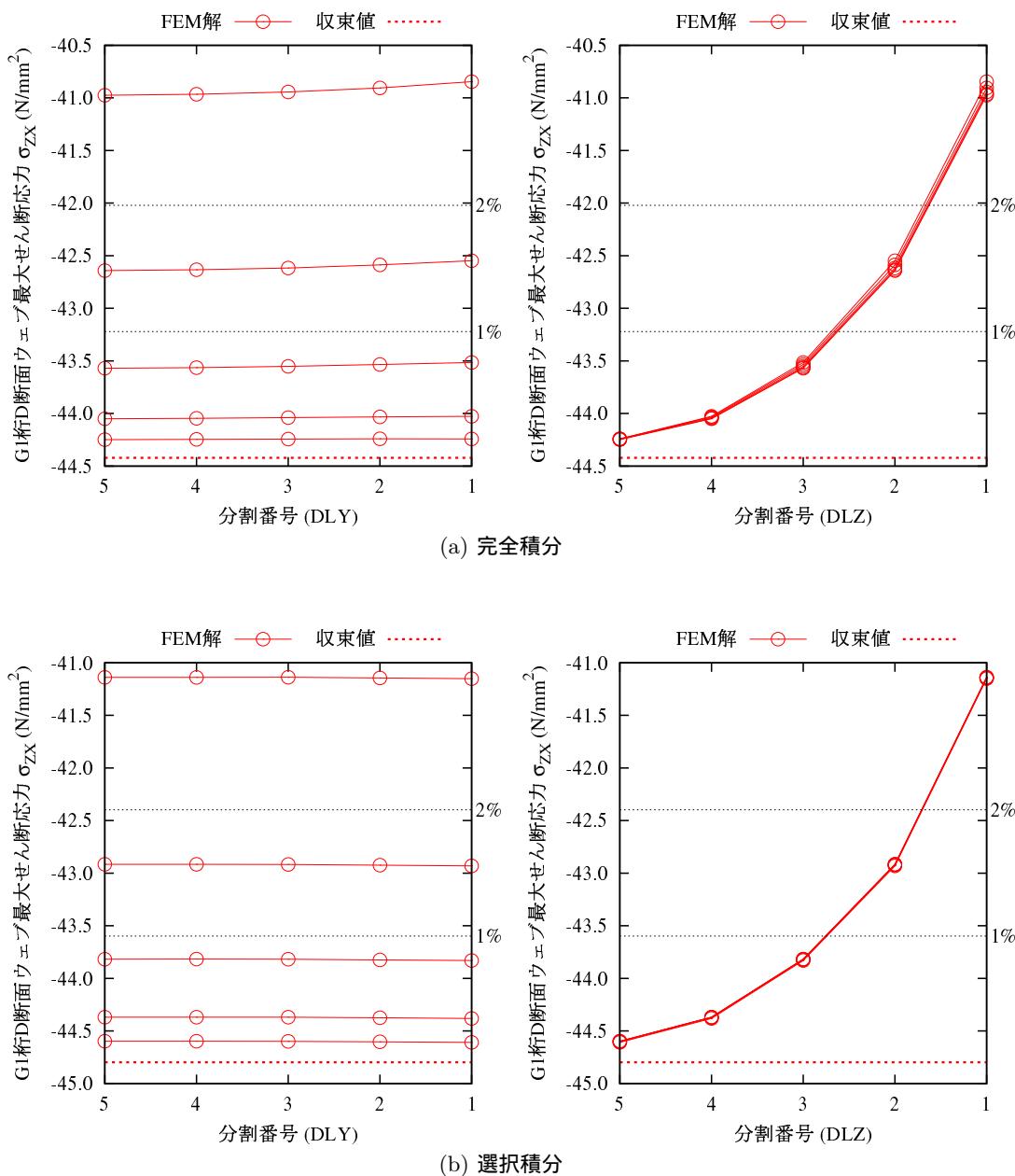


図 1A.2.30 G1 枠 D 断面ウェブの最大せん断応力

表 1A.2.29 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.18	-1.22	-1.24	-1.26	-1.26		-1.49	-1.49	-1.48	-1.48	-1.48
2	-1.44	-1.47	-1.49	-1.50	-1.51		-1.60	-1.60	-1.59	-1.59	-1.59
3	-0.81	-0.82	-0.83	-0.84	-0.85		-0.82	-0.81	-0.81	-0.81	-0.81
4	-0.45	-0.46	-0.46	-0.47	-0.47		-0.40	-0.40	-0.39	-0.39	-0.39
5	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24	-0.25		-0.20	-0.20	-0.19	-0.19	-0.19

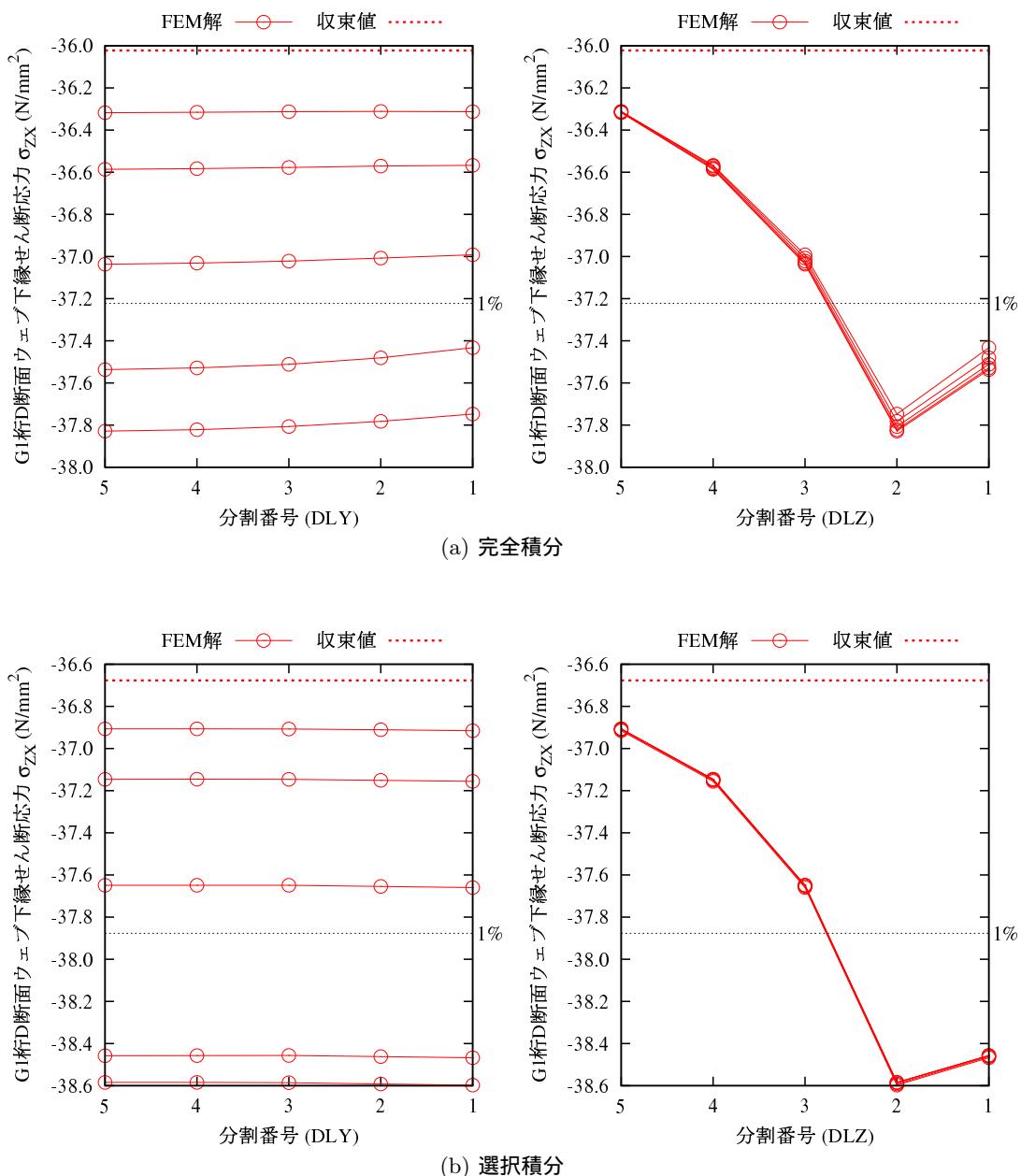


図 1A.2.31 G1 枠 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.30 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.76	2.77	2.76	2.76	2.75		2.25	2.22	2.22	2.21	2.21
2	2.56	2.58	2.57	2.57	2.56		2.07	2.05	2.05	2.04	2.04
3	1.57	1.61	1.62	1.62	1.62		1.17	1.15	1.16	1.16	1.16
4	1.07	1.10	1.12	1.12	1.13		0.91	0.91	0.92	0.92	0.92
5	0.58	0.62	0.63	0.64	0.64		0.53	0.53	0.54	0.55	0.55

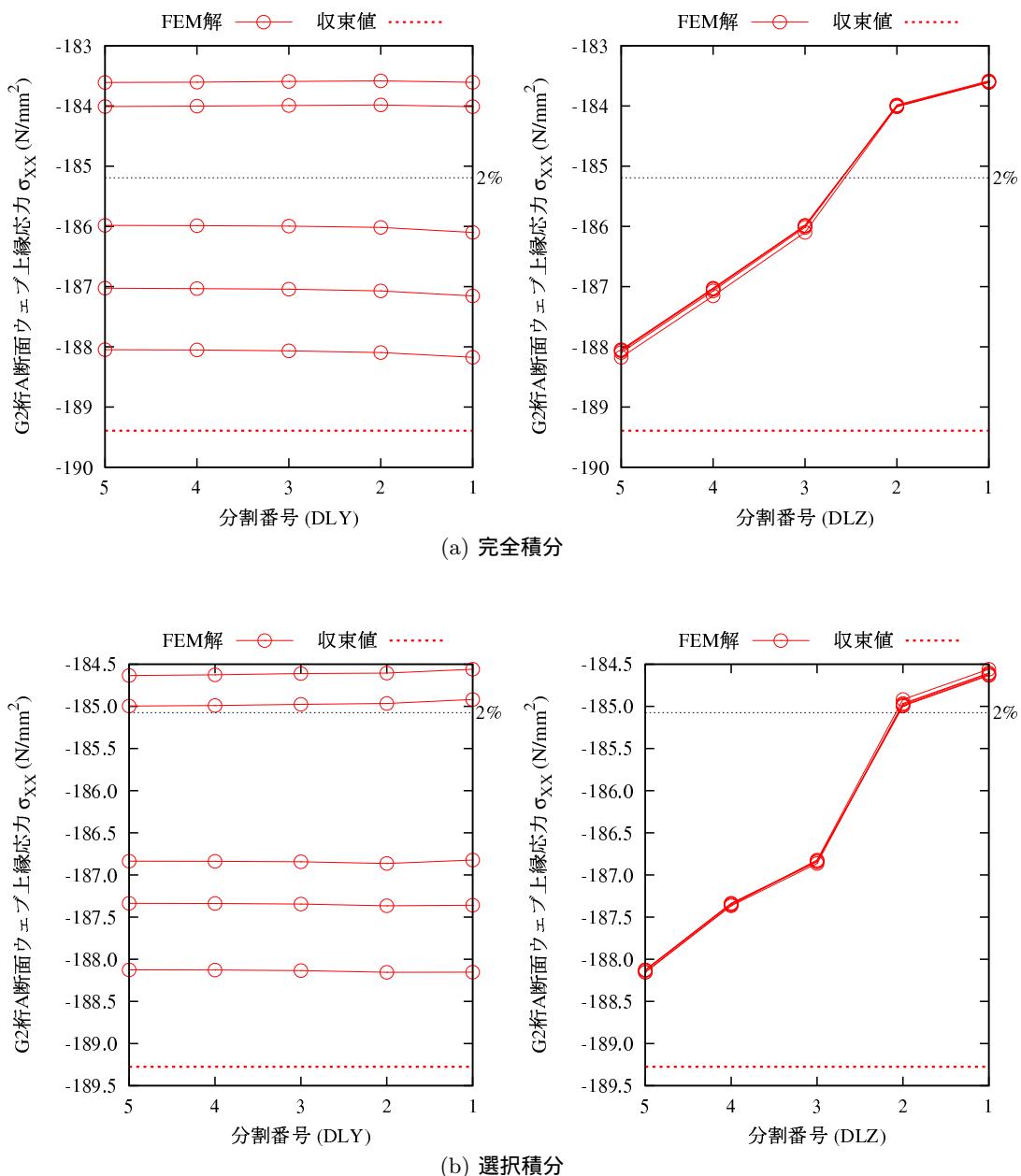


図 1A.2.32 G2 枠 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.31 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.16	-0.17	-0.18	-0.18	-0.19		-0.29	-0.29	-0.30	-0.30	-0.30
2	-0.39	-0.40	-0.41	-0.41	-0.41		-0.52	-0.52	-0.52	-0.52	-0.52
3	-0.19	-0.20	-0.21	-0.21	-0.21		-0.30	-0.30	-0.30	-0.30	-0.30
4	-0.09	-0.09	-0.10	-0.10	-0.10		-0.15	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16
5	-0.04	-0.04	-0.05	-0.05	-0.05		-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08

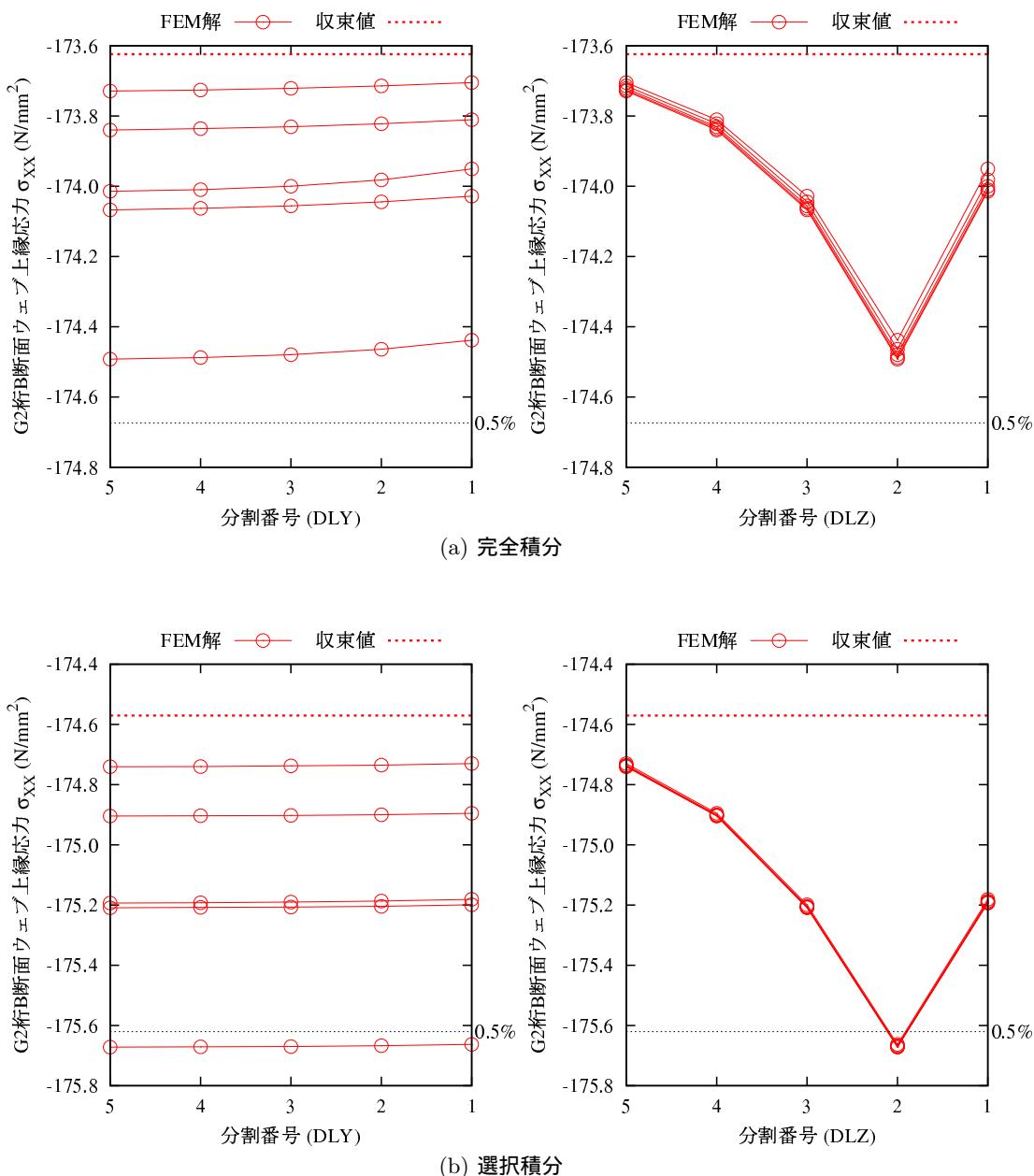


図 1A.2.33 G2 枠 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.32 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-2.96	-2.92	-2.89	-2.87	-2.86		-2.42	-2.38	-2.37	-2.36	-2.35
2	-2.34	-2.32	-2.29	-2.28	-2.27		-1.81	-1.83	-1.83	-1.83	-1.82
3	-2.05	-2.03	-2.01	-2.00	-2.00		-1.69	-1.69	-1.70	-1.70	-1.70
4	-1.60	-1.57	-1.55	-1.54	-1.54		-1.46	-1.45	-1.45	-1.45	-1.45
5	-0.96	-0.93	-0.92	-0.91	-0.91		-0.89	-0.88	-0.88	-0.87	-0.87

