

北京邮电大学

# 物理实验报告

实验名称: 用非线性电路研究混沌现象

学 院: 信息与通信工程学院

班 级: 2018211128

姓 名: 吴辉强

学 号: 2018213487

任课教师: 王鑫老师

实验日期: 2019.12.6

成 绩: A

## 实验目的

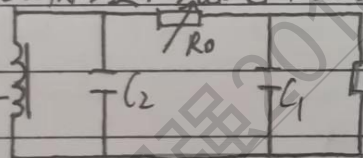
1. 通过对非线性电路的分析, 了解产生混沌的基本条件;
2. 通过调整Chua电路的参数, 观察倍周期分叉走向混沌的过程;
3. 在示波器上观察Chua电路的各种相图: 各种周期态, 单吸引子和双吸引子的混沌态;
4. 测量电路中非线性电阻的I-U特性曲线。

实验仪器名称 [型号、主要参数]

非线性电路与混沌实验仪, 示波器, 电阻箱, 数字万用表。

实验原理和操作步骤 [基本物理思想、设计原理、主要公式及其意义、电路图或光路图等; 操作步骤]

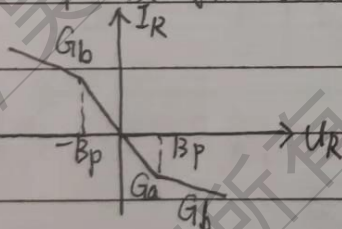
实验原理: 混沌产生的必要条件是系统具有非线性因素。如图是讨论



电路原理图

非线性电路系统的一种电路—Chua电路。电路由4个线性元件L、C<sub>1</sub>、R<sub>0</sub>、C<sub>2</sub>和一个非线性元件R组成, 理想的非线性元件R是

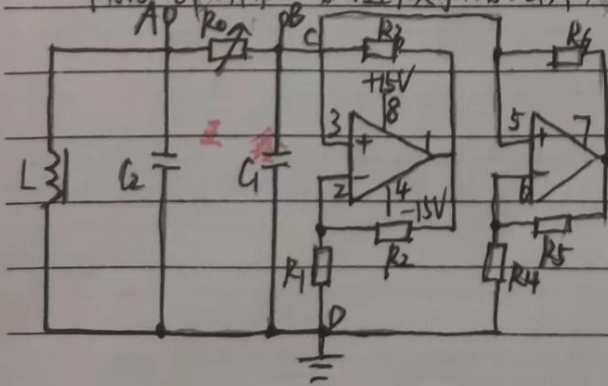
一个分段线性的电阻, 伏安特性如图。



$$\text{由电路列方程组: } \begin{cases} C_1 \frac{dU_{C1}}{dt} = \frac{1}{R_0} (U_{C2} - U_{C1}) - f(U_{C1}) \\ C_2 \frac{dU_{C2}}{dt} = \frac{1}{R_0} (U_{C1} - U_{C2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -U_{C2} \end{cases}$$

由代换及计算机模拟, 可得模拟图像, 观察系统从不动点解, 通过倍周期分叉走向混沌的过程。

除了计算机数值模拟方法外, 更直接的方法是用示波器来观察混沌

现象。本实验采用的Chua电路如图所示。非线性电阻采用了1个双运放放大器和6个电阻来实现, 这是有源电路。当正反馈大于负反馈时, LC<sub>1</sub>电路才能产生并维持振荡。若调节R<sub>0</sub>, 正反馈强度的变化可以改变



$LC$  的振荡情况, 出现周期振荡、倍周期分叉和混沌等现象。实验中用示波器 X-Y 模式观察  $C_1$  和  $C_2$  上的电压信号, 即在示波器上显示  $U_{C_1}$ 、 $U_{C_2}$  的合成图形, 通过改变  $R_0$  和  $L$  的值, 观察实验现象。

混沌主要特征: 初值敏感性和长时间发展趋势的不可预见性。

### 操作步骤:

1. 倍周期现象、周期窗口、单吸引子和双吸引子的观察、记录和描述

(1) 将  $C_1$ 、 $C_2$  电压信号输入到示波器的  $CH_1$ 、 $CH_2$  通道, 采用 X-Y 模式, 调节  $R_0$ , 曲线作倍周期变化。

(2) 继续调节  $R_0$ , 出现单涡旋吸引子集, 再细调  $R_0$ , 出现“蝴蝶”现象, 仔细调整  $R_0$ , 观察三周期轨道和阵发混沌现象

(3) 通过改变  $L$  观察

(4) 用坐标纸 1:1 画图

2. 测量电路中等效非线性电阻的伏安特性曲线。

(1) 取下  $L$ , 将 C、D 两点作为输出端, 外接电流表及电阻箱  $r$ 。测量的伏安特性曲线是改变  $r$  得到不同电压下非线性电阻的变化规律。

