|  |
| --- |
|  |
| **KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  **FEN FAKÜLTESİ** |
| **İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ BÖLÜMÜ** |
| **REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİNDE UYGUN MODELİN BELİRNEBİLMESİ İÇİN**  **BİR UYGULAMA** |
| **LİSANS TEZİ** |
| **BURAK FINDIKLI** |
| **2019**  **TRABZON** |

|  |
| --- |
|  |
| **KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  **FEN FAKÜLTESİ** |
| **İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ BÖLÜMÜ** |
| **REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİNDE UYGUN MODELİN BELİRLENEBİLMESİ İÇİN**  **BİR UYGULAMA** |
| **BURAK FINDIKLI** |
| **Tez Danışmanı : Prof. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Jüri Üyeleri** |  |  | | **Danışman : Prof. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ** |  | **……………………………...** | | **Üye : Prof. Dr. Zafer KÜÇÜK** |  | **……………………………...** | | **Üye : Dr. Öğr. Üyesi Uğur ŞEVİK** |  | **……………………………...** | | **Yedek : Dr. Öğr. Üyesi Tolga BERBER** |  | **……………………………...** | |  |  |  | | **2019** | | | |

ÖNSÖZ

“Regresyon Çözümlemesinde Uygun Modelin Belirlenebilmesi İçin Bir Uygulama” isimli bu tez Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü, Lisans Programı’nda hazırlanmıştır.

Başta tez çalışması süresince yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren danışman hocam sayın Prof. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ’a, lisans eğitimi yapma fırsatı bulduğum İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümündeki tüm hocalarıma teşekkürü borç bilirim.

Son olarak, tüm hayatım boyunca maddi ve manevi her zaman beni destekleyen, her adımımda arkamda duran aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezin, bundan sonraki çalışmalara katkı sağlamasını temenni ederim.

**BURAK FINDIKLI** Trabzon 2019

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ III

İÇİNDEKİLER IV

ÖZET VI

ŞEKİLLER DİZİNİ VII

SEMBOLLER DİZİNİ VIII

1. REGRESYON ANALİZİ 1

1.1. Basit Doğrusal Regresyon Denklemi 1

1.1.1. Kitle ve Örnek Regresyon Denklemler 1

1.1.2. Doğrusal En Küçük Kareler Yöntemi 2

1.1.3. Basit Regresyon Denkleminin Tahmininde EKK Yönteminin Varsayımları 2

1.1.4. Basit Doğrusal Regresyon Denkleminin En Küçük Kareler Çözümü 4

1.1.5. Basit Doğrusal Regresyon Modelinin Matrislerle Gösterilmesi 5

1.1.6. Basit Doğrusal Regresyon Denkleminin Matrislerle Çözümü 6

1.1.7. Basit Doğrusal Regresyon Denkleminde EKK Çözümünün Yorumu 7

1.1.8. Basit Regresyon Denklemlerinde Tahmin ve Hata Terimlerinin Hesaplanması 8

1.2. Çoklu Doğrusal Regresyon Denklemi 8

1.2.1. Kitle ve Örnek Regresyon Denklemleri 8

1.2.2. Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminin Tahmininde En Küçük Kareler Yönteminin Varsayımları 9

1.2.3. İki Bağımsız Değişkenli Doğrusal Regresyon Denkleminin En Küçük Kareler Çözümü 10

1.2.4. Çoklu Doğrusal Regresyon Modelinin Matrislerle Gösterilmesi 11

1.2.5. Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminin Matrislerle Çözümü 12

1.2.6. Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminde EKK Çözümünün Yorumu 13

1.2.7. Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminde Tahmin ve Hata Terimlerinin Hesaplanması 14

2. REGRESYON DENKLEMİNDE SPESİFİKASYON ve FONKSİYONEL YAPI 15

2.1. Regresyon Denkleminde Doğrusallık Kavramı 15

2.2. Değişkenler Açısından Doğrusal Olmayan Regresyon Denklemi 16

2.2.1. Çift Logaritmik Regresyon Modeli 16

2.2.2. Yarı- Logaritmik Regresyon Modeli 17

2.2.3. Çok Terimli Regresyon Modeli 19

3. DETERMİNASYON KATSAYISI,  21

3.1. Tanım 21

3.2. Determinasyon Katsayısının Hesaplanması ve Yorumlanması 21

4. TEZ KAPSAMINDA İLGİLENİLEN TESTLER VE UYGULAMASI 24

4.1. Yapısal Değişim (Chow) Testi 24

4.1.1. Chow Testi Uygulaması 25

4.2. MWD Testi 27

4.2.1. MWD Testi Uygulaması 28

4.3. Lagrange Çarpan Testi 29

4.3.1. Lagrange Testi Uygulaması 30

5. YAPILAN ÇALIŞMALAR 31

5.1. Örnek Uygulamalar 31

6. KAYNAKLAR 32

ÖZGEÇMİŞ 33

Lisans Tezi

ÖZET

**REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİNDE UYGUN MODELİN BELİRLENEBİLMESİ**

**İÇİN BİR UYGULAMA**

**BURAK FINDIKLI**

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Fen Fakültesi

İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü

Danışman: Prof. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ

2019, 32 Sayfa

Regresyon analizi, iki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkiyi ölçmek için kullanılan analiz metodudur. Literatürde uygun modelin belirlenebilmesi amacıyla yapılmış çeşitli çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmalarda uygun modelin seçimi için cevaplanması gereken bazı sorular ile birlikte testlerin kullanılması önerilmiştir. Bu çalışmada, uygun modelin belirlenebilmesi için Chow testi, MWD testi ve Lagrange Testi ile birlikte uygun modeli belirlemek için bir masaüstü uygulaması hazırlamak amaçlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler**: Regresyon analizi, Chow Testi, Lagrange Testi, MWD Testi

ŞEKİLLER DİZİNİ

**Sayfa No**

[Şekil 1-  ile  ilişki grafiği 17](#_Toc8771745)

[Şekil 2- ile ilişki grafiği 17](#_Toc8771746)

[Şekil 3-  ile  ilişki grafiği 19](#_Toc8771747)

[Şekil 4-  ile  ilişki grafiği 19](#_Toc8771748)

[Şekil 5-  ile  ilişki grafiği 19](#_Toc8771749)

[Şekil 6-  ile  ilişki grafiği 19](#_Toc8771750)

[Şekil 7-  ile ilişki grafiği(karesel) 20](#_Toc8771751)

[Şekil 8-  ile  ilişki grafiği(kübik) 20](#_Toc8771752)

[Şekil 9- Açıklanan Değişim, Toplam Değişim, Açıklanamayan Değişim 22](#_Toc8771753)

[Şekil 10- Chow Testi Uygulama 26](#_Toc8771754)

[Şekil 11- Chow testi uygulama sonucu 26](#_Toc8771755)

[Şekil 12- Mwd Testi Uygulama 28](#_Toc8771756)

[Şekil 13-Mwd testi uygulama sonucu 29](#_Toc8771757)

[Şekil 14- Lagrange Testi Uygulaması 30](#_Toc8771758)

[Şekil 15- Lagrange testi uygulama sonucu 30](#_Toc8771759)

SEMBOLLER DİZİNİ

 : Yokluk hipotezi

 : Karşıt hipotez (Alternatif)

 : Ki-kare istatistiği

 : Hata Terimi

 : Kitle regresyon katsayısı

 : Örnek regresyon katsayısı

 :  rastgele değişkeninin tahmini edicisi

 : X rastgele değişkeninin ortalaması

 : rastgele değişkeninin ortalaması

# REGRESYON ANALİZİ

Regresyon analizi, iki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkiyi ölçmek için kullanılan analiz metodudur. Eğer tek bir değişken kullanılarak analiz yapılıyorsa buna tek değişkenli regresyon, birden çok değişken kullanılıyorsa çok değişkenli regresyon analizi olarak isimlendirilir.

