Monikamerajärjestelmät

Missä se kamera on

Matti Jukola

Pixact Ltd

matti.jukola@pixact.fi

Mitä opimme

Kertaus: Matriisilaskenta
- Homogeeniset koordinaatit
- Pistetulo
- Ristitulo
- Matriisin ydin

Kertaus: Kameraprojektio

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Kameran paikka tunnetuista pisteistä

Harva vastinpisteiden etsintä

Mitä opimme

Luennon sisältö

Luennon tarkoituksena antaa perusteet kuvamittauksiin joissa tehdään 3D mittauksia kohteesta tai pyritään paikantamaan kamera.

Opetattavat asiat:

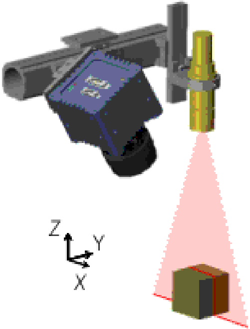
- 3D pisteen laskenta tunnetuista kameroista
- Kameran paikan laskenta tunnetuista 3D pisteistä
- Automatisoidun vastinpistehaun perusteet

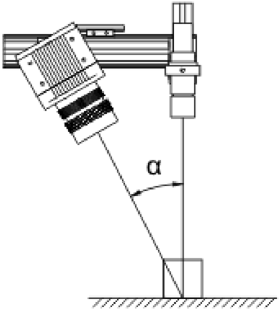
Luennon sisältö

3D pisteen paikantaminen tunnetuista kameroista

Luennon sisältö

3D pisteen paikantaminen tunnetuista kameroista



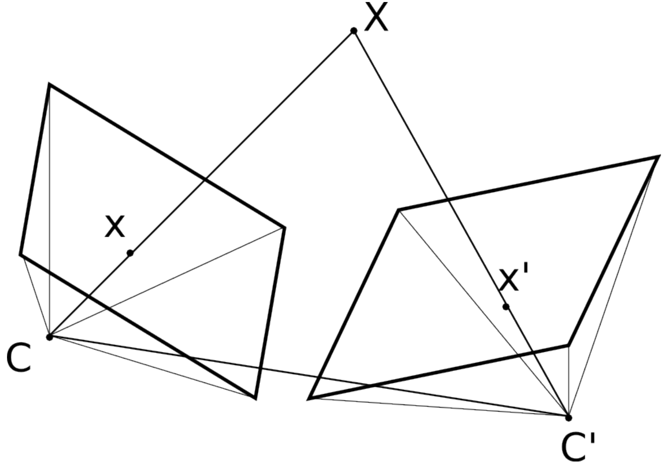


Luennon sisältö

3D pisteen paikantaminen tunnetuista kameroista

Luennon sisältö

3D pisteen paikantaminen tunnetuista kameroista

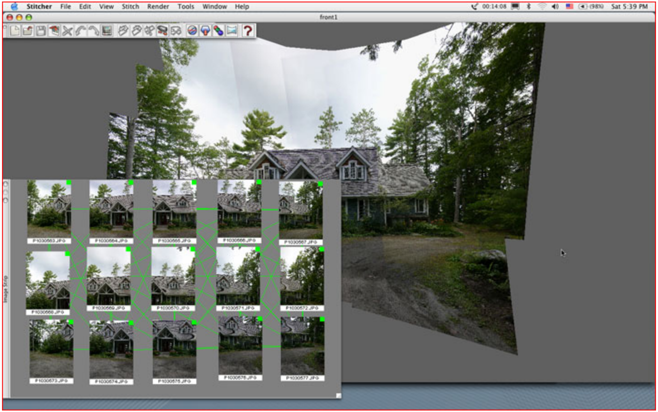


Luennon sisältö

Kameran paikan laskenta tunnetuista 3D pisteistä

Luennon sisältö

Automatisoidun vastinpistehaun perusteet



Mitä opimme

Kertaus: Matriisilaskenta

- Homogeeniset koordinaatit
- Pistetulo
- Ristitulo
- Matriisin ydin

Kertaus: Kameraprojektio

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

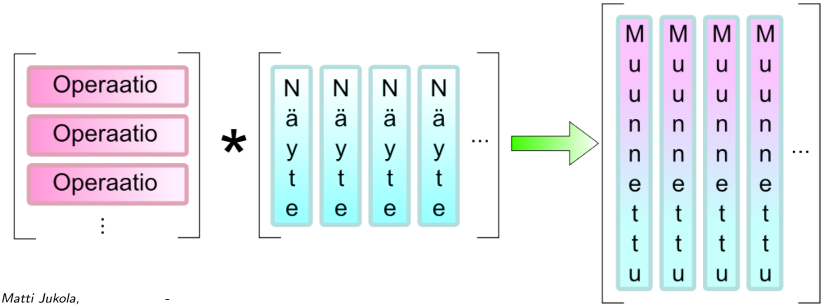
Kameran paikka tunnetuista pisteistä

Harva vastinpisteiden etsintä

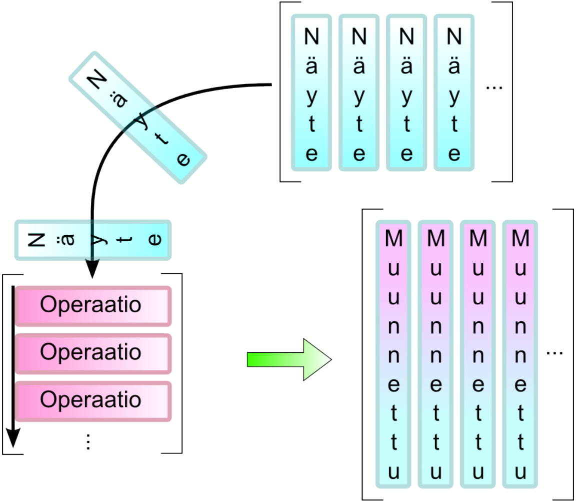
Matriisikertolasku

Matriisi muuntaa dataa

$$P \quad X = x$$

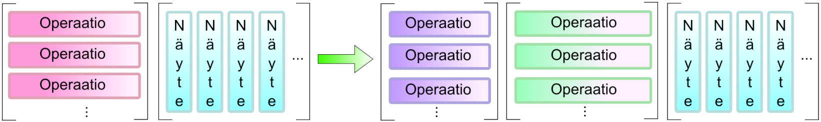


Matriisikertolasku



Matriisikertolasku

$$P\mathbf{X}=K[R\ T]\mathbf{X}$$



Homogeeniset koordinaatit

Käsitellään 2D pistettä

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Kerrotaan piste transformaatiomatriisilla

