

Pokyny ke zkoušce

Tento dokument obsahuje kompletní přehled zkouškových otázek k předmětu. Jednotlivé okruhy pokrývají základní tematické bloky kurzu 01LIP. Mezi otázkami se vyskytují dva typy úloh:

- **Teoretické otázky** – jejich cílem je prověřit základní porozumění látce a klíčovým souvislostem.
- **Praktické úlohy** – označeny symbolem (✍️). U nich se očekává aplikace metod na konkrétním příkladu. Konkrétní podoba praktické úlohy bude vždy specifikována pro dané zadání zkouškové písemky.

Zadání zkoušky bude sestaveno takto:

- **dvě teoretické otázky** vybrané z níže uvedeného seznamu,
- a k nim **jedna praktická otázka**.

Následuje úplný seznam zkouškových okruhů a formulací jednotlivých otázek tak, jak budou uvedeny v zadání.

1. Formulace lineárního programu

- Zapište obecnou úlohu lineárního programování v nerovnicovém tvaru pro maximalizaci a definujte její přípustnou množinu.
- Zapište obecnou úlohu lineárního programování v rovnicovém tvaru pro maximalizaci a definujte její přípustnou množinu.
- (✍️) Zadaný příklad převedte na nerovnicový tvar / rovnicový tvar, včetně převodu minimalizační úlohy na ekvivalentní maximalizační úlohu apod.

2. Geometrie lineárního programování

- Definujte bázecké přípustné řešení (BFS) a degenerované BFS. Formulujte a dokažte větu o jednoznačnosti bázeckého přípustného řešení pro danou bázi.
- Vyslovte a dokažte základní větu lineárního programování (Věta 3.1 ve skriptech).
- Vyslovte a dokažte větu o ekvivalenci vrcholů konvexního mnohostranu a bázeckých přípustných řešení v kontextu LP (Věta 3.2 ve skriptech).
- (✍️) Zadanou úlohu LP v nerovnicovém tvaru dvou proměnných vyřešte graficky a stručně zdůvodněte, proč je nalezený bod optimálním řešením, případně proč je úloha neomezená nebo nepřípustná.

3. Simplexová metoda

- Definujte obecnou simplexovou tabulku včetně všech objektů, které se v ní vyskytují. S využitím tohoto značení formulujte kritérium optimality simplexové metody.
- Formulujte metodu velkého M . Popište princip jejího fungování a vyslovte a dokažte nutnou a postačující podmínku přípustnosti rozšířené úlohy (Věta 5.1 ve skriptech).
- Formulujte dvoufázovou simplexovou metodu. Popište princip jejího fungování a vyslovte a dokažte nutnou a postačující podmínku přípustnosti rozšířené úlohy (Věta 5.1 ve skriptech).
- (✍️) Ze zadané simplexové tabulky rozhodněte, zda je daná úloha LP (i) nepřípustná, (ii) neomezená, nebo (iii) má konečné optimální řešení. V posledním případě určete toto optimální řešení.
- (✍️) Pro zadanou úlohu LP zapište odpovídající M -úlohu pro metodu velkého M .

4. Dualita lineárního programování

- (a) Formulujte obecnou maximalizační úlohu LP ve standardním nerovnicovém tvaru a odvoďte k ní duální úlohu. Vyslovte slabou a silnou větu o dualitě a dokažte slabou větu o dualitě.
- (b) (✍️) Ke konkrétní zadané primární úloze LP napište duální úlohu v odpovídajícím tvaru (včetně správné orientace nerovností a znamének).

5. Dopravní problém

- (a) Formulujte vyrovnaný dopravní problém jako úlohu LP: definujte rozhodovací proměnné, účelovou funkci a omezení. Stručně popište hlavní vlastnosti dopravního problému.
- (b) (✍️) Pro zadaný dopravní problém sestrojte matici omezení a odpovídající strukturovanou dopravní tabulku s buňkami.

6. Maticové hry s nulovým součtem a min-max

- (a) Definujte maticovou hru s nulovým součtem a potřebné pojmy. Jak souvisí se Silná věta o dualitě LP v tomto kontextu s Minimaxovou větou?

7. Celočíselné a smíšené celočíselné programování

- (a) Formulujte základní maximalizační úlohu ILP / MILP ve standardním nerovnicovém tvaru a popište odpovídající přípustné množiny.
- (b) Vysvětlete pojem LP-relaxace dané ILP úlohy a stručně okomentujte, jaký je vztah mezi řešením úlohy LP-relaxace a výchozí úlohy celočíselného programování.
- (c) Popište princip fungování a základní schéma metody větví a mezí.
- (d) Popište princip fungování a základní schéma metody Gomoryho řezů.