

# Математические структуры, дз – 3

Бурмашев Григорий, БПМИ-208

3 ноября 2022 г.

## Номер 1

Является ли интуиционистской тавтологией следующая формула:

$$((\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg p)?$$

Пусть:

$$M, x \not\models ((\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg p)$$

Тогда  $\exists y : x \preceq y$ , что:

$$\begin{cases} y \models (\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p) \\ y \not\models (\neg p \vee \neg\neg p) \end{cases}$$

Разберемся со вторым, хотим:

$$\begin{cases} y \not\models \neg p \\ y \not\models \neg\neg p \end{cases} \sim \begin{cases} y \not\models p \rightarrow \perp \\ y \not\models \neg p \rightarrow \perp \end{cases}$$

Т.е  $\exists z, z' : y \preceq z, y \preceq z'$ , что:

$$z \models p$$

$$z' \models \neg p$$

Теперь разберемся с первым, из полученного выше получаем ( $\times$ ):

$$y \not\models (\neg\neg p \rightarrow p)$$

Но тогда мы не сможем получить:

$$\begin{cases} y \models (\neg\neg p \rightarrow p) \\ y \not\models (p \vee \neg p) \end{cases}$$

По итогу из ( $\times$ ) получаем:

$$y \models (\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)$$

А значит исходная формула **не** является интуиционистской тавтологией

**Ответ:** не является интуиционистской тавтологией