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix}$$

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1}x + a_{1,2}y \\ a_{2,1}x + a_{2,2}y \end{bmatrix}$$

Homogeeniset koordinaatit

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1}x + a_{1,2}y \\ a_{2,1}x + a_{2,2}y \end{bmatrix}$$

Miten pistettä siirretään (esim $+2$ yksikköä x-akselilla) käyttäen matriisikertolaskua?

$$\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = Ax$$

$$A = ?$$

Homogeeniset koordinaatit

Muokataan 2D pisteen esitysmuotoa:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Homogeeniset koordinaatit

Muokataan transformattiomatriisia

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \delta x \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Homogeeniset koordinaatit

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \delta x \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1}x + a_{1,2}y \\ a_{2,1}x + a_{2,2}y \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Homogeeniset koordinaatit

Yleiskäyttöisyyden vuoksi "ylimääräisenä"symbolina w ykkösen sijaan:

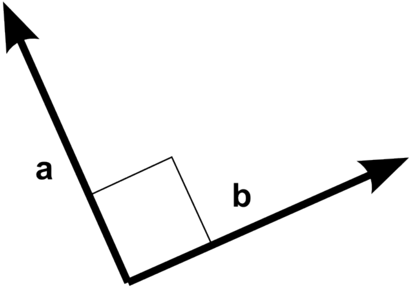
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} wx \\ wy \\ w \end{bmatrix}$$

Pistetulo

Pistetulo kahden pystyvektorin välillä:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \end{bmatrix} =$$

$\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\| cos\theta$
Jossa θ on vektoreiden välinen kulma $\rightarrow$ kohtisuorien vektoreiden $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ pistetulo $= 0$.



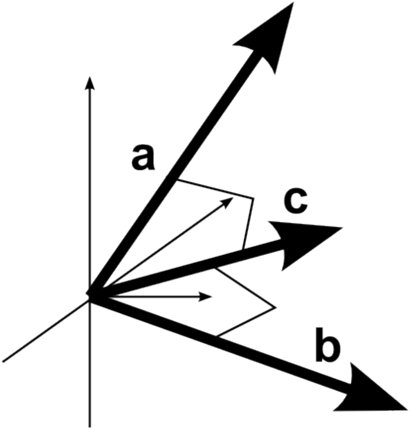
Ristitulo

Ristitulo kahden 3-vektorin välillä:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a}]_\times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} = 0$$

Myös: $\mathbf{x} \times \mathbf{x} = \mathbf{0}$



Ristitulo

Matriisin A ydin (kernel, null space) on joukko vektoreita $\mathbf{b}$ jotka toteuttavat yhtälön

