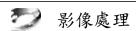
6. 影像強化

- 6.1 空間點的強化技術
- 6.2 空間區域的強化技術
- 6.3 頻率域的強化技術
- 6.4 空間區域與頻率域強化技術的關係
- 6.5 彩色影像強化技術



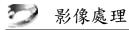
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

2

- 影像強化 (Image enhancement) 的意義是改進影像的品質;品質的意義是指我們可以從影像中獲得視覺資訊的多寡。所以影像強化的目的就是處理影像,讓處理後的影像比原始影像顯露更多的資訊、更適合某些特定的應用
- ♣ 我們以處理每個像素 (點) 所涵蓋的範圍將影像強化 的方法分成三類:
 - i. 一個點一個點的處理方式,每個點的處理與其他 點無關;
 - ii. 一個區塊一個區塊的處理方式,每個點的處理會 牽扯到周圍的其他點;
 - iii.整張影像一起處理的方式,每一點的處理都牽扯 到所有其他點;例如,把影像轉到頻率空間做濾 波,再反轉換回到位置空間。

- ♣ 上述第一、二類方法合稱為空間域 (spatial-domain) 的強化方法,空間域指的是影像平面的位置空間;第三類方法稱為頻率域 (frequency-domain) 的強化方法。
- 空間點處理的強化方法有: i.亮度轉換法、ii.灰階 範圍轉換法、及 iii.灰階分佈圖修改法三大類。
- ♥ 空間區域處理的強化方法有:*i*.雜訊去除 (noise removal)、*ii*.平滑化 (smoothing)、*iii*.銳利化 (sharpening) 等應用類別。
- ♥ 頻率域的處理則只有單純的高、中、低頻濾波器 (filter)。



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

1

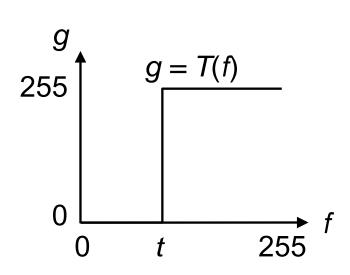
6.1 空間點的強化技術

- 空間域的點處理大都是用來強化像素灰階或顏色的對比 (contrast)。在本節中,我們將介紹幾種強化對比 (contrast stretching) 的方法及最常被使用的"灰階分佈圖修改法 (histogram modification)"。
- 點強化的意義是要找一個灰階的轉換函數 (transformation function) T, g(x, y) = T[f(x, y)],

其中 f 是 (x, y) 像素的原始灰階, g 是強化後的灰階。

◆ 下圖是一個簡單的灰階二值化轉換函數, 其輸入 f (水平軸) 與輸出 g (垂直軸) 的關係為

$$\begin{cases} g = 255, & \text{if } f \ge t \\ g = 0, & \text{if } f < t. \end{cases}$$



這是一個極端強化對比 (contrast enhancement) 例子,稱為灰階二值化 (bi-level thresholding)。



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

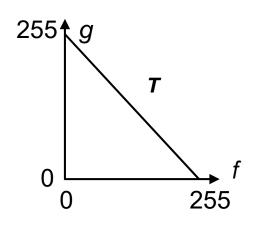
6

6.1.1 亮度轉換

● 亮度或灰階轉換 (intensity transformation) 是把影像 每一點的灰階各自獨立轉換成另一灰階。

6.1.1.1 影像反白

◆ 影像反白 (image negative) 又稱為負片。影像反白的效果即愈白變愈黑、愈黑變愈白;像是傳統相機的底片。

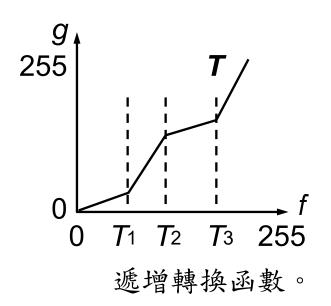


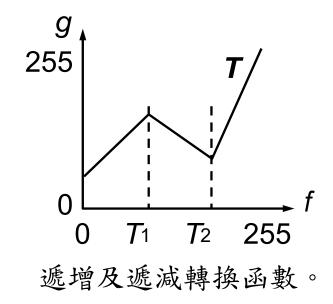




6.1.1.2 人工分段對比強化

◆ 人工分段對比強化的意思是將輸入灰階分段, 各段以不同的轉換函數做轉換。





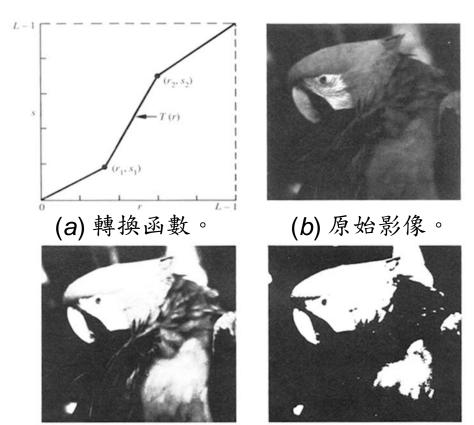
>> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

8

♥ 對比強化 (contrast stretching) 範例

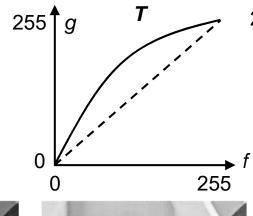


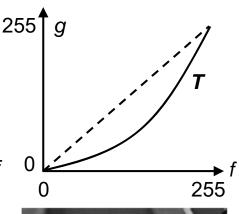
(c) 轉換影像。(d) 透過第5頁的轉換函數所得影像。

6.1.1.3 連續對比強化

♣ 人工分段對比強化不能用於自動化的應用。

若要自動的 強化影像可 以製作連續 轉換函數。











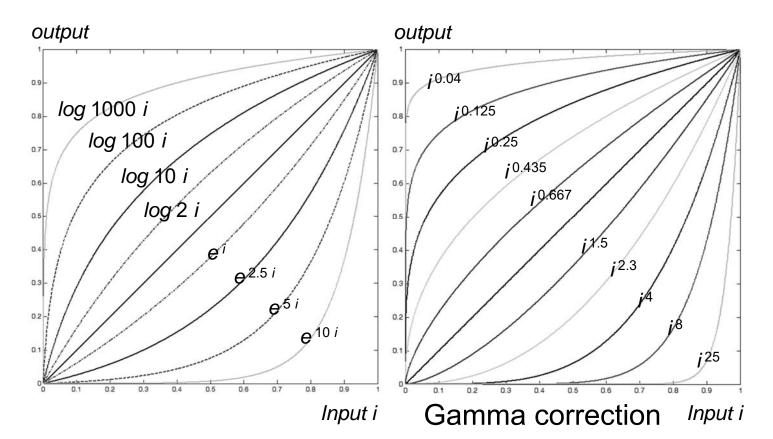


影像處理

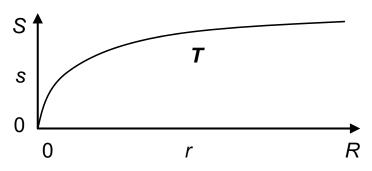
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 10

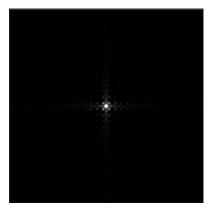
● 有許多函數都可以做為對比強化的轉換函數

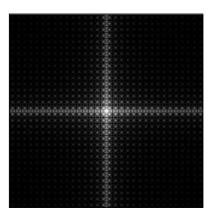


● 壓縮動態範圍 (dynamic range) 的範例



(a) 轉換函數 $s = T(r) = c \log (1+|r|)$ 。





(b) 原始傅立葉頻譜。(c) 轉換的傅立葉頻譜。

0

影像處理

6. 影像強化

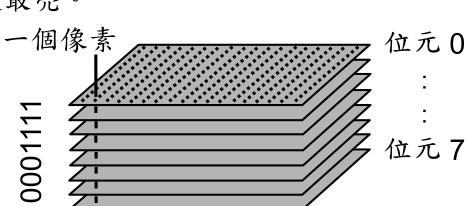
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

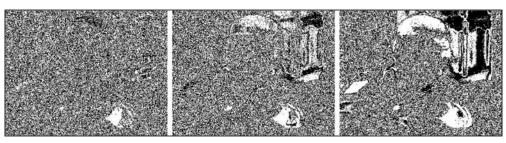
12

6.1.1.4 位元影像

- 位元影像 (bitmap, binary, or bi-level slicing image) 是將一張 n 位元 (bit) 灰階影像分解成 n 張單位元影像,相同位元放一起形成一張單位元影像,稱為位元平面影像 (bit-plane image)。
- 一張位元平面影像就是一張二值化 (bi-level) 影像, 影像中的每一像素只有一位元,僅能表示 0 或 1, 0是最黑,1是最亮。







(a) 位元0影像。(b) 位元1影像。(c) 位元2影像。



(d) 位元3影像。(e) 位元4影像。(f) 位元5影像。







(g) 位元6影像。(h) 位元7影像。(i)8位元灰階影像。



>> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

14

6.1.2 灰階範圍轉換

◆ 灰階範圍轉換 (gray-scale transformation) 的意義是 藉由線性或非線性的伸長或縮短影像的灰階範圍, 以強化影像的灰階對比程度。

6.1.2.1 灰階範圍線性轉換

◆ 一張8位元的灰階影像,允許最暗至最亮的灰階變 化為[0,255];若該影像的原始灰階變化範圍只有 [a, b], 0 < a, b < 255,則我們可以將 [a, b] 範圍放 大到最大,也就是[0,255]。其中最簡單的方法就是 作線性放大 (linear stretching)

$$g=\frac{255}{b-a}(f-a)$$

其中f是原始灰階,g是轉換後的灰階。





>> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 16

◆ 若是要將 [a, b] 範圍放大到 [c, d],則上述公式就要 改成

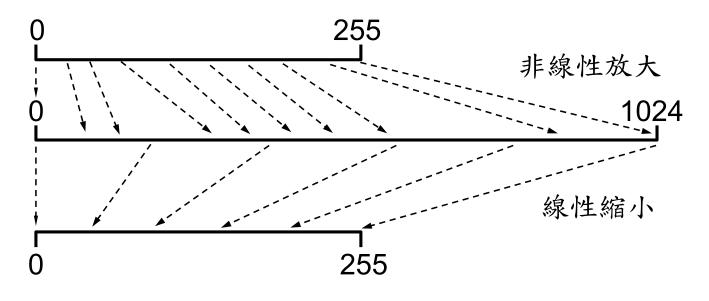
 $g = \frac{d-c}{b}(f-a)+c$

♠ 有時影像的灰階變化範圍已涵蓋了 [0, 255] 最大範 圍;但其中太暗或太亮的區間不重要,可以被壓縮 ;這時我們可以將最暗區間內像素都轉成 0,最亮 區間內像素都轉成 255,而其他像素 (例如,介於 [a, b] 範圍) 則與上述線性放大一樣轉換,

$$g = \begin{cases} \frac{255}{b-a}(f-a), & \text{if } f \in [a,b] \\ 0, & \text{if } f \in [0,a) \\ 255, & \text{if } f \in (b,255] \end{cases}$$

6.1.2.2 灰階範圍非線性縮放

◆除了上述將一張影像的不重要灰階範圍壓縮,重要範圍放大外,我們也可以將整個涵蓋 [0,255]的範圍,先做非線性放大,再做線性縮小回到 [0,255]的範圍。



0

影像處理

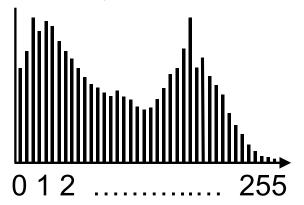
6. 影像強化

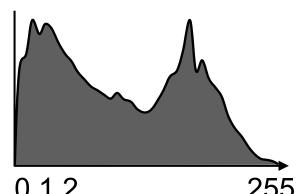
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

18

6.1.3 灰階分佈圖修改 (Histogram modification)

- ◆ 灰階數量分佈圖 (histogram) 簡稱灰階分佈圖,又稱直方圖、柱狀圖、長條圖、或梯圖。
- ◆ 灰階分佈圖是一個離散函數,視為一張影像灰階的離散機率密度函數 (probability density function, pdf)。灰階分佈圖修改法 (histogram modification) 是藉由改變一張影像的灰階或色彩分佈圖的形狀來達到強化影像的目的。





◆ 灰階分佈圖修改法其實也是和亮度轉換一樣要尋找一個轉換函數。假設 r 是分佈圖修改前的隨機變數 (random variable), s 是分佈圖修改後的隨機變數,則轉換函數定義為

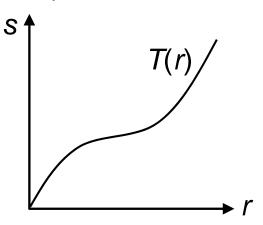
$$s = T(r)$$
.

