1. FELADAT

Legyen

- **$L_1 = \{a\}^*$,**
- **$L_2 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid$ w-ben páros számú b betű van$\}$ és**
- **$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid$ w-ben páratlan számú b betű van $\}$.**

Igazak vagy hamisak a következő állítások. Ha igen, indokolja minél meggyőzőbben, ha nem, mutasson ellenpéldát. (A 0 páros szám)

I. $L_1 * L_2 = L_2 * L_1$

Az L_1 nyelvben szerepelhet végtelen számú a vagy λ. Az L_2 nyelvben szerepelhet végtelen számú a és páros számú b vagy λ. Az $L_1 * L_2$ esetén a konkatenáció végtelen számú a-val kezdődhet után jöhet akár a akár b, akár semmi.
Az $L_2 * L_1$ esetében, mivel L_1L_2 részhalmaza L_2L_1 -nek így az állítás igaz

II. $L_1 * L_3 = L_3$

Ebben az esetben $L_1 * L_3$ azokat a szavakat tartalmazza amik végtelen mennyiségű a-val kezdődnek és ezután a-k vagy b-k követik, azzal a kikötéssel hogy a b-k számának páratlannak kell lennie, tehát minimum egy elemet tartalmaznia kell.
Az L_3 nyelvben kezdhetünk b-vel is, de mivel L_1 részhalmaza az L_3-nak így ez az állítás igaz lesz, mert a kettő összes kombinációja kihozható L_3-ból

III. $L_2 * L_3 = L_2$

A különbség a két halmaz között, hogy az egyikben páros, a másikban viszont páratlan számú b betű szerepel. Ezért a kettő szorzatánál a pl. ha L_2 eleme aabb és L_3 eleme aab akkor a kettő konkatenációja aabbaab lesz, amiben páratlan számú b található, ami nem felel meg az L_2 feltételének

IV. L_2^* unió $L_3 = L_2$ unió L_3

Mivel az L_2-ből minden kombinációt meg tudunk adni, ezért az $L_2^* = L_2$-vel ezért a két nyelv meg fog egyezni

2. FELADAT

Legyen L az a nyelv, melynek szavai a, b és c betűkből állhatnak, c betűvel kezdődnek, valamint pontosan 1 darab a betűt, és pontosan 1 db b betűt tartalmaznak

- **Adjon meg olyan reguláris kifejezést, ami az L nyelvet írja le**
- **Konstruáljon determinisztikus véges automatát amely az L nyelvet fogadja el**

I. Reguláris kifejezés

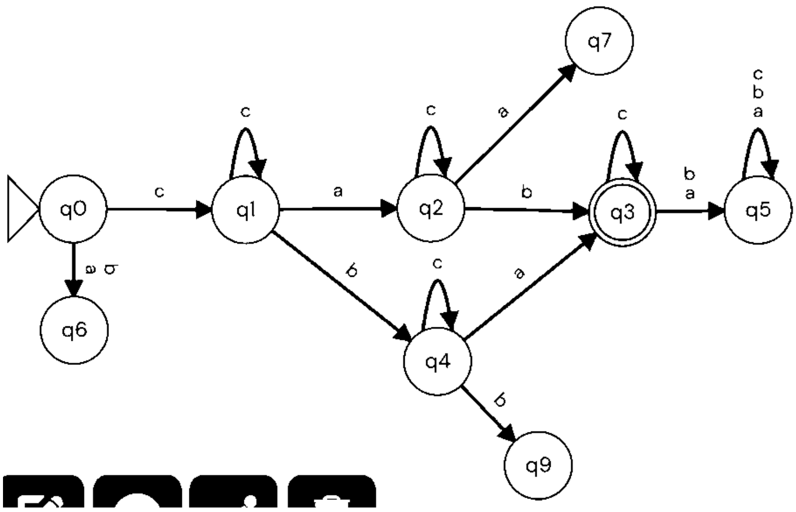
Adottak számunkra a következő feltételek

- c betűvel kezdődik
- 1 db a betű szerep
- 1 db b betű szerepel

Melyik szavak lehetnek ezek? cabc, cabcc, …, cbac, cbacc, …, ccba, cccba, …

L = c(c*)a(c*)b(c*)+c(c*)b(c*)a(c*)

II. Determinisztikus véges automata



3. FELADAT

Legyen M = ({q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7}, {0, 1}, q_1, {q_4}, delta) egy determinisztikus véges automata (q_1 a kezdőállapot és q_4 az egyetlen elfogadó állapot), ahol delta az alábbi táblázattal adott

	0	1
q1	q_2	q_5
q2	q_3	q_4
q3	q_3	q_4
q4	q_6	q_7
q5	q_6	q_7
q6	q_3	q_4
q7	q_6	q_7

- **Konstruálja meg az M-mel ekvivalens, minimális állapot számú determinisztikus véges automatát, és**
- **rajzolja meg a minimális automata állapot-átmenet gráfját**

