

书面题

1.

由低到高的增长顺序: $(e) < (b) < (d) < (f) < (c) < (a)$

2.

(a) 计算给定整数向量中大于给定值 (这里是50) 的所有元素之和与小于给定值的所有元素之和之间的差值。

(b) 比较操作 (比较大小), 以及对两个变量进行加法操作。在每次循环中, 算法执行两次比较操作和最多一次加法操作。

(c) 在给定的算法中, 基础运算执行的次数取决于数组 A 的长度。由于算法包含一个从0到 $n-1$ 的循环, 且在循环内有两个比较操作, 每个元素会进行两次比较, 因此基础运算一共 $2n$ 次。

(d) $O(n)$ 。在每次循环中, 有两次比较操作和最多两次加法操作。因此, 每次循环的时间复杂度是常数时间, 即 $O(1)$; 算法的循环迭代次数等于输入向量 A 的大小 n , 因此总的时间复杂度为 $O(n)$ 。

3.

(a) 判断二维数组 A 是否为对称矩阵。

(b) 比较操作 (比较两个数是否相同)。在每次循环中, 算法执行两次比较操作和最多两次加法操作。

(c) 外部循环执行了 $n - 1$ 次 (其中 n 是输入参数 n)。内部循环执行了 $n - i - 1$ 次 (其中 i 是外部循环的当前迭代次数)。所以在最差的情况下, 总的运算次数应该是 $n(n - 1)/2$ 次。

(d) $O(n^2)$ 。这个算法的时间复杂度取决于输入大小 n 。由上一条回答可知, 所以在最差的情况下, 总的运算次数应该是 $n(n - 1)/2$ 次。故该算法的时间复杂度应该是 $O(n^2)$ 。

4.

(a) 当 $n \geq 2$ 时, $T(n) - T(n - 1) + T(n - 1) - T(n - 2) + \dots + T(2) - T(1) = 2 + 2 + \dots + 2 = 2 * (n - 1)$. 故 $T(n) = 2n - 1$ 。在 $n = 1$ 的时候也成立。

(b) $T(n) = 2T(n/2) + n$ 符合主定理, 此时 $a = 2, b = 2, f(n) = n$.而 $\log(2)2 = 1$,则 $T(n) = \Theta(n \log n)$ 。

(c) 同(a), $T(n) - T(1) = n^2 + (n - 1)^2 + \dots + 2^2$ 。 则 $T(n) = 1 + (n(n + 1)(2n + 1))/6$ 。

5.

$T(1) = 1$, $T(2) = 1$, $T(3) = T(2) + T(1) = 2, T(4) = 2 + 1 \dots$ 得到 $T(n) = T(n - 1) + T(n - 2)$ 。

$T(12) = 144$, 故一年后会有144对兔子。