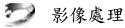
這個轉換函數必需是單調遞增函數 (monotonically increasing function);

也就是

i. if $r_1 > r_2$, then $T(r_1) \ge T(r_2)$ 或是 $dT/dr \ge 0$,

ii. $0 \le T(r) \le 1$ for $0 \le r \le 1$.





6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 20

假設兩個隨機變數為r及s,其機率密度函數各為 $p_r(r)$ 及 $p_s(s)$;則根據基本機率定理 (elementary probability theorem),兩個隨機變數之機率密度函數的轉換關係為

$$p_s(s) = [p_r(r)\frac{dr}{ds}]$$

$$r = T^{-1}(s)$$

其中T是隨機變數r與s間的轉換函數。

If
$$z(y)$$
 and $y(x)$, then $\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$. (chain rule)
$$\int p_s(s) ds = \int p_r(r) dr \implies \frac{d(\int p_s(s) ds)}{ds} = \frac{d(\int p_r(r) dr)}{dr} \cdot \frac{dr}{ds}$$

$$\implies p_s(s) = p_r(r) \frac{dr}{ds}.$$

6.1.3.1 分佈圖均勻化法 (Histogram equalization)

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$
$$\Rightarrow \frac{ds}{dr} = p_r(r)$$

也就是定義 s 變數為 r 變數的累積機率密度函數值 (cumulative distribution function, *cdf*).

則
$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} = 1, \ 0 \le s \le 1$$

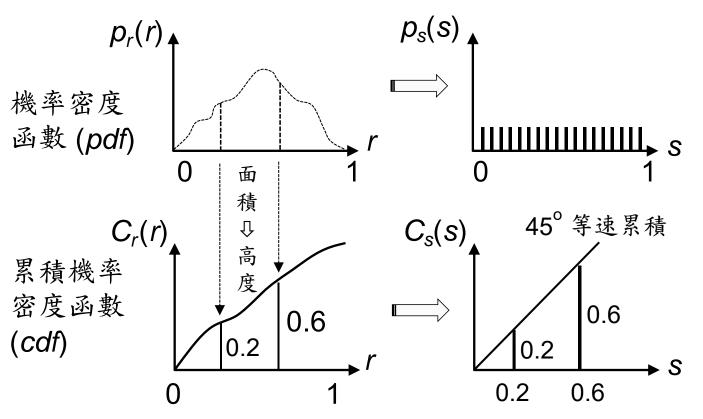
◆ 分佈圖均勻化法 (Histogram equalization) 也稱為分佈圖線性化法 (histogram linearization).

影像處理

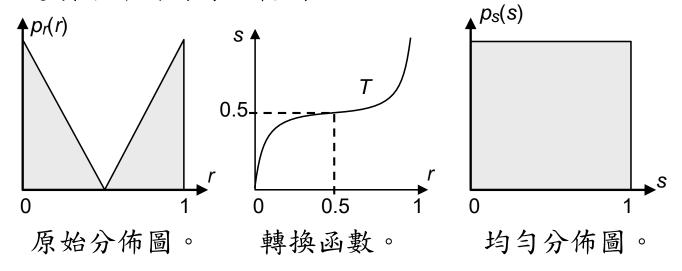
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 22

♣ 為什麼經過 $s=T(r)=\int_0^r p_r(w)dw$ 的轉換, s 就會變成是均勻分佈 (uniform distribution)?

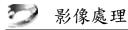


● 連續分佈圖均勻化範例



₩ 離散分佈圖

上述分佈圖均勻化是作用在連續函數上的理論。影像灰階分佈圖是一個離散的機率密度函數;其均勻化結果必然不會像連續函數的結果那麼完美。我們以各灰階像素的數量表示各灰階的離散機率密度函數值



6. 影像強化

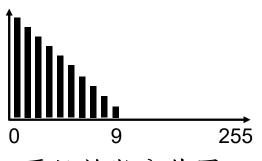
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 24

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad 0 \le r_k \le 1, \quad k = 0, 1, 2, ..., L-1$$

其中 r_k 是原始分佈之隨機變數 r 的第 k 種灰階, n_k 是第 k 種灰階的像素數, n 是整張影像的像素數, p_r(r_k) 則是隨機變數 r 的離散機率密度函數。離散的分佈圖均勻化表示成

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$

公式看起來好像沒有什麼異樣的感覺 (無感於連續與離散的差別),我們以一離散分佈圖來解說。



0 46 88 125 ... 255 均匀化後的離散分佈圖。

原始離散分佈圖。

中中一种人

原始離散分佈圖的機率密度函數值 pr(rk) 為

 $\frac{10}{55}, \frac{9}{55}, \frac{8}{55}, \frac{7}{55}, \frac{6}{55}, \frac{5}{55}, \frac{4}{55}, \frac{3}{55}, \frac{2}{55}, \frac{1}{55}, 0, ..., 0$

其中不是 0 的函數值只分佈在灰階 [0, 9] 之間。轉換後的離散隨機變數 s_k 變為

 $\frac{10}{55}$, $\frac{19}{55}$, $\frac{27}{55}$, $\frac{34}{55}$, $\frac{40}{55}$, $\frac{45}{55}$, $\frac{49}{55}$, $\frac{52}{55}$, $\frac{54}{55}$, $\frac{55}{55}$



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 20

這樣的數值意義是指原始非 0 的機率密度函數值移位到 "255 s_k"的位置,

46, 88, 125, 158, 185, 209, 227, 241, 250, 255,



均勻化前的影像。



均匀化前的分佈圖。



均匀化後的影像。



均匀化後的分佈圖。

27



♣ 結論

影像處理

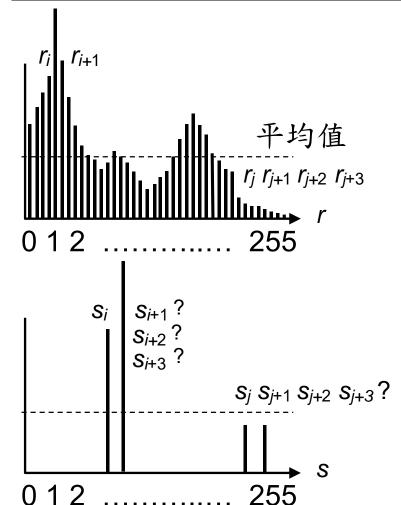
- i. 離散灰階分佈圖均勻化結果只是一個近似結果 , 不是如連續函數的結果那麼完美。
- ii. 均勻化後,灰階尺度一定會放大至 [p, 255], 其中p 是最低灰階的 (機率值*255);也就是分 佈圖均勻化具有強化對比的效果。
- iii.分佈圖均勻化不會將一個密度函數值分割成多個密度函數值 (如 i. 所述);但會將多個相鄰的密度函數值合併成一個新的密度函數值;例如,下頁範例的右邊三個小密度函數值的灰階被合併成一個灰階。



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 28



問題一

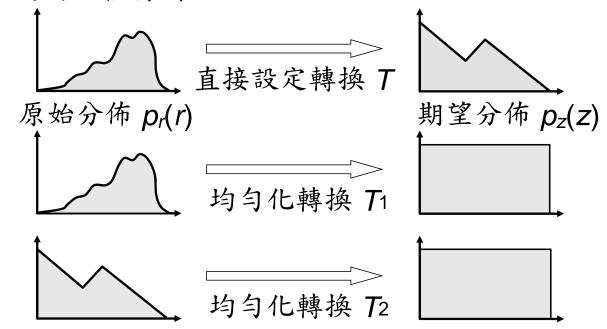
如果 *r_i* 對應到 *s_i* , 則 *r_{i+1}* 對應到哪裡? *S_{i+1}*, *S_{i+2}*, *S_{i+3}* ? 其中 *r_{i+1}* 的高度是平 均值的 3 倍。

問題二

如果 *rj* 對應到 *Sj* , 則 *rj*+1, *rj*+2, *rj*+3 各別對 應到哪裡 ? 是 *Sj*+1, *Sj*+2, *Sj*+3 嗎 ? 其中 *rj*+1, *rj*+2, *rj*+3 的 度都遠小於平均值。

6.1.3.2 分佈圖直接設定

◆ 分佈圖直接設定 (direct histogram specification) 的 意義是由人工直接設定要怎樣的分佈;聽起來似乎 比分佈圖均勻化更有彈性;也就是均勻化只是直接 設定的一種特例而已。



2

影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 30

以轉換公式表示

$$r \xrightarrow{E_1} s$$

(原始分佈圖均勻化)

$$s = E_1(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$

$$v \leftarrow \frac{E_2}{r} z \quad (期望分佈圖均勻化)$$

$$v = E_2(z) = \int_0^z p_z(w) dw$$

均匀分佈只有一種,所以S=V

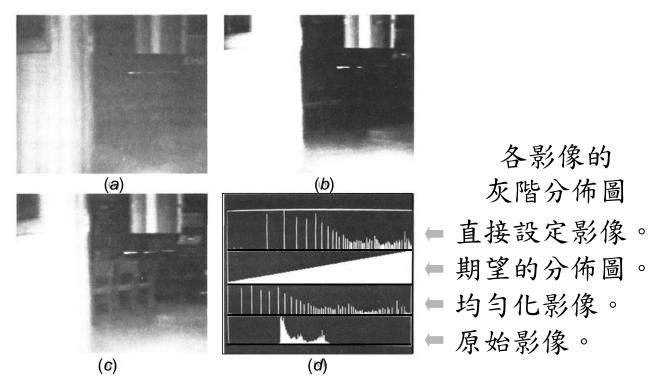
因此
$$z = \mathbf{E}_2^{-1}[v] = \mathbf{E}_2^{-1}[s] = \mathbf{E}_2^{-1}[\mathbf{E}_1(r)]$$

p_r(r):原始分佈圖的機率密度函數

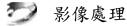
p_z(z):期望分佈圖的機率密度函數

◆ 分佈圖直接設定的意義相當於分佈圖均勻化做兩次 ;所以直接設定法的效果一定比均勻化好。下頁圖 是分佈圖直接設定與分佈圖均勻化的結果比較。

● 分佈圖均勻化與直接設定的比較範例



(a) 原始影像。(b) 分佈圖均勻化。(c) 分佈圖直接設定。

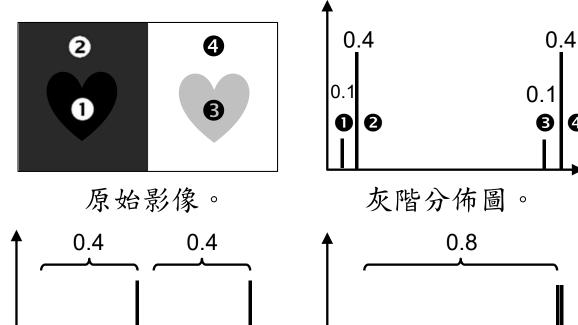


6. 影像強化

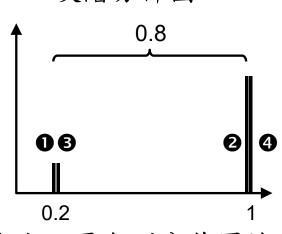
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 32