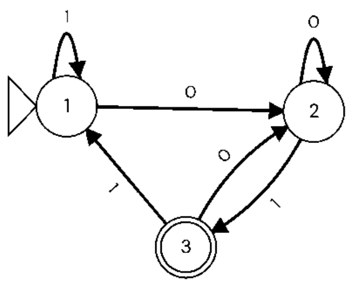
I. Minimalizálás

	I						II
	1	2	3	5	6	7	4
0	I	I	I	I	I	I	I
1	I	II	II	I	II	I	I

II. Az előbb létrejött új kategóriákkal újra megcsináljuk

	I			II			III
	1	5	7	2	3	6	4
0	II	II	II	II	II	II	II
1	I	I	I	III	III	III	I

III. Felrajzoljuk az így létrejött csoportokat



4. FELADAT

Legyen M = ({q_1, q_2, q_3, q_4}, {0, 1}, q_1, {q_4}, delta) egy nem determinisztikus véges automata (q_1 a kezdőállapot és q_4 az egyetlen elfogadó állapot), ahol delta az alábbi táblázattal adott (λ az üresszót jelöli)

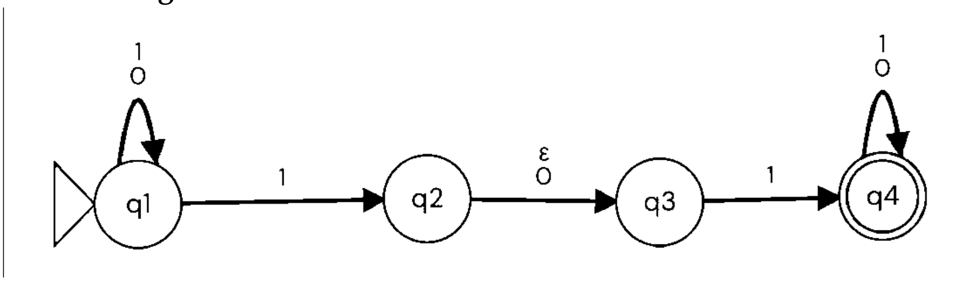
	0	1	λ
q1	q_1	q_1, q_2	-
q2	q_3	-	q_3
q3	-	q_4	-
q4	q_4	q_4	-

- **Adjon meg az M által elfogadott nyelvet. (Fogalmazza meg, hogy milyen típusú szavakat tartalmaz a nyelv, vagy adjon a nyelvet leíró reguláris kifejezést).**
- **Rajzolja meg M állapot-átmenet gráfját, majd**
- **konstruáljon egy M-mel ekvivalens determinisztikus automatát**

I. M által elfogadott nyelv

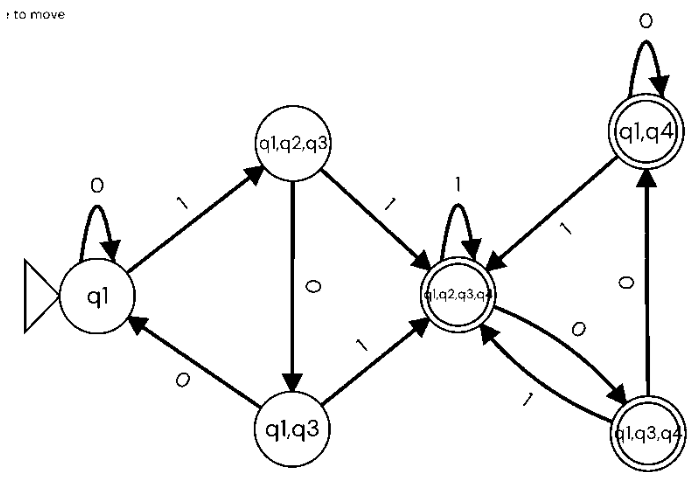
Először választhatunk végtelen számú 1-est vagy 0-át, ezután választani kell egy 1-est, ezután választhatunk vagy 0-át vagy lambdát, ezután egy 1-es jön, majd végtelen számú 0 vagy 1
L = $(1+0)^*1(0+\lambda)1(0+1)^*$

II. Állapot-átmenet gráf



III. Determinisztikus automata

	0	1
q1	q_1	q_1, q_2, q_3
q_1, q_2, q_3	q_1,q_3	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_2, q_3, q_4	q_1, q_3, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_3, q_4	q_1, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_4	q_1, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4



q_1-ből

- 0-val mehetünk q_1-be
- q_1-ből 1-essel mehetünk q_1-be, q_2-be és q_3-ba is, mivel ha q_2-nél lambdát választunk, akkor az előtte lévő választásunk az 1-es volt

Létrehozunk egy új állapotot, ami a q_1, q_2, q_3 állapot lesz itt meg kell néznünk, egyesével, hogy melyik állapotból a számokkal hova jutunk

- q_1-ből
  - 0-val mehetünk q_1-be
  - q_1-ből 1-essel mehetünk q_1-be, q_2-be és q_3-ba is, mivel ha q_2-nél lambdát választunk, akkor az előtte lévő választásunk az 1-es volt
- q_2-ből
  - 0-val mehetünk q_3-ba
  - 1-essel pedig mehetünk q_3-ba, ha itt lambdát választunk
- q_3-ból
  - 0-val nem mehetünk sehová
  - 1-essel pedig q_4-be mehetünk

Ha ezeket össze írjuk akkor azt kapjuk, hogy a q_1, q_2, q_3 állapotból a

- 0-val mehetünk: q_1,q_3
- 1-essel mehetünk: q_1, q_2, q_3, q_4

És ezt addig folytatjuk, ameddig az összes állapot nem lesz definiálva 😊

5. FELADAT

A reguláris nyelvekre vonatkozó pumpálási lemma segítségével mutassa meg, hogy nincsen olyan véges automata, amelyik az $L = \{a^i b^{2i} a^i \mid i >= 0\}$ nyelvet fogadja el