## Basit Doğrusal Regresyon Denklemi

### Kitle ve Örnek Regresyon Denklemler

Bağımlı değişkenin beklenen değerinin ya da ortalamasının, herhangi bir bağımsız değişkene bağlı olarak nasıl değiştiğini gösteren basit doğrusal kitle regresyon denklemi genel anlamda şöyle ifade edilir:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

Burada,  , bağımlı (açıklanan) değişkeni;  , bağımsız (açıklayan) değişkeni; , denklemin sabit terimini; , bağımsız değişken katsayısını; ve ε , hata terimini temsil etmektedir. Regresyon denklemindeki bilinmeyen  ve  aynı zamanda, kitle regresyon katsayıları olarak da adlandırılırlar.

Herhangi bir kitle regresyon denklemine, hata teriminin ilave edilmesinin başlıca üç nedeni vardır. Bunlar;

1. Modelin bağımlı değişkenine etki eden ancak çeşitli nedenlerden ötürü modele katılmayan ya da katılamayan bağımsız değişkenlerin etkisinin bulunması,
2. Modelde yer alan değişkenlerin veri ölçümündeki hataların etkisinin bulunması,
3. Kontrol ve tahmin edilemeyen dışsal tesadüfi faktörlerin etkisinin bulunmasıdır.

Uygulamada kitle regresyon denklemi yerine kitleden çekilen örnek için oluşturulacak olan regresyon denklemiyle ilgilenilir. Örnek regresyon denklemi, kitle regresyon denklemini temsil ettiğinden genel yapısı kitle regresyon denklemi gibidir. Sadece denklemin bilinmeyen katsayıları ile hata terimlerinin üzerine ^ simgesi gelir. ^ simgesi tahmin diye okunur. Demek ki, bir regresyon denkleminin kitle mi yoksa örnek regresyon denklemi mi olduğu, katsayılar üzerinde ^ simgesinin olup olmadığına bakılarak anlaşılabilir. Aşağıdaki regresyon denklemi, örnek regresyon denklemi olup, yukarıda verilmiş olan kitle regresyon denklemini temsil etmektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

Örnek regresyon denklemi,  olduğundan,  şeklinde de ifade edilebilir. Denklemde sabit terim olup, kitle regresyon denklemindeki sabit terim ’ın tahmincisi  ise örnek regresyon katsayısı olup, kitle katsayısı ’in tahmincidir. , örnek regresyon denkleminin hata terimi olup, kitle hata terimi ’nin tahminini temsil etmektedir.  ise, gerçek ’nin tahminini göstermektedir.

### Doğrusal En Küçük Kareler Yöntemi

Regresyon analizinde amaç, üzerinde durulan kitle regresyon denklemini yani bilinmeyen regresyon katsayılarını, örnek regresyon denklemi vasıtasıyla tahmin etmektir. Doğrusal En Küçük Kareler (EKK) yöntemi, örnek regresyon denkleminin hata terimleri kareleri toplamını,  , en küçük yapacak regresyon katsayısı değerlerini veren yöntemin adıdır. Bu yöntemde, öyle bir sabit terim ile değişken katsayısı bulunur ki, bağımlı değişkenin tahmin değerleri (), mümkün olduğu kadar gerçek değerlere () yakın olur.

### Basit Regresyon Denkleminin Tahmininde EKK Yönteminin Varsayımları

Basit doğrusal bir regresyon denkleminin En Küçük Kareler yöntemi altında tahmin edilebilmesi için modelce sağlanması gereken varsayımlar şunlardır:

1. Model doğrusaldır: Bağımlı değişken  ile bağımsız değişken  arasındaki ilişki doğrusaldır. Diğer bir ifadeyle, model bilinmeyen katsayılar açısından doğrusaldır.
2. Modelin hata terimleri sıfır ortalamalı rassal bir değişkendir: Regresyon hata terimleri bağımsız değişken ’in aldığı değerlere göre artı, eksi ve sıfır değerleri almaktadır. Hata terimlerinin alacağı farklı işaretli değerlerden dolayı, hata terimlerinin toplamı ve dolayısıyla aritmetik ortalamasının sıfır olması beklenmektedir. 
3. Bağımsız değişken ’in bazı değerleri farklıdır: Bağımsız değişken ’in gözlem değerleri hep aynı değildir. En az bir gözlem değeri diğerlerinden farklıdır. Bunun anlamı,  serisinin örnek varyansı sıfırdan farklı pozitif bir değerdir. Bu varsayım son derece önemlidir. Aksi takdirde model tahmin edilemez.
4. Bağımsız değişken  raslantı olmayan bir değişkendir: Bağımsız değişkenin gözlem değerleri önceden bilindiği, diğer bir ifadeyle veri olduğundan bu değişken raslantı olmayan bir değişkendir.
5. Bağımsız değişken  ile hata terimleri arasında bir ilişki yoktur: İki değişken arasında kovaryans sıfıra eşittir. 
6. Regresyon hata terimleri normal dağılım özelliğine sahiptir.
7. Regresyon hata terimleri varyansı sabittir: Hata terimlerinin varyansları birbirlerinin aynısıdır. 
8. Hata terimleri arasında ardışık bağımlılık yoktur:



### Basit Doğrusal Regresyon Denkleminin En Küçük Kareler Çözümü

Tahmin edilmek istenen örnek basit doğrusal regresyon denkleminin aşağıdaki gibi olduğu varsayılsın. Bu regresyon denkleminde bilinmeyenler, sabit terim ile değişken katsayısıdır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

Doğrusal EKK yönteminde esas kriter, regresyon hata terimleri karelerinin toplamını en küçük yapan  ile  değerlerini bulmaktır. O zaman,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

ifadesini en küçük yapacak  iledeğerlerini bulmak gerekecektir. Bu amaçla, ifadenin önce ’a, daha sonra ’e göre birinci türevi alınır. Veri setinde  sayıda örnek olacağından türev sonrası elde edilen denklemler  ile çarpılır. Bu işlemlerden sonra aşağıdaki iki denkleme ulaşılır. Bu denklemler normal denklemler olarak adlandırılır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |

Bu iki denklemin eş anlı çözümünden iki tane EKK tahmincisi elde edilir. Bunlar:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | ve |  | (7) |

şeklinde formüle edilir. Aynı tahminciler,

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | ve |  | (8) |

şeklinde de ifade edilebilir. Basit doğrusal regresyon modelinin EKK tahmincilerini veren bu formülleri ortalamadan farklar şeklinde de yazmak mümkündür. Bağımlı değişken ’nin ortalamadan farkları küçük y(=-), bağımsız değişken ’in ki ise, küçük x(=) ile gösterilsin. Ortalamadan farklar yukarıdaki  ve  formüllerinde yerlerine konulursa

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | ve |  | (9) |

ifadelerine ulaşılır. Sonuçta, aynı EKK tahmincileri farklı bir biçimde elde edilmiş olur.

### Basit Doğrusal Regresyon Modelinin Matrislerle Gösterilmesi

Sadece bir bağımsız değişkenin ve  adet gözlemin yer aldığı  şeklindeki örnek regresyon denkleminin matris notasyonlarıyla gösterimi şöyledir:

|  |
| --- |
|  |

Burada,

 ; örnek seti içindeki Y’nin ilk gözlem değerini,

; Y’nin ikinci gözlem değerini,

; Y’nin ’inci gözlem değerini,

; örnekteki X’in ilk gözlem değerini,

; X’in ikinci gözlem değerini,

; X’in ’inci gözlem değerini,

; ilk gözlemin hata terimini,

; ikinci gözlemin hata terimini,

; ’inci gözlemin hata terimini,

; denklemin sabit terimini,

; bağımsız değişken X’in katsayısını temsil etmektedir.