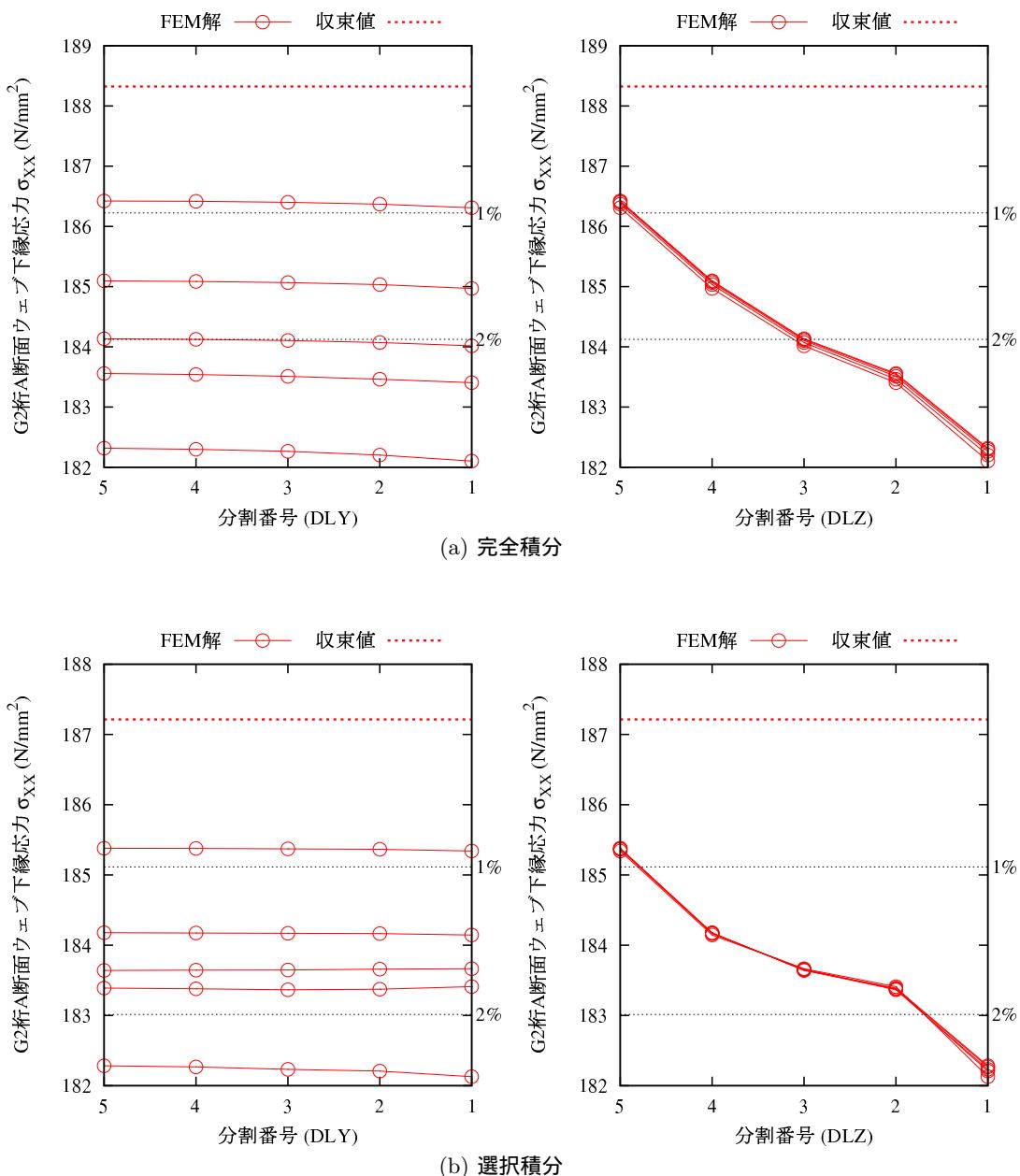


図 1A.2.34 G2 枠 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.33 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.44	0.49	0.51	0.53	0.53		0.72	0.73	0.74	0.74	0.74
2	0.64	0.68	0.70	0.71	0.72		0.98	0.99	0.99	0.99	0.99
3	0.21	0.24	0.26	0.27	0.28		0.36	0.37	0.38	0.38	0.38
4	0.08	0.11	0.13	0.14	0.14		0.19	0.20	0.21	0.21	0.21
5	0.02	0.05	0.06	0.07	0.07		0.09	0.10	0.11	0.11	0.11

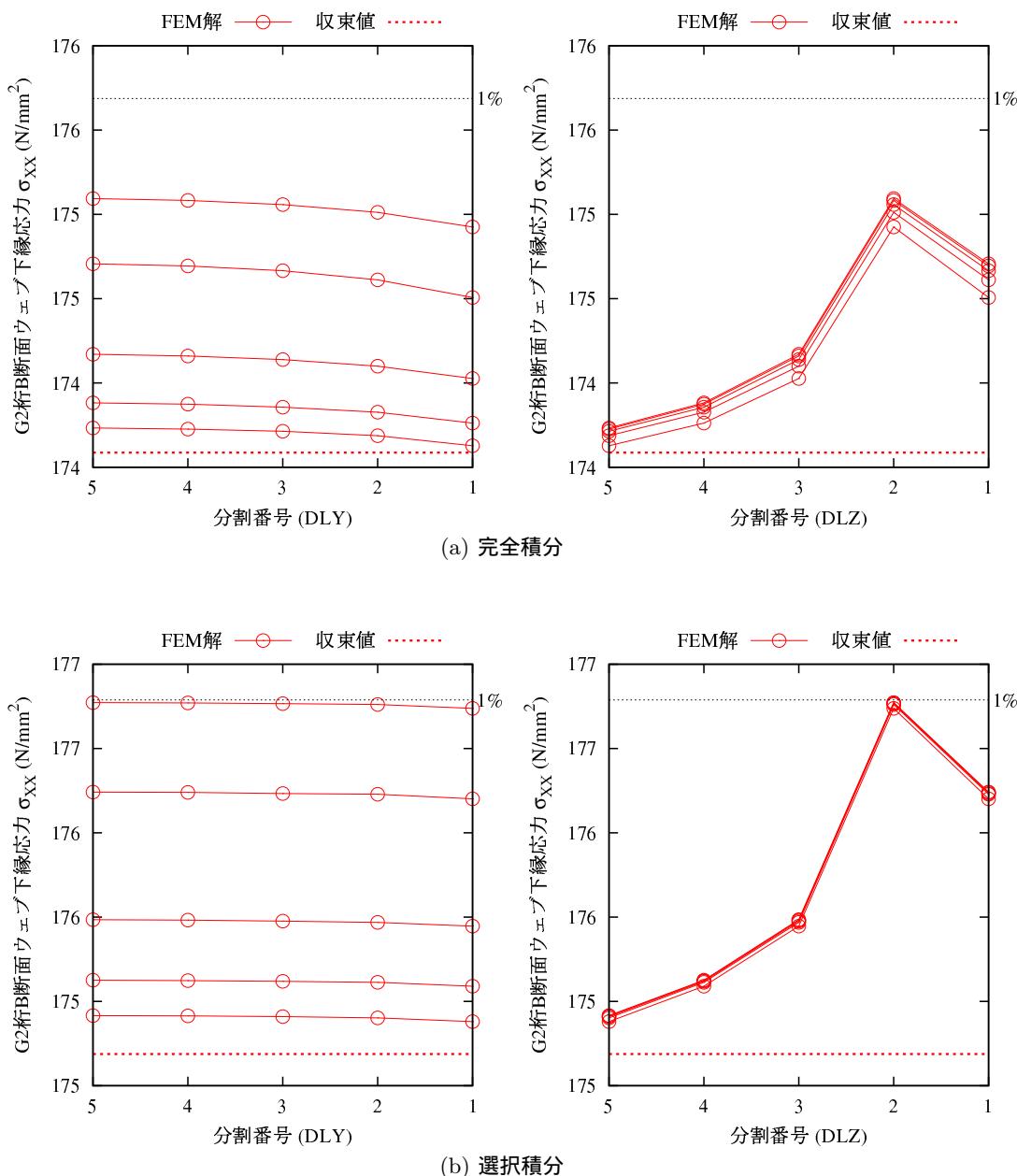


図 1A.2.35 G2 枠 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.34 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.32	-1.34	-1.35	-1.36	-1.36		-1.44	-1.44	-1.44	-1.44	-1.44
2	-1.43	-1.44	-1.45	-1.46	-1.46		-1.30	-1.30	-1.30	-1.30	-1.31
3	-0.74	-0.75	-0.76	-0.76	-0.76		-0.85	-0.85	-0.85	-0.85	-0.86
4	-0.44	-0.45	-0.45	-0.45	-0.46		-0.45	-0.45	-0.45	-0.45	-0.45
5	-0.23	-0.24	-0.24	-0.24	-0.25		-0.23	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23

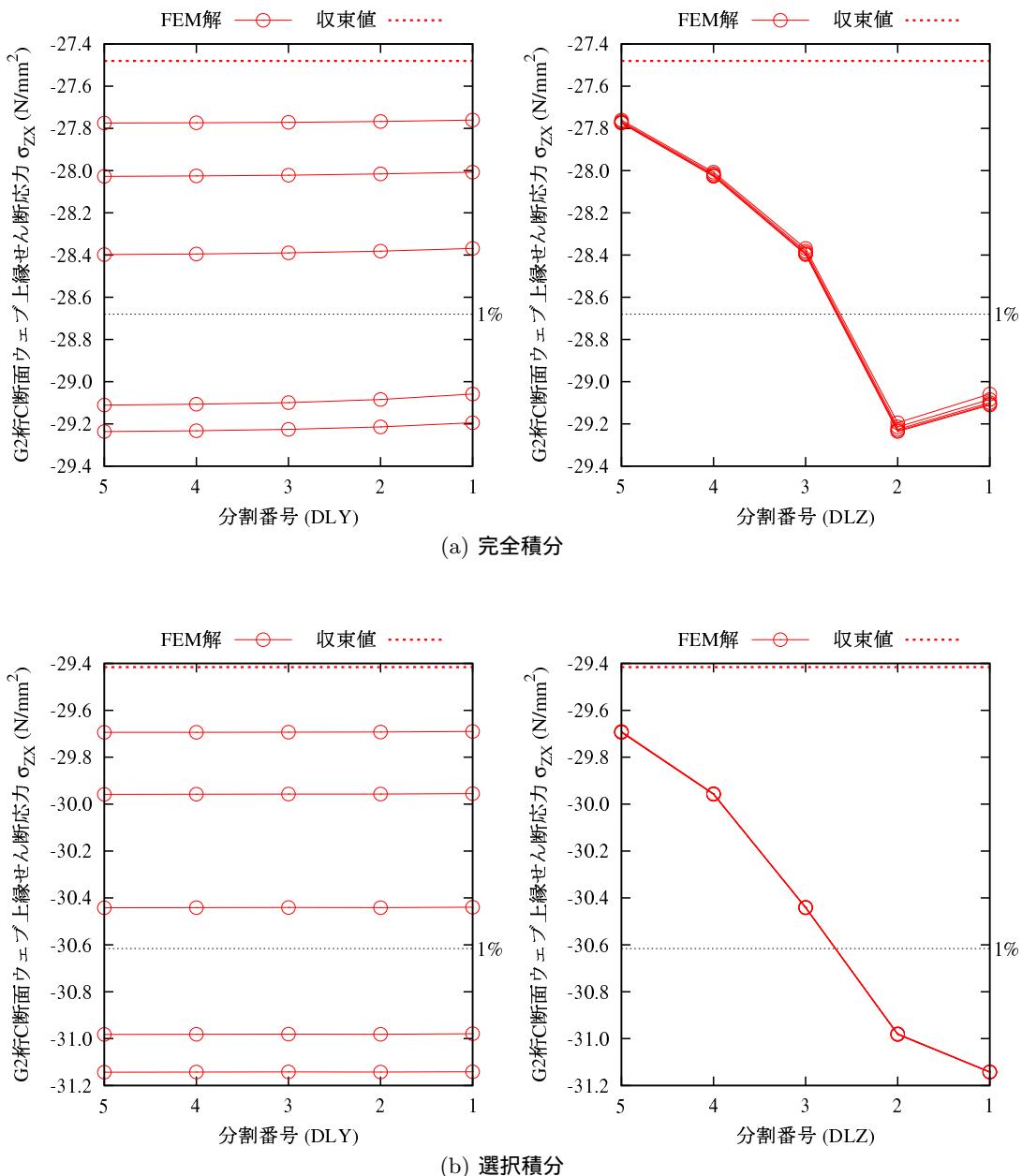


図 1A.2.36 G2 枠 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.35 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.71	2.69	2.68	2.67	2.67		2.91	2.91	2.91	2.91	2.91
2	1.11	1.09	1.09	1.08	1.08		1.43	1.43	1.43	1.43	1.43
3	0.68	0.67	0.66	0.66	0.66		0.79	0.79	0.79	0.79	0.79
4	0.20	0.19	0.19	0.18	0.18		0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
5	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06		0.18	0.18	0.18	0.18	0.18

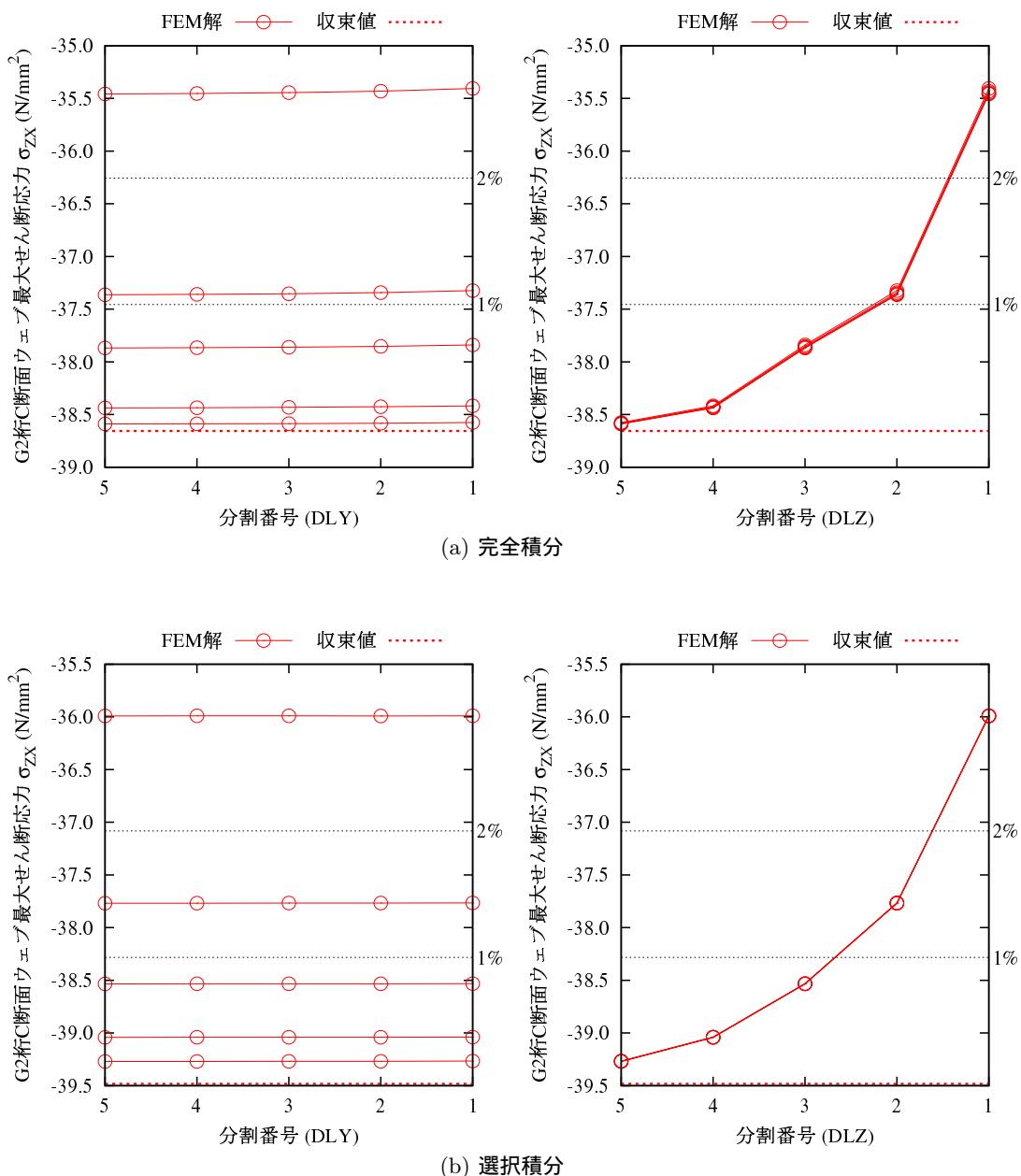


図 1A.2.37 G2 柄 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.36 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.70	-1.72	-1.73	-1.73	-1.74		-1.91	-1.91	-1.91	-1.91	-1.91
2	-1.68	-1.69	-1.70	-1.70	-1.70		-1.83	-1.83	-1.83	-1.83	-1.83
3	-0.96	-0.96	-0.97	-0.97	-0.97		-1.14	-1.14	-1.14	-1.14	-1.14
4	-0.52	-0.52	-0.52	-0.53	-0.53		-0.63	-0.63	-0.63	-0.63	-0.63
5	-0.27	-0.27	-0.27	-0.27	-0.27		-0.33	-0.33	-0.33	-0.33	-0.33