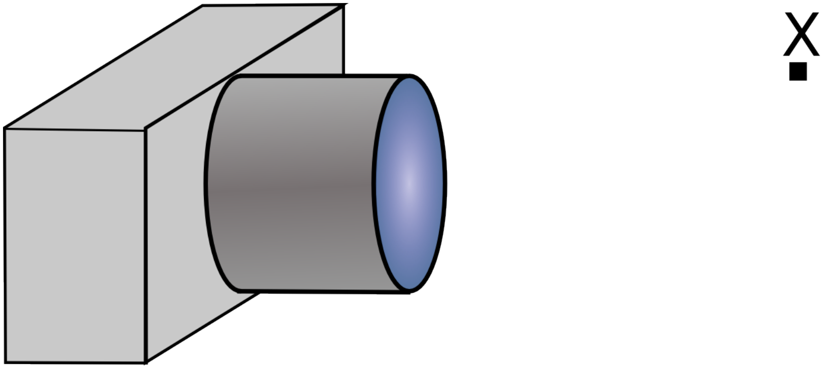
$A\mathbf{b} = \mathbf{0}$

Harjoituksissa riittää tietää että seuraavaa voidaan käyttää estimoimaan lähinnä matriisin ydintä oleva vektori:

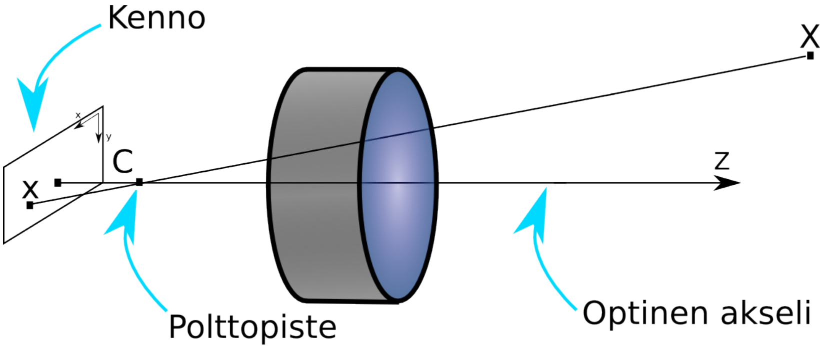
$\begin{bmatrix} U & S & V \end{bmatrix} = svd(A);$

$b = V(:, end);$

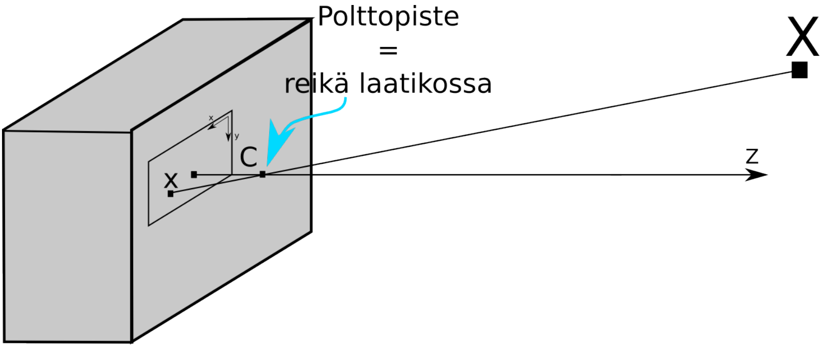
Kameraprojektio



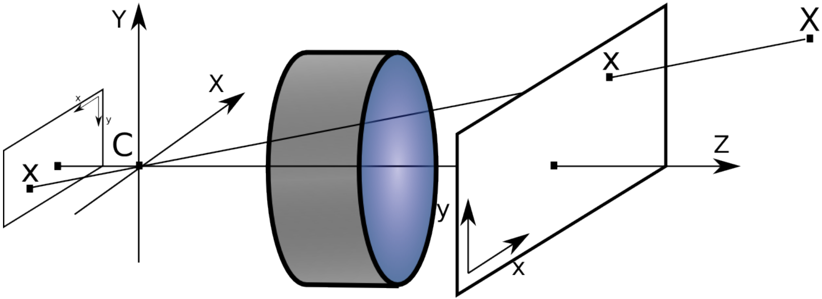
Kameraprojektio



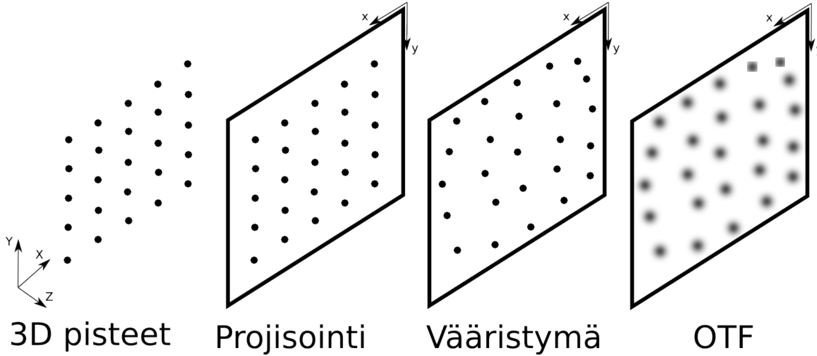
Kameraprojektio



Kameraprojektio



Kameraprojektio



Neulanreikäkamera - matemaattinen malli

Kennolla oleva piste $\mathbf{x}$ on projektio 3D-maailman pisteestä $\mathbf{X}$