Örnek regresyon denklemi tüm gözlemleri kapsayacak şekilde matris notasyonuyla genelleştirilmek istendiğinde,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

ifadesi yazılır. Bu genel ifade de,

; nx1 boyutundaki bağımlı değişken vektörünü,

; nx2 boyutundaki bağımsız değişken matrisini,

; 2x1 boyutundaki katsayılar vektörünü,

; nx1 boyutundaki hata terimleri vektörünü tanımlamaktadır.

### Basit Doğrusal Regresyon Denkleminin Matrislerle Çözümü

Doğrusal EKK kriteri, hata terimleri kareleri toplamını () en aza indirilecek regresyon katsayılarını bulmak olduğundan,  şeklindeki örnek regresyon denkleminin tahmin edilmesi, aşağıdaki vektörün çözümünden başka bir şey değildir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (11) |

Bir kare  matrisi ile  vektörü uygun bir şekilde oluşturulduktan sonra yapılacak tek iş ifadenin sağındaki matris işlemlerini yapmaktır. Regresyon modellerinin matris çözümü genel bir çözüm olduğundan, çözüm için takip edilecek işlem örnekteki gözlem sayısına bağlı olmayacaktır. Basit doğrusal regresyon denkleminin matrislerle çözümü aşağıdaki beş adımlık işlemden oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla,

1. Veri seti kullanılarak  matrisi ve  vektörü oluşturulur.
2.  matrisi ile  vektörü hesaplanır.
3.  matrisinin tersi bulunur.
4. Ters matris ile  vektörü çarpılarak yeni bir vektör bulunur.
5. Sonuç vektöründe yer alan değerler kullanılarak örnek regresyon denklemi sayısal hala dönüştürülür.

### Basit Doğrusal Regresyon Denkleminde EKK Çözümünün Yorumu

Basit doğrusal regresyon denkleminin EKK çözümünde, iki değer hesaplanmaktadır. Bilinmeyenlerden birisi sabit terimi temsil eden ’dır. Bunun anlamı denklemin sağ tarafındaki bağımsız değişken ’in sıfır değer alması durumunda, bağımlı değişken ’nin alacağı değerdir. Bu değer tüm gözlemler için aynı olacaktır. Bilinmeyenlerin ikincisi ise bağımsız değişkenin katsayısı dir. Bu katsayı pozitif değerli ise, bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni doğru yönde etkileyeceği, negatif ise ters yönde etkileyeceği sonucuna varılır. Ne kadar etkileyeceği sorusuna ise, katsayının büyüklüğü kadar cevap verilir. Değişkenlerin doğrusal olarak kullanıldığı modellerde değişken katsayıları marjinal etki olarak yorumlanır. Çünkü basit regresyon denkleminde ’nin ve ’e göre birinci derece türevi, değişken katsayısına eşit olacaktır. Bağımsız değişkendeki bir birimlik değişme neticesinde bağımlı değişken ,  birim kadar değişecektir.

### Basit Regresyon Denklemlerinde Tahmin ve Hata Terimlerinin Hesaplanması

Tahmin edilmiş doğrusal basit bir regresyon denklemi önceden bilinen her bir X değeri için bir Y değeri vermektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

Bulunan tahmin değerleri  daima regresyon doğrusu üzerinde yer almaktadır. Bilinen (veri)  değerlerine karşılık gelen  değerleri ise söz konusu doğrunun altında, üstünde ya da üzerinde olacak şekilde dağılmaktadır. Regresyonda tahmin hataları gerçek  değerleri ile denklemden hesaplanan tahmini  değerleri ile denklemden hesaplanan tahmini  (yani ) arasındaki farktır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (13) |

Buradan da,  ise,  ifadesine ulaşılır.

## Çoklu Doğrusal Regresyon Denklemi

### Kitle ve Örnek Regresyon Denklemleri

Bir regresyon denkleminin sağındaki bağımsız değişken sayısı, o denklemin basit ya da çoklu regresyon denklemi olduğunun bir işaretidir. Regresyon denkleminin sağındaki bağımsız değişken sayısı bir ise söz konusu denklem, basit regresyon denklemi olarak adlandırılır. Bağımsız değişken sayısı iki veya daha fazla ise çoklu regresyon denklemi olarak adlandırılır.

Bağımlı bir değişkenin beklenen değerinin ya da ortalamasının, en az iki olan  adetindeki bağımsız değişkene bağlı olarak nasıl değiştiğini gösteren kitle regresyon denklemi genel anlamında şöyle ifade edilir:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (14) |

Burada; ; bağımlı (açıklanan) değişkeni, ; bağımsız (açıklayan) değişkenleri, ; denklemin sabit terimini, ; bağımsız değişken katsayılarını ve ; hata terimini temsil etmektedir. Regresyon denklemindeki bilinmeyen ’lar, aynı zamanda kitle regresyon katsayıları olarak adlandırılır.

Basit regresyon modelinde olduğu gibi burada da, kitle regresyon denklemi yerine kitleden çekilecek örnek için oluşturulacak olan regresyon denklemiyle ilgilenilir. Örnek regresyon denklemi, kitle regresyon denklemini temsil ettiğinden genel yapısı kitle regresyon denkleminin aynısıdır. Aşağıdaki regresyon denklemi örnek regresyon denklemi olup, yukarıda verilen kitle regresyon denklemine karşılık gelmektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (15) |

Denklemde,  sabit terim olup, kitle regresyon denklemindeki sabit terim ’ın tahmincisidir.  ise örnek regresyon katsayıları olup, sırasıyla kitle katsayısı ’ların tahmincileridir. Son olarak  örnek regresyon denkleminin hata terimi olup, kitle hata terimi ’nin tahminini temsil etmektedir.

### Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminin Tahmininde En Küçük Kareler Yönteminin Varsayımları

1. Model doğrusaldır: Bağımlı değişken  ile bağımsız değişken ’ler arasındaki ilişki doğrusaldır. Diğer bir ifadeyle, model bilinmeyen parametreler açısından doğrusaldır.
2. Modelin hata terimleri sıfır ortalamalı rassal bir değişkendir: Regresyon hata terimleri bağımsız değişken ’lerin aldığı değerlere göre artı, eksi ve sıfır değerli olabilmektedir. Hata terimlerinin alacağı farklı işaretli değerlerden dolayı, hata terimlerinin toplamı ve dolayısıyla aritmetik ortalaması sıfır beklenmektedir. E() = 0
3. Bağımsız değişken ’lerin bazı değerleri farklıdır: Bağımsız değişken ’in gözlem değerleri hep aynı değildir. En azından bir gözlem değeri diğerlerinden farklıdır. Bunun anlamı,  serisinin örnek varyansı sıfırdan farklı pozitif bir sayıdır. Bu varsayım son derece önemlidir. Aksi takdirde, modelin tahmin edilmesi mümkün değildir.
4. Bağımsız değişken ’ler rassal olmayan bir değişkendir: Bağımsız değişkenin gözlem değerleri önceden bilindiği, diğer bir ifadeyle veri olduğundan bu değişken rassal olmayan bir değişkendir.
5. Bağımsız değişkenler arasında tam bir doğrusallık yoktur.
6. Bağımsız değişken ’ler ile hata terimleri arasında bir ilişki yoktur: İki değişken arasındaki kovaryans sıfıra eşittir. 
7. Regresyon hata terimleri normal dağılım özelliğine sahiptir.
8. Regresyon hata terimlerinin varyansı sabittir: 
9. Hata terimleri arasında ardışık bağımlılık yoktur:



### İki Bağımsız Değişkenli Doğrusal Regresyon Denkleminin En Küçük Kareler Çözümü

 şeklindeki iki bağımsız değişkenli bir regresyon denkleminde , ve  katsayılarının değerleri aşağıdaki formüller vasıtasıyla hesaplanır. Bur formüllerde, bağımlı ve bağımsız değişkenler ortalamadan farklar şeklinde ifade edildiğinden bu yöntem ortalamalardan farklar yöntemi olarak adlandırılır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (16) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (17) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (18) |

### Çoklu Doğrusal Regresyon Modelinin Matrislerle Gösterilmesi

Daha önce bahsedildiği gibi çoklu regresyon denkleminin sağ tarafında en az iki bağımsız değişken vardır. Genelleme yapmak gerekirse, sol tarafta bağımlı değişken  bulunurken, sağ tarafta  adet  değişkeni bulunmaktadır. Bağımlı değişken ’nin,  adet  değişkeni tarafından açıklanması durumunda  tane denklem,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (19) |

matrislerle şöyle gösterilir,

|  |
| --- |
|  |

Yukarıda açık şekilde ifade edilen matris ve vektörler, regresyon modeli olarak genelleştirildiğinde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (20) |

ifadesine ulaşılır. Bu ifadede, , , ve , sırasıyla bağımsız değişken verktörünü, hata terimleri vektörünü, regresyon katsayıları vektörünü ve bağımsız değişkenler matrisini göstermektedir.

### Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminin Matrislerle Çözümü

Basit regresyon modellerinde olduğu gibi burada da amaç, hata terimleri kareleri toplamını (), en aza indirecek  vektörünü bulmaktır. Bu da, aşağıdaki vektörün çözümünden başka bir şey değildir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (21) |

Bir kere  matrisi ile  vektörü uygun bir şekilde oluşturulduktan sonra yapılacak tek iş, eşitliğin sağındaki matris işlemlerini gerçekleştirmektedir. Regresyon modellerinin matris çözümü genel bir çözüm olduğundan, takip edilecek işlem, gözlem ve değişken sayısına bağlı olmayacaktır. Bu nedenle, burada da aşağıdaki beş adımlık işlem takip edilecektir.

1. Veri seti kullanılarak  matrisi ve  vektörü oluşturulur.
2.  matrisi ile  vektörü hesaplanır.
3.  matrisinin tersi bulunur.
4. Ters matris ile  vektörü çarpılarak yeni bir vektör bulunur.
5. Sonuç vektöründe yer alan değerler kullanılarak örnek regresyon denklemi sayısal hala dönüştürülür.

### Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminde EKK Çözümünün Yorumu

Çoklu doğrusal regresyon denklemlerinin EKK çözümündeki değerler biri, sabit terimi temsil eden ’dır. Denklemin sağ tarafındaki her bir bağımsız değişkenin sıfır olması durumunda, bağımlı değişken ’nin alacağı değer  kadardır. Tahmin edilen bağımsız değişken katsayıları, temsil ettikleri bağımsız değişkenin, bağımlı değişken üzerindeki marjinal etkisini verecektir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, bağımsız değişkenlerden birinin katsayısı yorumlanırken, diğer değişkenlerin sabit kaldığı varsayımının yapılmış olmasıdır. Örneğin, iki bağımsız değişkenli bir regresyon denkleminde  değişkeninin sabit kalması, diğer bir ifadeyle değişmemesi durumunda, ’deki bir birimlik değişimin,  üzerindeki etkisi  birim kadar olacaktır. Benzer şekilde,  değişkenin sabit kaldığı varsayımı altında, ’deki bir birimlik değişimin,  üzerindeki etkisi  birim kadar olacaktır. Çünkü; ’nin  ve ’ye birinci derece kısmi türevi,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (22) |

sırasıyla  ve  katsayılarına eşittir. Tahmin edilen bağımsız değişken katsayısı pozitif ise, söz konusu bağımsız değişkenin () bağımlı değişkeni doğru yönde etkilediği, negatif ise, ter yönde etkilediği anlaşılacaktır. Bağımsız değişkenlerden birinin bağımlı değişkeni ne kadar etkilendiği sorusuna ise, değişken katsayının büyüklüğü kadar cevap verilir.

### Çoklu Doğrusal Regresyon Denkleminde Tahmin ve Hata Terimlerinin Hesaplanması

Tahmin edilmiş çoklu doğrusal regresyon denklemi, önceden bilinen her bir  değeri için bir  değeri vermektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (23) |

Bulunan tahmin değerleri , daima regresyon doğrusu üzerinde yer almaktadır. Bilenen (veri)  değerlerine karşılık gelen  değerleri ise söz konusu doğrunun altında, üstünde ya da üzerinde olacak şekilde dağılmaktadır. Regresyon tahmin hataları, gerçek  değerleri ile denklemden hesaplanan tahmini  (yani ) arasındaki farktır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (24) |

Burada,  olduğundan, regresyon hata terimleri

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (25) |

ifadesi kullanılarak hesaplanabilir.

# REGRESYON DENKLEMİNDE SPESİFİKASYON ve FONKSİYONEL YAPI

## Regresyon Denkleminde Doğrusallık Kavramı

Doğrusal En Küçük Kareler yönteminin en önemli varsayımlarından biri, regresyon modelinin katsayılar açısından doğrusal olmasıdır. Bu varsayım  ya da ’nin bazı transformasyonları ile  ya da ’in bazı transformasyonları arasındaki fonksiyonel ilişkinin doğrusal olmasını ifade eder. Ekonometride doğrusal EKK yönteminde aranan şart modelin katsayılar açısından doğrusal olmasıdır. Değişkenlerin doğrusal olmaması modelin doğrusal EKK yöntemi altında çözülememesi anlamına gelmemektedir. Örneğin aşağıdaki regresyon denklemlerinden ilki hem katsayılarda hem de değişkenlerde doğrusal olan bir regresyon denklemini temsil ederken, ikincisi sadece katsayılarda doğrusal olan bir regresyon denklemini temsil etmektedir. İkinci modelde  ve  değişkenleri arasındaki fonksiyonel ilişki doğrusal olmamasına karşın bu değişkenlerin logaritmik değerleri arasındaki fonksiyonel ilişki doğrusaldır.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | (26) |

Bu iki model katsayılar açısından doğrusal olduğundan modelin katsayıları doğrusal EKK yöntemi altında rahatlıkla tahmin edilebilir. Şimdi ise, katsayıları açısından doğrusal olmayan fonksiyonlar üzerinde kısaca duralım. Aşağıdaki fonksiyon bu tür fonksiyonlara örnek teşkil eden bir fonksiyondur. Bu modelde bilinmeyenlerin sayısı üçtür. Modelin bilinmeyenler açısından doğrusal olmadığı açıkça görülmektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (27) |

## Değişkenler Açısından Doğrusal Olmayan Regresyon Denklemi

Katsayıları açısından doğrusal, fakat değişkenleri açısından doğrusal olmayan regresyon modellerine örnek olarak çift logaritmik (tam logaritmik ya da log-log) regresyon modeli, yarı logaritmik (log-lin ya da lin-log) regresyon modeli, ters transformasyonlu regresyon modeli, ve çok terimli regresyon modeli gösterilebilir.