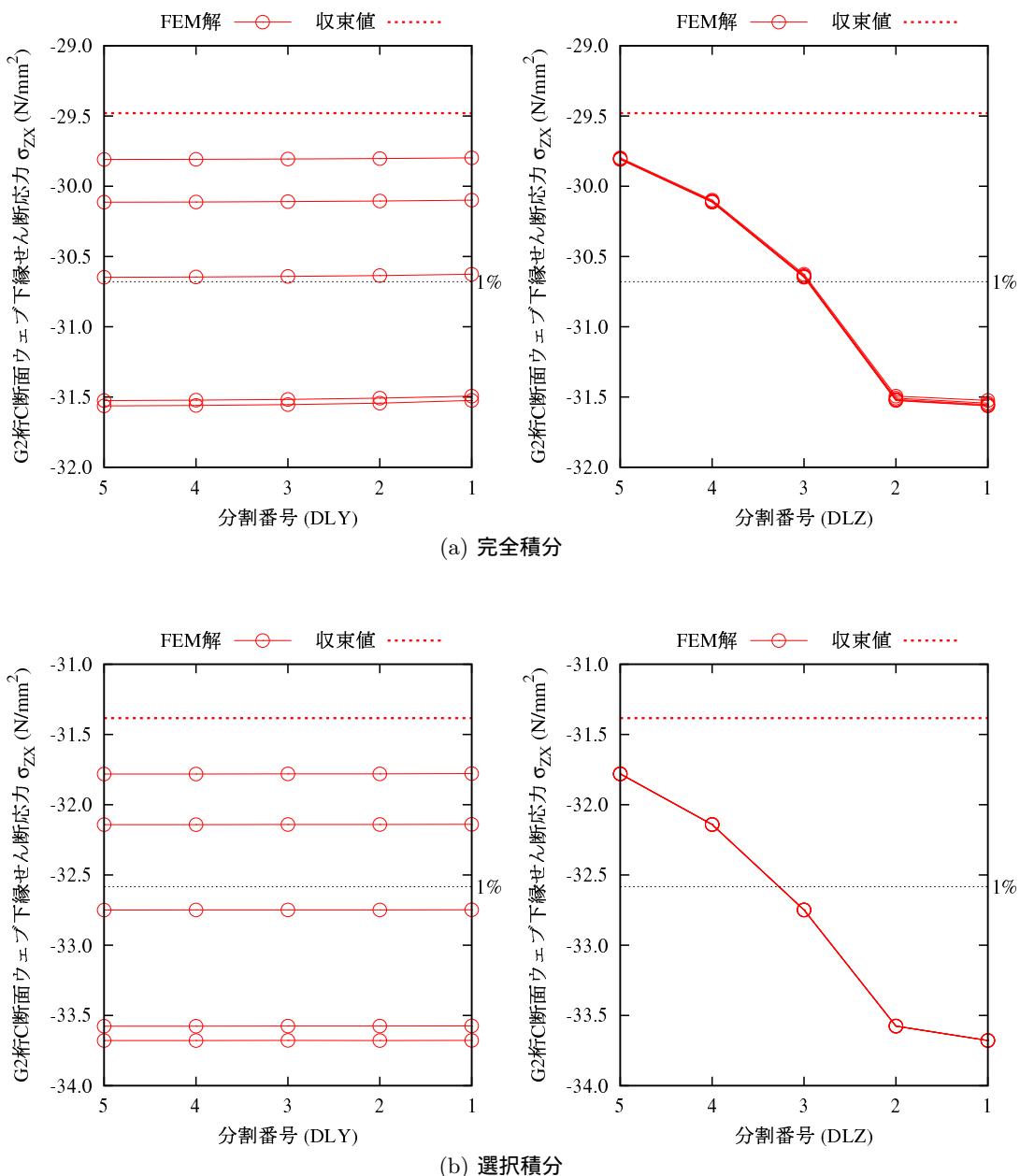


図 1A.2.38 G2 枠 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.37 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.27	-1.29	-1.30	-1.31	-1.31		-1.26	-1.26	-1.26	-1.26	-1.26
2	-1.25	-1.27	-1.28	-1.28	-1.28		-1.30	-1.30	-1.30	-1.30	-1.30
3	-0.71	-0.72	-0.73	-0.73	-0.74		-0.64	-0.65	-0.65	-0.65	-0.65
4	-0.39	-0.40	-0.40	-0.40	-0.41		-0.32	-0.32	-0.32	-0.32	-0.32
5	-0.20	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21		-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16

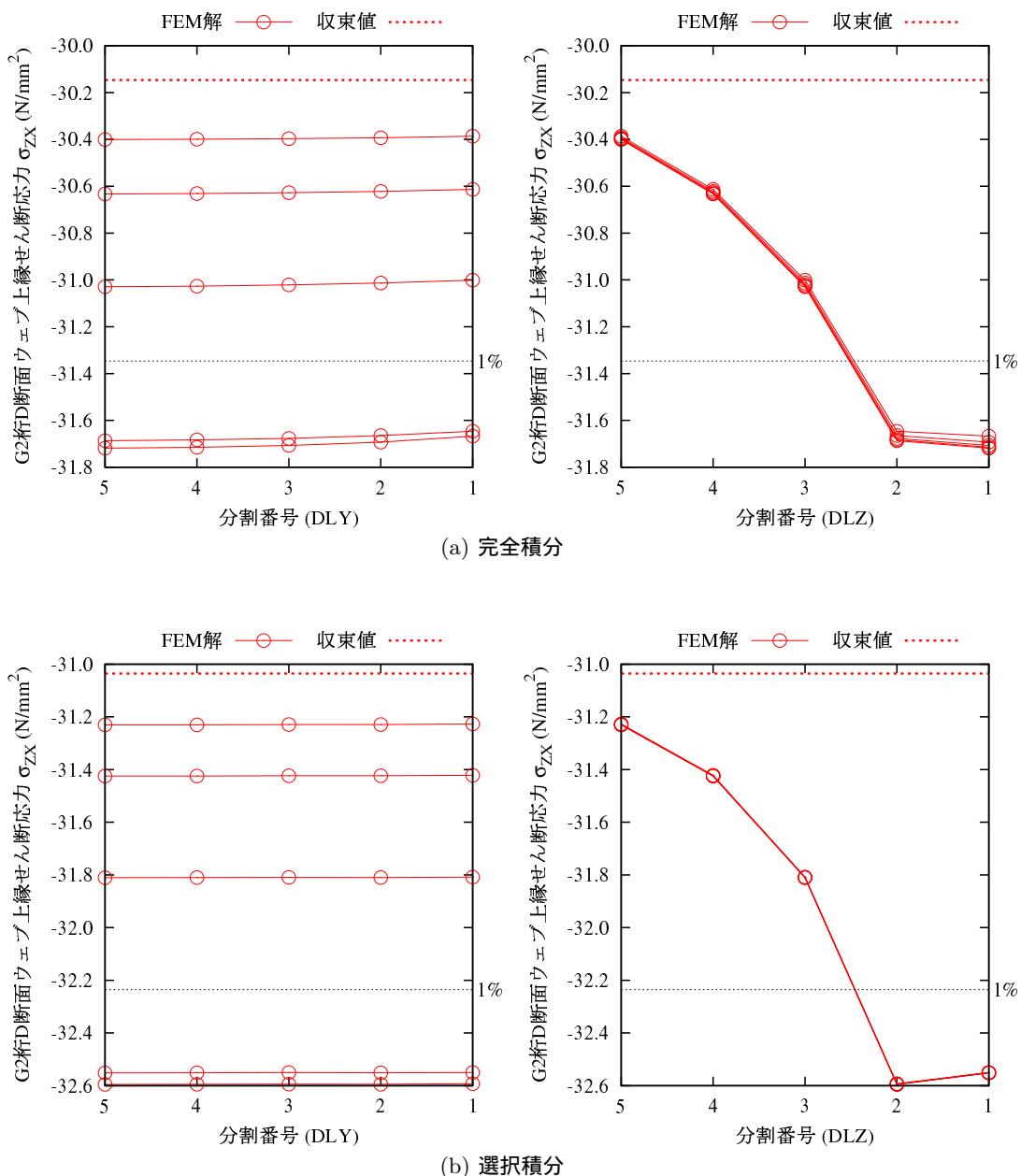


図 1A.2.39 G2 枠 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.38 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.85	2.82	2.81	2.81	2.80		2.98	2.98	2.98	2.98	2.98
2	1.50	1.49	1.48	1.47	1.47		1.55	1.55	1.55	1.55	1.55
3	0.71	0.70	0.69	0.69	0.69		0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
4	0.30	0.30	0.29	0.29	0.29		0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
5	0.14	0.14	0.13	0.13	0.13		0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

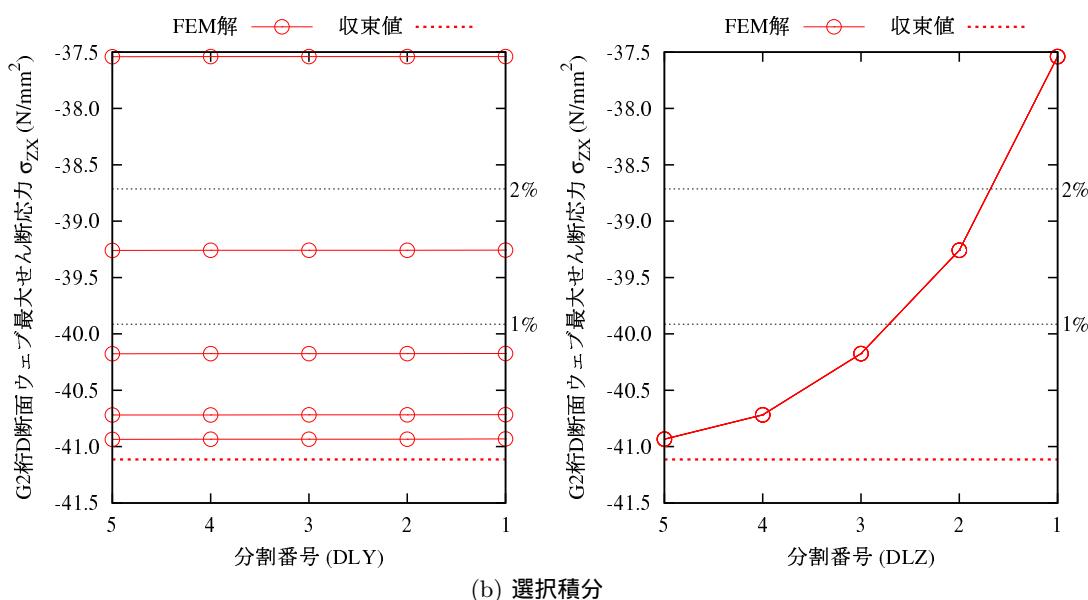
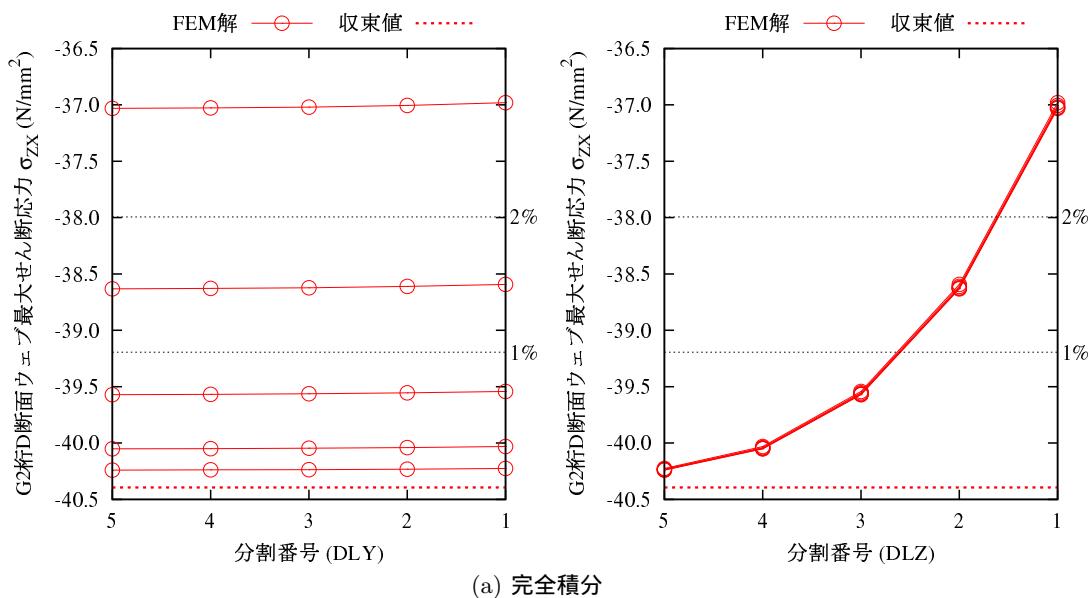


図 1A.2.40 G2 枠 D 断面ウェブの最大せん断応力

表 1A.2.39 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.30	-1.31	-1.32	-1.33	-1.33		-1.51	-1.51	-1.51	-1.51	-1.51
2	-1.47	-1.48	-1.49	-1.50	-1.50		-1.59	-1.59	-1.59	-1.59	-1.59
3	-0.81	-0.82	-0.83	-0.83	-0.83		-0.81	-0.82	-0.82	-0.82	-0.82
4	-0.45	-0.45	-0.46	-0.46	-0.46		-0.39	-0.39	-0.39	-0.39	-0.39
5	-0.23	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24		-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19

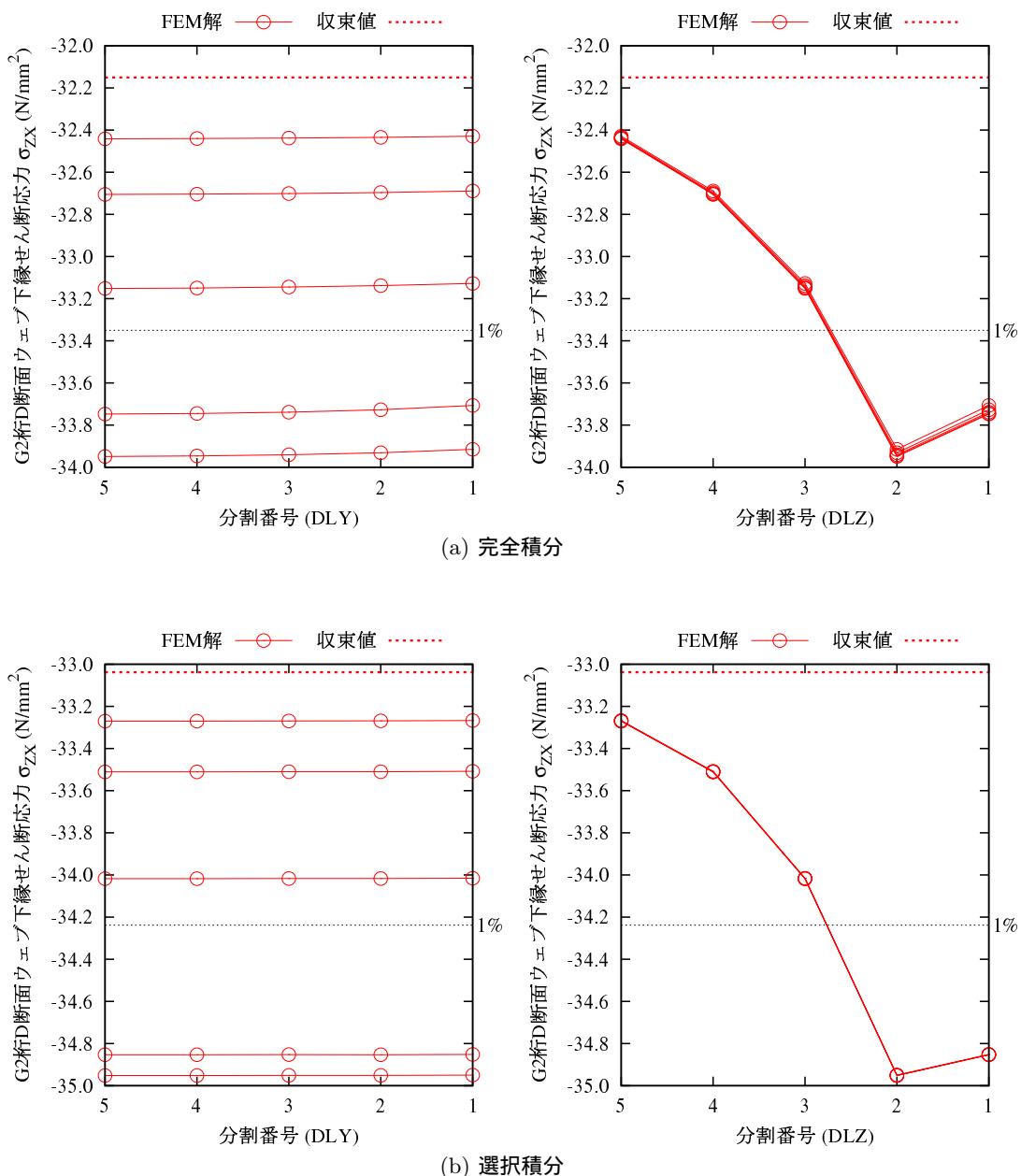


図 1A.2.41 G2 桁 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.40 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.80	2.82	2.83	2.83	2.83		2.34	2.35	2.36	2.35	2.35
2	2.60	2.62	2.63	2.63	2.63		2.15	2.15	2.15	2.15	2.15
3	1.70	1.73	1.74	1.74	1.75		1.35	1.34	1.35	1.35	1.35
4	1.15	1.18	1.19	1.19	1.20		1.01	1.00	1.01	1.01	1.01
5	0.64	0.66	0.67	0.67	0.68		0.58	0.58	0.59	0.59	0.59