- $\mathbf{x} = P\mathbf{X}$
  - $P = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{1,4} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & P_{2,4} \\ P_{3,1} & P_{3,2} & P_{3,3} & P_{3,4} \end{bmatrix}$

Projektiomatriisi

- P voidaan jakaa muutamaksi matriisikertolaskuksi
- $P = K \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} R & -R\mathbf{C} \end{bmatrix}$
  - K - 3×3 yläkolmiomatriisi. Kalibrointimatriisi, tietoa kennon rakenteesta.
  - R - 3×3 Rotaatiomatriisi, kuinka maailma on pyörinyt kameran ympärillä.
  - $\mathbf{T}$ - 3×1 Translaatiovektori, miten maailma on liikkunut kameran ympärillä.
  - $\mathbf{C}$ - 3×1 Kameran sijainti, miten kamera on liikkunut verrattuna maailmaan.

Projektiomatriisi

$$P = K \begin{bmatrix} R & -RC \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & 0 \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & 0 \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -C_1 \\ 0 & 1 & 0 & -C_2 \\ 0 & 0 & 1 & -C_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kennon/linssin yhtälöt - projektio - rotaatio - translaatio

Projektiomatriisi

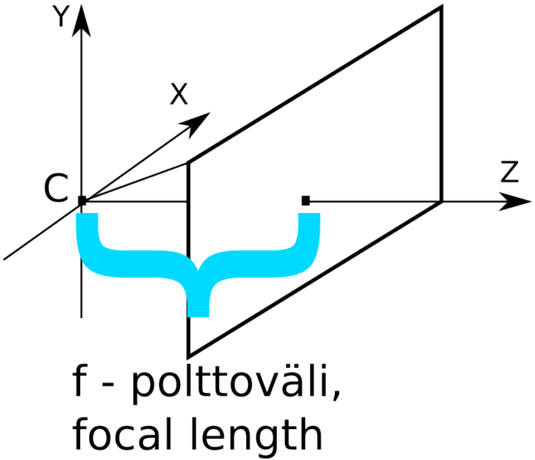
Matriiseista kalibrointimatriisi K hankalin hankkia.

- $K = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Projektiomatriisi

- $K = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Polttoväli, focal length
  - $\alpha_x = fm_x$
  - $\alpha_y = fm_y$

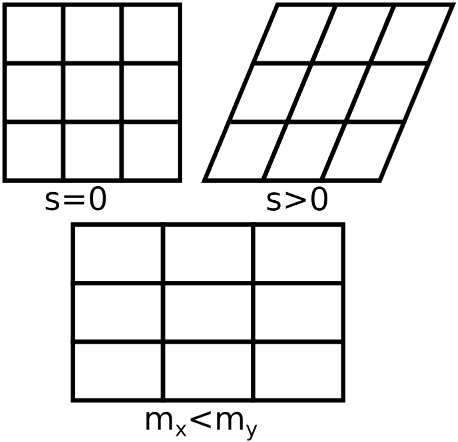
Polttoväli



Projektiomatriisi

- $K = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Vinous, skew
  - $s = s_{mult}\alpha_x$

Vinous ja pikseleiden muoto



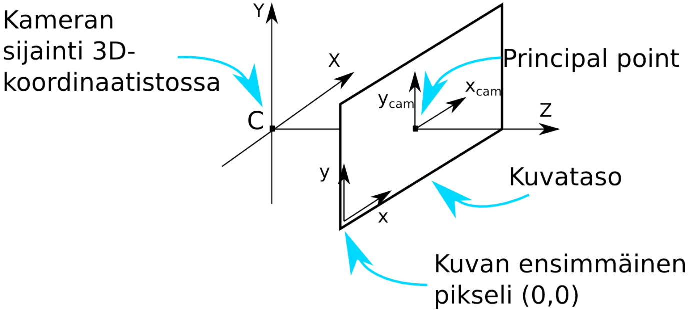
Kalibrointimatriisi: principal point

- "Optinen keskipiste", pääpiste, principal point
  - $x_0 = p_x m_x$
  - $y_0 = p_y m_y$

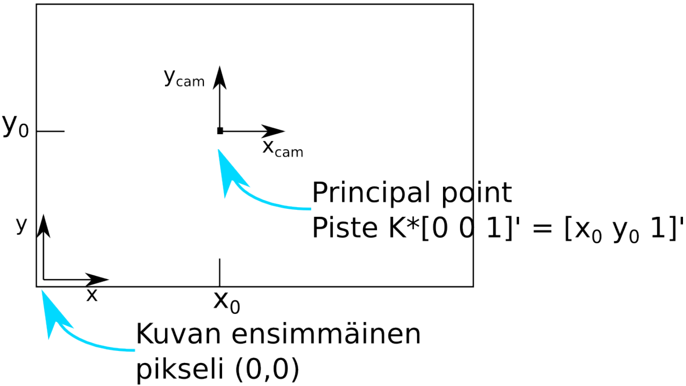
Principal point $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ yleensä lähellä sensorin keskipistettä.

