Задание 2

Для малых n можем понять на пальцах. Если взять 1 прямую, плоскость поделится ровно на 2 части. Если взять 2 прямые, то возможно 3 случая:

- Прямые совпадают:

  возвращаемся к случаю 1 прямой

- Прямые параллельны (т.е никогда не пересекутся):

  плоскость, очевидно, разобьется на три части

- Прямые пересекаются:

  плоскость разобьется на 4 части (тоже достаточно очевидно)

Нас интересует случай **максимального разбиения**, поэтому прямые нужно пересекать. Если к двум пересекающимся прямым добавить третью, которая будет пересекать их в новой точке, то мы получим 3 новые области и суммарно 7 областей. Можем наблюдать закономерность:

$$P_1 = 2$$

$$P_2 = 4$$

$$P_3 = 7$$

Можно предположить (ибо похоже), что искомой нами формулой будет $P_n = S_n + 1 = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$

Докажем это методом мат.индукции (база уже доказана выше)

Пусть верно для n прямых, тогда для $n+1$ прямой:

Если наша новая прямая пересечет предыдущие в q разных точках, то добавится $q+1$ область. Чтобы максимизировать это q, нужно провести прямую через новые точки пересечения (т.е не проходить через предыдущие), в таком случае $q = n$. Тогда получаем:

$$P_n + (n+1) = 1 + \frac{n(n+1)}{2} + n + 1 = 1 + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = P_{n+1}$$

Ч.Т.Д

Ответ: $P_n = S_n + 1 = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$