

Линал.  
Задание 4  
Вариант 2.

Бурмашев Григорий, БПМИ-208

9 февраля 2021 г.

# Номер 1

1. Найдем матрицу перехода от  $e$  к  $e'$ :

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{ccc|ccc} -3 & 2 & 1 & -8 & -4 & 3 \\ -1 & 2 & -3 & 8 & 2 & -4 \\ -1 & 1 & -3 & -4 & 8 & 9 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 10 & 4 & -28 & -24 \\ -1 & 2 & -3 & 8 & 2 & -4 \\ -1 & 1 & -3 & -4 & 8 & 9 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 10 & 4 & -28 & -24 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ -1 & 1 & -3 & -4 & 8 & 9 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & -3 & -4 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ 0 & -1 & 10 & 4 & -28 & -24 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & -3 & -4 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ 0 & 0 & 10 & 16 & -34 & -37 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 16 & -14 & -22 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ 0 & 0 & 10 & 16 & -34 & -37 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 16 & -14 & -22 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{16}{10} & -\frac{34}{10} & -\frac{37}{10} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{112}{10} & -\frac{38}{10} & -\frac{109}{10} \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -6 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{16}{10} & -\frac{34}{10} & -\frac{37}{10} \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

А значит матрица перехода:

$$C = \begin{pmatrix} \frac{112}{10} & -\frac{38}{10} & -\frac{109}{10} \\ 12 & -6 & -13 \\ \frac{16}{10} & -\frac{34}{10} & -\frac{37}{10} \end{pmatrix}$$

2. Найдем координаты вектора  $v$  в базисе  $e'$ :

Для этого найдем  $C^{-1}$ :

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{ccc|ccc} 112 & -38 & -109 & 10 & 0 & 0 \\ 12 & -6 & -13 & 0 & 1 & 0 \\ 16 & -34 & -37 & 0 & 0 & 10 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 200 & 150 & 10 & 0 & -70 \\ 12 & -6 & -13 & 0 & 1 & 0 \\ 16 & -34 & -37 & 0 & 0 & 10 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 20 & 15 & 1 & 0 & -7 \\ 12 & -6 & -13 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 20 & 15 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 78 & 59 & 0 & 4 & -30 \\ 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 78 & 59 & 0 & 4 & -30 \\ 0 & 20 & 15 & 1 & 0 & -7 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 18 & 14 & -3 & 4 & -9 \\ 0 & 20 & 15 & 1 & 0 & -7 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 18 & 14 & -3 & 4 & -9 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & -4 & 2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 5 & -39 & 40 & -27 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & -4 & 2 \end{array} \right) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & -28 & -24 & 0 & -1 & 10 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -39 & 40 & -27 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & -22 & 23 & -16 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -39 & 40 & -27 \end{array} \right) = \\
&= \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} & \frac{23}{4} & -4 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{59}{10} & -6 & \frac{37}{10} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & 8 & -\frac{27}{5} \end{array} \right) \\
C^{-1} &= \left( \begin{array}{ccc} -\frac{11}{2} & \frac{23}{4} & -4 \\ \frac{59}{10} & -6 & \frac{37}{10} \\ -\frac{39}{5} & 8 & -\frac{27}{5} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

Теперь найдем координаты  $v$ :

$$\left( \begin{array}{ccc} -\frac{11}{2} & \frac{23}{4} & -4 \\ \frac{59}{10} & -6 & \frac{37}{10} \\ -\frac{39}{5} & 8 & -\frac{27}{5} \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

$$\begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$$

## Номер 2

Докажем, что:

$$R^4 = U \oplus W$$

По лекциям:

$$R^4 = U \oplus W \equiv \begin{cases} R^4 = U + W \\ U \cap W = 0 \end{cases}$$

