



Alkalmazott statisztika

1. Előadás

Dr. Barta Attila¹, Dr. Pecsora Sándor²

PTI BSc



Presentation Overview

Általános
tudnivalók

Bevezető

Kombinatorika

Általános tudnivalók

Bevezető

Kombinatorika



A vizsgával, a gyakorlati órákkal, az előadásokkal, a jelenléttel és az elvárt normákkal normákkal kapcsolatos minden fontos információ megtalálható a kurzus tantervében.



Valószínűségelmélet vagy Statisztika

Valószínűségelmélet és statisztika

Valószínűségelmélet V/S Statisztika

A valószínűségelmélet a jövőbeli események valószínűségének előrejelzésével foglalkozik, míg a *statisztika* a *múltbeli események* gyakoriságának elemzését foglalja magában. A statisztika a gyakorlatban a valószínűségelmélet eredményei által létrehozott alapokra épül.



Definíció (Permutáció)

Az n megkülönböztethető elemek rendezett sorozatát n -permutációnak nevezzük.



Definíció (Permutáció)

Az n megkülönböztethető elemek rendezett sorozatát n -permutációnak nevezzük.

Tétel

Az n -permutációk száma n faktoriális, ami

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1$$

Megjegyzés:

$$0! = 1$$

Mivel az üreshalmaz egyféleképpen rendezhető.



Definíció (Ismétléses permutáció)

Egy n elemű rendezett sorozat, ahol m különböző típusú elemek vannak, ahol az első típusnak k_1 eleme van, a második típusnak k_2 eleme van, \dots , az m -edik típusnak k_m eleme van, n permutációnak nevezzük, amelynek k_1, k_2, \dots, k_m ismétlődései vannak.



Definíció (Ismétléses permutáció)

Egy n elemű rendezett sorozat, ahol m különböző típusú elemek vannak, ahol az első típusnak k_1 eleme van, a második típusnak k_2 eleme van, \dots , az m -edik típusnak k_m eleme van, n permutációnak nevezzük, amelynek k_1, k_2, \dots, k_m ismétlődései vannak.

Theorem

Az ismétléses n -permutációk száma k_1, k_2, \dots, k_m ismétlésekkel

$$P_n^{k_1, k_2, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdots k_m!}$$

.



Előadás kérdés

Keresse meg a 8 bástya lehetséges elrendezéseinek számát a sakktáblán úgy, hogy ne üssék egymást!



Előadás kérdés

Keresse meg a 8 bástya lehetséges elrendezéseinek számát a sakktáblán úgy, hogy ne üssék egymást!

$$P_8 = 8!$$



Előadás kérdés

Keresse meg a 8 bástya lehetséges elrendezéseinek számát a sakktáblán úgy, hogy ne üssék egymást!

$$P_8 = 8!$$

Mi az eredmény, ha a bábuk megkülönböztethetők?



Előadás kérdés

Keresse meg a 8 bástya lehetséges elrendezéseinek számát a sakktáblán úgy, hogy ne üssék egymást!

$$P_8 = 8!$$

Mi az eredmény, ha a bábuk megkülönböztethetők?

$$P_8 \cdot P_8$$



Előadás kérdés

Adott 3 alma, 2 körte, 2 barack. Hányféleképpen rendezhetem őket egy sorba az asztalon, ha az azonos gyümölcsfajtákon belül nem teszünk különbséget?



Előadás kérdés

Adott 3 alma, 2 körte, 2 barack. Hányféleképpen rendezhetem őket egy sorba az asztalon, ha az azonos gyümölcsfajtákon belül nem teszünk különbséget?

$$P_7^{3,2,2} = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$$



Definíció (Variáció)

Adott n elem k elemű részhalmazának rendezése, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.



Definíció (Variáció)

Adott n elem k elemű részhalmazának rendezése, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.

Tétel

Az ismétlés nélküli variációk száma

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots k = \frac{n!}{n-k!}$$



Definíció (Ismétléses variáció)

Válasszuk ki k elemet az n megkülönböztethető elemek közül úgy, hogy minden egyes elem többször is választható legyen. Az elemek sorrendje számít.



Definíció (Ismétléses variáció)

Válasszuk ki k elemet az n megkülönböztethető elemek közül úgy, hogy minden egyes elem többször is választható legyen. Az elemek sorrendje számít.