Sensorin 640x480 pikseliä, ideaalisesti $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 640/2 \\ 480/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 320 \\ 240 \end{bmatrix}$.

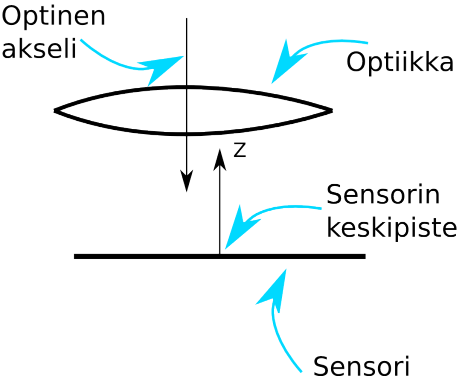
Principal point



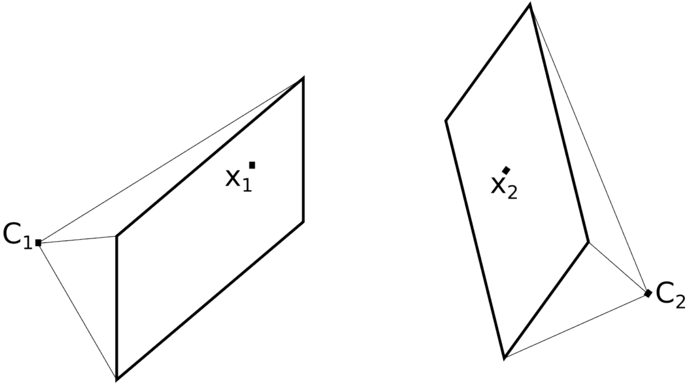
Principal point



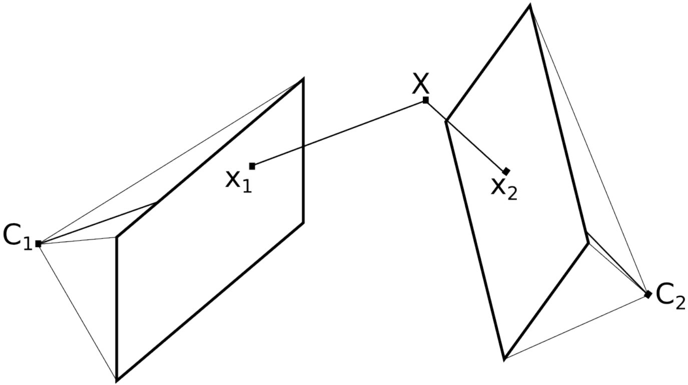
Principal point



Pisteen paikka tunnetuista kameroista



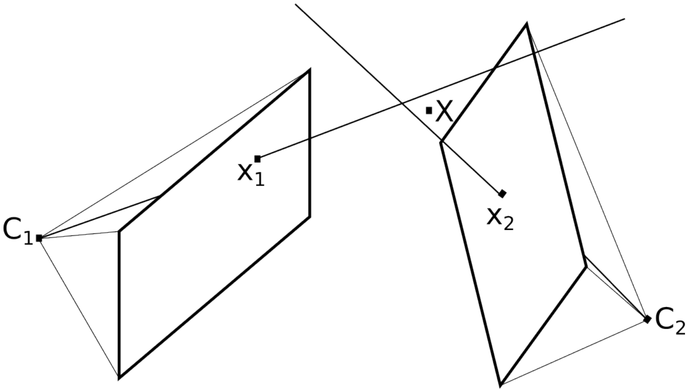
Pisteen paikka tunnetuista kameroista



Pisteen paikka käyttäen kahta tunnettua kameraa

Entä jos vastinpisteet tai kamerametriisit ovat vain estimaatteja?

Pisteen paikka tunnetuista kameroista



Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Yksinkertaisin tapa ratkaista 3D-pisteen X sijainti on ratkaista $\mathbf{x}_1 = P_1X, \mathbf{x}_2 = P_2X$.

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

$\mathbf{x}_1 = P_1X, \mathbf{x}_2 = P_2X$
Miten ratkaistaan?