6.1.3.3 適應性灰階分佈圖均勻化 (adaptive HE)

- ◆ 灰階分佈圖均勻化 (histogram equalization, HE) 對於每一局部區域之灰階分佈都是類似的影像, 效果會很好;但若存在部份特別亮或暗的區域, 則這些區域的灰階對比就無法充分被強化。
- 適應性灰階分佈圖均勻化 (adaptive HE, AHE)則是針對上述問題提出改進。AHE最簡單的做法是先將影像分區域,每一區域各別獨立做HE;不同區域的強化彼此無關;也稱為區域分佈圖均勻化 (local HE)。區域處理的目的是避免處理效果在整張影像的不同區域中彼此相互抵銷而失去效果,如下頁範例。



0.4 0.4 0.4 0.4 0.1 0.5 0.6 1 整體分佈圖均勻化。



整體分佈圖均勻化。 左右兩區各別分佈圖均勻化。

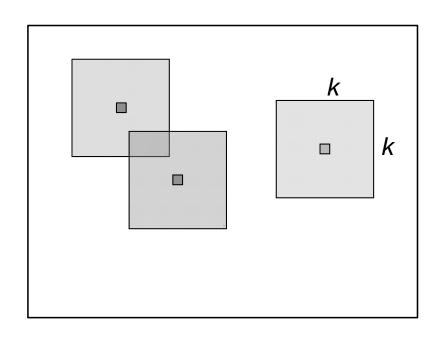


6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 34

- 許多影像強化、分割、偵測、壓縮等技術都可以配合區域處理 (local operation);例如,分佈圖均勻化 (histogram equalization)、特徵擷取 (feature extraction)、分佈圖門檻值分割法 (histogram thresholding)、瑕疵檢測 (defect inspection)、..。
- ◆ 但是區域處理可能會在相鄰區域的交界處產生顯著的邊界,稱為區塊效應 (block effect)。

最極端的 AHE 是每一像素的強化是以該像素為中心定義一個方形區域 kxk,以該區域內的所有像素做 HE,但只變更中心像素的灰階,如下圖示

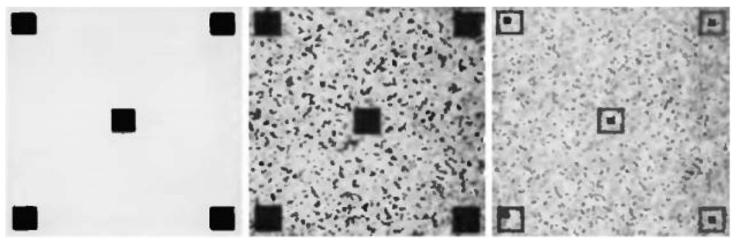




6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 36

● 實例 設定 7×7 像素為一區塊做最極端的 AHE (每一區 塊只改變中心像素的灰階),其結果如下圖 C所示



(a) 原始影像

(b) 整體 (c) 分佈圖均勻化

(c) 適應性 分佈圖均勻化

♣ AHE 也有缺點

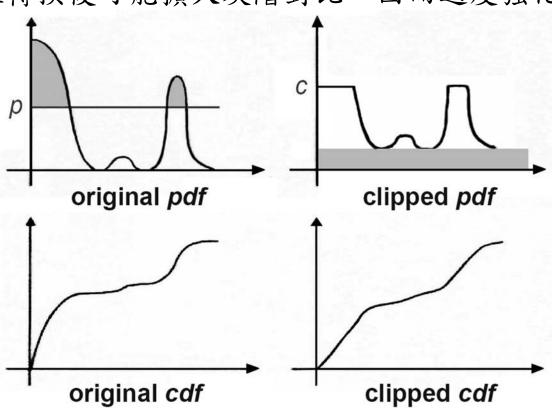
- i. 會將原本灰階一致區域的像素強制改變灰階, 反而造成該區域的灰階不均勻。
- ji. 接近影像邊緣的像素要特別處理。
- iii. 最極端的 AHE 需要做許多次的 HE,極端耗 時;後來有改進效率的演算法,但還是較慢。
- iv. AHE 的區域大小是一個重要參數,大區域會 造成對比弱,小區域會造成對比強,需要經驗 調整。
- ᡎ 限制對比的適應性灰階分佈圖均勻化 (contrast) limited adaptive HE, CLAHE) 是適應性灰階分佈 圖均勻化 (AHE) 的變種,限制轉換後灰階的對比 程度,以減緩過度的雜訊強化。

>> 影像處理

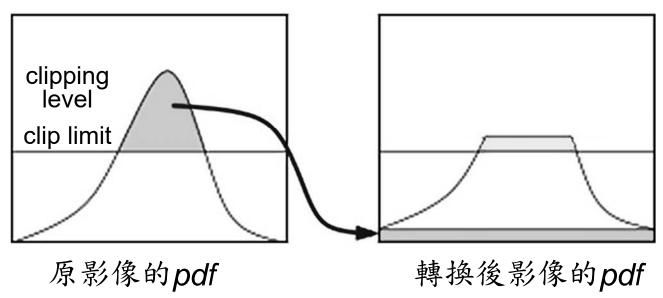
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

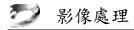
◆ CLAHE 的觀念是"限制過高的 pdf區間",也就限 制斜率過大的 cdf 區間,因為斜率過大的 cdf 區間 經轉換後可能擴大灰階對比,因而過度強化雜訊



◆ CLAHE 的做法是"將過高的 pdf 區間砍平,將多 出來的像素分攤到所有灰階上,如下圖示



♣ 上述演算法講起來簡單容易,但做起來有一定的 難度,特別是將超過 clip limit 的像素平均分攤到 所有灰階 (level or bin) 上。



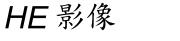
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 40

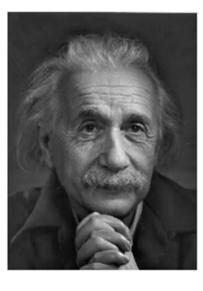
- ◆ 在使用上,切割高度 (clip limit) 可以由使用者決 定;切得高則灰階對比大,雜訊多;切得低則灰 階對比小,雜訊少。
- ♠ 自動化上,可以根據平均每一灰階 (level or bin) 的像素個數定義"最高切割高度"(p)。例如,256 灰階的1024×768影像,每一灰階平均有3072像 素;在cdf中,平均像素個數的斜率=1,在pdf 中的高度大於 3072 者,其在 cdf 中的斜率 > 1。
- ♠ 有套裝軟體以允許最高斜率 (max slope) 定義 "最 高切割高度";若允許最高斜率為3,則"最高切 割高度"為平均像素個數的3倍;例如上例 3072 * 3 = 9216 °

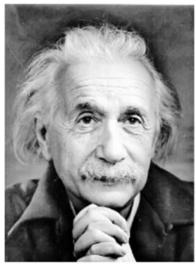
影像範例一

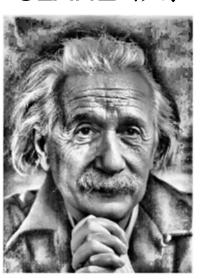
原始影像



CLAHE 影像







✿ CLAHE 有比較好嗎?

>> 影像處理

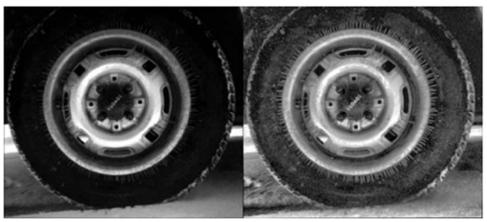
6. 影像強化

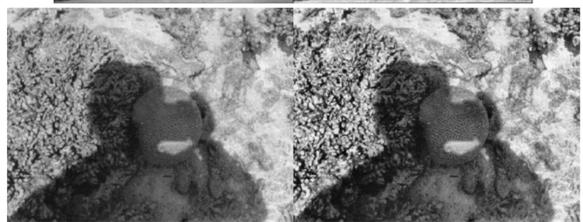
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 42

➡ 影像範例二

原始影像

CLAHE 影像





6.1.5 影像相減

- 影像相減 (image subtraction) 有多種不同意義。例如,將注射顯影劑前及注射顯影劑後的兩張醫學影像相減就可以找出血管不暢通的部位。或者是安全監視 (surveillance) 中,以背景影像與監視中的每一張影像相減,找出移動的物體,如下圖所示。
- 假設兩張影像 f(x, y) 及 h(x, y), 其相減結果為 g(x, y) = f(x, y) h(x, y),

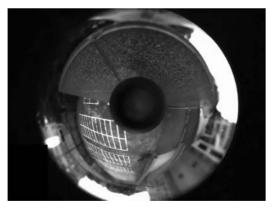
相當於各相對應像素之灰階相減。



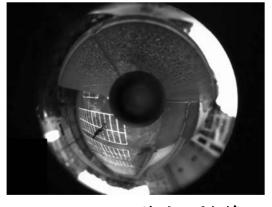
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 44

♣ 全方位 (omni-directional) 相機的安全監視範例



背景影像。



監視影像。



影像相減的 偵測結果。

45

6.1.6 影像平均

- 影像平均 (image averaging) 是指將多張影像中的各相對應像素之灰階相加再除以影像張數。當然內容有一點變異的影像相加,影像就會模糊掉;所以這是一種特殊對象及目的的作法。
- 假設原始影像 f(x,y) 經過無線傳輸而受到一些雜訊 的干擾變成了g(x,y);也就是

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

其中 $\eta(x,y)$ 是附加 (add-on) 的雜訊。不同像素附加不同的雜訊;而這些個雜訊必須在時間上彼此無關 (un-correlated) 而且有0平均值 (zero mean);如此我們就可以用平均的計算將雜訊去掉。



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 46

● 假設同一張影像,連續傳輸 M 次,則我們將收到 M 張帶有不同雜訊的影像 g_i(x,y);若將這 M 張 g_i(x,y) 影像平均,則

$$\overline{g}(x,y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} g_i(x,y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f_i(x,y) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \eta_i(x,y)$$

由於 $\eta_i(x,y)$ 在時間上彼此無關,而且平均值為0; 所以 $g_i(x,y)$ 的平均值就等於 $f_i(x,y)$ 的平均值,也就 是 $\overline{g}(x,y)$ 的期望值 (expectation value) 等於 f(x,y),

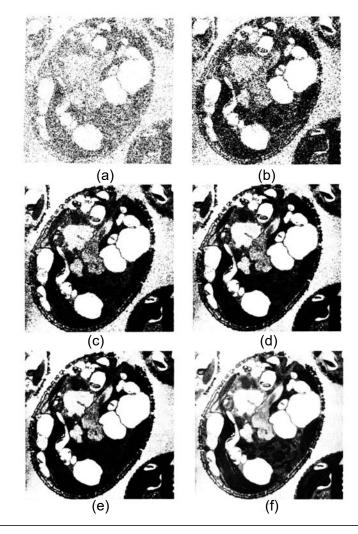
$$E\{\overline{g}(x,y)\}=f(x,y)$$

而 $\overline{g}(x,y)$ 的變異數 (variance) 等於雜訊變異數的 M 分之1,

$$\sigma_{\overline{g}(x,y)}^2 = \frac{1}{M} \sigma_{\eta}^2(x,y)$$

● 範例

- (a) 一張雜訊影像
- (b)~(f)分別為 2, 8, 16, 32, 及 128 張雜訊 影像平均的結果。





影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 48

6.2 空間區域的強化技術

- ♠ 位置空間的區域處理就是用遮罩 (mask) 做運算。
- ◆ 許多影像處理;例如,影像強化、特徵擷取、區塊 分割、影像壓縮、光學檢測、動態偵測、.. 等,都可 以用遮罩做運算。
- 遮罩運算 (mask operator) 就是影像處理前,先設計好各種形狀的遮罩,最常用的遮罩是邊長為奇數的方形遮罩;例如,3×1,3×3,5×5,..,31×31 遮罩。