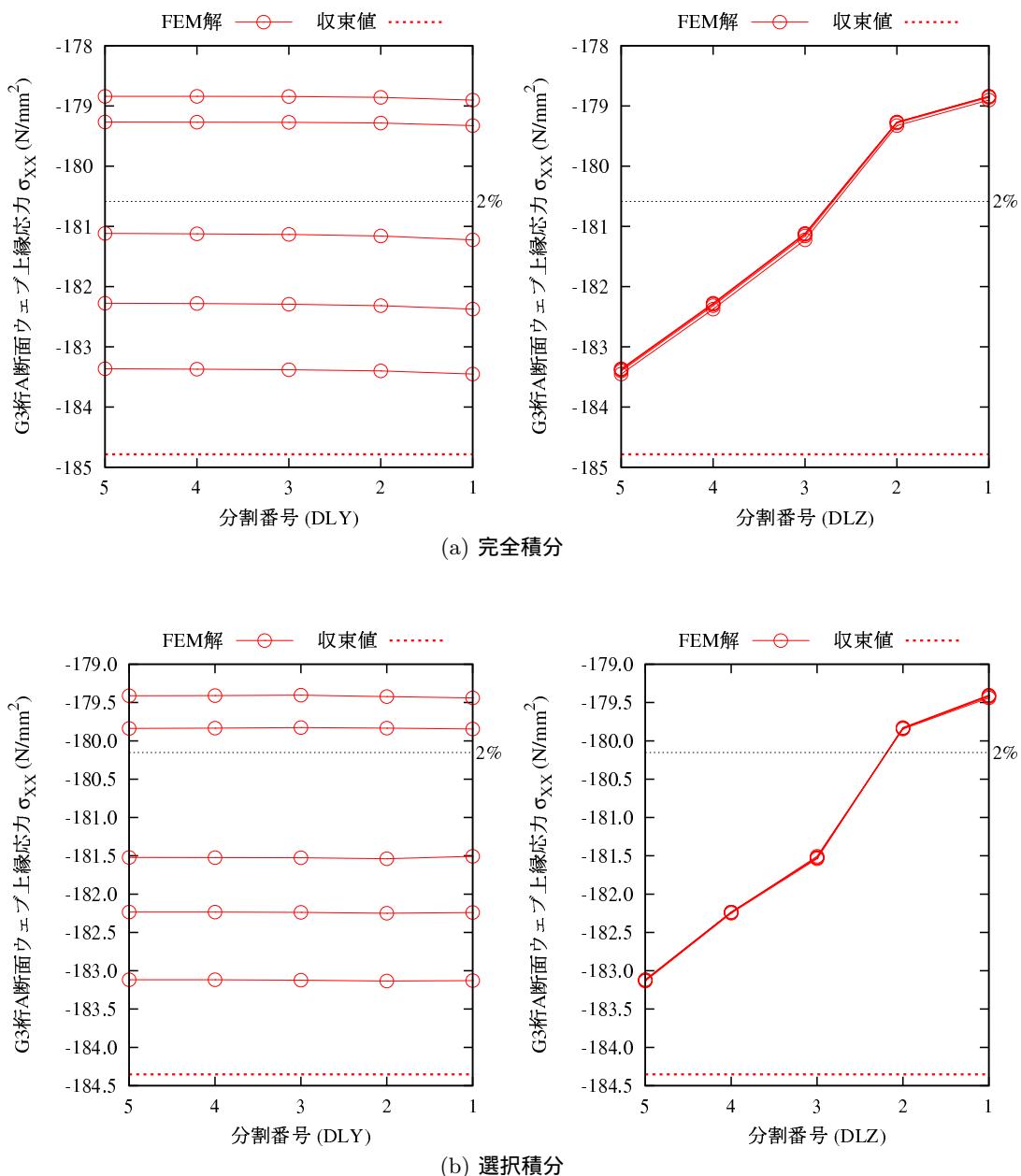


図 1A.2.42 G3 枠 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.41 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.23	-0.23	-0.22	-0.22	-0.22		-0.30	-0.30	-0.30	-0.30	-0.30
2	-0.45	-0.44	-0.44	-0.44	-0.44		-0.52	-0.52	-0.52	-0.52	-0.53
3	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23	-0.22		-0.30	-0.30	-0.30	-0.30	-0.30
4	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11		-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16
5	-0.05	-0.05	-0.06	-0.06	-0.06		-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08

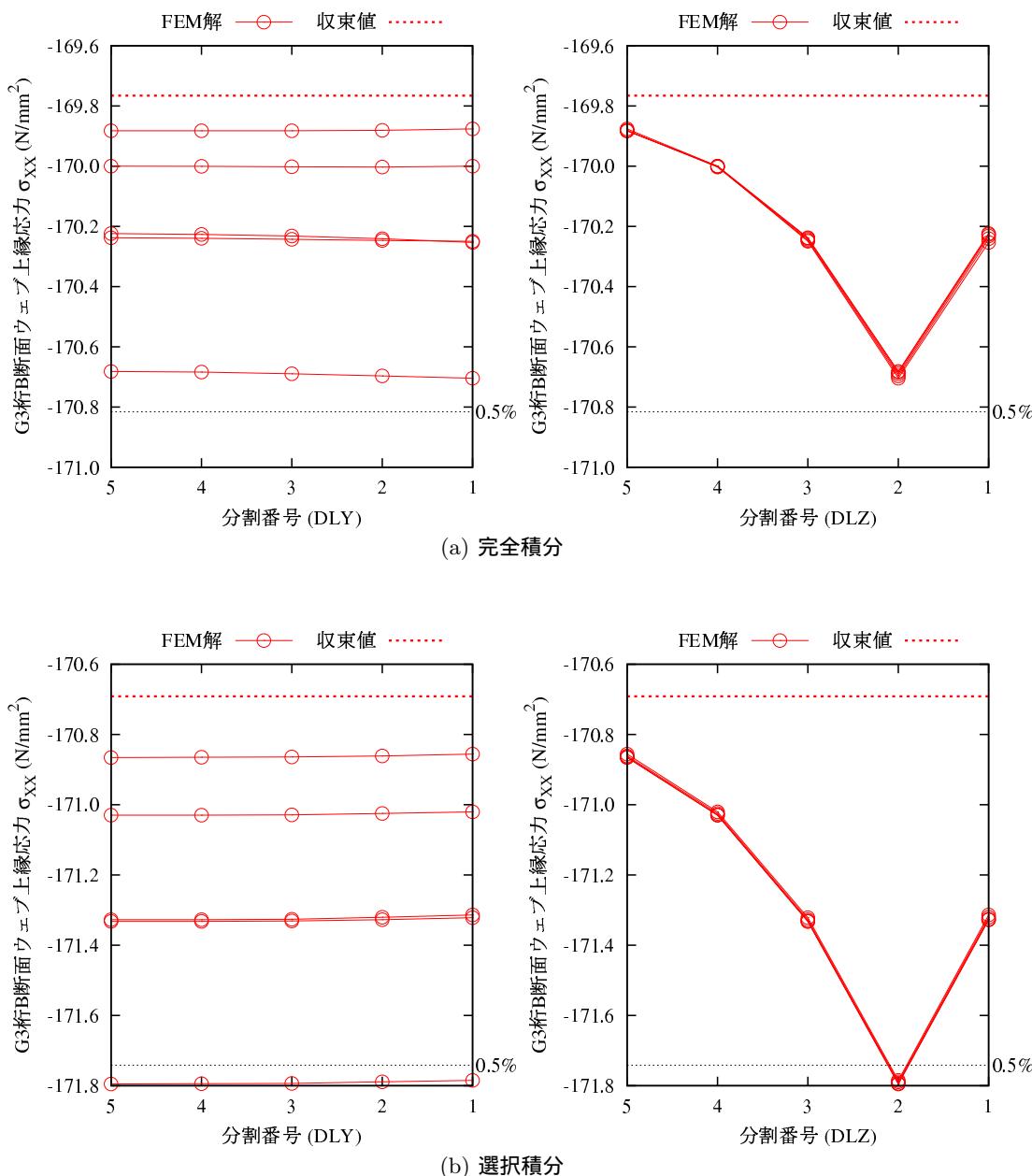


図 1A.2.43 G3 枠 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.42 各要素分割での応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分										(b) 選択積分							
		DGX										DGX							
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1	-2.54	-2.56	-2.58	-2.58	-2.59		1	-2.22	-2.21	-2.20	-2.19	-2.19		1	-2.22	-2.21	-2.20	-2.19	-2.19
2	-2.03	-2.06	-2.07	-2.08	-2.08		2	-1.69	-1.73	-1.73	-1.73	-1.73		2	-1.69	-1.73	-1.73	-1.73	-1.73
3	-1.84	-1.85	-1.85	-1.85	-1.86		3	-1.66	-1.66	-1.66	-1.66	-1.67		3	-1.66	-1.66	-1.66	-1.66	-1.67
4	-1.43	-1.42	-1.42	-1.42	-1.42		4	-1.37	-1.37	-1.37	-1.36	-1.36		4	-1.37	-1.37	-1.37	-1.36	-1.36
5	-0.85	-0.84	-0.83	-0.83	-0.83		5	-0.82	-0.82	-0.82	-0.82	-0.81		5	-0.82	-0.82	-0.82	-0.81	-0.81

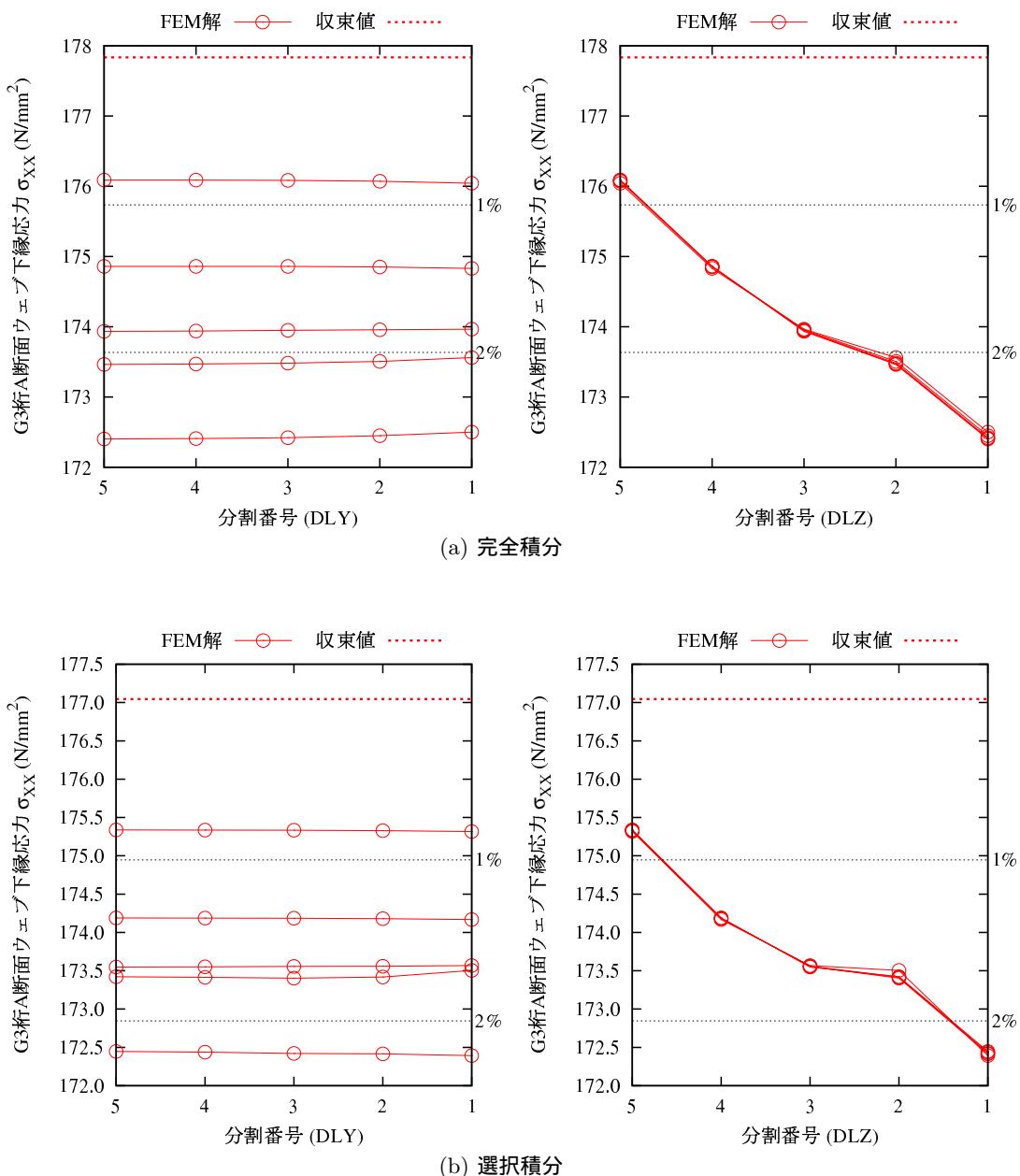
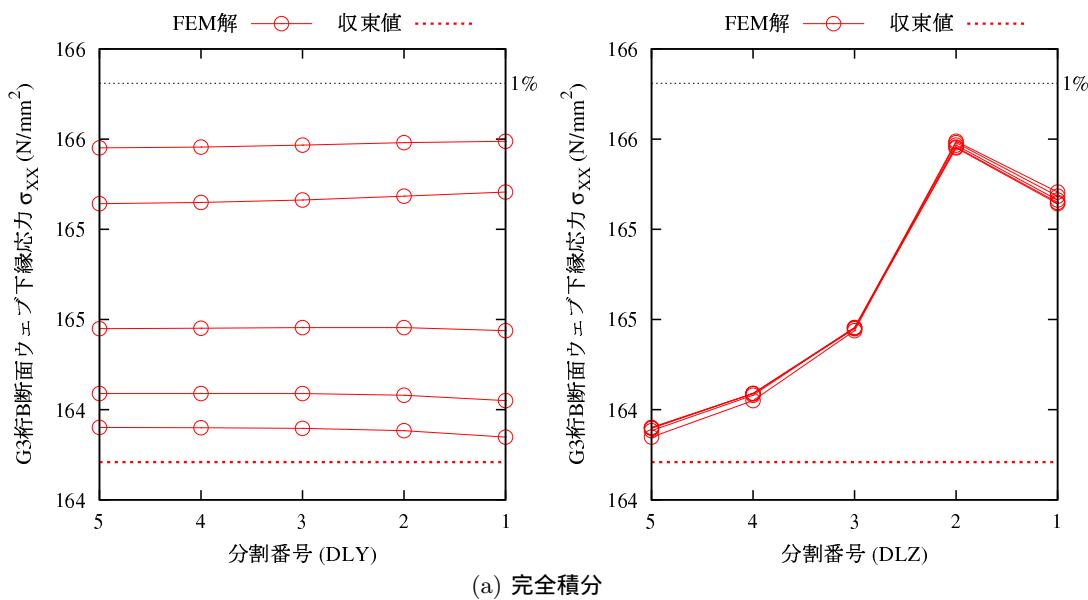


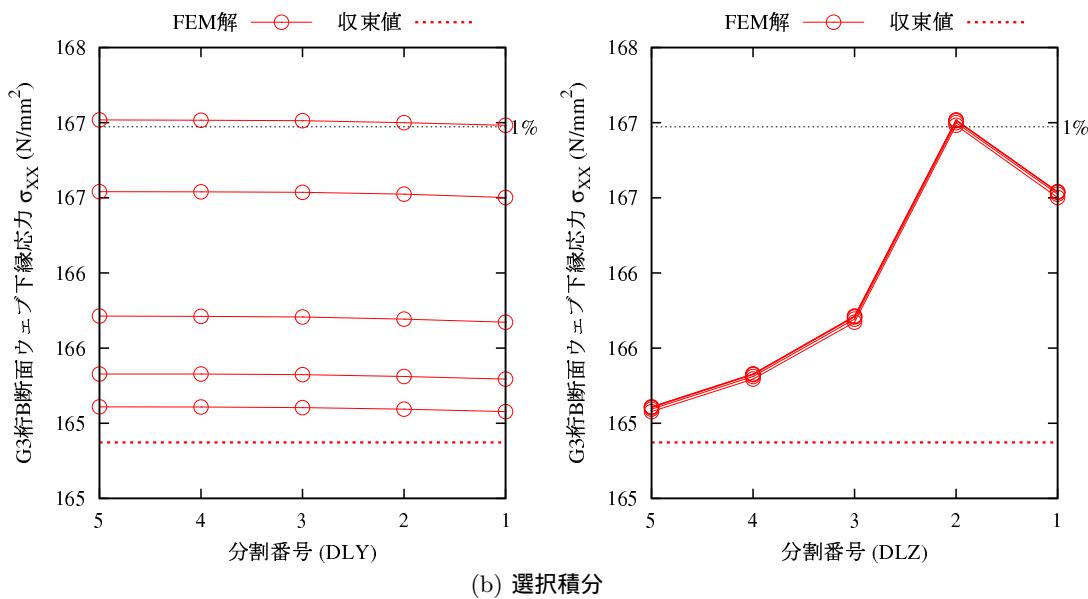
図 1A.2.44 G3 枠 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.43 各要素分割での応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分							(b) 選択積分				
		DGX							DGX				
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1		0.71	0.70	0.69	0.69	0.68		0.78	0.79	0.79	0.79	0.79	
2		0.85	0.84	0.84	0.83	0.83		1.01	1.01	1.02	1.02	1.02	
3		0.35	0.36	0.36	0.35	0.35		0.38	0.39	0.40	0.40	0.40	
4		0.16	0.18	0.18	0.18	0.18		0.20	0.21	0.22	0.22	0.22	
5		0.07	0.08	0.09	0.09	0.09		0.10	0.11	0.11	0.11	0.11	



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.2.45 G3 枠 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.44 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.27	-1.26	-1.25	-1.25	-1.24		-1.32	-1.32	-1.33	-1.33	-1.33
2	-1.39	-1.39	-1.38	-1.37	-1.37		-1.24	-1.24	-1.25	-1.25	-1.25
3	-0.73	-0.73	-0.73	-0.72	-0.72		-0.80	-0.80	-0.80	-0.80	-0.80
4	-0.42	-0.43	-0.43	-0.43	-0.42		-0.42	-0.42	-0.42	-0.42	-0.42
5	-0.22	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23		-0.21	-0.22	-0.22	-0.22	-0.22

