Gyakorló feladatsor

1.

Legyen adott paraméteres felület. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Rajzolja meg az u = 10 és v = 15 paraméterértékekhez tartozó P pontját a felületnek, valamint a felület ezen paraméterértékekhez tartozó paramétervonalait! Rajzolja meg a felületnek a P pontbeli normálvektorát! Számolja ki a normálvektor hosszát!

$$x(u,v) = u - \frac{u^3}{3} + uv^2 \qquad z(u,v) = u^2 - v^2$$

$$y(u,v) = v - \frac{v^3}{3} + vu^2 \qquad u \in [-25, 25] \quad v \in [-25, 25]$$

Paraméteres felület ábrázolása

```
clear; -> letörli az elemeket
syms u v; -> szimbólumok
x(u,v)= u-u^3/3+u.v^2;
y(u,v)= v-v^3/3+v.u^2;
z(u,v)= u^2-v^2;
axis equal;
```

} függvények

↳ a torzítás mentes ábrázoláshoz

Pont rajzolása

```
hold on -> egyszerre jeleníti meg a felületet és a pontot
u0= 10; v0=15; -> adott pontok
P=[x(u0,v0], y[u0,v0] ,z [u0, v0]) -> Pont koordinátái
plot3 (P(1), P(2), P(3), *) -> pont ábrázolása
```

↳ *-al jeleníti meg

Paraméter vonal

```
cx = u; cy = u; cz = u; -> paraméterek

cx(u)= x(u, v0);
cy(u)= y(u, v0);
cz(u) = z(u, v0);
fplot3(cx, cy, cz, [-25 25]);

dx = v; dy = v; dz = v; -> paraméterek

dx(v) = x(u0, v);
dy(v) = y(u0, v);
dz(v) = z(u0, v);
fplot3(dx, dy, dz, [-25 25]);
```

Differenciál számítás

```
cxd(u) = diff(cx, u);
cyd (u) = diff(cy, u);
czd (u) = diff(cz, u);

ec = [cxd(u), cyd(u), czd(u)];

dxd(v) = diff(dx, v);
dyd(v) = diff(dy, v);
dzd(v) = diff(dz, v);

ed = [dxd(v), dyd(v), dzd(v)];
```

Érintővektor kiiratása

```
quiver3(P(1), P(2), P(3), ec(1), ec(2), ec(3));
quiver3 (P(1), P(2), P(3), ed(1), ed(2), ed(3));
```

Normálvektor

```
n = cross (ec, ed);
quiver3(P(1), P(2), P(3), n(1), n(2), n(3))
hossz = norm(n);
```

2.

Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Jelenítse meg a (0.5, 0.2) ponthoz tartozó felületi pontot!

$$z = \sqrt{1 - x^2 - 0{,}5y^2}$$

```
axis equal; hold on;
syms x y
z(x, y) = sqrt(1-x^2-0,5 y^2);
fsurf(z, 'k') -> felület ábrázolás
                 ↳ fekete szín
x0 = 0.5; y0 = 0.2;
P = [x0, y0, z(x0, y0)]
plot3(P(1), P(2), P(3)) -> kirajzolása a pontnak
```

3.

Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Határozza meg a felületnek az xy síkkal való metszetét, majd ábrázolja ezt a felületen!

$$z = \sin(x) + \frac{\cos(y)}{x} \qquad x \in [0.1, 5] \quad y \in [-6, 6]$$

```
syms x y
z(x, y) = sin(x)+ cos(y)/x
fsurf (z, [0.1 5 -6 6])
axis equal; hold on;
```

XY síkkal való metszet

```
f(x, y) = x · 0 + y · 0
fsurf (f, [0.1 5 -6 6])
```

4. Ábrázolja a 3 síkot különböző színekkel

$x+y-z=0$ (f) $\qquad x-2y+3z=4$ (g) $\qquad 2x-0{,}5y+4z=-2$ (j)

↳ 3 szimbólumot kell felvenni

```
syms x y z
f(x, y, z) = x + y - z;
g(x, y, z) = x - 2 · y + 3 · z - 4
j(x, y, z) = 2 · x - 0.5 · y + 4 · z + 2
axis equal; hold on;
fimplicit3 (f, 'r')
fimplicit3 (g, 'y')
fimplicit3 (j, 'b')
```

5.