### Çift Logaritmik Regresyon Modeli

 ve  gibi iki değişken arasındaki fonksiyonel ilişkinin aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım (örneğin, Şekil 2.1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (28) |

Bu modelin değişkenler itibariyle doğrusal olmadığı ve bu nedenle bilinmeyenlerin tahmin edilmesinde doğrusal EKK yönteminin uygulanmasının mümkün değildir. Ancak, fonksiyonun her iki tarafının logaritmasını alırsak,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (29) |

ifadesine ulaşmış oluruz ki, bu model her ne kadar değişkenleri açısından doğrusal olmayan bir model ise de, katsayıları açısından doğrusal bir model haline dönüşmüş olur. Modelin doğrusallığı  ve  değişkenleri için değil de  ve  değişkenlerinin logaritmik transformasyonları için sağlamıştır. (örneğin, Şekil 2.2). Bu nedenle logaritmik transformasyonlu modeli doğrusal EKK yöntemi altında tahmin etmenin hiçbir sakıncası yoktur. Bu modelin pratikteki en önemli faydası, değişken katsayısı olan ’in doğrudan ’nin ’e göre elastikiyetini vermiş olmasıdır. Yani bu modelde ,  deki %1’lik bir değişimin ’de %’lik bir değişime neden olacağı rahatlıkla söylenebilecektir. Bu modelin bir diğer özelliği ise elastikiyet katsayısının ne  de  değerine bağlı olmasıdır. Diğer bir ifadeyle çift logaritmik regresyon modelleri sabit elastikiyetli modellerdir. Çift logaritmik ya da log-log’lu regresyon denklemlerinde dikkat edilmesi gereken hususlardan biri tahmin edilecek olan ’ın yorumudur. Dikkat edecek olursak, orijinal değişkenlerle ifade edilmiş üssel fonksiyonda sabit terim yoktur. Bunun anlamı, ’in sıfır olması durumunda ’nin alacağı değeri göstermeyecektir. Çünkü, çift logaritmik bir regresyon modelinde  hiç bir zaman sıfır değerli olmayacaktır. Logaritmanın pozitif sayılar için tanımlı olması nedeniyle bu tür transformasyonun sadece pozitif değerli değişkenler için yapılabileceği unutulmamalıdır.

Logaritmik transformasyonlarda taban kullanımının önemli olup olmadığı merak edilen konular arasında yer almaktadır. Bir kere, hangi dönüşüm tabanı kullanılırsa kullanılsın regresyon denkleminin sabit terimi dışında hiç bir istatistiğin değeri değişmeyecektir. Her ne kadar tahmin edilen regresyon denkleminin sabit terimi yani ,  ve 10 tabanına göre farklılık gösterecekse de, orijinal fonksiyondaki ’ın değeri asla değişmeyecektir. Bu nedenle uygulamada hangisi kullanılırsa kullanılsın sonuç hep aynı olacaktır.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Şekil -  ile  ilişki grafiği |  | Şekil - ile ilişki grafiği |  |

### Yarı- Logaritmik Regresyon Modeli

Bağımlı değişken () ile bağımsız değişken () arasındaki fonksiyonel ilişki bazen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (30) |

bazen de,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (31) |

şeklinde ortaya çıkar. Her iki durumda da fonksiyon katsayılar açısından doğrusal değildir. (örneğin, sırasıyla Şekil 2.3 ve 2.5). Fonksiyonları katsayılar açısından doğrusal hale getirebilmek için her iki fonksiyonun logaritmik dönüşümünü yapmak gerekir. Fonksiyonlardan ilkinin dönüşümünde,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (32) |

denklemi elde edilir. Burada logaritmik transformasyon, denklemin sadece solunda yapıldığından, bu model log-lin olarak da adlandırılan yarı-logaritmik bir modeldir (Şekil 2.4). Log-lin şeklindeki yarı-logaritmik bir denklemde,  değişkeninin katsayısı  ne marjinal eğilim ne de elastikiyet katsayısını verir. Bu katsayı, ’deki bir birimlik değişim neticesinde ’de %’lik bir değişimin olacağını ifade eder. Eğer, ’nin ’e olan elastikiyeti hesaplanmak isteniyorsa, o zaman  ile  serisinin aritmetik ortalamasını çarparız. Yani log-lin modellerinde elastikiyet katsayısı () ifadesine eşit olacaktır. Yine aynı modelde sabit terimin antilogu,  değişkenin sıfır olması durumunda  değişkenin alacağı değeri gösterecektir. Bu modelde  değişkeni sıfır değerli olabilmektedir.

Yukarıdaki fonksiyonlardan ikincisinin logaritmik dönüşümü ise,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (33) |

şeklinde olup, bu model lin-log olarak adlandırılır. Bu model de yarı-logaritmik bir modeldir. Burada doğrusallık  ile  arasında sağlanmıştır (örneğin, Şekil 2.6). Bu modeldeki  değişkeni katsayısı , ’deki %1’lik bir değişim neticesinde ’de ’lik bir değişimin olacağını göstermektedir. Bu ifadeden anlaşılacağı gibi,  ne marjinal ne de elastikiyet katsayısıdır. Ancak log-lin biçimindeki yarı-logaritmik modellerde olduğu gibi burada da elastikiyet katsayısını elde etmek için aritmetik işlem yapmak gerekiyor. Bu da,

 şeklindedir.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Şekil -  ile  ilişki grafiği |  | Şekil -  ile  ilişki grafiği |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Şekil -  ile  ilişki grafiği |  | Şekil -  ile  ilişki grafiği |  |

### Çok Terimli Regresyon Modeli

Birinci dereceden daha yüksek olan regresyon modeline çok terimli regresyon modeli adı verilir. Çok terimli modeller polinomiyal modeller olarak da adlandırılırlar. Bu tür modeller, kesinlikle çoklu regresyon modelleridir. Modelin derecesine bağlı olarak denklemin sağında bağımsız değişken  yanında ’in yüksek dereceleri açıklayıcı değişken ya da değişkenler olarak yer almaktadır. Dolayısıyla, çok terimli bir regresyon modeli en az ikinci dereceden bir regresyon modelidir. Aşağıda verilen denklemlerin üçü de çok terimli regresyon modelidir. Denklemlerden ilki, karesel yani ikinci dereceden bir modeldir (Şekil 2.7). Bu modelde, bağımsız ’in karesi sağ tarafta açıklayıcı değişken olarak yer almıştır. Bu modelin ortaya koyacağı eğrinin U şeklin de mi yoksa ters U şeklinde mi olacağı değişken katsayılarının işaretine bağlı olacaktır. Denklemlerden ikincisinin temsil ettiği model ise kübik bir modeldir (Şekil 2.8). Bu modelde bağımsız değişkenin karesi yanında küpü açıklayıcı değişken olarak bulunmaktadır. Bu model aynı zamanda üçüncü dereceden bir modeldir. En son denklem ise genelleştirilmiş çok terimli bir regresyon modelini göstermektedir. Bu model,  dereceden bir regresyon modelidir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (34) |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Şekil -  ile ilişki grafiği(karesel) |  | Şekil -  ile  ilişki grafiği(kübik) |  |

# DETERMİNASYON KATSAYISI,

## Tanım

Bir regresyon denkleminin ya da doğrusunun gerçek verilere uygunluğu, bağımlı değişken ’deki değişmelerin, ne kadarının bağımsız değişken ya da değişkenler tarafından açıklanabildiğine bağlıdır. Bağımsız değişken ya da değişkenlerdeki değişmelerin bağımlı değişkendeki değişmelere oranı determinasyon katsayısı olarak adlandırılır ve  olarak gösterilir.

