Бурмашев Григорий. 208. Дискра – 15

Пусть A – благоприятные исходы

Номер 1

$$\Omega = \{\overline{x_1x_2}; 0 \le x_1 \le 9, 0 \le x_2 \le 9\}$$
$$|\Omega| = 10 \cdot 10 = 100$$
$$A = \{0, 11, 22, 33, \ldots, 99\}$$
$$|A| = 10$$
$$P(A) = \frac{10}{100} = 0.1$$

Ответ: 0.1

Номер 2

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3), x_i \in [1, 6], i = 1, 2, 3\}$$
$$|\Omega| = 6^3 = 216$$
$$A = \{(x1, x2, x3),\ \text{где элементы нечетные}\}$$
$$|A| = 3^3 = 27$$
$$P(A) = \frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 0.125$$

Ответ: 0.125

Номер 3

$$\Omega = \{(x_1, \ldots x_{36}), x_i \in (0, 8)\}$$
$$|\Omega| = 7^{36}\}$$
$$A = \{(x_1, \ldots x_{36}), x_i \neq x_j \forall i = j - 1\}$$
$$|A| = 7 \cdot \overbrace{6 \cdot \ldots \cdot 6}^{35} = 7 \cdot 6^{35}$$
$$P(A) = \frac{7 \cdot 6^{35}}{7^{30}} = \frac{6^{35}}{7^{35}} \approx 0{,}004537$$

Ответ: $\approx$ 0,004537, 2 знака после запятой

Номер 4

$$\Omega = \{1000, 1001, \ldots, 9999\}$$
$$|\Omega| = 9000$$
$$A = \{\text{сумма цифр } 8\}$$

Для подсчета A разобьем наше четырехзначное число на две пары чисел (a+b и c+d), заметим, что $a \neq 0$

Посчитаем количество способов получения сумм от 0 до 8 для (a + b):

$$0 - \text{невозможно, т.к a} \neq 0$$
$$1 - 1 \text{ способ } (10)$$
$$2 - 2 \text{ способа } (20, 11)$$
$$\ldots$$
$$8 - 8 \text{ способов}$$

Посчитаем количество способов для c + d:

$$0 - 1 \text{ способ } (00)$$
$$1 - 2 \text{ способа } (01, 10)$$
$$\ldots$$
$$7 - 8 \text{ способов}$$

8 – нам не нужно, т.к в первой паре будет как минимум 1

Чтобы получить восемь, нужны пары:

$$8 + 0 \text{ (но такого быть не может)}, 7 + 1, 6 + 2, 5 + 3, 4 + 4$$

А значит по итогу будет 8 пар:

$$|A| = 8 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 1 \cdot 8 = 120$$
$$P(A) = \frac{120}{9000} = \frac{4}{300} = \frac{1}{75} < \frac{1}{100}$$

Ответ: $\frac{1}{75}$, меньше, чем $\frac{1}{100}$

Номер 5

У нас есть 20 первых чисел, 8 чисел в середине и 20 чисел в конце, всего у нас 48 чисел и $\Omega = \{\text{все перестановки из 48 чисел}\}$, $|\Omega| = 48!$. Посмотрим на 40 чисел, которые оказались в начале и в конце. Среди них есть ровно 1 максимум, этот максимум может находится либо среди первых 20, либо среди последних 20, а значит подходит нам $|A| = \frac{48!}{2}$. Тогда:

$$P(A) = \frac{\frac{48!}{2}}{48!} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Номер 6

$$\Omega = \{44\}$$
$$|\Omega| = 2^{16}$$
$$A = \{\text{верхняя строка из нулей}\}$$
$$B = \{\text{правый столбец из нулей}\}$$
$$C = \{\text{нижняя строка из нулей}\}$$
$$D = \{\text{левый столбец из нулей }\}$$
$$X = \{\text{хотя бы один из четырех вариантов A,B,C,D}\}$$
$$|X| = |A| + |B| + |C| + |D| - |AB| - |AC| - |AD| - |BC|$$
$$-|BD| - |CD| + |ABC| + |ABD| + |ACD| + |BCD| - |ABCD|$$

Один из четырех:

$$|A| = |B| = |C| = |D| = 2^{12}$$

Напротив друг друга:

$$|AC| = |BD| = 2^8$$

Соседние (строка + столбец):

$$|AB| = |AD| = |BC| = |CD| = 2^9$$

Три из четырех:

$$|ABC| = |ABD| = |ACD| = |BCD| = 2^6$$

Все четыре:

$$|ABCD| = 2^4$$

Итого:

$$P(X) = \frac{2^{12} \cdot 4 - 2^8 \cdot 2 - 2^9 \cdot 4 + 2^6 \cdot 4 - 2^4}{2^{16}} = \frac{2^{14} - 2^9 - 2^{11} + 2^8 - 2^4}{2^{16}} =$$

$$= \frac{14064}{65536} = \frac{879}{4096}$$

Ответ: $\frac{879}{4096}$