Legyenek adottak a

$$p(u) = (1-u)P1 + u P2$$
$$r(u) = (1-u)R1 + u R2$$
$$u \in [0, 1]$$

görbék, ahol P1 = (0, 0, 0), P2 = (0, 1, 1), valamint R1 = (1, 0, 1) és R2 = (1, 1, 0). Tekintsük továbbá az

$$s(u, v) = (1-v)\,p(u) + v\,r(u)$$
$$u \in [0, 1],\ v \in [0, 1]$$

paraméteres felületet. Ábrázolja a két görbét, valamint a felületet is ugyanazon ábrán torzításmentesen!

```
clear
syms u v
P1=[0, 0, 0]; P2=[0, 1, 1]; R1=[1, 0, 1]; R2=[1, 1, 0];
hold on; axis equal;
```

Görbék ábrázolása

```
px (u) = (1-u) · P1 (1) + u · P2 (1);
py (u) = (1-u) · P1 (2) + u · P2 (2);
pz (u) = (1-u) · P1 (3) + u · P2 (3);
```

} p(u) = (1-u)P1 + uP2

```
rx (u) = (1-u) · R1 (1) + u · R2 (1);
ry (u) = (1-u) · R1 (2) + u · R2 (2);
rz (u) = (1-u) · R1 (3) + u · R2 (3);
```

} r(u) = (1-u)R1 + uR2

```
fplot3 (px, py, pz, [0 1]);
fplot3 (rx, ry, rz, [0 1]);
```

} görbe kirajzolás

Paraméteres felület

```
sx(u, v) = (1-v) · px(u) + v · rx(u);
sy(u, v) = (1-v) · py(u) + v · ry(u);
sz(u, v) = (1-v) · pz(u) + v · rz(u);
```

} s(u,v) = (1-v)p(u) + v r(u)

```
fsurf (sx, sy, sz, [0 1 0 1]);
```

6.

Állítson elő egy negyedfokú polinomiális görbét, amely átmegy a (10, 20),(20, 40),(40, 40),(50, 20), (20, 10) pontokon rendre a 0, 1, 2, 3 és 4 paraméterértékeknél. Rajzolja meg a görbe érintővektorát a t = 0.5 paraméterértéknél!

```
syms a0 a1 a2 a3 a4 b0 b1 b2 b3 b4
hold on; axis equal;
```

Pontok

```
px=[10 20 40 50 20];
py=[20 40 40 20 10];
plot3 (px, py, '*');
```

Paraméterérték felvétele

```
t1=0 ; t2=1 ; t3 = 2; t4 = 3; t5 = 4 ;
```

Hermit-ív

```
x(t) = a4·t^4 + a3·t^3 + a2·t^2 + a1·t + a0;
e = [x(t1) == px(1), x(t2) == px(2), x(t3) == px(3), x(t4) == px(4), x(t5) == px(5)];
m = solve (e, [a4 a3 a2 a1 a0]);
cx(t) = subs(x, [a4 a3 a2 a1 a0], [m.a4 m.a3 m.a2 m.a1 m.a0]);
```

} x

```
y(t) = b4·t^4 + b3·t^3 + b2·t^2 + b1·t + b0;
e = [y(t1) == py(1), y(t2) == py(2), y(t3) == py(3), y(t4) == py(4), y(t5) == py(5)];
m = solve (e, [b4 b3 b2 b1 b0]);
cy(t) = subs(x, [b4 b3 b2 b1 b0], [m.b4 m.b3 m.b2 m.b1 m.b0]);
```

} y

```
fplot(cy, cy, [t1 t5]);
```

Érintővektor

```
cxd = diff (cx, t);
cyd = diff (cy, t);
t0 = 0,5
u = [cx(t0), cy(t0)];
v = [cxd(t0), cyd(t0)];
quiver (u(1), u(2), v(1), v(2));
```