## Determinasyon Katsayısının Hesaplanması ve Yorumlanması

Regresyon doğrusu, serpme diyagramındaki noktalara ne kadar yakınsa başarı derecesi o kadar yüksektir. Regresyon doğrusunun diyagram üzerinde serpilen noktalara yakın olması, hata terimlerinin ve mutlak değerlerinin küçülmesi demektir. Ancak, hata terimlerinin büyüklüklerine bakarak regresyon denkleminin başarısı hakkında sonuç çıkarmak oldukça güçtür. Çünkü, regresyon hata terimleri daima bağımlı değişken varyansı cinsinden ifade edilmektedir. Serpme diyagramı (Şekil 3.1) üzerindeki herhangi bir  gözlemin ortalamadan sapması iki kısımdan oluşmaktadır;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (35) |

ya da,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (36) |

Burada,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (37) |

eşitlikleri yazılabilir. Tek bir  için yazılan yukarıdaki ifadenin önce her iki tarafın karesi alınır ve daha sonra bütün ’leri kapsayacak şekilde toplanırsa,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (38) |

ifadesine ulaşılır. Bu eşitlik vektör cinsinden

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (39) |

şeklinde de yazılabilir.

|  |
| --- |
| Şekil - Açıklanan Değişim, Toplam Değişim, Açıklanamayan Değişim |

Eşitliğin sol tarafındaki kareler toplamı, bağımlı değişkenin ortalamasından farklar karelerinin toplamı olup,  olarak adlandırılır. Eşitliğe göre, regresyon denkleminde toplam kareler , iki ayrı kareler toplamından oluşur: ilki, regresyon kareler ya da açıklanan kareler olarak adlandırılan bağımlı değişken tahminlerinin (), gerçek  serisinin ortalamasından farklar karelerini toplamı olup  olarak adlandırılır. Kareler toplamının ikincisi hata terimleri kareleri toplamı olup,  olarak da gösterilir.  istatistiği, açıklanan kareler toplamının, toplam karelere olan oranı olduğuna göre bu istatistik



(40)

formülleriyle hesaplanabilir. Bir regresyon denkleminde regresyon kareleri toplamı en az sıfır, en fazla kareler toplamına eşit olduğundan,  istatistiği daima [0,1] arasında bir değer alır. Determinasyon katsayısının alacağı değer, bağımlı değişkendeki toplam değişimin ne kadarının sağ taraftaki bağımsız değişken ya da değişkenler tarafından açıklandığını gösterecektir. Bu istatistik, orjinden geçen regresyon denklemleri hariç, asla negatif değerli olamaz.

# TEZ KAPSAMINDA İLGİLENİLEN TESTLER VE UYGULAMASI

## Yapısal Değişim (Chow) Testi

Yapısal değişim testi, herhangi bir regresyon modelinin örnekten örneğe bütünüyle farklılık gösterip göstermediğinin belirlenmesi testidir. Yapısal değişim testi şu şekilde yapılmaktadır:

1. Örnek regresyon modeli   adet gözlem yani örneğin tümü üzerine koşulur ve denklemin hata terimleri kareleri toplamı  hesaplanır.
2. Aynı regresyon denklemi, birinci alt grupta yer alacak olan  adet gözlem üzerine koşulur ve regresyon hata terimleri kareleri toplamı hesaplanır ve bu kareler toplamı da olarak gösterilir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (41) |

1. Regresyon denklemi bu kez ikinci alt grupta yer alacak olan  adet gözlem üzerine koşulur ve regresyon hata terimleri kareleri toplamı hesaplanır ve bu da  olarak gösterilir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (42) |

4. Birinci örnek üzerine koşulan regresyon modelinin ikinci örnek üzerine koşulandan farklı olup olmadığının testi için  hipotezleri aşağıdaki şekilde kurulur.  hipotezi regresyon modelinin iki örnek için aynı olduğunu,  ise olmadığını ifade etmektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (43) |

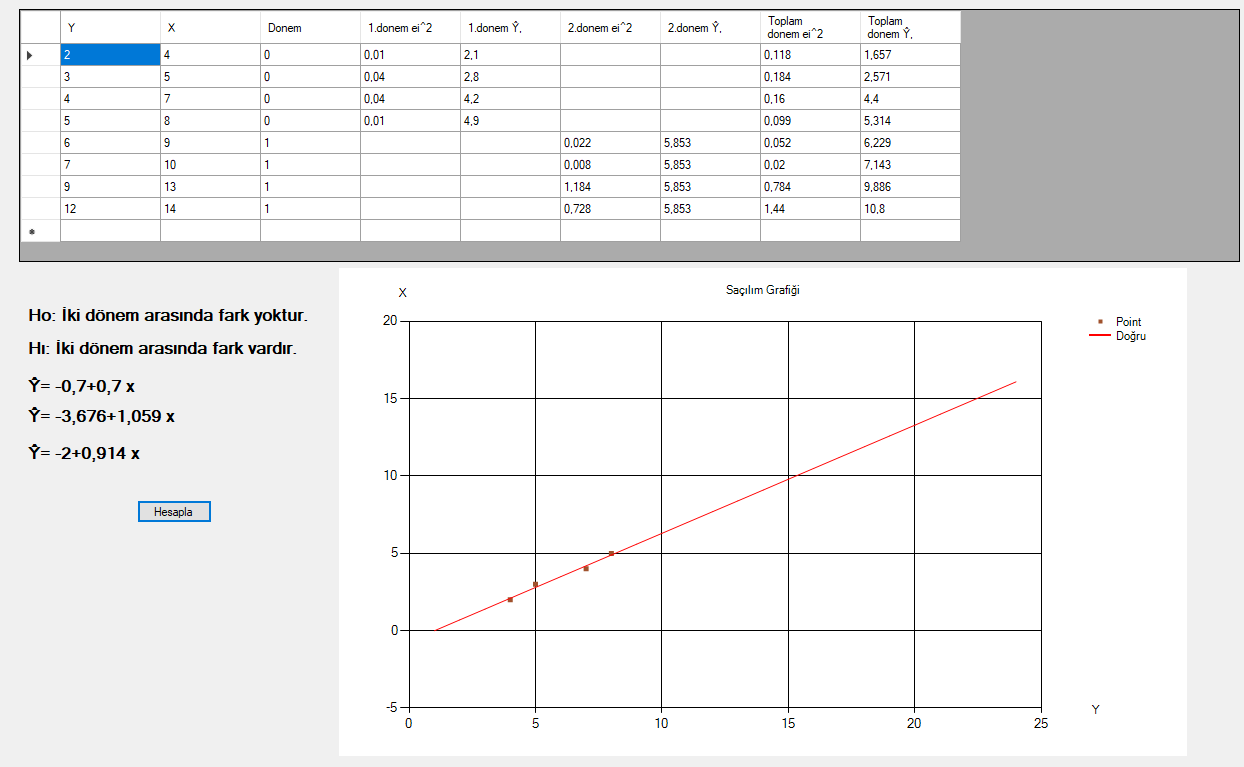
5. Hipotezlere uygun olarak -istatistiği aşağıdaki formül ile hesaplanır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (44) |

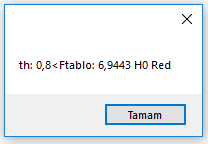
Hesaplanan -istatistiği eğer veri serbestlik derecesi ve anlamlılık düzeyinde tablo kritik değerinden büyükse  hipotezi reddedilir ve alternatifi kabul edilir. Bu durumda iki ayrı örnek için koşulan regresyon denkleminin birbirinden farklı olduğu ve dolayısıyla aynı regresyon denkleminin iki ayrı örneğin birleşmesiyle oluşacak , () gözlem üzerine koşulmasının uygun olmayacağı sonucuna varılır. Hesaplanan -istatistiği eğer tablo kritik değerinden küçükse  hipotezi reddedilemez. Böyle bir durumda, regresyon modelini  örneklerine ayrı ayrı koşmak yerine iki örneğin birleşmesiyle oluşacak olan , () adedinde örneğe koşmanın uygun olacağı sonucuna varılır.

### Chow Testi Uygulaması

Veriler ve gerekli test tabloları Excel’e yazılmış olup C# programlama dili ile kullanıcıya gösterilmek üzere data grid’e çekilmiştir. Her test için gerekli adımlar uygulanıp yine testin kabul mu red mi olacağına da Excel’e kayıtlı olan tablolardan kontrol edilerek sonuç ekrana yazdırılmıştır. Aşağıdaki örnek veriye test uygulanmıştır ve sorunsuz bir şekilde çalıştığı görülmüştür (Şekil 10 ve Şekil 11). Şekil 10 ve Şekil 11 de verilen hipotezin altındaki birinci  modeli Chow testinin 1. dönemine aittir, ikinci sıradaki ise testin 2. döneminin modelini temsil eder. En alt satırdaki modeli de tüm veri için kurulan modeldir. Şekil 10’ daki saçılım grafiği doğrusal model için çizdirilmiştir.