W_1	
W ₂	
W ₃	

<i>W</i> ₁	W_2	<i>W</i> ₃
W_4	<i>W</i> ₅	<i>W</i> ₆
<i>W</i> ₇	<i>W</i> ₈	W ₉

6.2.1 平滑化

- 平滑化 (smoothing) 與雜訊去除 (noise removal) 的 遮罩完全相同;只是面對不同對象時,造成效果不 同而已。
- ◆ 平滑化與雜訊去除會造成影像模糊,這是不好的副作用,但卻不易去除。所以應用複雜方法去除雜訊而不模糊影像,目前仍是一個重要的研究題目。
- ◆本節所介紹的平滑化方法都是最基本的方法,有相鄰像素灰階平均法、雙側濾波器 (Bilateral filter)、中值濾波法、區塊縮放法、最大/最小濾波法、及波峰波谷濾波器;這些濾波器都屬於空間濾波器。

影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 50

6.2.1.1 相鄰像素平均法

● 相鄰像素平均法 (neighborhood averaging) 是 將目前要處理的像素及其週邊共 (2m+1)² 個像 素 (要處理的像素位於最中央) 相加平均,

$$g(x,y) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{i=-m}^{m} \sum_{j=-m}^{m} f(x+i,y+j)$$

再以 g(x, y) 取代 f(x, y); 例如,m = 1的 3×3 遮罩,

$$Ma_1 = \frac{1}{9} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

◆ 均勻平均可改進成一個有加權數的平均;
例如,以高斯 (Gaussian) 常態分佈定義加權數;
3×3,5×5 高斯分佈遮罩

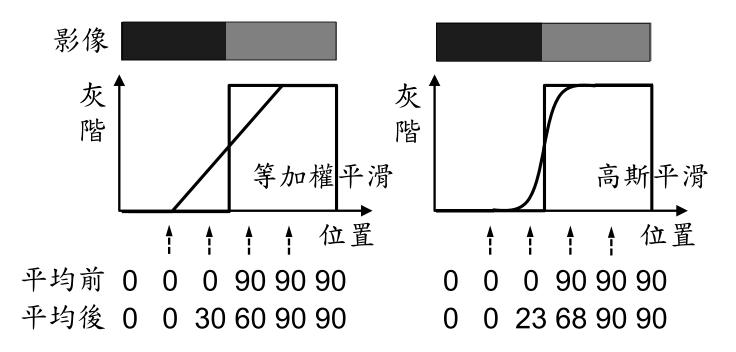
Ma ₆			Ma ⁷			<i>Ma</i> 8							
									1	2	4	2	1
1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	4	10	4	2
10	1	2	1	16	2	4	2	$\frac{1}{108}$	4	10	16	10	4
	1	1	1	10	1	2	1	100	2	4	10	4	2
									1	2	4	2	1

> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 52

♠ 高斯分佈平均法或稱為高斯平滑化 (Gaussian smoothing) 比等加權平均法 (相鄰像素平均法) 更具有區域的特性;例如,一個明顯邊界,經過高斯平滑化會保留比較顯著的邊界對比特性;

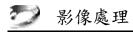


● 遮罩區域的大小會影響到平均法的結果。一般 來說,遮罩面積愈大,平滑效果愈顯著;也就 是影像愈模糊。

0	0	0 0	0	0	000000	0 4 4 4 4 4
0	0	0 0	0	0	0 0 10 10 10 0	0 4 4 4 4 4
0	0	0(90)	0	0	0 0 10 10 10 0 0 0 10 10 10 0	0 4 4(4)4 4
0	0	0 0	0	0	0 0 10 10 10 0	0 4 4 4 4 4
0	0	0 0	0	0	0 0 0 0 0 0	0 4 4 4 4 4

原始影像。 3×3 遮罩結果。 5×5 遮罩結果。

● 平均法的意義是將"差異"(雜訊)分散到鄰近的 像素,差異(雜訊)本身並沒有消失。



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 54

♣ 大小不同的遮罩對於平滑化效果的影響 (以等加權平均為例)。



原始影像。 3×3遮罩。 7×7遮罩。11×11遮罩。

(a)

(c)

(e)

● 範例

- (a) 原始影像
- (b f) 各別是

$$3\times3$$
,

$$5\times5$$
,

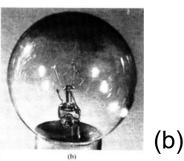
$$7\times7$$
,

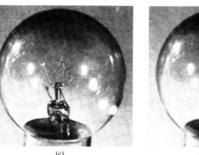
15×15, 及

 25×25

平均平滑遮罩的結果。



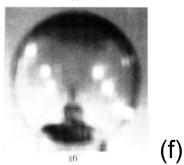






(d)





₹ 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 5

- 平滑化或雜訊去除會將影像的特徵模糊掉;因此 做相鄰像素平均法的最大困難在於如何儘量保持 影像的特徵不會一起模糊掉。
- ◆ 因此做相鄰像素平均法時可以用平均結果與原始 灰階的差異來評定像素是否在特徵的邊沿上,

其中7是一個事先定義好的門檻值。

查 這個準則可以避免物體邊界變模糊,但去除雜訊 效果與避免邊界模糊有些互斥;所以改善的效果 不太顯著。 ♥雙側濾波器 (Bilateral filter)

可保留影像中"邊"資訊,不會模糊邊的有名平滑化方法。

其原理是在做高斯平滑化時,不僅只考慮鄰近點的距離,還考慮鄰近點的灰階差異。 距離愈遠,平均值的貢獻度愈低; 灰階差異愈大,貢獻度也是愈低。 可設定遮罩半徑、距離標準差、及灰階標準差。

C. Tomasi and R. Manduchi, "Bilateral filtering for gray and color images," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Computer Vision*, Bombay, India, 1998, 839-846.

> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 58

♥ 雙側濾波器 (Bilateral filter) 公式

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{k(\mathbf{x})} \sum_{\mathbf{x}' \in \Omega_{\mathbf{x}}} l(\mathbf{x}') c(\mathbf{x}, \mathbf{x}') s(l(\mathbf{x}), l(\mathbf{x}'))$$

其中 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 是影像中的某一像素, $I(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 像素的灰階或色彩, \mathbf{x}' 是 \mathbf{x} 的一個鄰近像素。

$$k(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{x}' \in \Omega_{\mathbf{x}}} c(\mathbf{x}, \mathbf{x}') s(I(\mathbf{x}), I(\mathbf{x}'))$$
 總權重 = 1

$$c(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = exp(\frac{-\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{2\sigma_c^2})$$
 (空間距離)

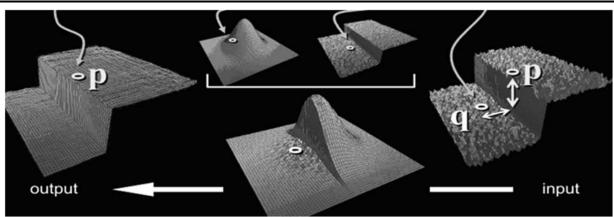
$$s(I(\mathbf{x}), I(\mathbf{x}')) = exp(\frac{-\|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x}')\|^2}{2\sigma_s^2})$$
 (色彩差異)

- 範圍內的像素才會參與運算。
- lacktriangle 空間距離變異數 (distance variance) σ_c^2 是依與 x像素之距離,決定有效像素的權重分佈; σc 越大,有效像素的權重差異越小; σ_c^2 越小,有效像素的權重差異越大。
- 色彩變異數 (color variance) σ_s² 是依與 x 像素之 色彩差異,決定有效像素的權重分佈; σ² 越大,有效像素的權重差異越小; σ² 越小,有效像素的權重差異越大。



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 60



🏶 範例



6.2.1.2 中值濾波

申值濾波 (median filtering) 是一個非線性的運算 ;它是將目前要處理的像素及其週邊共 (2m+1)2 個像素 (要處理的像素位於最中央) 根據灰階數 值大小排序,再以排在最中間的灰階取代被處理 像素的灰階

11	18	30
15	17	33
28	36	34

列出 11, 18, 30, 15, 17, 33, 28, 36, 34 排序 11, 15, 17, 18,(28) 30, 33, 34, 36 中間值 28, 用 28 取代 17

● 中值濾波的意義是強迫被處理像素的灰階儘量 與周邊大多數像素的灰階相似。

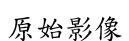


>> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 62

一個 5×5 中值濾波器範例







雜訊影像

平均平滑 去除雜訊 的結果





中值濾波器 去除雜訊的 結果

✿ 做完一次中值濾波後,若覺得效果不夠好,可以再 做一次;做一次與做二次的效果當然會有一些不同。

6.2.1.3 (前景點) 區塊收縮與放大

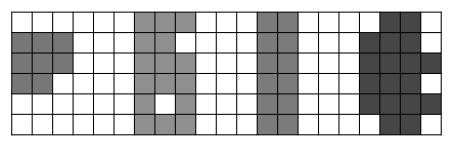
- 區塊收縮與放大 (shrinking and re-expanding) 運算 只能作用在二值化影像上。像素分前景點 (foreground pixel) 與背景點 (background pixel)。
- ♥ 物體內可能有一些雜訊點 (一定是背景點),而背景中 也可能有一些雜訊 (一定前景點)。收縮與放大的目的 就是要將物體區域內的背景點及背景內的前景點所 形成的小區域藉由收縮面積的方式去除掉。
- ♥ 收縮:任何一個前景點,若其周邊8鄰點中至少存 在一個背景點,則將此前景點改成背景點(白變黑)。
- ♠ 放大:任何一個背景點,若其周邊8鄰點中至少存 在一個前景點,則將此背景點改成前景點(黑變白)。

>> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 64

- ❖ 收縮會去除不要的小區塊,但也同時將物體區塊縮小 了,所以要恢復物體區塊(前景點)的面積就要執行 放大動作。被消除的小區塊縮到不見後,放大動作也 不會再產生出來。
- ◆ 上述收縮與放大動作可以消除小於9個像素所形成 的區塊雜訊及小於3個像素寬的線條雜訊。如果要 去除更大區塊或更寬線條,則收縮動作可連續多做幾 次;要恢復大區塊面積,收縮做幾次,放大就做幾次
- ✿ 只要將收縮與放大次序對調,就可補物體內破洞。





6.2.1.4 最小/最大濾波

- 最小/最大濾波 (min/max filtering) 相當於是灰階版本的收縮與放大運算。最小濾波的作法是先定義一個範圍;例如,以被處理點為中心的 3×3 區域;然後再以 3×3 區域內的最小值取代該中心點的數值 (灰階);而最大濾波則是以 3×3 區域內的最大值取代該中心點的數值。
- ◆ 先做最小濾波,再最大濾波,則可去除黑色區域中的 白雜訊,且黑白大區域的面積不會變大或變小。
- ◆ 先做最大濾波,再最小濾波,則可去除白色區域中的 黑雜訊,且黑白大區域的面積不會變大或變小。
- ♣ 最小/最大濾波和前述的收縮與放大動作一樣,可以 連續作多次,以去除較大的雜訊區塊。

> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 66

6.2.1.5 波峰波谷濾波器

- ★ 波峰波谷濾波器 (peak and valley filter) 的意義 是將小區域中的波峰剷除 (peak cutting)、波谷 填平 (valley filling),以去除雜訊。
- → 一維信號範例。信號 X 的數值比兩邊信號的值都 大時,即以兩邊中的較大值取代 X;若 X 數值比 兩邊的數值都小,即以兩邊中的較小值取代 X。
- ◆ 整串信號先做完波峰剷除後,再做波谷填平;或 是先做完波谷填平,再做波峰剷除;順序不同, 結果不同。



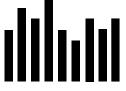
原始信號。



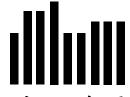
先波峰剷除。



再波谷填平。



原始信號。



先波谷填平。



再波峰剷除。

幣 將波峰剷除與波谷填平的觀念應用到二維影像上 ,即改成"像素 x 的灰階比其周邊 8 個像素的灰 階都大時,則以 8 鄰點中的最大灰階取代 x 的灰 階;若像素 x 的灰階比其周邊 8 個像素的灰階都 小時,則以 8 鄰點中的最小灰階取代 x 的灰階"。

7

影像處理

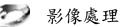
6. 影像強化

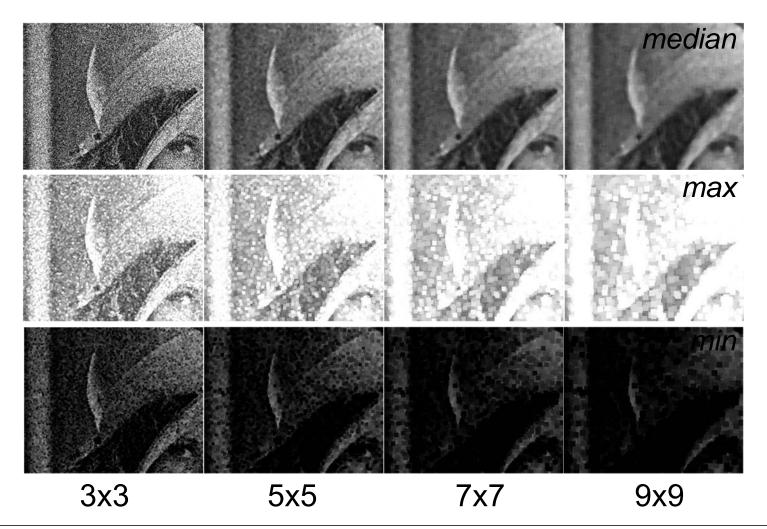
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

68

6.2.1.6 平滑化方法比較

	適用影像	特色
相鄰像素平均法	灰階	執行速度快,但影像容易模
中值濾波	灰階	影像比較不會模糊,但執行 速度慢
區塊收縮與放大	二值化	適合二值化影像的小區塊雜 訊去除或填補
最小/最大濾波	灰階	適合灰階影像的小區塊雜訊 去除或填補,聚成灰階區塊
波峰波谷濾波	灰階	淡化灰階影像的小區塊灰階 與周邊灰階的差異





影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 70

6.2.2 銳利化

● 銳利化 (sharpening) 與平滑化的目的剛好相反; 銳利化是要強化影像中物體或景觀的邊緣 (edge) 效果;讓影像看起來更清晰。平滑化還有另一個 意義,就是模糊化 (blurring);所以

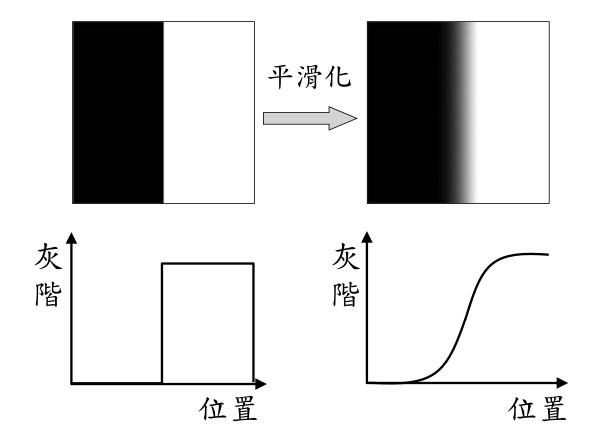
平滑化 = 模糊化 (blurring) = 去除雜訊 銳利化 = 去除模糊 (deblurring) = 強化邊界

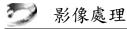


平滑化 銳利化



₩ 銳利化與平滑化的意義





6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 72

- 平滑化造就緩慢的灰階變化,所用的運算是平均 (average);而平均的運算來自於積分 (integration) 或總和 (summation)。
- 銳利化的運算意義剛好和平滑化相反;所以銳利 化的運算就是來自於積分或總和的反動作, 微分 (derivative) 或 差分 (differentiation);連續 函數用微分,離散函數用差分。
- ◆本節所介紹的銳利化方法完全來自於兩個觀念:ⅰ. 減去平滑的結果,
 - ii.直接使用微分或差分。

本節中的"非銳利遮罩"、"高增濾波器"、及"強化高頻濾波"屬於前者,其餘的方法都屬於後者。

6.2.2.1 非銳利遮罩

₱ 非銳利遮罩 (unsharp mask) 是使用"減去平滑的結果"之觀念做出來的,定義為"一張影像減掉本身的低通濾波成份",

$$f(x,y)-\bar{f}(x,y)$$

其中 $\bar{f}(x,y)$ 是 f(x,y) 的低通濾波版本。低通濾波的作法有許多種,

$$M_{us1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

這個濾波器是最純的高通濾波器,稱為"基本高通空間濾波器" (basic highpass spatial filter)。

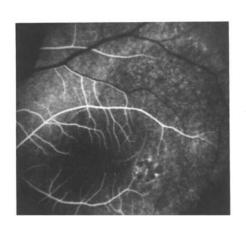


影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 74

眼底影像



原始影像。



基本高通濾波影像。

非銳利遮罩也可以用"高斯分佈平均"定義低通 濾波,則遮罩成了,

🏶 也可以做成更通式的變化

$$M_{us3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9k} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9k} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & S & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$
$$s = 9k - 1$$

7

影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU

76

6.2.2.2 高增濾波器

● 高增濾波器 (high-boost filter) 也是使用"減去平滑的結果"所做出來的,定義為"一張影像灰階放大後再減掉原來本身的低頻成份";相當於"一張影像灰階保留一小部份後再加上原來本身的高頻成份",

其中 $\alpha > 1$, $\bar{f}(x,y)$ 及 $f_n(x,y)$ 各別是f(x,y)的低通及高通濾波結果。

高增濾波是將原始資料放大 α 倍,再減去低頻資訊;相當於將原始資料放大 α -1倍,再加上高頻資訊。

● 遮罩為

$$M_{hb} = \alpha - 1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{9} \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{9} \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & S & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$S = 9 \alpha - 1$$



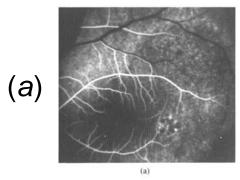
影像處理

6. 影像強化

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 78

🏶 範例

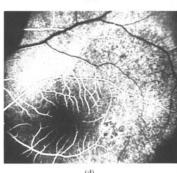


(b)

(b) $\alpha = 1.1$.

 $\alpha = 1.15.$





(*d*) α = 1.2.

(a) 原始影像。($b\sim d$) 分別為 $\alpha=1.1, 1.15, 及 1.2 的高增濾波後的結果。$

6.2.2.3 強化高頻濾波

強化高頻濾波 (high-frequency emphasis) 是將高頻資料乘上一個大於 1 的正數;如此低頻資料完全保留,只有高頻資料增加,濾波後的影像看起來對比不會過大。強化高頻濾波定義為將高頻資訊放大 α 倍 $(\alpha > 1)$,再加上原始低頻資訊,

$$M_{he} = \alpha \left(f(x,y) - \bar{f}(x,y) \right) + \bar{f}(x,y)$$

遮罩定義為

$$M_{he} = \frac{\alpha}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} t & t & t \\ t & s & t \\ t & t & t \end{bmatrix}$$

$$t = 1 - \alpha$$
, $s = 8 \alpha + 1$



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 8

80

🛊 比較

非銳利遮罩 (unsharp mask)

$$f - \bar{f} = f_h$$

高增濾波器 (high-boost filter)

$$M_{hb} = \alpha f - \bar{f}$$

$$= \alpha f - (f - f_h) = (\alpha - 1) f + f_h$$

$$= \alpha (f_h + \bar{f}) - \bar{f} = \alpha f_h + (\alpha - 1) \bar{f}$$

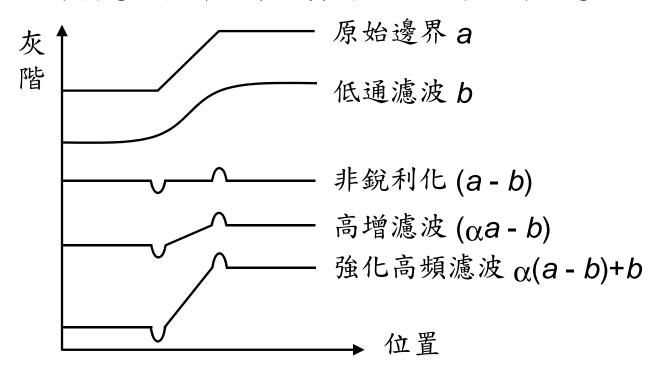
強化高頻濾波 (high-frequency emphasis)

$$M_{he} = \alpha (f - \bar{f}) + \bar{f}$$

$$= \alpha f + (1 - \alpha) \bar{f}$$

$$= \alpha f_h + \bar{f}$$

比較"非銳利化"、"高增濾波"、與"強化高頻濾波" 非銳利化的結果完全等同於高通濾波的結果; 高增濾波相當於高通濾波再加一小部份原始資料; 強化高頻濾波相當於原始資料加一小部份高通濾波,





影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 82

6.2.2.4 微分滤波

● 銳利化的主要運算都是微分或差分;前述的三個空間濾波器不是從差分產生出來的。微分的運用最好是與方向無關 (rotation-invariant or isotropic)。最簡單與方向無關的微分運算是"一次微分的平方和",

$$D_{g}f = \left|\nabla f\right|^{2} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^{2}$$

其中 $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}\right]^T$ 是影像f在(x, y)位置的一次微分

(first derivative),也就是梯度(gradient)。

● 一個最簡單與方向無關的線性微分 (linear isotropic differentiation) 運算是 "二次微分和",

$$D_L f = \Delta f = \nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

這個運算稱為 f 函數的拉普拉斯運算 (Laplacian operator)。



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 84

◆ 用離散差分表示微分,其遮罩可定義成

A. 一次差分運算

$$D_g f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

其中

 $f_X(i,j) = f(i,j) - f(i-1,j)$ 是 f 在 X 方向的一次差分, $f_Y(i,j) = f(i,j) - f(i,j-1)$ 是 f 在 Y 方向的一次差分。 以遮罩表示

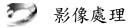
$$f_y = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