Tétel

Az ismétléses variációk száma

$$V_n^{k,r} = \underbrace{n \cdot n \cdots n}_{k \text{ darab}} = n^k$$



Előadás kérdés

Hány valós négyjegyű szám (nem kezdődhetnek nullával) képezhető a következő 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből, ha legfeljebb egyszer használhatunk fel egy számjegyet?



Előadás kérdés

Hány valós négyjegyű szám (nem kezdődhetnek nullával) képezhető a következő 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből, ha legfeljebb egyszer használhatunk fel egy számjegyet?

$$V_7^4 - V_6^3$$



Előadás kérdés

Három postásnak hat levelet kell kézbesítenie. Adja meg a levelek lehetséges kikézbesítéseiinek számát.



Előadás kérdés

Három postásnak hat levelet kell kézbesítenie. Adja meg a levelek lehetséges kikézbesítéseiinek számát.

$$V_3^{6,r}$$



Definíció (Kombináció)

Legyen n megkülönböztethető elemünk, k elemet választunk úgy, hogy minden egyes elem pontosan egyszer választható, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.



Definíció (Kombináció)

Legyen n megkülönböztethető elemünk, k elemet választunk úgy, hogy minden egyes elem pontosan egyszer választható, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.

Tétel

Az n megkülönböztethető elemek közül k elem kiválasztásának száma úgy, hogy minden egyes elemet legfeljebb egyszer lehet választani, a következő

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$



Definíció (Kombináció)

Legyen n megkülönböztethető elemünk, k elemet választunk úgy, hogy minden egyes elem többször is választható legyen, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.



Definíció (Kombináció)

Legyen n megkülönböztethető elemünk, k elemet választunk úgy, hogy minden egyes elem többször is választható legyen, $n \in \mathbb{N}, k \leq n$.

Tétel

Az n megkülönböztethető elemek közül k elem kiválasztásának módjainak száma úgy, hogy minden egyes elemet többször is ki lehet választani, a következő

$$C_n^{k,r} = \binom{n+k-1}{k}$$



Előadás feladat

Hány féleképpen tölthetünk ki egy ötöslottó szelvényt?



Előadás feladat

Hány féleképpen tölthetünk ki egy ötöslottó szelvényt?

$$C_{90}^5 = \frac{90!}{5! \cdot (90 - 5)!}$$



Előadás feladat

Hányféleképpen oszthatunk szét 7 almát és 9 barackot 4 gyerek között.



Előadás feladat

Hányféleképpen oszthatunk szét 7 almát és 9 barackot 4 gyerek között.

$$C_4^{7,r} \cdot C_4^{9,r}$$



Előadás feladat

8 hallgató jelentkezett a valószínűségelméleti szóbeli vizsgára. Hány különböző sorrendben vizsgálhatnak le, ha a hallgatók egyenként felelnek?

- 64
- 16
- 40320
- 34862





Előadás feladat

8 hallgató jelentkezett a valószínűségelméleti szóbeli vizsgára. Hány különböző sorrendben vizsgálhatnak le, ha a hallgatók egyenként felelnek?

- 64
- 16
- **40320**
- 34862

8 7 6 5 4 3 2 1
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐



Előadás feladat

DNS szekvenciák lehetséges alkotóelemei: A, C, G, T.

Hány féle 3 hosszú szekvencia létezik?

- 12
- 24
- 64
- 81





Előadás feladat

DNS szekvenciák lehetséges alkotóelemei: A, C, G, T.

Hány féle 3 hosszú szekvencia létezik?

- 12
- 24
- **64**
- 81

$\frac{4}{\square}$ $\frac{4}{\square}$ $\frac{4}{\square}$



Előadás feladat

Az államvizsgán 20 kérdés szerepel. Hányféle választási lehetőség van, ha a tanulóknak 2 kérdést kell választaniuk?

- 190
- 256
- 39
- 380





Előadás feladat

Az államvizsgán 20 kérdés szerepel. Hányféle választási lehetőség van, ha a tanulóknak 2 kérdést kell választaniuk?

- **190**
- 256
- 39
- 380

20 19
☐ ☐

Fontos a sorrend???