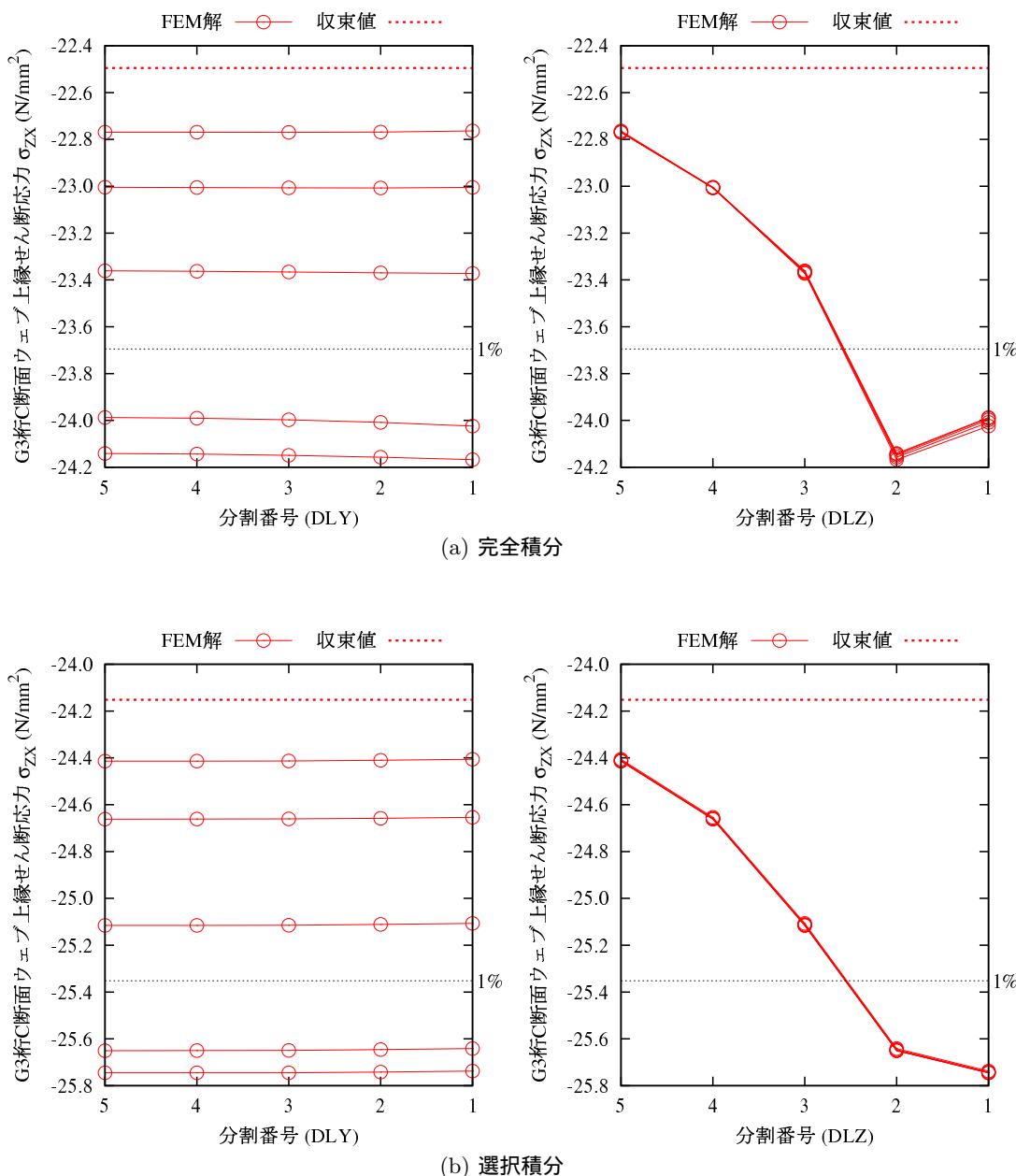


図 1A.2.46 G3 枠 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.45 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.72	2.74	2.74	2.75	2.75		2.40	2.40	2.39	2.39	2.39
2	0.90	0.91	0.91	0.92	0.92		1.14	1.14	1.13	1.13	1.13
3	0.68	0.68	0.69	0.69	0.69		0.69	0.68	0.68	0.68	0.68
4	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24		0.24	0.24	0.24	0.24	0.24
5	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09		0.10	0.09	0.09	0.09	0.09

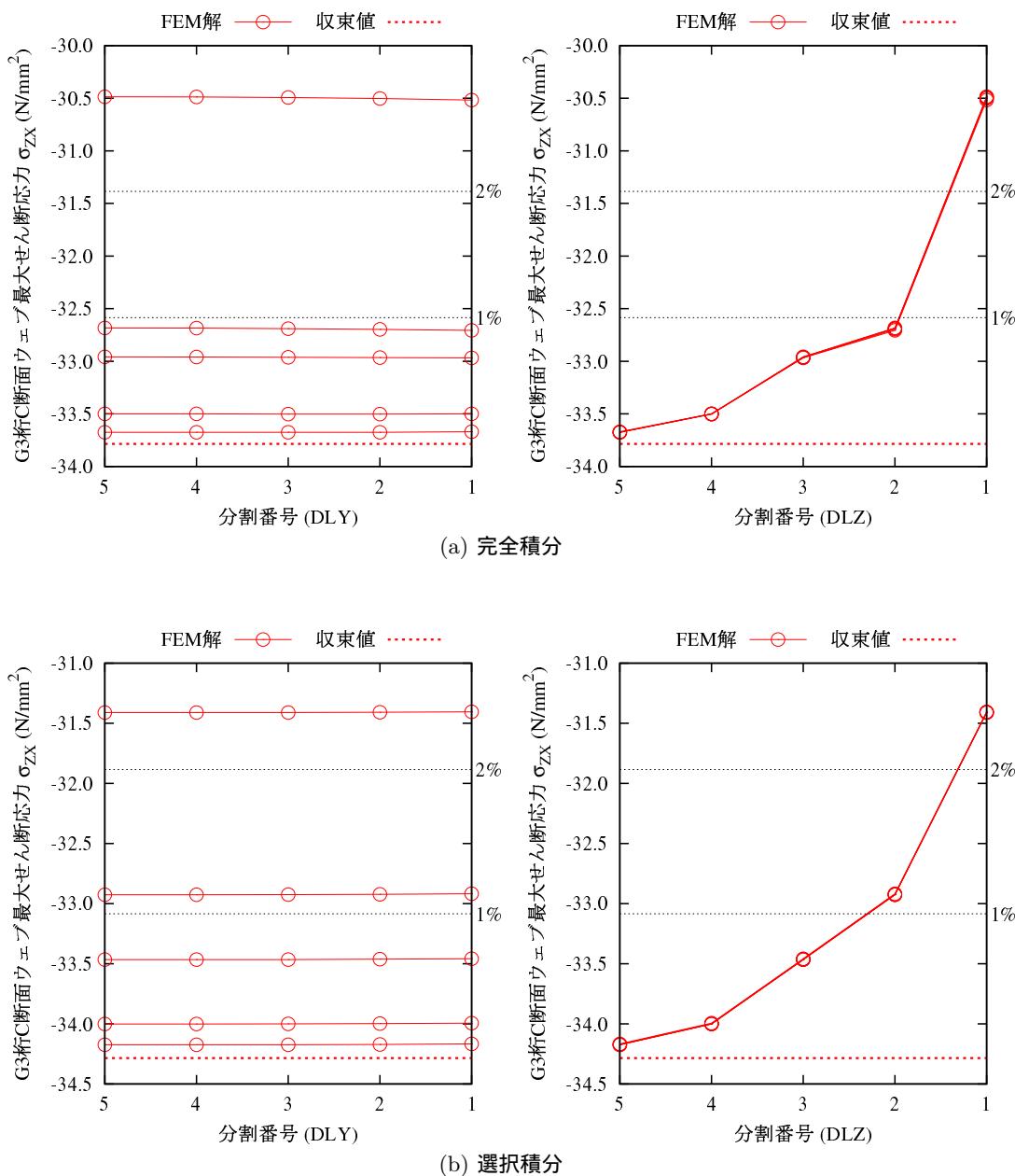


図 1A.2.47 G3 枠 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.46 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.56	-1.55	-1.54	-1.54	-1.54		-1.72	-1.72	-1.73	-1.73	-1.73
2	-1.52	-1.52	-1.51	-1.51	-1.51		-1.63	-1.63	-1.63	-1.63	-1.63
3	-0.85	-0.85	-0.85	-0.85	-0.85		-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
4	-0.46	-0.46	-0.46	-0.46	-0.46		-0.55	-0.56	-0.56	-0.56	-0.56
5	-0.23	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24		-0.29	-0.29	-0.29	-0.29	-0.29

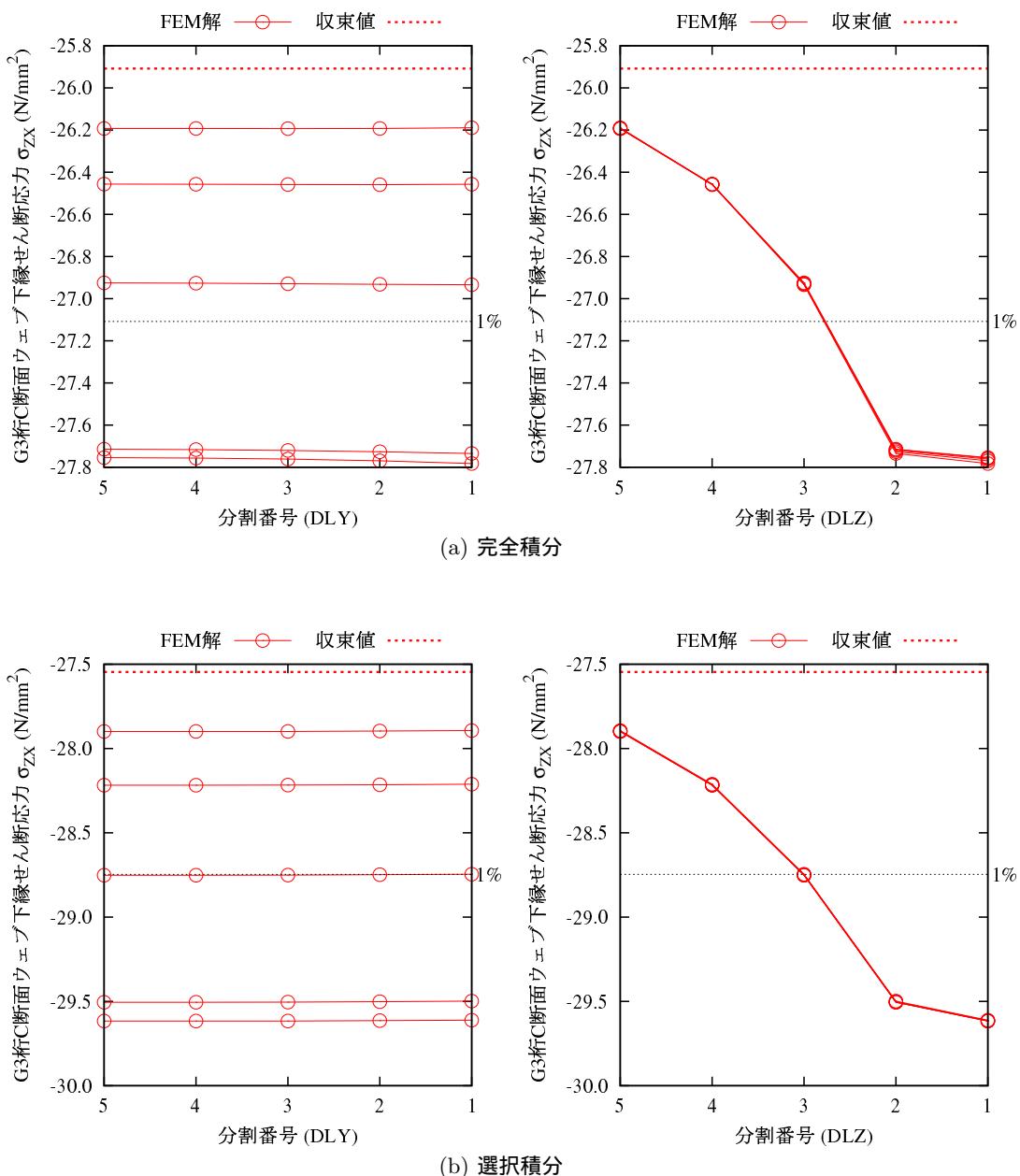


図 1A.2.48 G3 枠 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.47 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.20	-1.19	-1.18	-1.18	-1.17		-1.11	-1.12	-1.12	-1.12	-1.12
2	-1.24	-1.23	-1.23	-1.22	-1.22		-1.22	-1.23	-1.23	-1.23	-1.23
3	-0.73	-0.73	-0.73	-0.72	-0.72		-0.63	-0.63	-0.63	-0.63	-0.63
4	-0.41	-0.41	-0.41	-0.41	-0.41		-0.32	-0.32	-0.32	-0.32	-0.32
5	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21		-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16

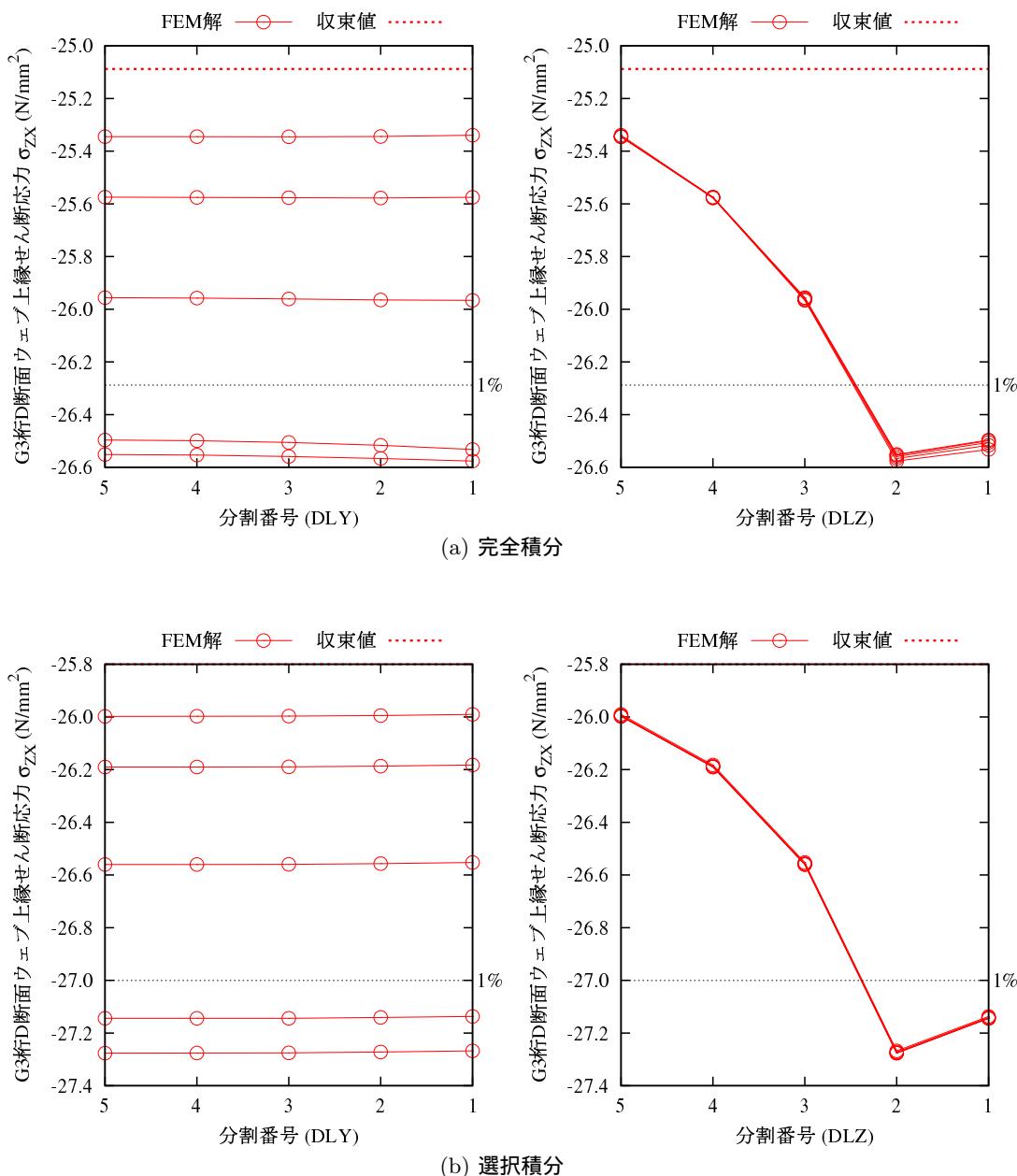


図 1A.2.49 G3 枠 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.48 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2.77	2.78	2.79	2.79	2.79		2.74	2.73	2.73	2.73	2.73
2	1.30	1.30	1.31	1.31	1.32		1.39	1.39	1.39	1.39	1.39
3	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71		0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
4	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34		0.40	0.39	0.39	0.39	0.39
5	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17		0.20	0.19	0.19	0.19	0.19

