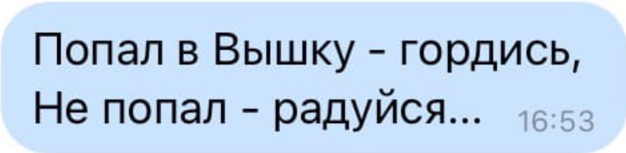
Бурмашев Григорий. 208. Матан. Д/з – 6



Номер 7

a)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+3}{x-1}=\frac{2+3}{2-1}=5$$

Ответ: 5

b)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-12x+16}{x^2-4}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+8)}{(x-2)(x+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^2+2x-8)}{(x+2)}=\frac{4+4-8}{2+2}=0$$

Ответ: 0

c)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^5-3x^4+3x^3-x^2}{x^4-6x^2+8x-3}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2(x^3-3x^2+3x-1)}{(x+3)(x^3-3x^2+3x-1)}=\frac{x^2}{x+3}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$

d)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16}==\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-2)(x+2)(x+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$

Номер 8

a)

$$\lim_{x\to -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to -8} \left(\sqrt{1-x)}-3\right) \cdot \frac{1}{2+\sqrt[3]{x}}$$

Домножим до суммы кубов правый множитель и на сопряженное левый:

$$\lim_{x\to -8} \left(\sqrt{1-x)}-3\right) \cdot \frac{1}{2+\sqrt[3]{x}} =$$

$$\lim_{x\to -8} \frac{(\sqrt{1-x}-3)(\sqrt{1-x}+3)}{\sqrt{1-x}+3} \cdot \frac{4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{8+x} =$$

$$= \lim_{x\to -8} \frac{-(8+x)}{\sqrt{1-x}+3} \cdot \frac{4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{8+x} = \lim_{x\to -8} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+3} \cdot \frac{4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{1} =$$

$$= \lim_{x\to -8} \frac{-4+2\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{1-x}+3}$$

$$= \frac{-4-4-4}{3+3} = -\frac{12}{6} = -2$$

Ответ: -2

b)

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9} = \lim_{x\to 3} \frac{(\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1})(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})}{(x^2-9)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{x+13-4(x+1)}{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} = \lim_{x\to 1} \frac{-3(x-3)}{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{-3}{(x+3)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} = \frac{-3}{6\cdot(4+2\cdot 2)} = \frac{-1}{2\cdot 8} = -\frac{1}{16}$$

Ответ: $-\frac{1}{16}$

c)

$$\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+5x+x}+x) = \lim_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2+6x}) = \lim_{x\to-\infty}\frac{(x+\sqrt{x^2+6x})(x-\sqrt{x^2+6x})}{(x-\sqrt{x^2+6x})} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{-6x}{(x-\sqrt{x^2+6x})} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-6}{1+\sqrt{\frac{x^2+6x}{x^2}}} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{-6}{1+\sqrt{\frac{x+6}{x}}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-6}{1+\sqrt{1+\frac{6}{x}}} = \frac{-6}{1+1} = -3$$

Ответ: -3

d)

$$\lim_{x\to+\infty} x(\sqrt{4+2x+x^2}-\sqrt{x^2-4x+1})$$

Домножим на сопряженное:

$$\sqrt{4+2x+x^2}-\sqrt{x^2-4x+1} = \frac{(\sqrt{4+2x+x^2}-\sqrt{x^2-4x+1})(\sqrt{4+2x+x^2}+\sqrt{x^2-4x+1})}{(\sqrt{4+2x+x^2}+\sqrt{x^2-4x+1})} =$$

$$= \frac{4+2x+x^2-x^2+4x-1}{(\sqrt{4+2x+x^2}+\sqrt{x^2-4x+1})} = \frac{6x+3}{(\sqrt{4+2x+x^2}+\sqrt{x^2-4x+1})}$$

Тогда:

$$\lim_{x\to+\infty} x(\sqrt{4+2x+x^2}-\sqrt{x^2-4x+1}) = \lim_{x\to+\infty}\frac{6x^2+3x}{(\sqrt{4+2x+x^2}+\sqrt{x^2-4x+1})} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{6x+3}{(\sqrt{\frac{4+2x+x^2}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2-4x+1}{x^2}})} = \lim_{x\to+\infty}\frac{6x+3}{\sqrt{\frac{4}{x^2}+\frac{2}{x}+1}+\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{+\infty}{1+1} = +\infty$$

Ответ: $+\infty$

e)

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-\sqrt{x^2-2x})$$

Приведем к разности степеней в числителе (a^6-b^6):

$$a^6-b^6 = (a-b)(a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5)$$

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-\sqrt{x^2-2x}) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{(x^3+3x^2)^2-(x^2-2x)^3}{\sqrt[3]{(x^3+3x^2)^5}+\sqrt[3]{(x^3+3x^2)^4}\cdot\sqrt[2]{x^2-2x}+(x^3+3x^2)(x^2-2x)+}$$

$$\overline{\sqrt[3]{(x^3+3x^2)^2}\cdot\sqrt[3]{(x^2-2x)^3}+\sqrt[3]{x^3+3x^2}\cdot(x^2-2x)^2+\sqrt[2]{(x^2-2x)^5}} =$$

В числителе мы получим 5ю степень, а значит сможем поделить на x^5 числитель и знаменатель. Для вычисления предела нас будут интересовать только коэффициенты при x^5 в числителе и знаменателе, а все остальные иксы с меньшими коэффициентами примут вид $\frac{const}{x^n}, n < 5$ и устремятся в ноль, т.е не будут играть роли для нашего предела. Поэтому все эти огромные скобки с маленькими степенями можно не вычислять.

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{x^6+6x^5+9x^4-(x^6-6x^5+12x^4-8x^3)}{6x^5+A} = \lim_{x\to+\infty}\frac{12x^5-3x^4+8x^3}{6x^5+A}$$

где A – множество всех остальных слагаемых, где у икса степень меньше 5. Тогда поделим на x^5. Все элементы множества A устремятся к нулю:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{12-\frac{3}{x}+\frac{8}{x^2}}{6+A} = \frac{12}{6} = 2$$

Ответ: 2