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

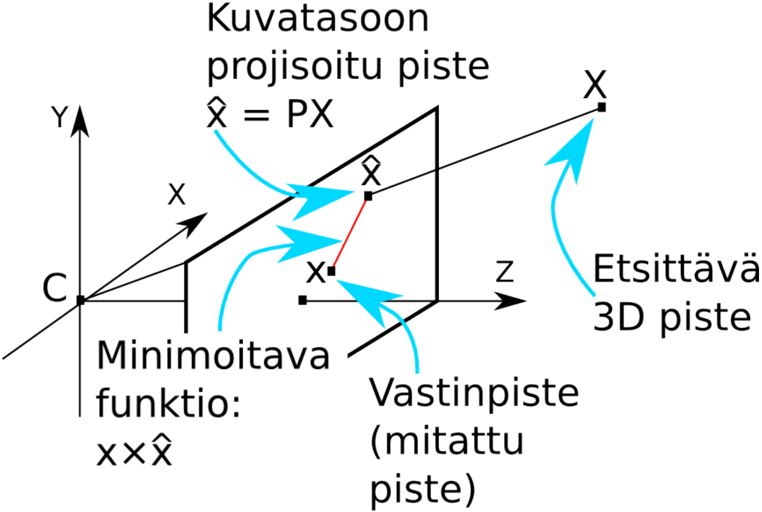
Kerrotaan yhtälöt molemmin puolin x_i:n ristitulomatriisilla:
$[\mathbf{x}_1]_x \mathbf{x}_1 = [\mathbf{x}_1]_x P_1 X$,
$[\mathbf{x}_2]_x \mathbf{x}_2 = [\mathbf{x}_2]_x P_2 X$
siis
$[\mathbf{x}_1]_x P_1 X = \mathbf{0}$,
$[\mathbf{x}_2]_x P_2 X = \mathbf{0}$

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

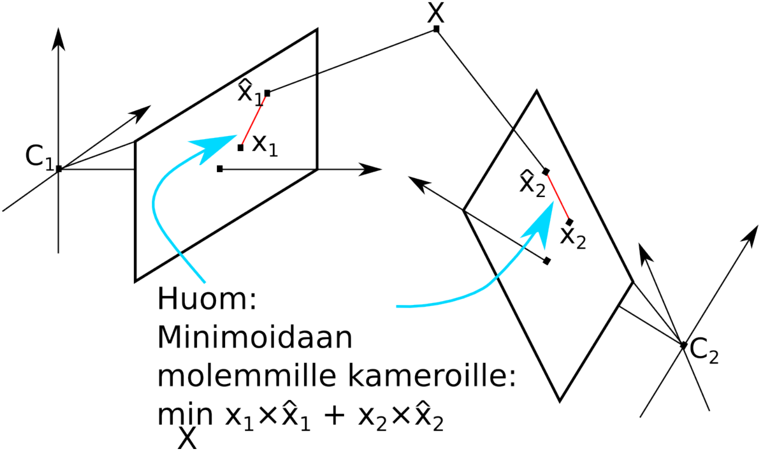
Geometrinen selitys edelliselle:

- $P\mathbf{X}$ tuottaa 2-D pisteen kuvatasoon
- Etsimme sellaista $\mathbf{X}$ joka on mahdollisimman lähellä mitattua pistettä $\mathbf{x}$
- Jos $P\mathbf{X}$ tuottama piste olisi täsmälleen saman suuntainen kuin $\mathbf{x}$, olisi pisteiden ristitulo $\mathbf{0}$

Pisteen paikka tunnetuista kameroista



Pisteen paikka tunnetuista kameroista



Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Tarkastellaan vain toista kameraa

$$[\mathbf{x}]_x P\mathbf{X} = \mathbf{0}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{1,4} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & P_{2,4} \\ P_{3,1} & P_{3,2} & P_{3,3} & P_{3,4} \end{bmatrix} X$$

$$= \begin{bmatrix} P_{3,1}x2 - P_{2,1}x3 & P_{3,2}x2 - P_{2,2}x3 & P_{3,3}x2 - P_{2,3}x3 & P_{3,4}x2 - P_{2,4}x3 \\ P_{1,1}x3 - P_{3,1}x1 & P_{1,2}x3 - P_{3,2}x1 & P_{1,3}x3 - P_{3,3}x1 & P_{1,4}x3 - P_{3,4}x1 \\ P_{2,1}x1 - P_{1,1}x2 & P_{2,2}x1 - P_{1,2}x2 & P_{2,3}x1 - P_{1,3}x2 & P_{2,4}x1 - P_{1,4}x2 \end{bmatrix} X$$

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Voimme siis muodostaa matriisin A jossa edellisen kalvon yhtälöt molemmille kameroille on kasattu päällekkäin.
Tämän matriisin ydin (right null vector) on haettu $\mathbf{X}$ joka minimoi yhtälön $A\mathbf{X}$ ehdolla $\|\mathbf{X}\| = 1$.
Matriisi A on kooltaan 6×4.