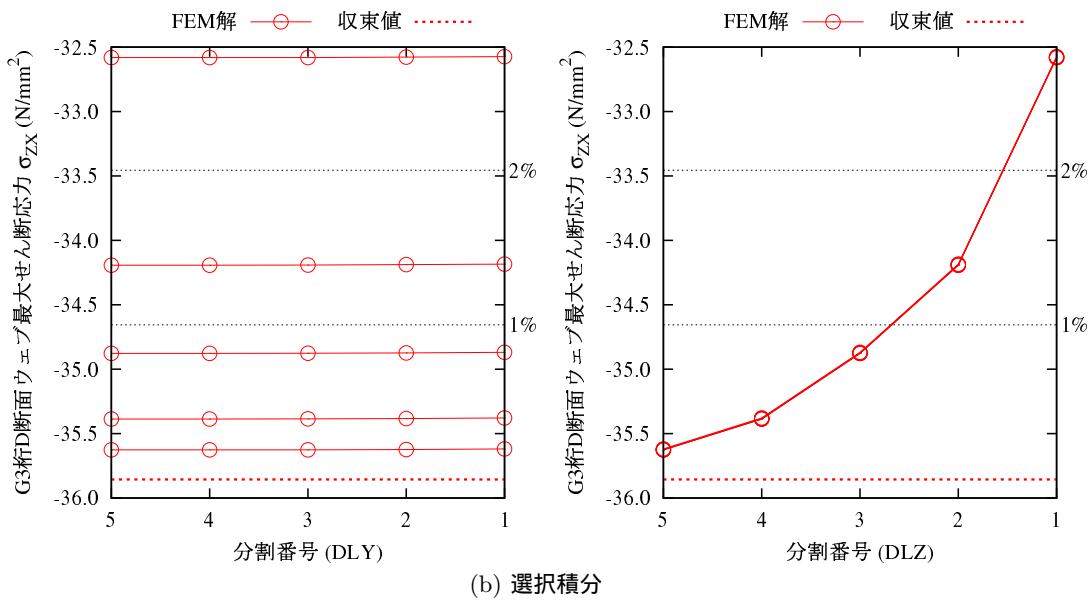
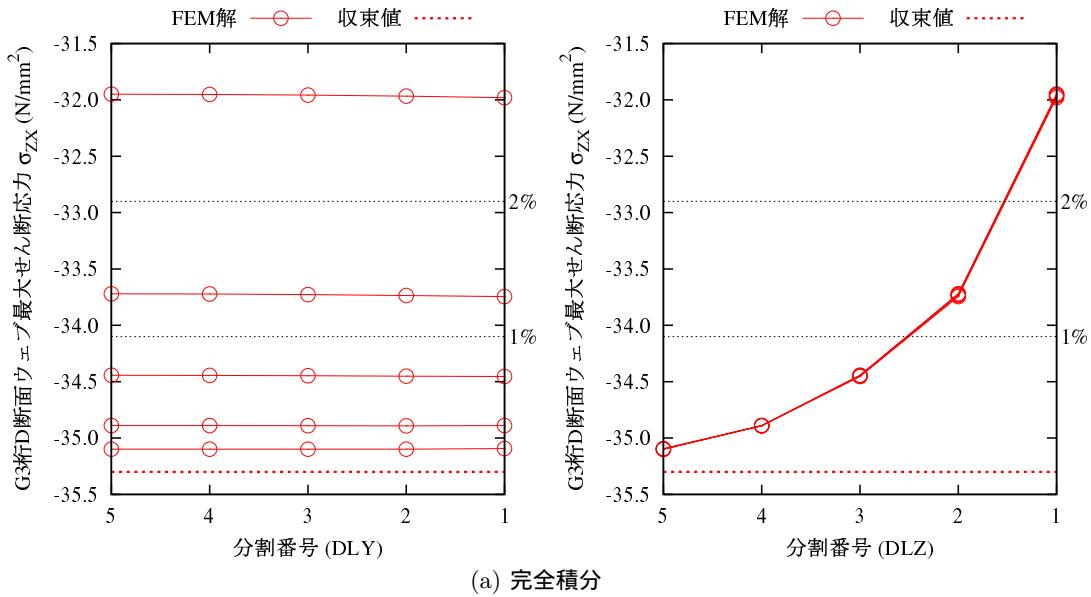


図 1A.2.50 G3 枠 D 断面ウェブの最大せん断応力

表 1A.2.49 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

		(a) 完全積分										(b) 選択積分						
		DGX										DGX						
DGZ		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1		-1.37	-1.36	-1.35	-1.34	-1.34		-1.47	-1.48	-1.48	-1.48	-1.48		-1.42	-1.41	-1.40	-1.40	-1.40
2		-1.42	-1.41	-1.40	-1.40	-1.40		-1.44	-1.44	-1.45	-1.45	-1.45		-0.78	-0.78	-0.78	-0.78	-0.77
3		-0.78	-0.78	-0.78	-0.78	-0.77		-0.72	-0.72	-0.73	-0.73	-0.73		-0.43	-0.43	-0.43	-0.43	-0.43
4		-0.43	-0.43	-0.43	-0.43	-0.43		-0.34	-0.35	-0.35	-0.35	-0.35		-0.22	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23
5		-0.22	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23		-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17						

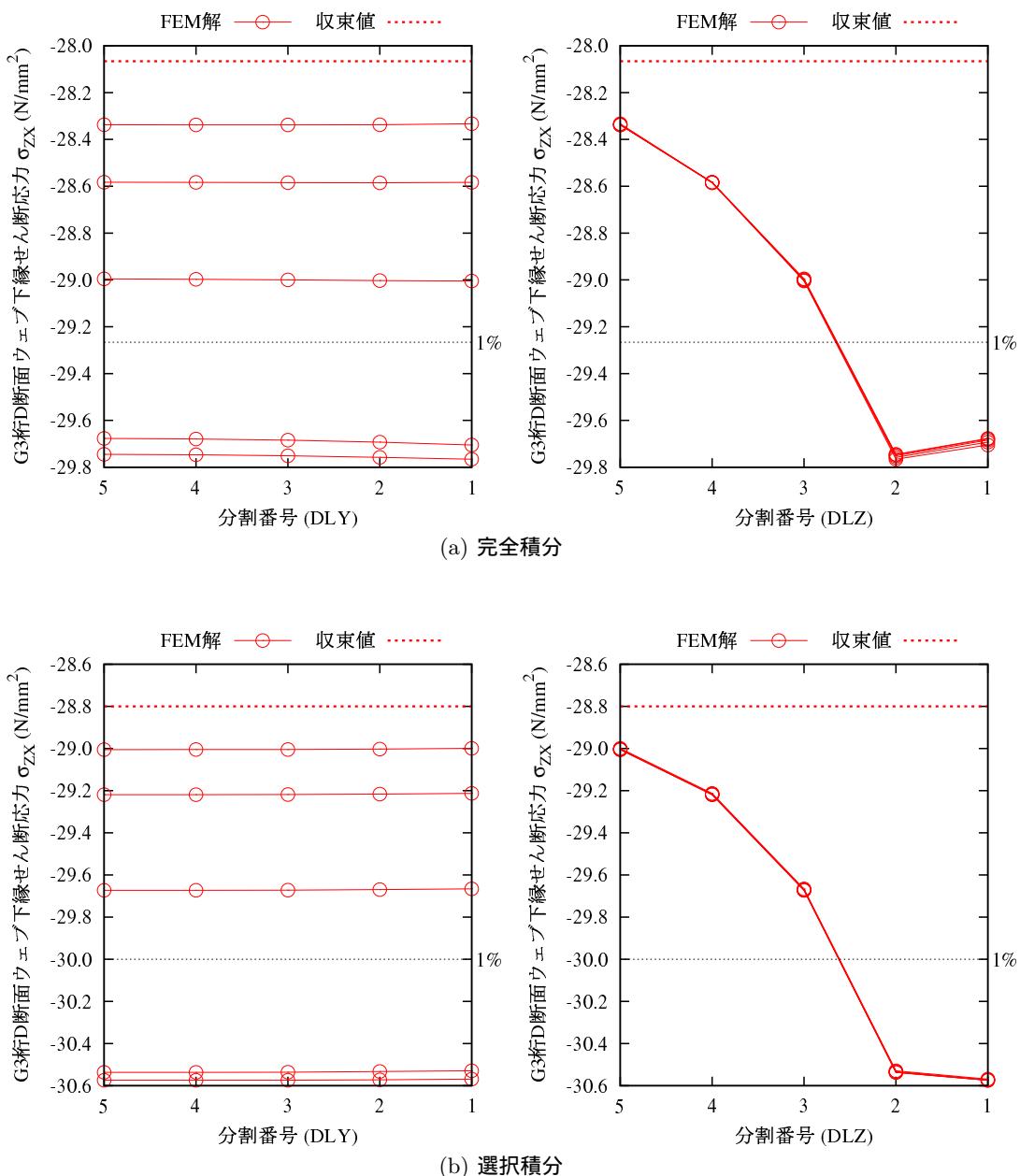


図 1A.2.51 G3 枝 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.50 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-6.91	-6.86	-6.83	-6.81	-6.79		-5.42	-5.38	-5.39	-5.39	-5.39
2	-7.04	-7.00	-6.98	-6.96	-6.95		-5.60	-5.52	-5.47	-5.44	-5.42
3	-4.49	-4.45	-4.43	-4.41	-4.40		-2.49	-2.46	-2.45	-2.45	-2.45
4	-2.53	-2.49	-2.47	-2.46	-2.44		-1.25	-1.23	-1.23	-1.24	-1.24
5	-1.36	-1.32	-1.31	-1.30	-1.29		-0.61	-0.61	-0.61	-0.62	-0.62

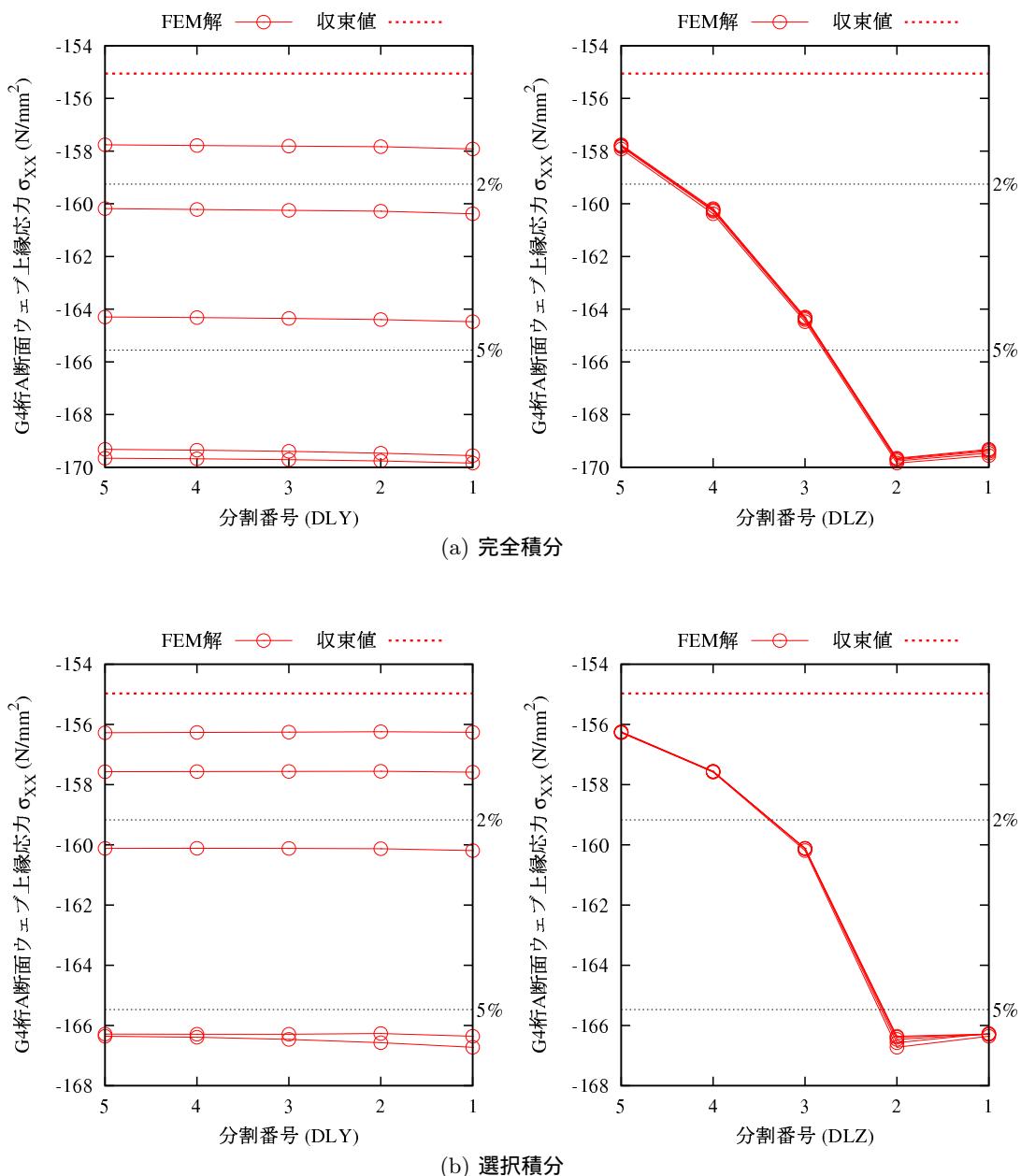


図 1A.2.52 G4 枠 A 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.51 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0.27	-0.25	-0.23	-0.22	-0.22		-0.35	-0.35	-0.35	-0.35	-0.35
2	-0.46	-0.44	-0.43	-0.42	-0.41		-0.56	-0.56	-0.56	-0.56	-0.56
3	-0.24	-0.23	-0.22	-0.21	-0.21		-0.31	-0.30	-0.31	-0.31	-0.30
4	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10		-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16
5	-0.06	-0.06	-0.06	-0.05	-0.05		-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08

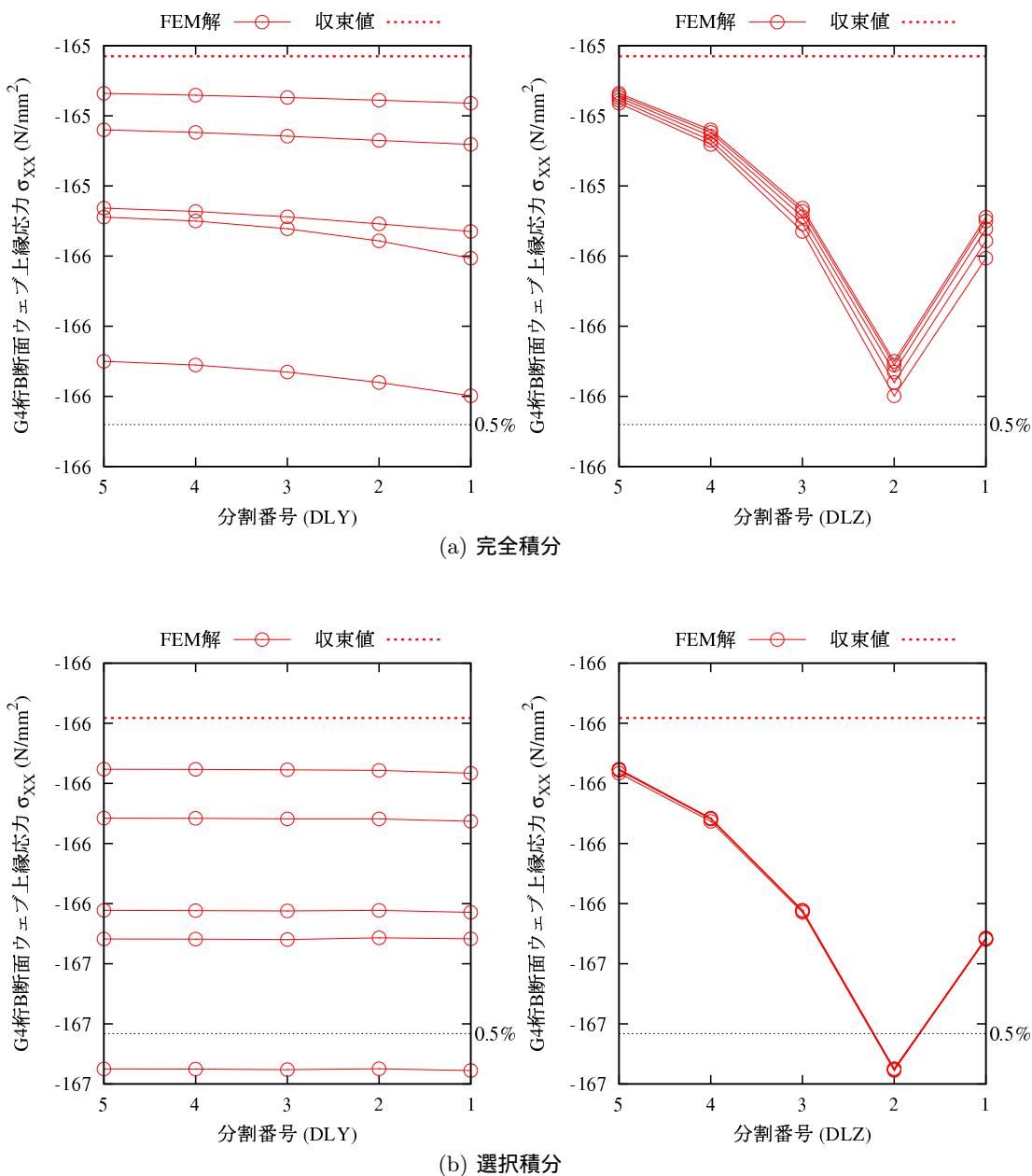


図 1A.2.53 G4 枠 B 断面ウェブ上縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.52 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGZ					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0.23	0.11	0.04	0.01	-0.01		-1.27	-1.29	-1.28	-1.28	-1.28
2	0.36	0.27	0.21	0.17	0.15		-1.29	-1.27	-1.24	-1.23	-1.22
3	0.32	0.26	0.22	0.19	0.18		-0.80	-0.79	-0.78	-0.78	-0.78
4	0.15	0.11	0.09	0.07	0.06		-0.55	-0.55	-0.54	-0.54	-0.54
5	0.08	0.06	0.04	0.03	0.03		-0.32	-0.31	-0.31	-0.30	-0.30