B. 二次差分的拉普拉斯運算

$$D_{L} f = f_{xx} + f_{yy},$$
其中 $\{f_{xx}(i,j) = f_{x}(i+1,j) - f_{x}(i,j)\}$
 $= [f(i+1,j) - f(i,j)] - [f(i,j) - f(i-1,j)]$
 $= f(i+1,j) - 2 f(i,j) + f(i-1,j)$
是 f 在 x 方向的二次差分,
$$\{f_{yy}(i,j) = f_{y}(i,j+1) - f_{y}(i,j)\}$$
 $= [f(i,j+1) - f(i,j)] - [f(i,j) - f(i,j-1)]$
 $= f(i,j+1) - 2 f(i,j) + f(i,j-1)$
是 f 在 y 方向的二次差分。
$$f(i-1) \qquad f(i) \qquad f(i+1)$$

$$-次差分 \qquad f_{xx}(i-1) \qquad f_{xx}(i) \qquad f_{xx}(i+1)$$

$$-次差分 \qquad f_{xx}(i-1) \qquad f_{xx}(i) \qquad f_{xx}(i+1)$$



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 80

拳 若一次差分與二次差分都定義為 f(i, j) - f(i-1, j),則

$$f_{xx}(i, j) = f_{x}(i, j) - f_{x}(i-1, j)$$

$$= [f(i, j) - f(i-1, j)] - [f(i-1, j) - f(i-2, j)]$$

$$= f(i, j) - 2 f(i-1, j) + f(i-2, j)$$

f(i,j) 不是在運算的中心位置,不對稱。

$$f(i-2)$$
 $f(i-1)$ $f(i)$ $f(i)$ $f(i)$ $f(i)$ $f(i-1)$ $f(i)$ $f(i-1)$ $f(i)$ $f(i)$ $f(i-1)$ $f(i)$ $f(i$

87

以遮罩表示

$$D_{L} = f_{xx} + f_{yy} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

拉普拉斯運算也等於

$$[f(i+1, j) + f(i-1, j) + f(i, j+1) + f(i, j-1) + f(i, j)] - 5 f(i, j)$$

$$= -5 [f(i, j) -$$

$$(1/5) [f(i+1, j) + f(i-1, j) + f(i, j+1) + f(i, j-1) + f(i, j)]$$

= -5 $[f(i, j) - "以 f(i, j) 為中心的 5個點的平均值"]$

所以拉普拉斯運算確實是一個銳利化的高通濾波器。

$$D_{L} = -5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 88

C. 羅伯斯梯度 (Roberts gradient)

$$D_r f = \sqrt{f_r^2 + f_I^2}$$

其中 $f_r(i, j) = f(i, j) - f(i-1, j-1)$

是 f在右對角線方向的一次差分,

$$f_i(i, j) = f(i-1, j) - f(i, j-1)$$

是f在左對角線方向的一次差分。

以遮罩表示

另一種公式是將平方和 (sum of square values) 改成 絕對值和 (sum of absolute values) $D_r f = \sqrt{|f_r|} + |f_r|$

D. 布里威特運算 (Prewitt operator)

$$D_p f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$f_y = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

E. 梭柏運算 (Sobel operator)

$$D_{s}f = \sqrt{f_{x}^{2} + f_{y}^{2}}$$

$$f_{x} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



影像處理

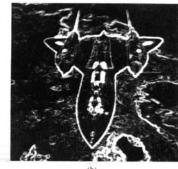
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 90



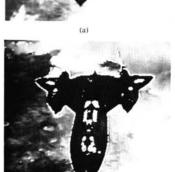
範例







$$g(i,j) = S[f(i,j)]$$





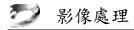
- (a) 原始影像 f(x,y).
- (b) Prewitt 邊強化結果.

(c)
$$g(i,j) = \begin{cases} 255, & \text{if } S[f(i,j)] \ge 25, \\ f(i,j), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(a)
$$g(i,j) = \begin{cases} 255, & \text{if } S[f(i,j)] \ge 25, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

6.3 頻率域的強化技術

- 頻率域資料的處理方式只有一種,就是濾波 (filtering)。
- 濾波的運算比遮罩運算簡單得許多,每一個頻率 係數只做一個乘法或加法運算而已;只是資料需 要在空間域與頻率域間做正轉換與反轉換比較費 時。
- ◆ 主要的濾波運算有: 低通濾波 (lowpass filter) 中通濾波 (bandpass filter) 高通濾波 (highpass filter)



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 92

賴率域的濾波運算與空間域的遮罩運算是相關的 ,所以濾波運算的原理也就是來自於與遮罩運算 的關係。若 f(x, y) 是原始影像,F(u, v) 是 f(x, y) 的傳立葉係數;則

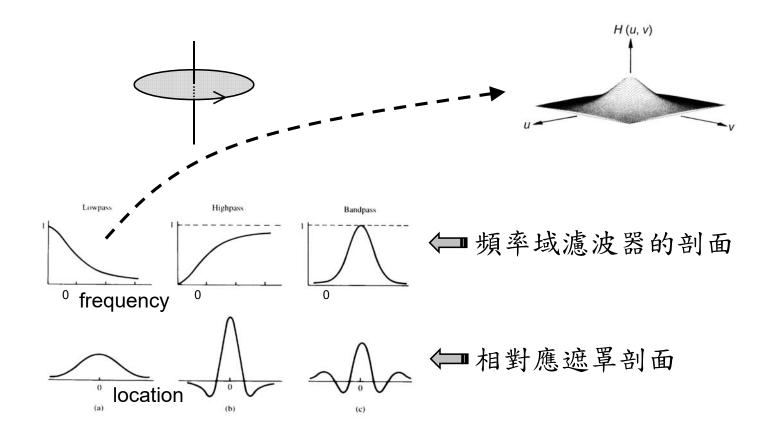
$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

① 傅立葉轉換與反轉換

 $G(u, v) = H(u, v) F(u, v)$

其中h(x, y) 是一個遮罩;* 是卷積運算,等同於遮罩運算;H(u, v) 是一個相對應於 h(x, y) 遮罩的一個濾波器 (filter),相當於一個轉換函數 (transfer function)。

● 一些常見的頻率空間濾波器與遮罩的關係



1

影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 9

94

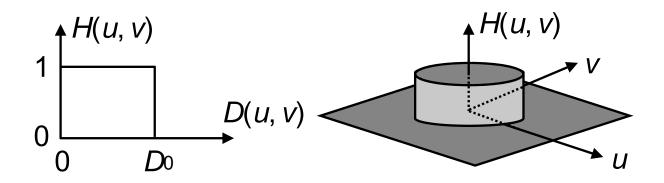
6.3.1 低通濾波

◆ 低通濾波 (lowpass filtering) 保留低頻資料,去 除高頻資料。高低頻資料不一定要完全保留或完 全去除,因此可定義多種不同高低頻資料保留份 量的低通濾波器。

6.3.1.1 理想低通濾波

♥ 理想低通濾波 (ideal lowpass filter, ILPF) 是最強 烈的低通濾波器,它將低頻資料完全保留,高頻 資料完全去除。理想低通濾波定義為

$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sqrt{u^2 + v^2} \le D_0 \\ 0, & \text{if } \sqrt{u^2 + v^2} > D_0 \end{cases}$$





影像處理

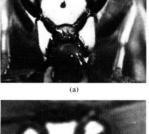
6. 影像強化

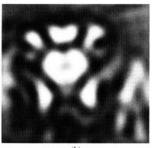
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 96

● 範例

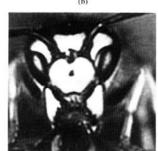
- (a) 原始影像。
- (b) 疊合頻率域上的不 同半徑圓,這些圓 分別包含傅立葉頻 譜量的百分之90, 93, 95, 99, 及 99.5。

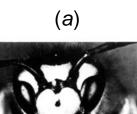


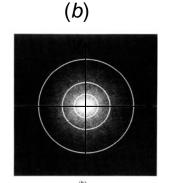
















6.3.1.2 巴氏低通滤波

● 巴氏低通濾波器 (Butterworth lowpass filter) 的 意義是讓高頻資料保留較少,不是完全去除;低 頻資料也不是完全保留,而是減少一些。巴氏低 通濾波函數定義為

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{D_0}\right]^{2n}}$$

其中 n 是控制濾波函數的形狀, Do 是定義曲線 反曲點的大概位置, 0 < H(u, v) < 1。

反曲點 (inflection point) 是斜率遞增遞減轉折點。

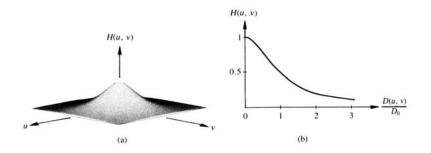


影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 9

98



● 兩個低通濾波平滑化的範例

假輪廓 (false contour).





假輪廓 平滑結果

胡椒鹽雜訊 (pepper and salt noise).





胡椒鹽雜訊 平滑結果

♣ 基本原理

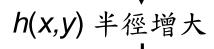
$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v)$$

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

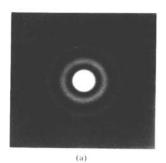
- (a) h(x,y),
- (b) f(x,y), and
- (c) $h(x,y)^*f(x,y)$.



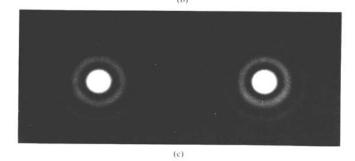
H(u,v) 半徑 Do 減小



h(x,y)*f(x,y) 更模糊









影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 100

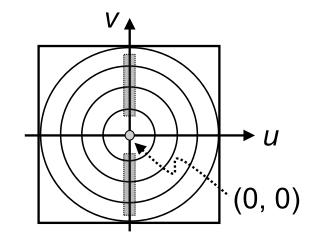
6.3.1.3 吶曲濾波器

♥ 吶曲濾波器 (Notch filter) 是一個特殊用途的低通 濾波器,用以濾除一般類比 (analog) 監視器所 拍攝之影片中的水平干擾條紋。吶曲濾波器濾波 器定義為

 $N(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{if } |u| \le t_1 \text{ and } t_2 \le |v| \le t_3 \\ 1, & \text{others} \end{cases}$



水平干擾條紋範例



6.3.2 高通濾波

● 高通濾波器 (highpass filter) 與低通濾波器的目的完全相反;低通濾波相當於平滑化,高通濾波相當於銳利化。所以高通濾波也有理想高通濾波與巴氏高通濾波兩種。



影像處理

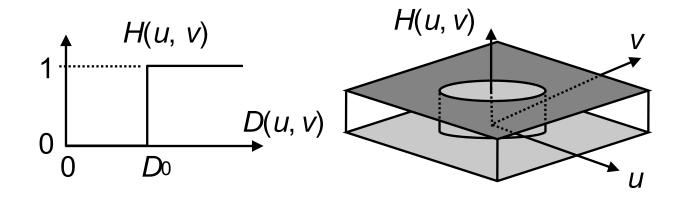
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 102

6.3.2.1 理想高通濾波器

₩理想高通濾波器 (ideal highpass filter, *IHPF*) 是最強烈的高通濾波器,它將高頻資料完全保留,低頻資料完全去除。理想高通濾波函數定義為

$$H(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{if } (u^2 + v^2) \le D_0 \\ 1, & \text{if } (u^2 + v^2) > D_0 \end{cases}$$



6.3.2.2 巴氏高通濾波器

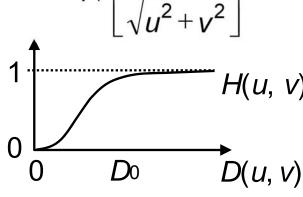
● 巴氏高通濾波器 (Butterworth highpass filter) 則 比理想高通濾波器保守點;高頻資料不是完全保 留只是保留比較多,而低頻資料也不是完全不要 而是保留比較少。巴氏高通濾波函數定義為

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right]^{2n}}$$

$$1 + \left[\frac{D_0}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right]^{2n}$$

