Бурмашев Григорий. 208. Матан. Д/з – 7

Номер 9

a)

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin\frac{\pi x}{2}}{x}=\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{1}=\frac{1}{1}=1$$

Ответ: 1

b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin 2x}{x+\sin 3x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{\sin 2x}{x}}{1+\frac{\sin 3x}{x}}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{2\cdot\sin 2x}{2\cdot x}}{1+\frac{3\cdot\sin 3x}{3\cdot x}}=\frac{1-2}{1+3}=-\frac{1}{4}$$

Ответ: $-\frac{1}{4}$

c)

$$\lim_{x\to 0}\frac{tgx+tg2x+\ldots+tgnx}{arctgx}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin 2x}{\cos 2x}+\ldots+\frac{\sin nx}{\cos nx}}{arctgx}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x\cdot\sin x}{x\cdot\cos x}+\frac{2x\cdot\sin 2x}{2x\cdot\cos 2x}+\ldots\frac{nx\cdot\sin nx}{nx\cdot\cos nx}}{arctgx}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x}{\cos x}+\frac{2x}{\cos 2x}+\ldots+\frac{nx}{\cos nx}}{arctgx}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(\frac{1}{\cos x}+\frac{2}{\cos 2x}+\ldots+\frac{n}{\cos nx}\right)}{arctgx}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{arctgx}\cdot\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos x}+\frac{2}{\cos 2x}+\ldots+\frac{n}{\cos nx}\right)=$$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{arctgx}=1$, выводили на семинаре.

$$=1\cdot\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos x}+\frac{2}{\cos 2x}+\ldots+\frac{n}{\cos nx}\right)=1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

Ответ: $\frac{n(n+1)}{2}$

d)

$$\lim_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{\sin^3 x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x(1-\cos x)}{\cos x}}{\sin^3 x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x\cdot\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}\cdot\cos x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{2\cos^2\frac{x}{2}\cdot\cos x}=\frac{1}{2\cdot 1\cdot 1}=\frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

e)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{-2\cdot\sin 2x\cdot(-\sin x)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin 2x\sin x}{x^2}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot 2\sin 2x}{2x}=\frac{4}{1}=4$$

Ответ: 4

f)

$$\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{2\sin\left(\frac{x-a}{2}\right)cos\left(\frac{x+a}{2}\right)}{x-a}$$

Пусть:

$$y=x-a$$

Тогда:

$$x\to a\equiv y\to 0$$

$$\lim_{y\to 0}\frac{2\sin\left(\frac{y}{2}\right)cos\left(\frac{y+2a}{2}\right)}{y}=\lim_{y\to 0}\frac{\sin\left(\frac{y}{2}\right)\cos\left(\frac{y+2a}{2}\right)}{\frac{y}{2}}=\lim_{y\to 0}\cos\left(\frac{y+2a}{2}\right)=\cos\frac{2a}{2}=\cos a$$

Ответ: $\cos a$

g)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(a+2x)-2\cos(a+x)+cosa}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cos\left(\frac{2a+2x}{2}\right)\cos x-2\cos(a+x)}{x^2}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\cos(a+x)\cos x-2\cos(a+x)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cos(a+x)\cdot(\ cosx-1)}{x^2}=$$
$$=\lim_{x\to 0}-\frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)2\cos(a+x)}{x^2}=\lim_{x\to 0}-\frac{\cos(a+x)\sin\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{2}}=$$
$$=\lim_{x\to 0}-\cos(a+x)=-\cos a$$

Ответ: $-\cos a$

$$U^{'} R > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$