Бурмашев Григорий. 208. Дискра – 8

Номер 1

Степень многочлена равна n = 12, а степени в множителе равны:

$$\alpha = (2, 2, 2, 2, 2, 2)$$

Тогда коэффициент будет равен:

$$\binom{n}{\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_6} = \frac{12!}{2!2!2!2!2!2!} = \frac{479001600}{64} = 7484400$$

Ответ: 7484400

Номер 2

Всего у нас 12 человек. Для первого человека есть 11 вариантов составить пару. Для второго человека остается (11 - 2) = 9 вариантов составить пару. Для третьего человека остается (9 - 2) = 7 вариантов составить пару и так далее (последнему человеку пару можно выбрать всего одним способом). Т.е:

$$11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 10395$$

Ответ: 10395

Номер 3

У нас есть C_{10}^4 способов расставить в слове длины 10 четыре буквы А. Остается 6 позиций, на каждую из которых мы можем поставить либо Б, либо В (всего $2^6 = 64$ способов). Значит:

$$C_{10}^4 \cdot 64 = \frac{10!}{4!(10-4)!} \cdot = 210 \cdot 64 = 13440$$

Ответ: 13440

Номер 4

Пускай (x, y) – число способов попасть в точку с координатами x, y. Тогда:

$$(4,5) = (3,5) + (4,4) + (2,3) = 189$$
$$(4,4) = (3,4) + (4,3) + (2,2) = 101$$
$$(3,5) = (2,5) + (3,4) + (1,3) = 76 \ (3,4) = (2,4) + (3,3) + (1,2) = 47$$
$$(4,3) = (3,3) + (4,2) + (2,1) = 47$$
$$(3,3) = (2,3) + (3,2) + (1,1) = 26$$
$$(2,5) = (1,5) + (2,4) + (0,5) = 25$$
$$(4,2) = (3,2) + (4,1) + (2,0) = 18$$
$$(2,4) = (4,2) = 18$$
$$(3,2) = (2,2) + (3,1) + (1,0) = 12$$
$$(2,3) = (1,3) + (2,2) + (0,1) = 12$$
$$(2,2) = (1,2) + (2,1) + (0,0) = 7$$
$$(1,5) = (0{,}5) + (1,4) = 6$$
$$(1,4) = (0,4) + (1,3) = 5$$
$$(4,1) = (3,1) + (4,0) = 5$$
$$(3,1) = (2,1) + (3,0) = 4$$
$$(1,3) = (0,3) + (1,2) = 4$$
$$(2,1) = (1,1) + (2,0) = 3$$
$$(1,2) = (0,2) + (1,1) = 3$$
$$(1,1) = (0,1) + (1,0) = 2$$
$$(0,0) = (1,0) = (2,0) = (3,0) = (4,0) = (5,0) = 1$$
$$(0,0) = (0,1) = (0,2) = (0,3) = (0,4) = (0,5) = 1$$

Ответ: 189

Номер 5

По формуле числа сочетаний с повторениями из 8 по 8 (т.к человек, как я понял, может голосовать в том числе сам за себя):

$$C_{8+7}^{7} = C_{15}^{7} = \frac{15!}{7!8!} = 6435$$

Ответ: 6435

Номер 6

None

Номер 7

ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ

Посчитаем количество букв:

О – 7 шт
Б – 2 шт
Р – 1 шт
И – 2 шт
С – 3 шт
П – 1 шт
Т – 1 шт
Ь – 1 шт

Т.к никакие две буквы О не должны стоять рядом, расставим сначала их.

Пусть мы расставили все 7 букв О рядом друг с другом:

$$\underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{O}}$$

Нам понадобится выделить 6 позиций, чтобы разделить эти 7 букв друг от друга, т.е (где x – что-нибудь, кроме О):

$$\underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}\ \underline{\text{x}}\ \underline{\text{O}}$$

Ну а позиции слева и справа от крайних О отделять не нужно, значит О мы можем расставить на 18 - 6 = 12 позиций. А всего букв О у нас 7, значит:

$$C_{12}^{7} = \frac{12!}{7!5!}$$

У нас остается 18 - 7 = 11 позиций, на которые нужно расставить оставшиеся буквы. По формуле мультиномиальных коэффициентов:

$$\binom{11}{2,1,2,3,1,1,1} = \frac{11!}{2!1!2!3!1!1!1!} = \frac{11!}{2!2!3!}$$

Итого:

$$\frac{12!}{7!5!} \cdot \frac{11!}{2!2!3!} = 792 \cdot 1663200$$

Ответ: $792 \cdot 1663200$

Номер 8

Воспользуемся методом перегородок:

Чтобы разложить 20 книг на 5 полок, нам понадобится 5 - 1 $= 4$ перегородки. Тогда нам нужно посчитать количество способов расставить 4 перегородки на $20 + 4 = 24$ позиции:

$$C_{24}^4$$

На каждую из этих расстановок перегородок у нас есть 20! способов расставить книги. Значит всего способов:

$$C_{24}^4 \cdot 20! = \frac{24!}{4!20!} \cdot 20! = \frac{24!}{4!}$$

Ответ: $\frac{24!}{4!}$

Номер 9

None

Номер 10

$$\binom{1010}{400} = \frac{1010!}{400!610!}$$
$$\binom{1011}{401} = \frac{1011!}{401!610!}$$
$$\binom{1010}{401} = \frac{1010!}{401!609!}$$
$$\binom{1011}{400} = \frac{1011!}{400!611!}$$

Тогда сравним:

$$\frac{1010!1011!}{400!610!401!610} \cup \frac{1010!1011!}{401!609!400!611!}$$
$$\frac{1}{400!610!401!610!} \cup \frac{1}{401!609!400!611!}$$
$$\frac{1}{610!610!} \cup \frac{1}{609!611!}$$
$$\frac{1}{610!609! \cdot 610} \cup \frac{1}{609!611!}$$

$$\frac{1}{610!\cdot 610} \cup \frac{1}{611!}$$
$$\frac{1}{610!\cdot 610} \cup \frac{1}{610!\cdot 611}$$
$$\frac{1}{610} \cup \frac{1}{611}$$
$$610 < 611 \to \frac{1}{610} > \frac{1}{611} \to \frac{1010!1011!}{400!610!401!610} > \frac{1010!1011!}{401!609!400!611!}$$

Итого:

$$\binom{1010}{400}\binom{1011}{401} > \binom{1010}{401}\binom{1011}{400}$$