Şekil - Chow Testi Uygulama



Şekil - Chow testi uygulama sonucu

Şekil 11’ deki th, test istatistiğini ve Ftablo ise F tablo istatistiğini göstermektedir.

Sonuç, Ho red olduğundan iki dönem arasında fark vardır ve iki dönem ayrı ayrı incelenmelidir.

## MWD Testi

Doğrusal bir regresyon denklemi ile çift logaritmik bir regresyon denklemi arasındaki seçim MWD testi ile yapılabilir. Yöntem aşağıdaki hipotezlerin testine dayanır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (45) |

 hipotezi, doğrusallığın orijinal  ve  arasında olduğunu, alternatifi ise  arasında olduğunu ifade etmektedir. Test şöyle gerçekleşmektedir.

1.  hipotezindeki model doğrusal EKK yöntemiyle tahmin edilir ve  tahmin değerleri hesaplanır.  tahmin değerleri,  olarak adlandırılır.
2.  hipotezindeki model doğrusal EKK yöntemiyle tahmin edilir ve  tahmin değerleri hesaplanır. tahmin değerleri,  olarak adlandırılır.
3. İki modelin tahminleri kullanılarak  adında yeni bir değişken oluşturulur



1. Oluşturulan  değişkeni  hipotezindeki modele açıklayıcı değişken olarak ilave edilir.  ve bu denklem doğrusal EKK yöntemiyle tahmin edilir.
2. Tahmin edilen denklemde eğer  istatistiksel olarak anlamlı ise  hipotezi reddedilir ve uygun modelin çift logaritmik olduğuna karar verilir. Aksi taktirde,  hipotezi reddedilemez ve dolayısıyla değişkenleri doğrusal olan modelin uygun olacağı sonucuna varılır.



Hipotezi kurulur ’nin anlamlılığı için.

Test istatistiği de şöyle hesaplanır,

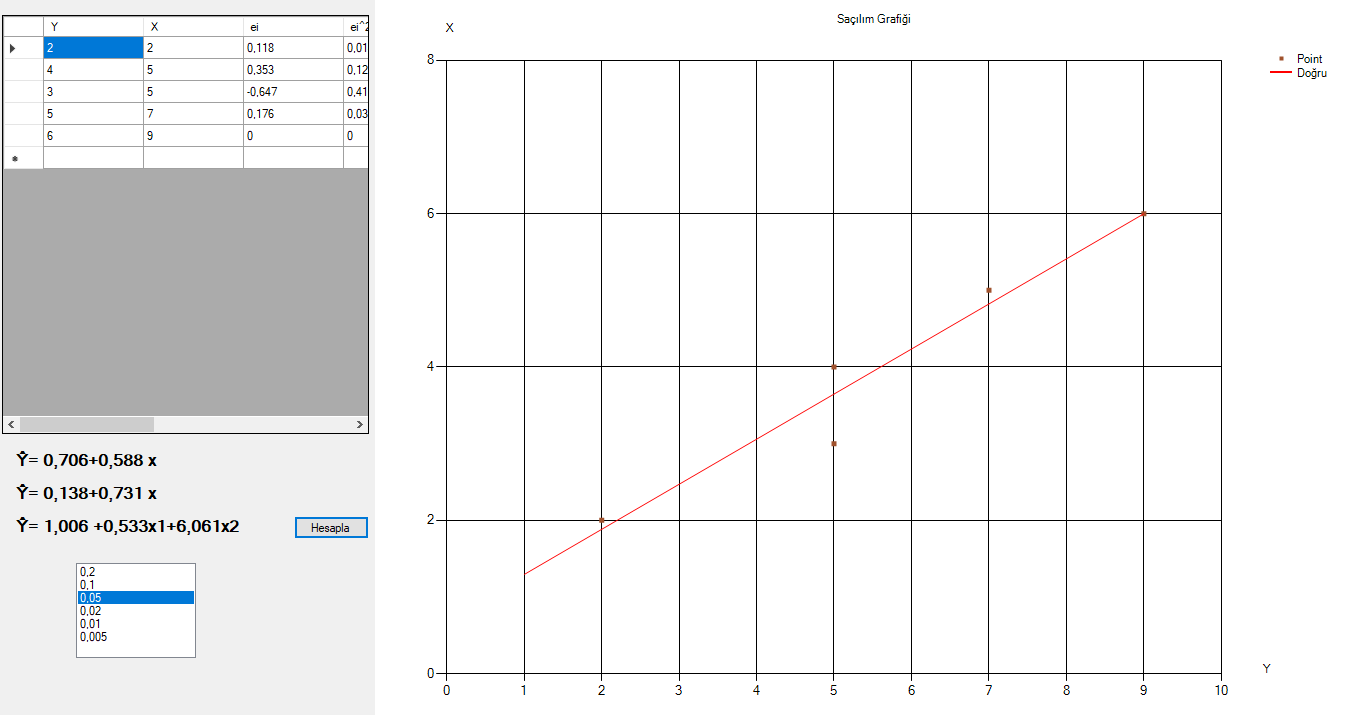
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (46) |

 matrisinin üçüncü satır üçüncü sütün elemanı ile hata terimleri varyansının çarpımı ’nin varyansını verir.

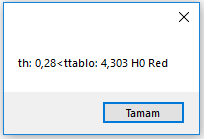
### MWD Testi Uygulaması

Test için gerekli işlemler yapılmış olup sonuç α=0.05 güven değeri ile Ho red edilmiştir. Yani doğrusal çift logaritmik modelin veriye uygulanması sonucuna varılmıştır (Şekil 13).

Şekil 13’ teki saçılım grafiği doğrusal model için çizdirilmiştir.



Şekil - Mwd Testi Uygulama



Şekil -Mwd testi uygulama sonucu

Şekil 13’ teki th, test istatistiğini, ttablo ise T tablosundaki değerini gösterir.