1. Проверим, что  $R^4 = U + W$ :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -10 & -16 & 4 & 15 \\ -2 & -6 & -5 & -12 \\ 9 & -7 & 4 & -5 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -5 & -12 \\ 9 & -7 & 4 & -5 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & 40 & -21 & -32 \\ 9 & -7 & 4 & -5 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & 40 & -21 & -32 \\ 0 & -214 & 76 & 85 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & 40 & -21 & -32 \\ 0 & -14 & -29 & -75 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & -2 & -108 & -257 \\ 0 & -14 & -29 & -75 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & -2 & -108 & -257 \\ 0 & 0 & 727 & 1724 \\ 0 & -32 & -13 & -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -23 & 8 & 10 \\ 0 & -2 & -108 & -257 \\ 0 & 0 & 727 & 1724 \\ 0 & 0 & 1715 & 4087 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & 727 & 1724 \\ 0 & 0 & 1715 & 4087 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & 727 & 1724 \\ 0 & 0 & 261 & 639 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & -56 & -193 \\ 0 & 0 & 261 & 639 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & -56 & -193 \\ 0 & 0 & 37 & -133 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & -19 & -326 \\ 0 & 0 & 37 & -133 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1250 & 2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & -19 & -326 \\ 0 & 0 & -1 & -785 \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1250 & -2954 \\ 0 & 1 & 54 & 128 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -785 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Мы видим, что векторы являются линейно независимыми, а значит они образуют всё  $R^4$ . К тому же  $\dim(U + W) = 4$

Мы знаем, что  $\dim U = \dim W = 2$  Из формулы  $\dim(U \cap W) + \dim(U + W) = \dim U + \dim W$ :  $\dim(U \cap W) = 0$ . А значит  $U \cap W = 0$

2. Найдем проекцию вектора  $x = (-20, -10, 3, 48)$  на подпространство  $W$  вдоль подпространства  $U$ :

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{cccc|c} -10 & -2 & 9 & 6 & -20 \\ -16 & -6 & -7 & -14 & -10 \\ 4 & -5 & 4 & 2 & 3 \\ 15 & -12 & -5 & 11 & 48 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} -10 & -2 & 9 & 6 & -20 \\ 0 & -26 & 9 & -6 & 2 \\ 4 & -5 & 4 & 2 & 3 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & -82 & 219 & -24 & -380 \\ 0 & -26 & 9 & -6 & 2 \\ 4 & -5 & 4 & 2 & 3 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & -82 & 219 & -24 & -380 \\ 0 & -26 & 9 & -6 & 2 \\ 0 & 27 & -80 & 14 & 147 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & -82 & 219 & -24 & -380 \\ 0 & -26 & 9 & -6 & 2 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -5603 & 632 & 11838 \\ 0 & -26 & 9 & -6 & 2 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -5603 & 632 & 11838 \\ 0 & 0 & -1837 & 202 & 3876 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ -1 & 8 & -21 & 3 & 36 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -5603 & 632 & 11838 \\ 0 & 0 & -1837 & 202 & 3876 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & -1837 & 202 & 3876 \\ 0 & 0 & -92 & 26 & 210 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & 3 & -318 & -324 \\ 0 & 0 & -92 & 26 & 210 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & 3 & -318 & -324 \\ 0 & 0 & -2 & -9514 & -9510 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & 1 & -9832 & -9834 \\ 0 & 0 & -2 & -9514 & -9510 \end{array} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 61 & 1156 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & 1 & -9832 & -9834 \\ 0 & 0 & 0 & -29178 & -29178 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 0 & 1095 \\ 0 & 1 & -71 & 8 & 149 \\ 0 & 0 & 1 & -9832 & -9834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = \\
&= \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 0 & 1095 \\ 0 & 1 & -71 & 0 & 141 \\ 0 & 0 & 1 & -9832 & -9834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 0 & 1095 \\ 0 & 1 & -71 & 0 & 141 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = \\
&= \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -547 & 0 & 1095 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) =
\end{aligned}$$

Тогда искомая проекция:

$$v_3 \cdot (-2) + v_4 \cdot 1 = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot (-2) + \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ -6 \\ 11 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

$$\begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ -6 \\ 11 \end{pmatrix}$$

## Номер 3

Дополним наше подпространство  $U$  до  $\mathbb{R}^5$ :