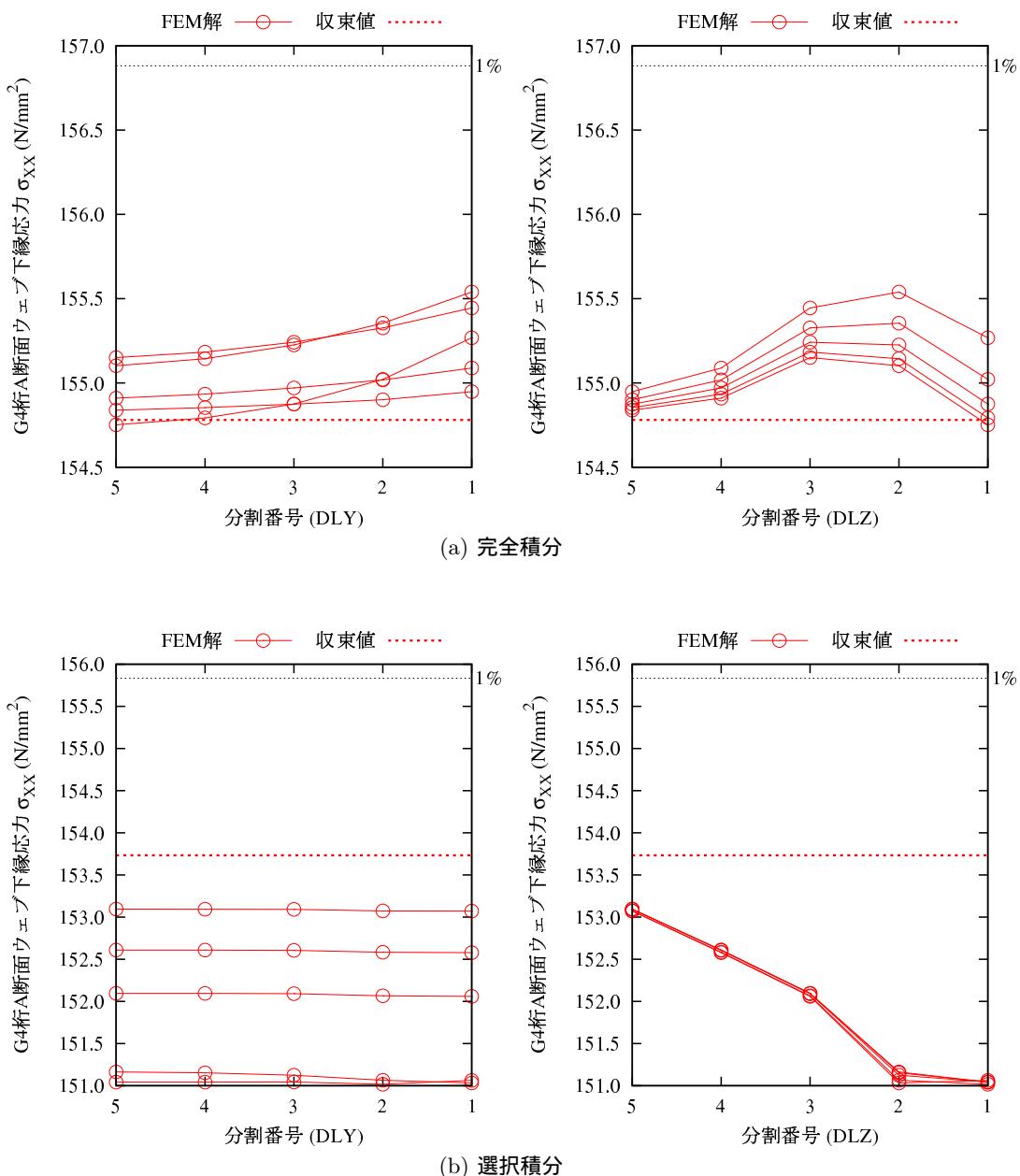


図 1A.2.54 G4 枠 A 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.53 各要素分割での応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.25	1.15	1.09	1.06	1.04		0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
2	1.28	1.21	1.16	1.13	1.12		1.07	1.07	1.07	1.07	1.07
3	0.69	0.64	0.61	0.59	0.58		0.53	0.53	0.54	0.53	0.53
4	0.37	0.34	0.32	0.31	0.30		0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
5	0.20	0.18	0.17	0.16	0.15		0.14	0.13	0.14	0.14	0.13

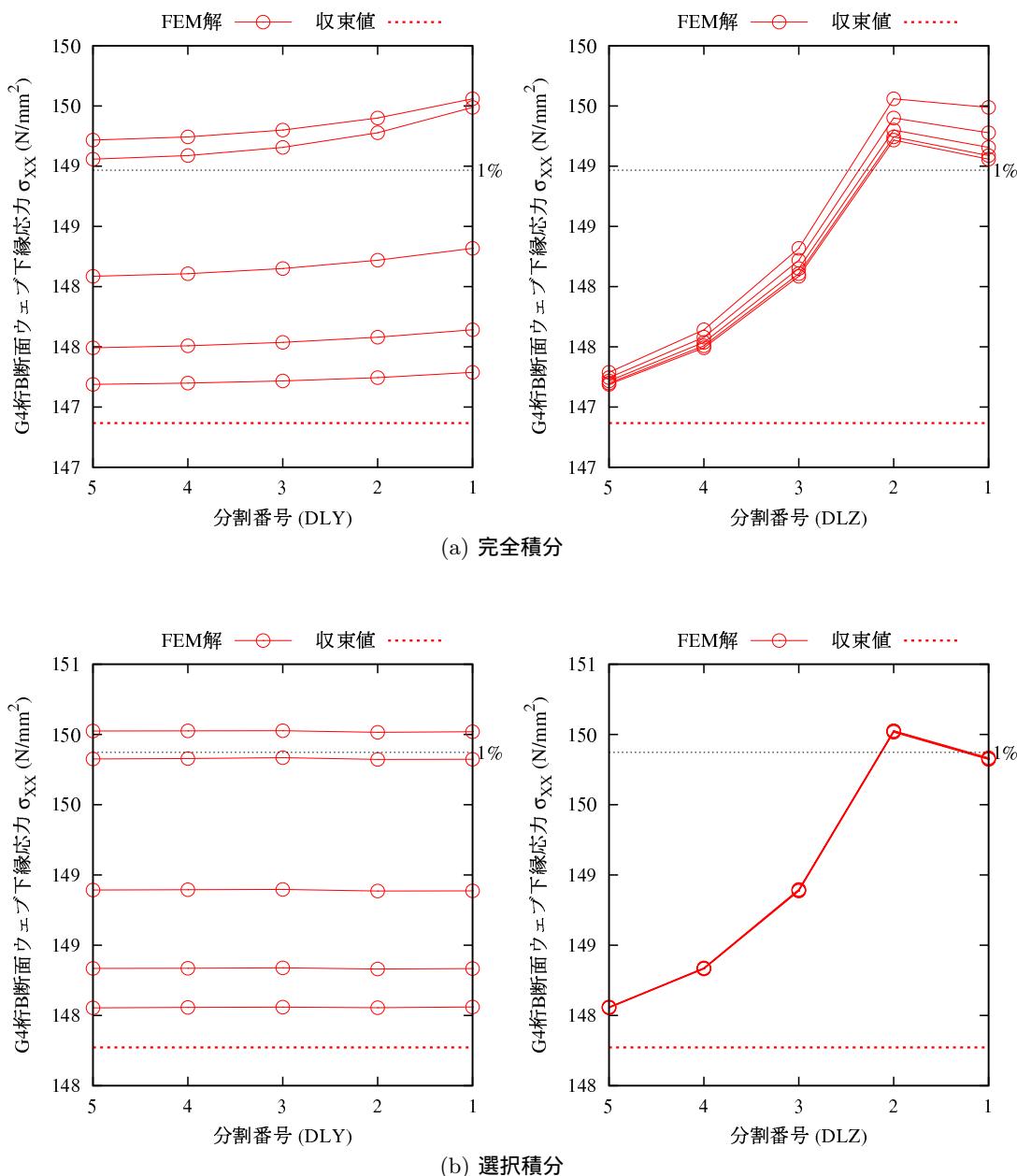


図 1A.2.55 G4 枠 B 断面ウェブ下縁の応力 (MGF1)

表 1A.2.54 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.30	-1.25	-1.21	-1.19	-1.18		-1.27	-1.27	-1.28	-1.28	-1.27
2	-1.43	-1.39	-1.36	-1.34	-1.33		-1.24	-1.24	-1.25	-1.25	-1.25
3	-0.77	-0.75	-0.73	-0.72	-0.71		-0.78	-0.78	-0.78	-0.78	-0.78
4	-0.44	-0.43	-0.42	-0.41	-0.41		-0.41	-0.41	-0.41	-0.41	-0.41
5	-0.24	-0.23	-0.23	-0.22	-0.22		-0.21	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21

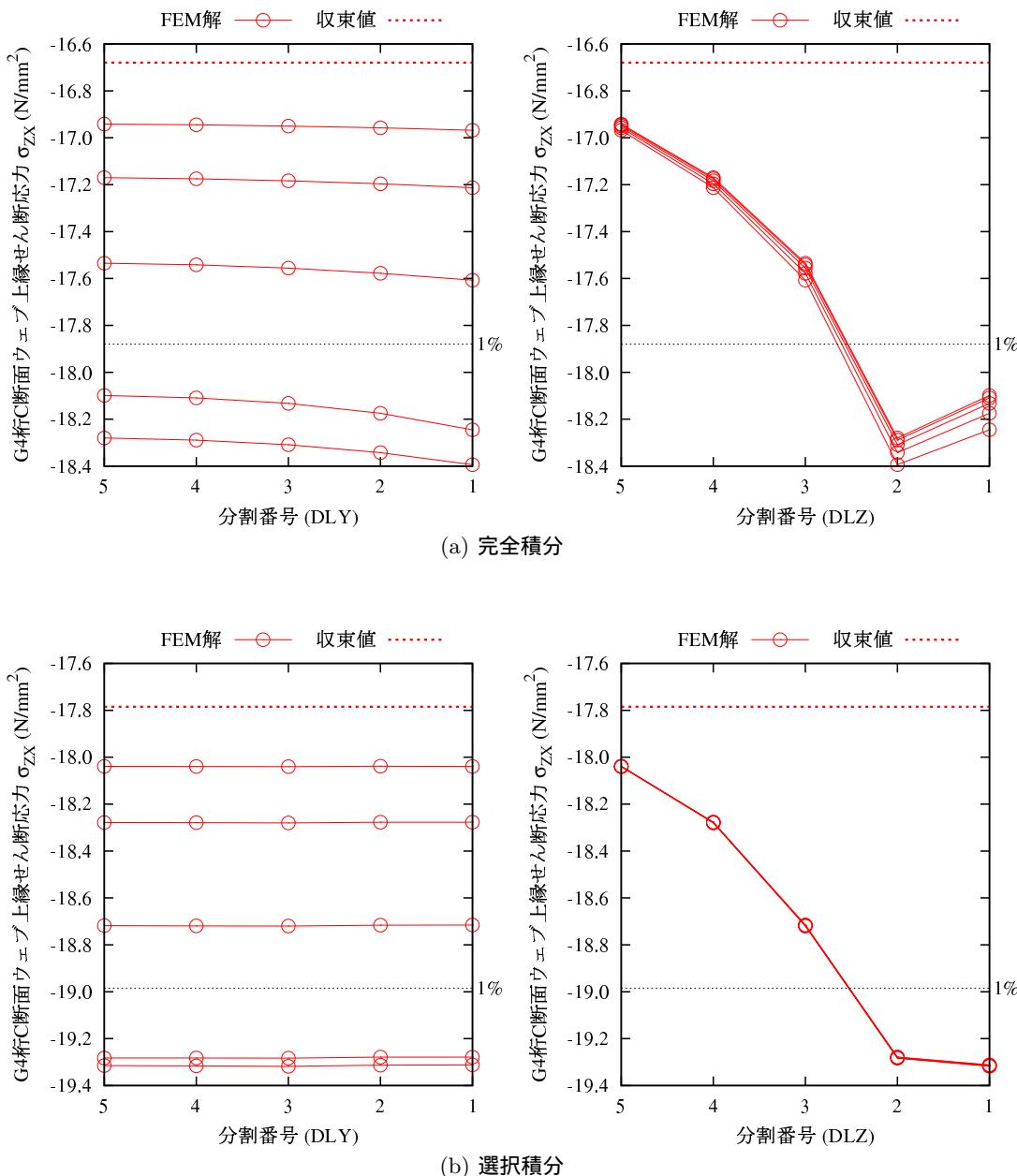


図 1A.2.56 G4 桁 C 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.55 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.84	1.89	1.92	1.93	1.94		1.66	1.66	1.66	1.66	1.66
2	0.50	0.54	0.57	0.58	0.59		0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
3	0.28	0.30	0.32	0.33	0.34		0.36	0.36	0.35	0.35	0.36
4	0.10	0.12	0.13	0.13	0.14		0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
5	0.04	0.05	0.05	0.06	0.06		0.07	0.07	0.07	0.07	0.07

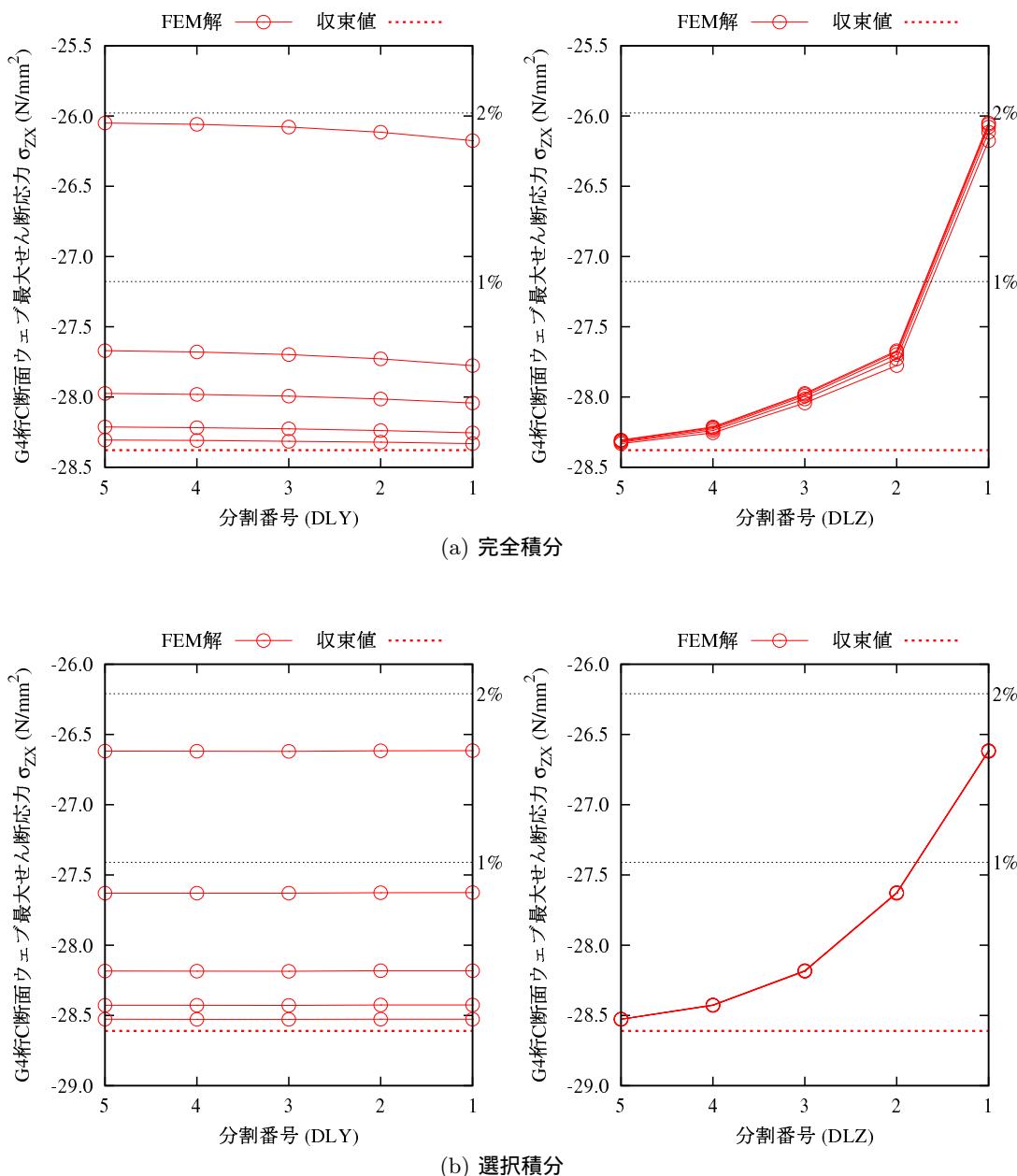


図 1A.2.57 G4 枠 C 断面ウェブの最大せん断応力 (MGF1)

表 1A.2.56 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.44	-1.39	-1.37	-1.35	-1.35		-1.50	-1.50	-1.50	-1.50	-1.50
2	-1.37	-1.34	-1.31	-1.30	-1.30		-1.37	-1.37	-1.37	-1.37	-1.37
3	-0.76	-0.75	-0.73	-0.72	-0.72		-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83
4	-0.41	-0.40	-0.39	-0.39	-0.38		-0.46	-0.46	-0.47	-0.47	-0.47
5	-0.21	-0.21	-0.20	-0.20	-0.20		-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25