(2) 将电压表读数从  $0.1V$  调到  $12V$  左右, 测量尽可能多的数据点。

(3) 对以上数据作图, 分段拟合并求斜率。

## 实验数据处理与讨论 [实验数据计算、不确定度公式推导与计算、结果表示与讨论等]

1. 调节非线性电路, 先把  $R_0$  调到最小, 逐渐增加  $R_0$ , 通过示波器 X-Y 模式显示相图。示波器出现图形由一点变为单倍周期, 两倍周期, 四倍周期, 单吸引子, 3 倍周期, 双吸引子。

2. 特征: ① 初值敏感性: 系统表现出对初值的极端敏感;  
② 长时间不可预测性: 系统的特性、发展趋势越往后越难以被预测;  
③ 内在随机性: 确定性非线性系统在混沌区的行为自发表现出随机性;  
④ 非规则有序: 混沌不是纯粹的无序, 而是不具备周期性和其他明显对称特征的有序态。

3. 列表测量非线性电阻的伏安特性曲线: 其中,  $I$  由  $I = \frac{U}{R}$  计算得出。

U(V)	0.000	0.200	0.400	0.600	0.800	1.000	1.200	1.400	1.581	1.800
I(mA)	0.000	0.156	0.307	0.459	0.610	0.761	0.913	1.064	1.200	1.351
U(V)	2.000	2.200	2.502	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
I(mA)	1.428	1.511	1.631	1.833	2.036	2.238	2.441	2.644	2.847	3.050
U(V)	6.500	7.000	7.500	8.000	8.500	9.000	9.600	9.800	10.000	10.200
I(mA)	3.252	3.456	3.658	3.861	4.063	4.266	4.510	4.592	4.673	4.359
U(V)	10.400	10.600	10.800	11.000	11.200	11.400	11.600	11.800	12.000	
I(mA)	3.909	3.463	3.017	2.594	2.155	1.728	1.304	0.887	0.462	

作非线性电阻伏安特性曲线如图, 并分段拟合。

其中, 对  $l_1$ , 取 A(0.000, 0.000) 及 B(1.700, 1.300) 两点, 斜率  $k = \frac{1.300 - 0.000}{1.700 - 0.000} \approx 0.7647$

对  $l_2$ , 取 C(2.800, 1.750), D(8.700, 4.150) 两点,  $k_2 = \frac{4.150 - 1.750}{8.700 - 2.800} \approx 0.4068$

对  $l_3$ , 取 E(10.100, 4.500), F(11.900, 0.700) 两点,  $k_3 = \frac{0.700 - 4.500}{11.900 - 10.100} \approx -2.1111$

进而, 再由直线点斜式计算可得全段拟合函数  $f(x)$ 。

$$f(x) = \begin{cases} 0.7647x & , 0V \leq x \leq 1.800V \\ 0.4068x + 0.6110 & , 1.800V \leq x \leq 10.000V \\ -2.1111x + 25.822 & , 10.000V \leq x \leq 12.200V \end{cases}$$



结果分析: 非线性元件的伏安特性曲线可近似由三段直线  $l_1, l_2, l_3$  进行拟合, 其中  $l_1$  近似过原点, 实验误差较小。在实验误差允许的范围内, 可得该电阻是一个分段线性的电阻, 性能接近于理想非线性电阻。

## 回答问题与实验总结

1. 混沌运动最主要的特征是具有初值敏感性和长时间发展趋势的不可预见性。混沌研究表明, 一个完全确定的系统, 即使非常简单, 由于系统内部的非线性作用, 同样具有内在的随机性, 可以产生随机性的非周期运动——混沌。

2. 混沌产生的必要条件是系统具有非线性因素。产生混沌现象可以通过计算机模拟, 仔细调整系统参数和初始条件得到或通过示波器来观察。

3. 倍周期分叉: 是一条通向混沌的典型道路, 即可以认为是周期窗口中进入混沌的一种方式。

混沌: 在非线性科学中, 混沌现象指的是一种确定的, 但不可预测的运动状态。混沌系统的三要素: 对初始条件的敏感依赖性; 临界水平; 分形维, 表明有序和无序的统一。

奇怪吸引子: 是耗散系统混沌现象的一个重要特征。就是空间一个有限区域内由无穷多个不稳定点集组合成的一个集合体。

实验总结: 通过这次实验, 了解了产生混沌的基本条件, 学会调整Chua电路以观察各状态下的相图, 并通过线性拟合的方法熟悉了非线性电阻的伏安特性。为了减小误差, 对仪器的调整较为仔细, 锻炼了自己的耐心和动手能力。另外, 期待在数学物理、经济等领域更进一步了解混沌现象!