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 14 & 6 & -13 & 8 & -15 \\ 7 & -11 & -12 & -11 & -11 \\ 10 & -13 & -7 & -10 & -6 \\ -11 & -36 & 7 & -37 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 7 & -11 & -12 & -11 & -11 \\ 10 & -13 & -7 & -10 & -6 \\ -11 & -36 & 7 & -37 & 13 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 7 & -11 & -12 & -11 & -11 \\ -1 & -49 & 0 & -47 & 7 \\ -11 & -36 & 7 & -37 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & -354 & -12 & -340 & 38 \\ -1 & -49 & 0 & -47 & 7 \\ -11 & -36 & 7 & -37 & 13 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & -354 & -12 & -340 & 38 \\ -1 & -49 & 0 & -47 & 7 \\ 0 & 503 & 7 & 480 & -64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & -354 & -12 & -340 & 38 \\ 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & 149 & -5 & 140 & -26 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & -56 & -22 & -60 & -14 \\ 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & 149 & -5 & 140 & -26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & 149 & -5 & 140 & -26 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & 28 & 11 & 30 & 7 \\ 0 & 9 & -60 & -10 & -61 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & 1 & 191 & 60 & 190 \\ 0 & 9 & -60 & -10 & -61 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} 1 & 49 & 0 & 47 & -7 \\ 0 & 1 & 191 & 60 & 190 \\ 0 & 0 & -1779 & -550 & -1771 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Значит нам необходимы векторы из стандартного базиса  $e_4$  и  $e_5$ .

Тогда:

$$\mathbb{R}^5 = \langle v_1, v_2, v_3, v_4, e_4, e_5 \rangle \quad (1)$$

Прибавим теперь к  $e_4$  и  $e_5$  какие-нибудь векторы из  $U$ . Пусть например:

$$e_4 + v_1 = w_1$$

$$e_5 + v_2 = w_2$$

Тогда пускай  $W = \langle w_1, w_2 \rangle$

Из 1 мы знаем, что  $U + W = \mathbb{R}^5$

Чтобы доказать, что:

$$R^5 = U \oplus W \equiv \begin{cases} R^5 = U + W \\ U \cap W = 0 \end{cases}$$

Нам нужно проверить пересечение, для этого воспользуемся формулой:

$$\dim (U \cap W) + \dim (U + W) = \dim U + \dim W$$

Мы знаем, что:

$$\dim U = 3$$

$$\dim W = 2$$

$$\dim (U + W) = 5$$

А значит:

$$\dim (U \cap W) = 0 \rightarrow U \cap W = 0$$

Тогда базис полученного подпространства  $W$ :

$$\begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ -13 \\ 9 \\ -15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -11 \\ -12 \\ -11 \\ -10 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

$$W : \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ -13 \\ 9 \\ -15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -11 \\ -12 \\ -11 \\ -10 \end{pmatrix}$$



## Номер 4

$V = \mathbb{R}[x]_{x \leq 2}$ .  $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^2$  в базисе  $(-2 - 2x + x^2, 1 + x - x^2, -2 - 4x + 3x^2)$  пространства  $V$  в базисе  $((1,1), (3,2))$  пространства  $\mathbb{R}^2$  имеет матрицу:

$$A' = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -5 \\ -5 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

Найдите  $\varphi(4 + 8x - 5x^2)$

Пусть :

$e$  – базис  $(-2 - 2x + x^2, 1 + x - x^2, -2 - 4x + 3x^2)$  в  $V$

$f$  – базис  $((1,1), (3,2))$  в  $\mathbb{R}^2$ .

Назовем тогда стандартные базисы  $e'$  и  $f'$ , т.е:

$$e' : (1, x, x^2)$$

$$f' : ((1,0), (0,1))$$

Тогда по определению матрицы перехода:

$$e = e' \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Пусть эта матрица – C

$$f = f' \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Пусть эта матрица – D

Тогда введём матрицу линейного отображения A:

$$\varphi(4 + 8x - 5x^2) = A \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Мы знаем, что:

$$A' = D^{-1}AC$$

Отсюда:

$$A = DA'C^{-1}$$

Найдем  $C^{-1}$ :

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right) = \\
 & = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right) = \\
 & \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) \\
 & C^{-1} = \left( \begin{array}{ccc} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

По итогу:

$$\begin{aligned}
 \varphi(4 + 8x - 5x^2) &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -1 & -5 \\ -5 & -3 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} -19 & -10 & -26 \\ -14 & -7 & -19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{-27}{2} & \frac{85}{2} & 39 \\ \frac{-19}{2} & \frac{61}{2} & 28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 91 \\ 66 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Ответ:**

$$\varphi(4 + 8x - 5x^2) = \begin{pmatrix} 91 \\ 66 \end{pmatrix}$$