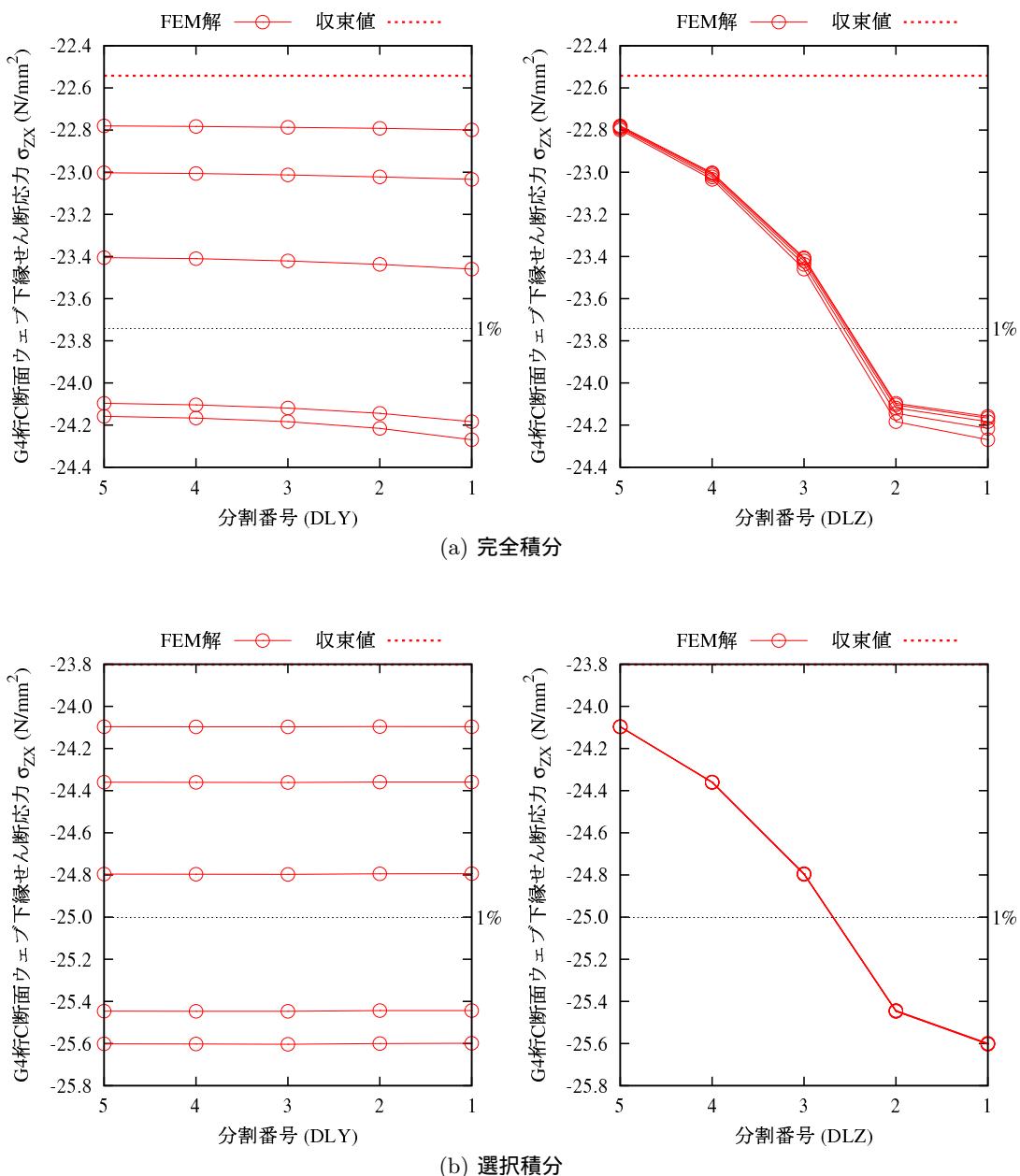
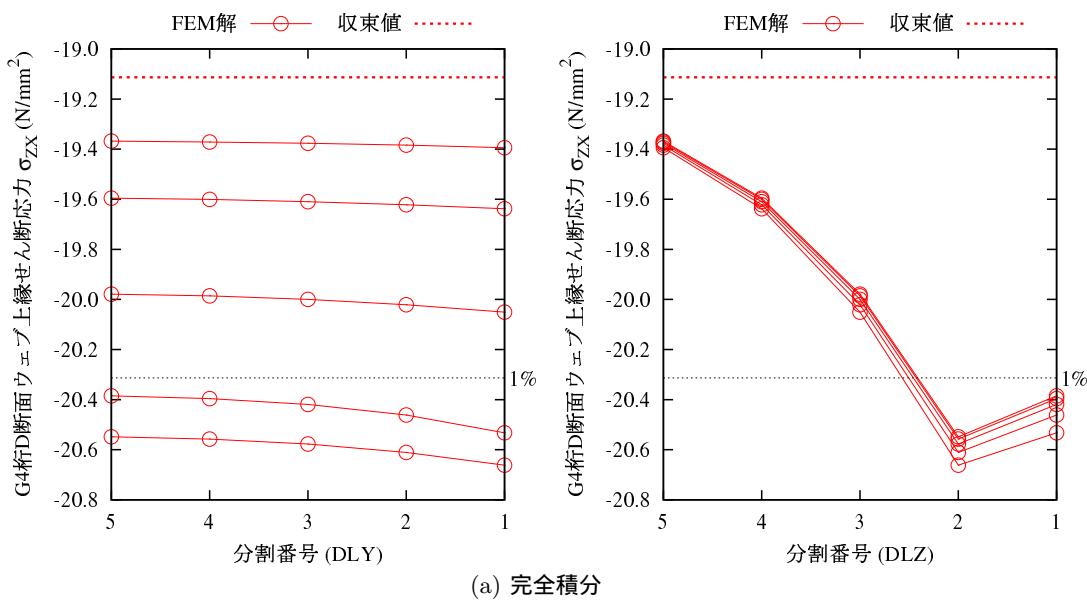


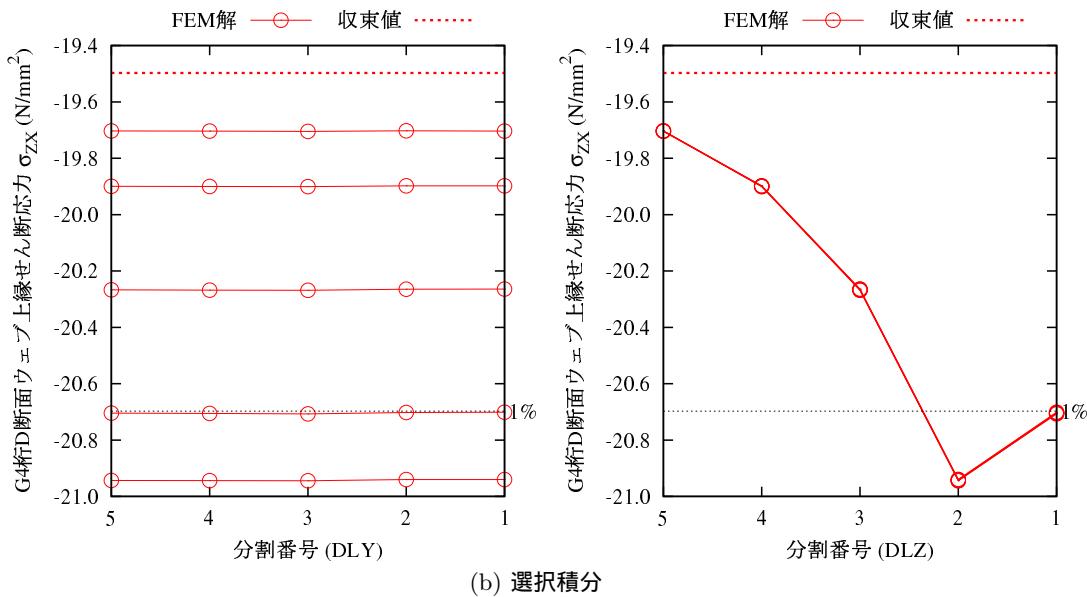
図 1A.2.58 G4 枠 C 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.57 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.18	-1.12	-1.09	-1.07	-1.06		-1.00	-1.00	-1.01	-1.01	-1.01
2	-1.29	-1.25	-1.22	-1.20	-1.20		-1.20	-1.20	-1.21	-1.21	-1.21
3	-0.78	-0.76	-0.74	-0.73	-0.72		-0.64	-0.64	-0.64	-0.64	-0.64
4	-0.44	-0.42	-0.41	-0.41	-0.40		-0.33	-0.33	-0.34	-0.34	-0.33
5	-0.23	-0.23	-0.22	-0.22	-0.21		-0.17	-0.17	-0.17	-0.17	-0.17



(a) 完全積分

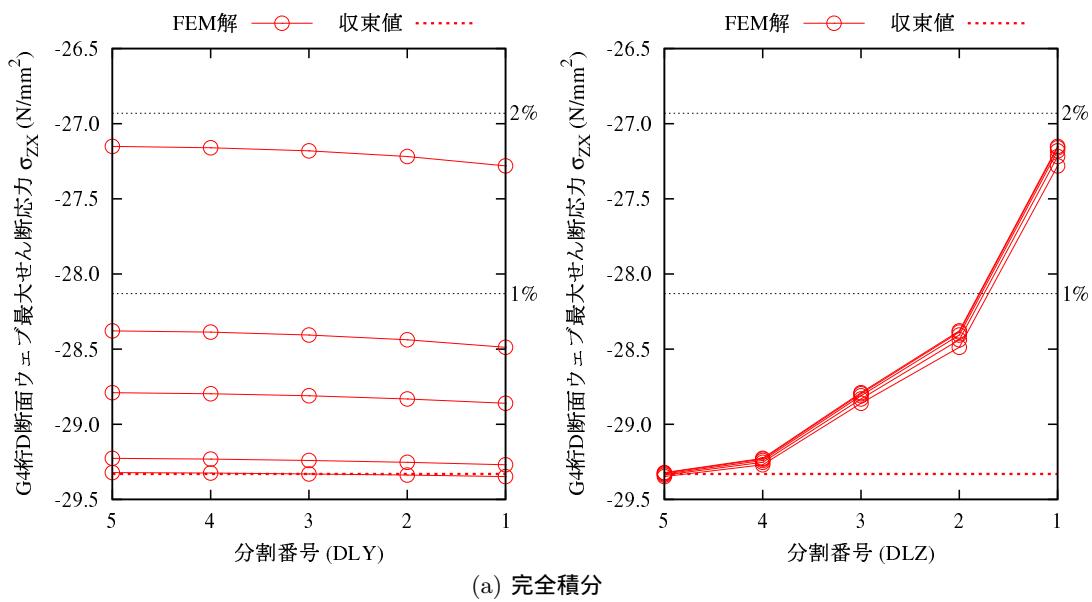


(b) 選択積分

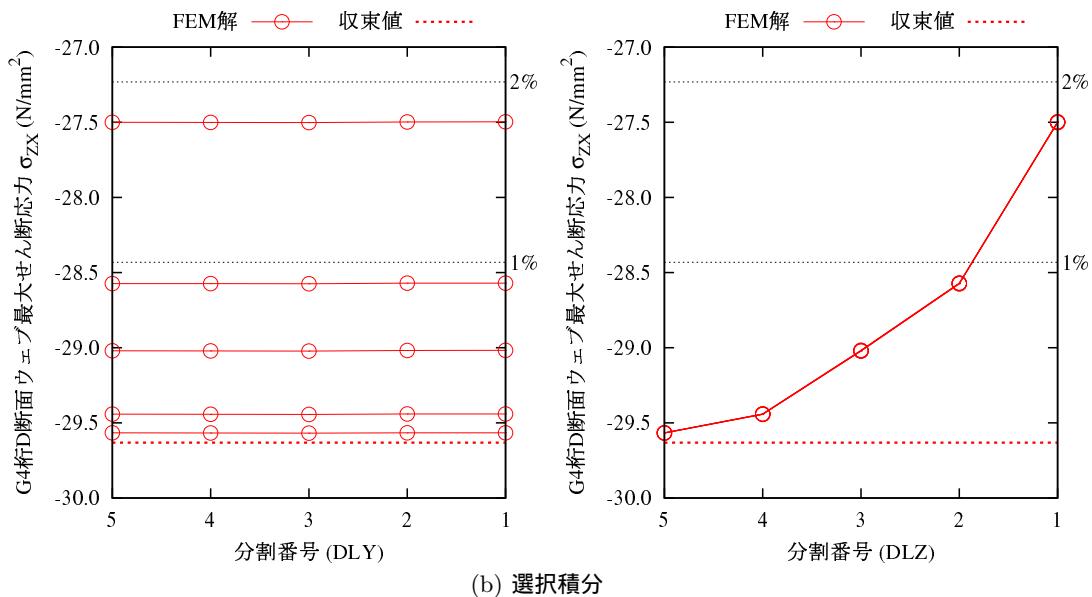
図 1A.2.59 G4 桁 D 断面ウェブ上縁のせん断応力 (MGF1)

表 1A.2.58 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1.71	1.76	1.79	1.81	1.82		1.78	1.78	1.77	1.78	1.78
2	0.70	0.74	0.77	0.79	0.79		0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
3	0.39	0.42	0.43	0.44	0.45		0.51	0.51	0.51	0.51	0.51
4	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09		0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
5	-0.01	-0.01	-0.00	0.00	0.01		0.05	0.05	0.05	0.05	0.05



(a) 完全積分



(b) 選択積分

図 1A.2.60 G4 枠 D 断面ウェブの最大せん断応力

表 1A.2.59 各要素分割でのせん断応力の誤差 (%)

DGZ	(a) 完全積分					(b) 選択積分					
	DGX					DGX					
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-1.44	-1.40	-1.37	-1.35	-1.35		-1.43	-1.43	-1.43	-1.43	-1.43
2	-1.33	-1.29	-1.27	-1.25	-1.25		-1.23	-1.23	-1.23	-1.23	-1.23
3	-0.73	-0.71	-0.69	-0.68	-0.68		-0.59	-0.59	-0.59	-0.59	-0.59
4	-0.40	-0.39	-0.38	-0.38	-0.37		-0.28	-0.28	-0.28	-0.28	-0.28
5	-0.21	-0.21	-0.20	-0.20	-0.20		-0.14	-0.14	-0.14	-0.14	-0.14

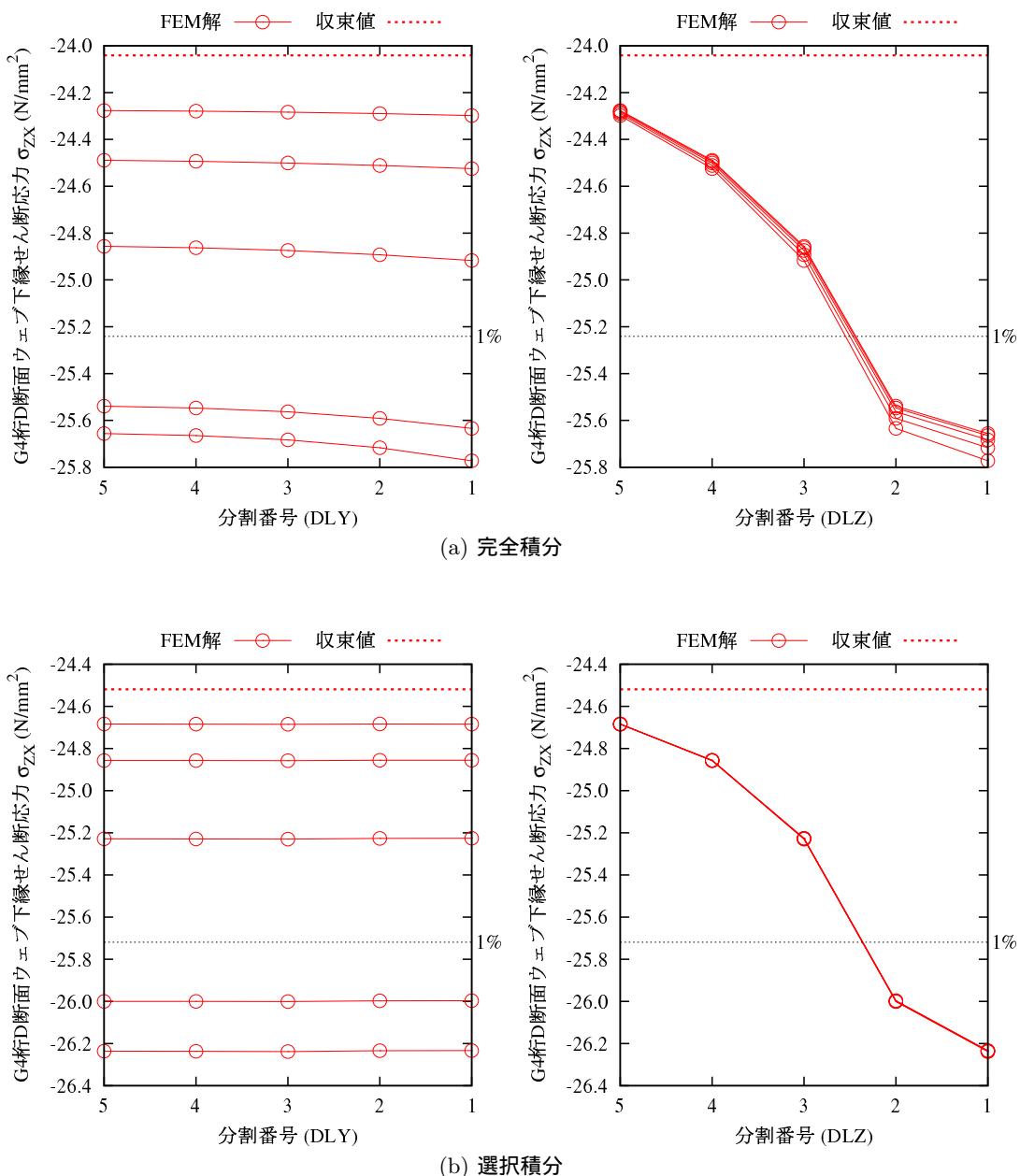


図 1A.2.61 G4 枠 D 断面ウェブ下縁のせん断応力 (MGF1)