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right]^{2n}}$$

其中 n 是控制濾波函數的形狀, D o 是定義曲線反曲點的大概位置。 0 < H(u, v) < 1。





影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 104

6.3.2.3 高增濾波器

● 高增濾波器 (high-boost filter) 相當於將原始資料 放大α倍,再減去低頻資訊;也相當於將原始資 料放大α-1倍,再加上高頻資訊。如此,原始 的高頻資訊增加一些,低頻資訊保留一些。

$$M_{hb} = \alpha f - \bar{f}$$

$$= \alpha f - (f - f_h) = (\alpha - 1) f + f_h$$

$$= \alpha (f_h + \bar{f}) - \bar{f} = \alpha f_h + (\alpha - 1) \bar{f}$$



6.3.2.4 高頻強化濾波器

● 高頻強化 (high-frequency emphasis) 濾波器則是不去除原始影像中的中、低頻資料,而是將高頻資料都加上一個正數或乘上一個大於 1 的數;如此中、低頻資料完全保留,只有高頻資料增加,讓影像變清晰。

$$M_{he} = \alpha (f - \bar{f}) + \bar{f}$$

$$= \alpha f + (1 - \alpha) \bar{f}$$

$$= \alpha f_h + \bar{f}$$

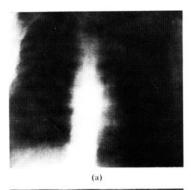


影像處理

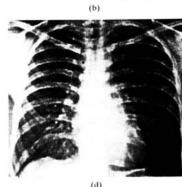
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 106

● 高頻強化濾波器範例







(a) 原始影像。

b

а

- (b) 巴氏高通濾波器 結果。
- (c) 高頻強化結果。
- (d) 高頻強化加分佈 圖均勻化結果。

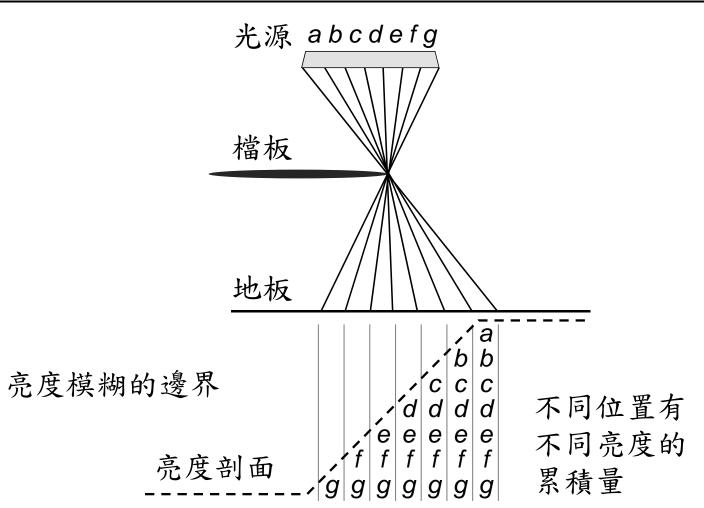
6.3.3 同質濾波

- 1968 MIT's A.V. Oppenheim, R.W. Schafer, T.G. Stockham 所提出的同質濾波器 (homomorphic filter) 是一個具有特殊目的特殊方法。
- 影像灰階 f(x, y) 是由光源亮度 i(x, y) 與物體表面材質反射係數 r(x, y) 乘積所構成的, f(x, y) = i(x, y) r(x, y).
- 同質濾波器假設,影像中相鄰像素的光源強度所造成的明暗度大都呈現緩慢的變異 (slow spatial variation),而相鄰像素的物表反射係數所造成的明暗度大都呈現快速銳利的變化 (abruptly vary)。

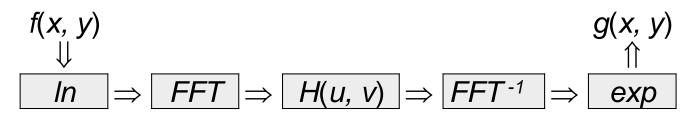
> 影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 108



- 相鄰像素亮度的緩慢變異反應在影像的低頻成份中;而相鄰像素之物表反射係數之亮度的快速變化則反應在影像的高頻成份中。
- 同質濾波的目的是要減弱光源亮度並強化物表反射係數;而做法上只要將分離的光源亮度及物表反射係數個別轉換成頻率資料,再個別做高低頻濾波即可。
- ♣ 同質濾波器的處理程序



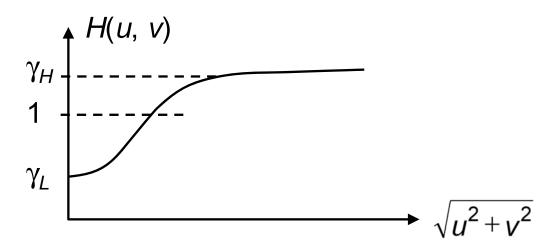
影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 110

- S1. 用對數函數分離影像灰階的光源亮度及物表反射係數 $z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$
- S2. 用快速傅立葉轉換將資料轉成頻率資料 $F\{z(x, y)\} = F\{In \ f(x, y)\} = F\{In \ i(x, y)\} + F\{In \ r(x, y)\}$ 將上式簡寫為 Z(u, v) = I(u, v) + R(u, v)
- S3. 用同質濾波器同時濾波光源亮度及物表反射係數成份 S(u, v) = H(u, v) Z(u, v) = H(u, v) I(u, v) + H(u, v) R(u, v)
- S4. 做快速反傅立葉轉換將頻率資料轉回空間資料 $S(x, y) = F^{-1}\{S(u, v)\}\$ $= F^{-1}\{H(u, v) | (u, v)\} + F^{-1}\{H(u, v) | R(u, v)\}\$ = I'(x, y) + R'(x, y)
- S5. 做指數函數轉換將第一步驟的對數轉換抵銷掉。 g(x, y) = exp[S(x, y)] = exp[I'(x, y)] exp[R'(x, y)]

- 影像處理
 - ●同質濾波器設定兩個參數 YL及 YH;選擇 YL<1及 $\gamma_{H} > 1$,以減少低頻成份,加強高頻成份。



✿ 上述的同質濾波處理並沒有真正將光源亮度及物 表反射係數成份分離開;只是用高低頻表示該兩 成份,再做同質濾波器同時降低低頻份量及提高 高頻份量。

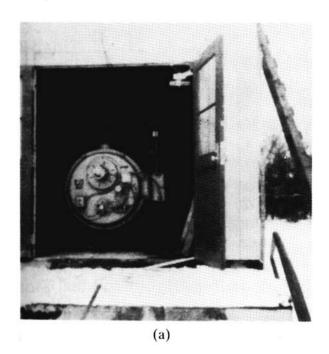


影像處理

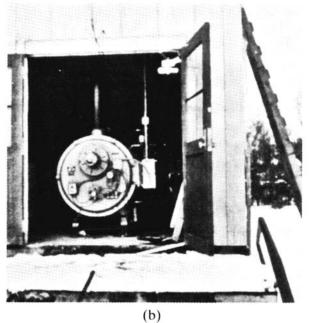
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 112

同質濾波器範例



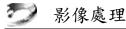
原始影像。



同質濾波的結果。

6.4 空間區域與頻率域強化技術的關係

- ◆ 我們一再強調位置空間的遮罩運算 h(x,y)*f(x,y) 等同於頻率空間的濾波處理 H(u,v) F(u,v)。那麼 遮罩 h(x,y) 與濾波函數 H(u,v) 有什麼關係?
- 在本節中我們將探討兩個議題:
 - 一是遮罩 h(x,y) 的範圍與濾波函數 H(u,v) 的範圍有什麼關係?
 - 二是能否從一個濾波函數 H(u,v) 去創造出相同效果的遮罩 h(x,y)?



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 114

其中h(x, y) 是一個遮罩;*是卷積運算,等同於遮罩運算;H(u, v) 是相對應於 h(x, y) 遮罩的一個濾波器 (filter)。從空間域的遮罩函數 h(x, y) 與頻率域的濾波函數 H(u, v) 的關係來看,

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} h(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)/N},$$

for u, v = 0, 1, 2, ..., N-1

h(x, y) 函數的範圍愈大,則H(u, v) 函數的範圍就愈小;反之亦然。

- ◆ 從有限頻寬函數 (band-limited function) 的觀點來看;一個有限範圍的濾波函數 H(u, v),要創造出一個完全相同效果的遮罩函數 h(x, y),則 h(x, y) 的範圍將會是無窮大 (從離散的觀點來看,就是遮罩和影像一樣大)。
- ◆ 我們將以最小平方誤差估計法 (least-squares estimation),從一個給定的濾波函數 *H*(*u*, *v*),創造出一個給定大小近似 (approximated) 遮罩 *h*(*x*, *y*)。已知

$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v)$$

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y).$$



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 116

$$h(x,y) * f(x,y)$$
 展開等於
$$\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i,j) f(i+x,j+y)$$

H(u, v) 是h(x, y) 的傅立葉轉換函數,

$$H(u,v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} h(x,y) e^{-i2\pi (ux+vy)/N},$$

for $u,v = 0, 1, 2, ..., N-1$

若我們限制 h(x, y) 的非 0 範圍,h(x, y) = 0, if x > n, y > n, n < N,則

$$\hat{H}(u,v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} \hat{h}(x,y) e^{-i2\pi(ux+vy)/N}$$

6. 影像強化

也就是 h(x, y) 是一個 $N \times N$ 遮罩, $\hat{h}(x, y)$ 是一個 $N \times N$ 遮罩。將公式改寫成矩陣方程式

$$\hat{H}(u,v) = [C^T]_{1\times n^2} [\hat{h}]_{n^2\times 1}$$

將所有 $\hat{H}(u,v)$, u,v=0,1,2,..,N-1 全部納入一個矩陣方程式中

$$\begin{bmatrix} \hat{H}(u,v) \\ \vdots \end{bmatrix}_{N^{2}\times 1} = \begin{bmatrix} C_{1}^{T} \\ \vdots \\ C_{N^{2}}^{T} \end{bmatrix}_{N^{2}\times n^{2}} \begin{bmatrix} \vdots \\ \hat{h} \\ \vdots \end{bmatrix}_{n^{2}\times 1}$$
 簡寫成

$$\hat{H}_{N^2} = C_{N^2 \times n^2} \hat{h}_{n^2}$$



影像處理

6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 118

我們的目標是在平方誤差

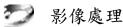
$$e^2 = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} |\hat{H}(u,v) - H(u,v)|^2$$

最小的情形下,找出 $\hat{h}(x, y)$ 。平方誤差可以表示成兩矩陣相乘

$$e^{2} = (\hat{H} - H) * (\hat{H} - H) = ||\hat{H} - H||^{2} = ||C\hat{h} - H||^{2}$$

其中*是複數共軛轉置 (conjugate transpose) 的矩陣運算。將平方誤差拿來對 f 做偏微分 (partial differential) 設為 0

$$\frac{\partial e^2}{\partial \hat{h}} = 2C * (C\hat{h} - H) = 0$$



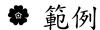
因此我們可以求得, $\hat{h} = (C^*C)^{-1}C^*H$,其中 $C^* = (C^*C)^{-1}C^*$ 稱為假反矩陣 (pseudo inverse or *Moore-Penrose generalized inverse* matrix)。如果 C 矩陣的元素都不是複數,則假反矩陣可以簡單寫成 $C^* = (C^TC)^{-1}C^T$,其中 C^T 是 C 的轉置矩陣 (transpose matrix)。

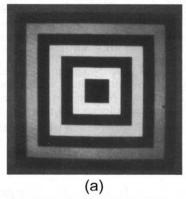


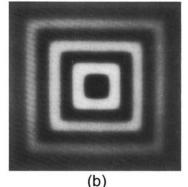
影像處理

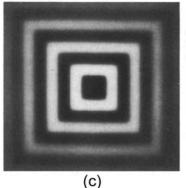
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 120