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Menetelmän huonona puolena:

- Minimoitava virhefunktio (projisoidun pisteen etäisyys mitatusta) ei paras mahdollinen

Menetelmän hyviä puolia:

- Helppo toteuttaa
- Nopea
- Helppo yleistää useammalle kameralle
  - Matriisiin A lisää rivejä jolloin kooksi $3n \times 4$ jossa n on kameroiden lukumäärä

Mitä opimme

Kertaus: Matriisilaskenta

- Homogeeniset koordinaatit
- Pistetulo
- Ristitulo
- Matriisin ydin

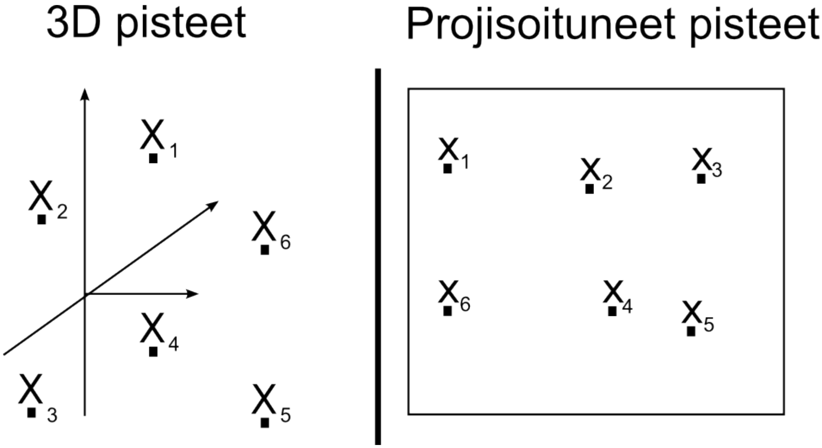
Kertaus: Kameraprojektio

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Kameran paikka tunnetuista pisteistä

Harva vastinpisteiden etsintä

Kameran paikka tunnetuista pisteistä



Kameran paikka tunnetuista pisteistä

P on kooltaan 3×4 jolloin siinä on 12 elementtiä. Vapausasteita P:ssä on kuitenkin vain 11 (koska yhtälössä $x = PX$ emme välitä x:n skaalasta).
Jokainen $x \leftrightarrow X$ vastinpistepari tuottaa 3 yhtälöä (matriisin A riviä), joista 1 on lineaarisesti riippuva kahdesta muusta. Näin ollen vastinpistepari tuottaa kaksi rajoitetta (constraint).
Tarvitsemme siis $11/2 = 5.5$ vastinpisteparia. Yleisesti käytetään kuutta vastinpisteparia.

Kameran paikka tunnetuista pisteistä

$\mathbf{x} = K \begin{bmatrix} R\mathbf{T} \end{bmatrix} \mathbf{X}$

$\mathbf{x}$ ja $\mathbf{X}$ tunnettuja.

$[\mathbf{x}]_x \mathbf{x} = [\mathbf{x}]_x K \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \end{bmatrix} \mathbf{X} = \mathbf{0}$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -w & y \\ w & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{1,4} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & P_{2,4} \\ P_{3,1} & P_{3,2} & P_{3,3} & P_{3,4} \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{3,4}Wy - P_{2,1}Xw - P_{2,2}Yw - P_{2,4}Ww + P_{3,1}Xy - P_{2,3}Zw + P_{3,2}Yy + P_{3,3}Zy \\ P_{1,4}Ww + P_{1,1}Xw - P_{3,4}Wx + P_{1,2}Yw - P_{3,1}Xx + P_{1,3}Zw - P_{3,2}Yx - P_{3,3}Zx \\ P_{2,4}Wx + P_{2,1}Xx - P_{1,4}Wy - P_{1,1}Xy + P_{2,2}Yx - P_{1,2}Yy + P_{2,3}Zx - P_{1,3}Zy \end{bmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -X\,w & -Y\,w & -Z\,w & -W\,w & X\,y & Y\,y & Z\,y & W\,y \\ X\,w & Y\,w & Z\,w & W\,w & 0 & 0 & 0 & 0 & -X\,x & -Y\,x & -Z\,x & -W\,x \\ -X\,y & -Y\,y & -Z\,y & -W\,y & X\,x & Y\,x & Z\,x & W\,x & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Big[$$

$$A \begin{bmatrix} \mathbf{p1} \\ \mathbf{p2} \\ \mathbf{p3} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Kameran paikka tunnetuista pisteistä

Menetelmän huonoina puolina:

- Jos kalibrointimatriisi K on tunnettu, sisältää $\begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix}$ vain 6 vapausastetta (3 kiertokulmaa, 3 siirtymää)
  - Esitetyn menetelmän käyttö antaa meille turhaan uuden kalibrointimatriisin
  - Pärjäisimme vähemmälläkin määräällä vastinpisteitä

Menetelmän hyviä puolia:

- Helppo toteuttaa
- Nopeahko
- Kameran ei tarvitse olla kalibroitu
  - Kamera voidaan paikantaa vaikka zoom käytössä
- Jos kalibrointimatriisi K tunnettu, voidaan tämä ottaa huomioon epälineaarisessa optimoinnissa

Mitä opimme

Kertaus: Matriisilaskenta

- Homogeeniset koordinaatit
- Pistetulo
- Ristitulo
- Matriisin ydin

Kertaus: Kameraprojektio

Pisteen paikka tunnetuista kameroista

Kameran paikka tunnetuista pisteistä

Harva vastinpisteiden etsintä

Harva vastinpisteiden etsintä

Harvat vastinpisteiden haku -algorithmit (sparse feature matching) pyrkivät etsimään kahden kuvan välillä samoja kohteita.

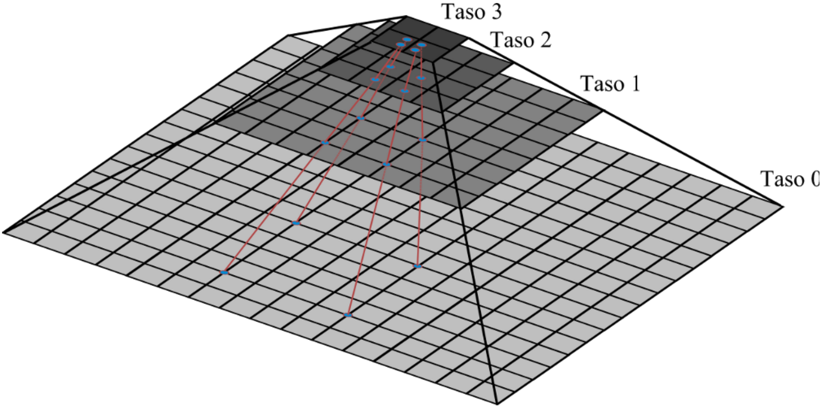
Harva vastinpisteiden etsintä

Käytetään kameran paikantamiseen, 3D pisteiden laskentaan, kuvien yhdistämiseen jne.
Perustuvat usein:

- Etsi kiinnostavat kohteet
  - Usein eri kokoluokista (skaalainvariantit piirteet)
- Laske kohteen orientaatio (orientaatioinvariantit piirteet)
- Laske kohteen ympäriltä piirrevektori
- Vertaa piirrevektoreita edellisen kuvan piirrevektoreihin
  - Piirrevektori jolla paras vastaavuus (ja vastaavuuden luotettavuus riittävän korkea) on vastinpiste

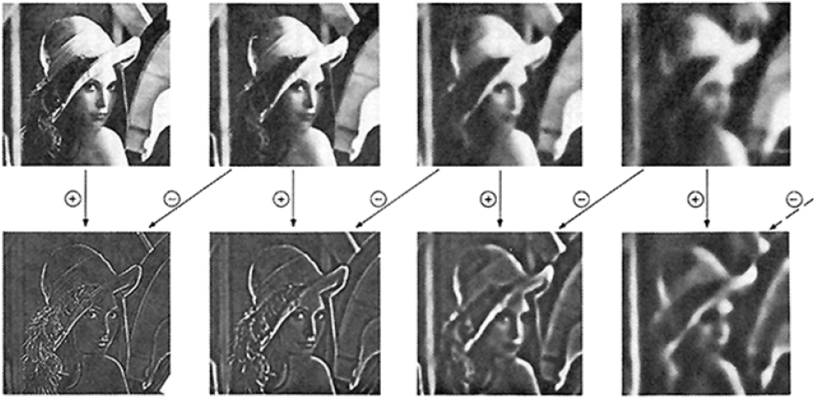
Harva vastinpisteiden etsintä

Kuvapyramidi (skaalainvarianttius)



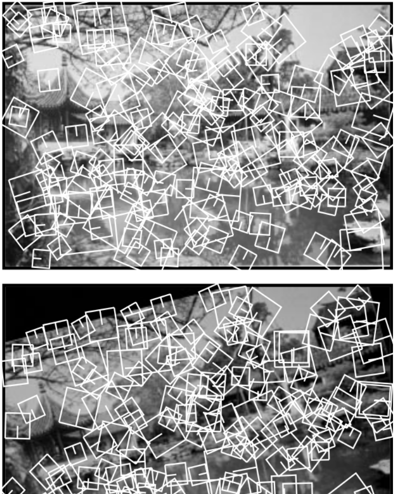
Harva vastinpisteiden etsintä

Difference of gaussians (DoG)
(http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/canny/node3.html)



Harva vastinpisteiden etsintä

SIFT (Scale Invariant Feature Transform) (Lowe 1999)



Harva vastinpisteiden etsintä

SURF (Speeded-Up Robust Features) (Bay et.al 2006)