任课教师指导意见



## 实验 3.13 用非线性电路研究混沌现象

姓名 吴辉强 合作者 \_\_\_\_\_ 班级 20182118213487 教师 王嘉利 实验时间 2019.12.6 实验组号 9

## 一、预习要点

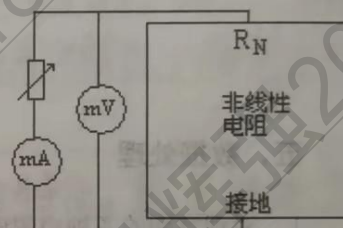
1. 什么是混沌？非线性因素是产生混沌现象的什么条件？
2. 混沌现象有哪些特性？了解通过倍周期分岔进入混沌态的途径；
3. 写出非线性电路的动力学方程。在本实验电路中，非线性电阻是如何实现的？
4. 熟悉数字示波器的使用。

## 二、实验注意事项

1. 实验中要保证面板各元件接触良好；
2. 观察相图时，示波器使用 X-Y 模式；观察  $V_{c1}$  和  $V_{c2}$  波形时，使用 Y-t 模式；
3. 测量伏安特性曲线时，数字万用表作为电流表使用，不能并联在电路中，否则万用表的保险丝会烧坏。选用 20mA 直流档，电流表内接。

## 三、实验内容

1. 按照电路图，熟悉面板。
2. 测量非线性电阻的伏安特性曲线。拨下电感，利用面板提供的数字电压表测量非线性电阻两端的电压值，用万用表 mA 档串联电阻箱接入非线性电阻两端。改变电阻箱的阻值可改变非线性电阻两端的电压。电路如右图所示。非线性电阻两端的电压值（绝对值）大于 9.60V 时，每隔 0.20V 左右测一个数据，从 9.60V 到 2.50V，每隔 0.50V 左右测一个数据，2.50V 以下每隔 0.20V 左右测一个数据。
3. 观察信号  $V_{c1}$  和  $V_{c2}$  的相图，以及  $V_{c1}$  和  $V_{c2}$  随时间变化图（即时序图）。接入固定电感，将电容  $C_1, C_2$  上的信号输入到示波器的 CH1, CH2 通道。先把  $R_0$  调到最小，逐渐增加  $R_0$  可以得到固定点、周期 1、周期 2、周期 4、混沌单吸引子、混沌双吸引子，以及周期窗口（周期 3 等）状态。（示波器在 X-Y 模式下显示相图；在 Y-t 模式下显示时序图。）
4. 根据观察到的现象，按照先后次序画出各种相图（示意图）。
5. 再次观察信号  $V_{c1}$  和  $V_{c2}$  的相图。接入可变电感，固定可变电阻  $R_0$ ，逐渐增加可变电感，观察相图变化，并用文字记录下来（选做）。



伏安特性测量电路图

## 四、数据表格

测量非线性电阻的伏安特性曲线:

U(V)	0.000	0.200	0.400	0.600	0.800	1.000	1.200	1.400	1.581	1.800
I(mA)	0.0	1282.0	1301.4	1308.0	1311.4	1313.3	1314.7	1315.7	1316.3	1322.0
U(V)	2.000	2.200	2.502	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
I(mA)	1400.1	1456.0	1533.1	1637.0	1719.2	1787.0	1843.3	1891.0	1932.0	1967.4
U(V)	6.500	7.000	7.500	8.000	8.500	9.000	9.600	9.800	10.000	10.200
I(mA)	1998.5	2025.7	2050.2	2072.1	2092.0	2109.5	2128.6	2134.3	2140.0	2340.0
U(V)	10.400	10.600	10.800	11.000	11.200	11.400	11.600	11.800	12.000	
I(mA)	2660.5	3061.2	3580.3	4240.0	5198.1	6598.0	8898.2	13299.0	26001.7	
U(V)										
I(mA)										

教师签字

## 五、数据处理

1. 对观察到的各种相图进行分析, 并说明产生混沌现象的途径;
2. 讨论你所观察的混沌现象有哪些特征;
3. 做出非线性电阻伏安特性曲线, 并分段拟合, 计算斜率, 写出全段拟合函数  $f(x)$ 。

## 六、思考题

1. 如何理解“混沌是确定系统中的随机行为”?
2. 产生混沌的条件是什么? 产生混沌现象有几种途径?
3. 通过本实验尝试阐述倍周期分叉、混沌、奇怪吸引子等概念的物理意义。



1. 又见紫木田图