(a) 原始影像。(b) 巴氏低通濾波結果。

(c) 用巴氏低通濾波器產生的 9×9 遮罩所做的結果。

6.5 彩色影像強化技術

- 顏色是人類視覺的一個重要線索,我們可以用顏 色來創造顯著的視覺效果,這是彩色影像強化的 目的。本節將介紹一些彩色影像強化的技術;這 些技術將分成兩大類:真實彩色 (true-color) 影 像強化及假色 (pseudo-color) 影像強化。
- ✿ 我們將彩色影像分成三種類型: 真實彩色 (true color)、 假彩色 (pseudo color)、及 非真實彩色 (false color)。
- 真實彩色:真實色彩是反應不同波長的電磁波所 造成的,就像人眼所看到的顏色一樣。



影像處理

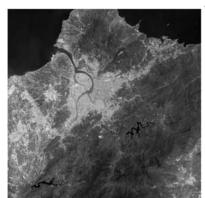
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 122

假彩色:假彩色的色彩並不是反應不同波長之電磁 波所形成的。我們可以在一張單色影像上的任 何區域,個別塗上各種我們所想要的顏色;這 些顏色並沒有反應真實的顏色 (不是根據光線 波長來定義的)。

非真實彩色:把一種不可見的頻譜的色彩,將其轉 换為另一種色彩,讓其更醒目,此轉換是依循 一種有意義的關係去轉換。







6.5.1 真實彩色影像強化

◆ 所有灰階影像強化技術都可用在彩色影像上;例如,對比強化、灰階範圍縮放、灰階分佈圖修改、平滑化、雜訊去除、銳利化等。

只是要注意:

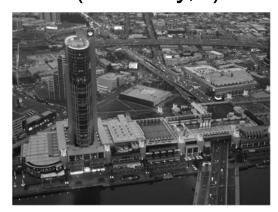
- i. 若作用做 RGB 色彩上,不要改變 RGB 的比值;否則會改變顏色;例如,彩色影像的紅藍綠各別強化,則各像素的紅藍綠比率很容易就被改變,因而顏色就會變得和原來的顏色完全不一樣。
- ii. 彩色影像相當於三頻譜的灰階影像,因此彩色 影像的強化可以在三度色彩空間上處理。



6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 124

- ◆針對第一點,我們可以先將 RGB轉換到 IHS或 VHS 色彩空間,再針對亮度及色度各別強化。
- ★ 我們經常碰到的問題有:如何將過暗的彩色影像變亮?影像過暗是亮度不足,與顏色無關。因此要把彩色影像變亮,只要強化亮度成份就好了,不必或不得改變其他成份。所以將彩色影像變亮的做法,就是先將彩色影像轉換成 IHS 色彩資料,接著只強化亮度 (intensity, I) 成份。





₩ 彩色影像強化範例

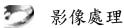
- S1. 將 RGB 轉成 IHS.
- S2. 將 I 成份做分佈圖均勻化法 (Histogram equalization)
- S3. 将處理過的 I 成份與原始 HS 成份轉回 RGB





原始影像。

強化後影像。

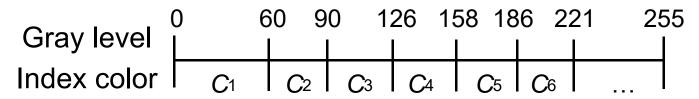


像處理 6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 126

6.5.2 假色技術 (Pseudo-color techniques)

6.5.2.1 亮度分割法 (Intensity slicing)



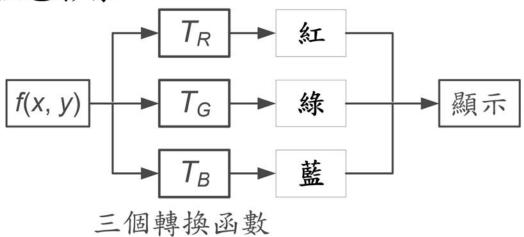
每一個灰階段落指派一個特定顏色。

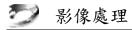




6.5.2.2 灰階彩色轉換法

◆ 灰階彩色轉換法 (gray level to color transformation) 是針對三個色彩波段各別定義不同函數轉換。各別設計好三個轉換函數: TR, TB, TG後,將黑白影像各別用轉換函數轉換,再各別用相對應的 RGB 顏色一同顯示出來,即為合成的假色影像。

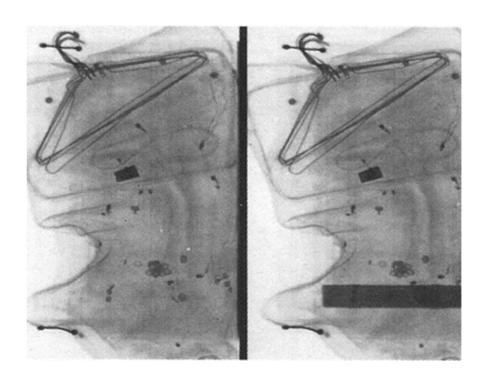




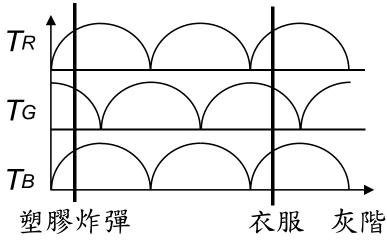
6. 影像強化

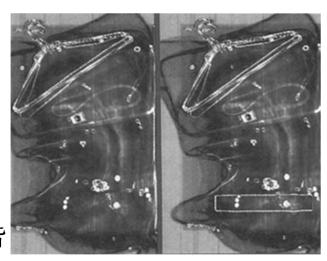
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 128

◆ 以一個機場行李 X-光檢查機為例。 如下圖,左側影像是正常行李, 右側影像是藏有塑膠炸彈的行李。



為了凸顯塑膠炸彈,最好能夠將塑膠炸彈的顏色 變成與衣服部份愈不相似愈好。但事先並不知道 塑膠炸彈與衣服的灰階。所以可以用方便的週期 性函數來自動轉換色彩,如下左圖所示;但有可 能使得塑膠炸彈與衣服色彩反而變成完全相同, 如下右圖所示。



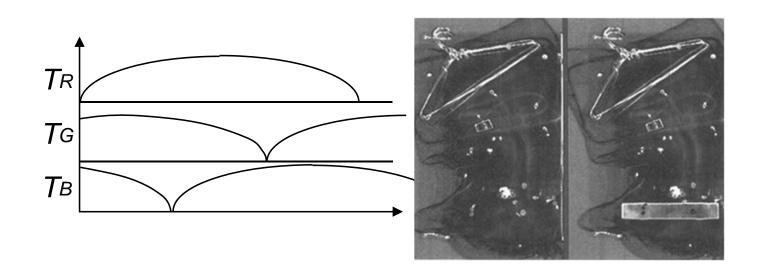


影像處理

6. 影像強化

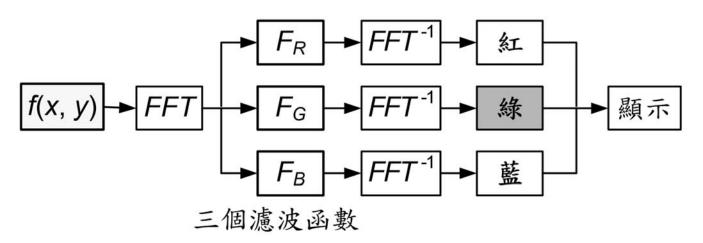
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 130

- 當然可以改用任意函數來轉換色彩;但是使用任 意函數,色彩轉換結果更不容易掌握。
- 為了避免不同灰階轉成相同色彩,可以使用週長 等於灰階變化範圍的週期性函數,如下圖所示。 但這種方法可能降低色彩的對比 (contrast)。



6.5.2.3 頻率濾波器法

● 頻率濾波器法 (filtering approach) 的觀念是將原始灰階影像做三種不同頻率濾波: F_R, F_B, F_G, 以保留影像中三種不同頻率成份。再將三種不同頻率各反轉回位置空間,各別以相對應的RGB顏色一同顯示出來。





影像處理

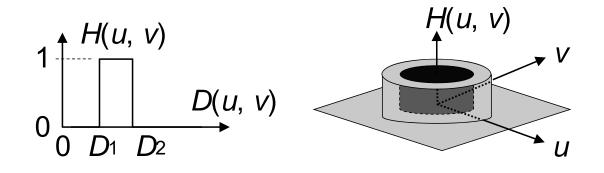
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 132

A. 理想中通濾波函數1

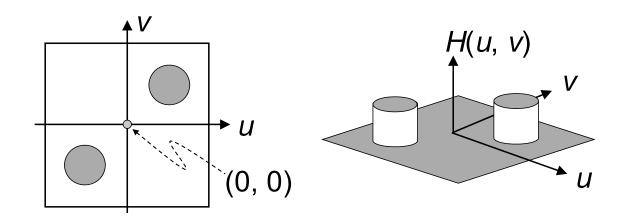
(ideal band pass filter 1, IBPF 1) 定義為

$$H_{IBPF1}(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{if } D(u,v) < D_0 - \frac{W}{2} \\ 1, & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \le D(u,v) \le D_0 + \frac{W}{2} \\ 0, & \text{if } D(u,v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$



B. 理想中通濾波函數2 (ideal band pass filter 2, IBPF 2) 定義為

 $H_{IBPF2}(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if } D_1(u,v) \leq D_0 \text{ or } D_2(u,v) \leq D_0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$





影像處理

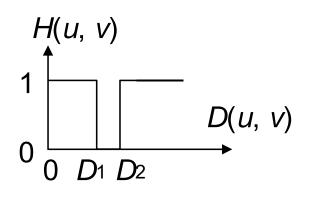
6. 影像強化

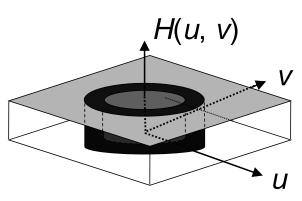
D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 134

C. 理想中拒濾波函數1

(ideal band reject filter 1, IBRF 1) 定義為

$$H_{IBRF1}(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if } D(u,v) < D_0 - \frac{W}{2} \\ 0, & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \le D(u,v) \le D_0 + \frac{W}{2} \\ 1, & \text{if } D(u,v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$

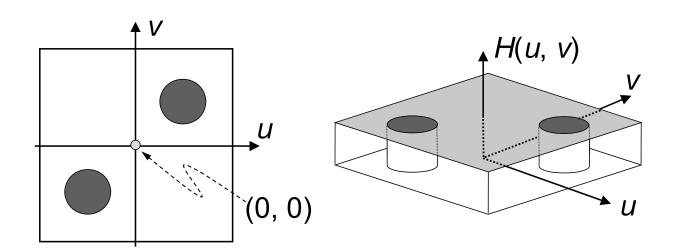




6. 影像強化

D. 理想中拒濾波函數2 (ideal band reject filter 2, IBRF 2) 定義為

 $H_{IBRF2}(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{if } D_1(u,v) \leq D_0 \text{ or } D_2(u,v) \leq D_0, \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases}$



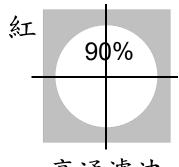


影像處理

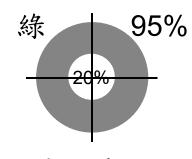
6. 影像強化

D.-C. Tseng, DLCV Lab. in NCU 136

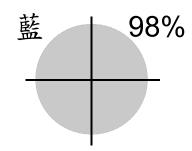
範例



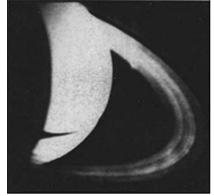
高通濾波



中通濾波

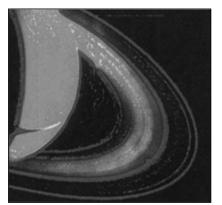


低通滤波



灰階影像。





高通濾波影像。低(藍色)中(綠色) 高(紅色) 濾波影像。