## Lagrange Çarpan Testi

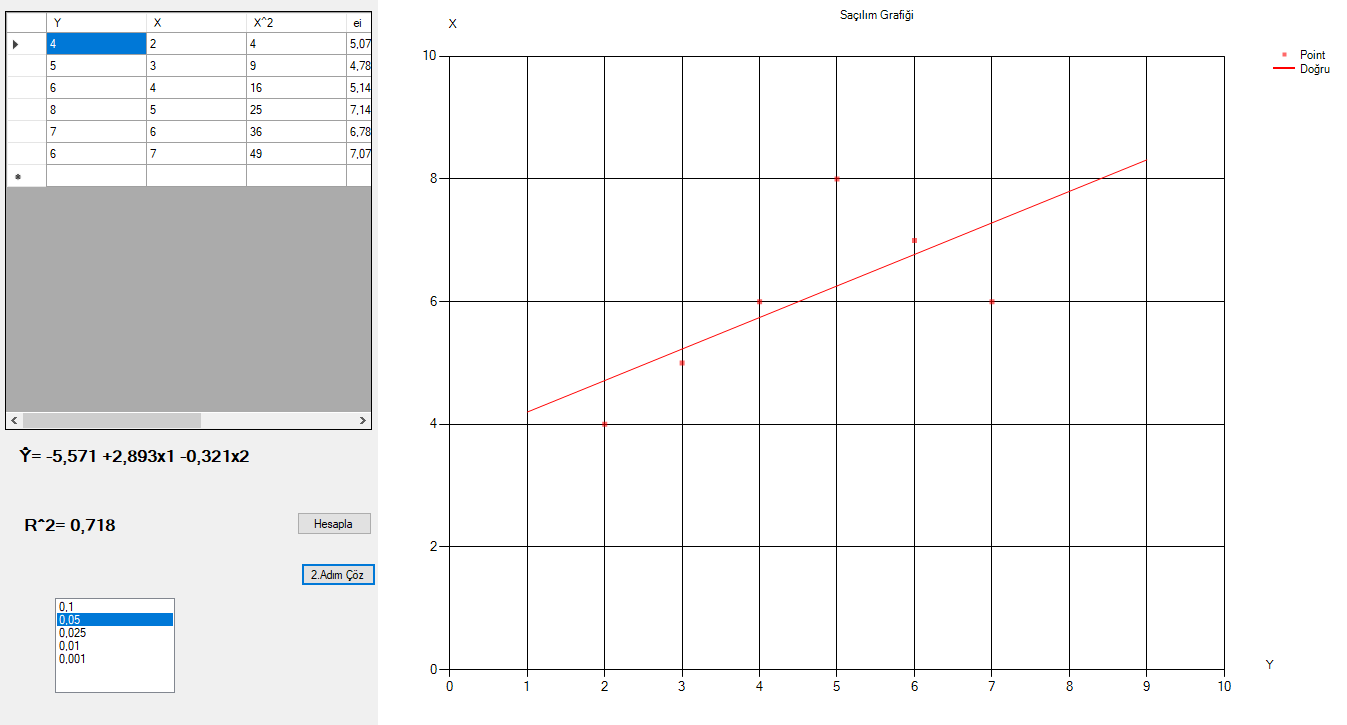
Çok terimli regresyon modellerinde terim ya da derece sayısını Lagrange Çarpan (LM) testi olarak adlandırılan yöntem vasıtasıyla belirlemek mümkündür. Bu yöntemde,  hipotezi birinci ya da daha yüksek derecedeki bir modelin geçerli olduğunu, alternatif hipotez ise modeldeki derecenin  hipotezindeki dereceden daha yüksek olması gerektiğini ifade etmektedir. Aşağıdaki hipotezlerden , modelin birinci derecede olduğunu, alternatifi ise ’inci derecede olduğunu belirtmektedir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (47) |

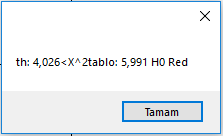
Hipotezlerce temsil edilen modellerden hangisinin daha uygun olacağını tespit etmek amacıyla önce ’daki model doğrusal EKK yöntemiyle koşulur ve regresyon hata terimleri bulunur. Daha sonra bu hata terimleri vektörü bağımlı değişken vektörü olmak üzere aşağıdaki yardımcı regresyon denklemi oluşturulur ve EKK yöntemi altında koşulur. Yardımcı regresyon denkleminin sağ tarafındaki açıklayıcı değişkenlerin tamamının  hipotezindeki modelin açıklayıcı değişkenlerince oluştuğuna dikkat edilmelidir. Bu testte, iki model arasındaki farkı meydana getiren değişken ya da değişkenler katsayılarının birlikte sıfıra eşit olduğunu ifade eden  hipotezi altında hesaplanan ki-kare istatistiği, yardımcı regresyon denkleminin determinasyon katsayısı ile gözlem sayısının çarpımına eşittir. Eğer hesaplanan  istatistiği, ki-kare tablo kritik  değerinden büyük ise  hipotezi ve dolayısıyla ifade etmiş olduğu model reddedilir, aksi durumda reddedilemez.

### Lagrange Testi Uygulaması

Test için gerekli işlemler yapılmış olup sonuç α=0.05 güven değeri ile Ho Red edilmiştir. Yani çok terimli modelin kurulması sonucuna varılmıştır.



Şekil - Lagrange Testi Uygulaması



Şekil - Lagrange testi uygulama sonucu

Şekil 15’ te th, test istatistiğini, X^2tablo ise  tablo değerini gösterir.

# YAPILAN ÇALIŞMALAR

Regresyon analizi ile literatürde bir çok araştırma yapılmıştır. Bunlar sosyal, ekonomik, sağlık, mühendislik gibi birden çok alanda tahmin yapmak için kullanılmıştır.

## Örnek Uygulamalar

“TÜRKİYE’DE İŞSİZLİK ORANININ TEMEL BİLEŞENLERİ” adlı makalede işsizlik oranının hesaplanması için modele dahil edilen ithalat değeri, gayri safi yurt içi hasıla(GSYIH), gayri safi milli hasıla(GSMH), harcama, iş gücü nüfus artış hızı, gibi 26 değişkenle bir araştırma yapılmıştır ve işsizlik oranının temel bileşenleri ile ilgilenilmiştir. (Göktaş,2010)

Bir başka yapılan çalışmada ise cinsiyet, akademik başarı, ailelerin sosyoekonomik düzeyi, anne-baba tutumu, yalnızlık, özsaygı ve iletişim becerileri değişkenlerinin üniversite öğrencilerin sosyal kaygı düzeylerini yordama gücünü belirlenmek istenmiştir. Üniversitede sosyal kaygının en önemli yordayıcısı olarak öne çıkan özsaygıyı geliştirici ve sosyal kaygıyı azaltıcı sağaltım çalışmalarına yer verilmelidir sonucu çıkarılmıştır.(Sübaşı,2007)

Yine bir başka çalışmada kredi kartı müşterilerinin kullandıkları kredi kartlarına ilişkin negatif ve pozitif tutumlarının araştırılmıştır ve insanların gelecekte kredi kartı kullanmama tutumlarına etkileri Çoklu Regresyon Analizi yardımıyla araştırılmıştır. ( Yılmaz, Aktaş ve Arslan,2009)

# KAYNAKLAR

1. Yamak, Köseoğlu, R., M., *Uygulamalı İstatistik ve Ekonometri,* Trabzon: K.T.Ü Basımevi, Trabzon, 2015
2. Wooldridge, J., *Introductory Econometrics A Modern Approach 5th Edition* South-Western College Pub, USA, 2012
3. Chow, G., *Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions*. *Econometrica*.
4. Sübaşı, G., *Üniversite Öğrencilerinde Sosyal Kaygıyı Yordayıcı Bazı Değişkenler”*, Eğitim ve Bilim, Cilt 32, Sayı 144, 2007, Ankara: Gazi Üniversitesi
5. Göktaş, A., “*Türkiye’de İşsizlik Oranının Temel Bileşenli Regresyon Analizi ile Belirlenmesi”,*SÜ İİBF Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi, 2010, Konya: Selçuk Üniversitesi
6. Yılmaz, Aktaş ve Arslan, V., C., T., “Müşterilerin Kredi Kartına Olan Tutumlarının Çoklu Regresyon ve Faktör Analizi ile İncelenmesi”, Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, Cilt 12, Sayı 22, 2009, ss.127-139, Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi
7. [www.yildiz.edu.tr/~tastan/teaching/06.pdf](http://www.yildiz.edu.tr/~tastan/teaching/06.pdf) Logaritmik Regresyon Modeli. 01.05.2019
8. <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/csharp/programming-guide/> Temel C# Programlama İşlemleri. 14.03.2019

ÖZGEÇMİŞ

**Kişisel Bilgiler**

**Adı Soyadı:** Burak FINDIKLI

**Doğum Tarihi ve Yeri:** 18.08.1997 İSTABUL

**Telefon Numarası:** +90 534 075 98 39

**Mail Adresi:** burakfndkl96@gmail.com

**Yaptığı Çalışmalar**

* Ailelerin Maddi Durumunun Öğrencilerin Üstündeki Etkisi Anketi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi UĞUR ŞEVİK

* Depo Stok Kontrol Yazılımı (C++ ile Nesne Yönelimli Programlama)

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi TOLGA BERBER