

Бурмашев Григорий. 208. Матан. Д/з - 4

## Задача № 10

Применяя критерий Коши, установите сходимость или расходимость рядов:

а)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2^n)}{n^2}$$

По критерию Коши:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon) \forall n, m > N(\varepsilon) :$$

$$|S_n - S_m| < \varepsilon$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \cos(2^n) &\in [-1; 1] \\ \left| \frac{\cos(2^{m+1})}{(m+1)^2} + \frac{\cos(2^{m+2})}{(m+2)^2} + \dots + \frac{\cos(2^n)}{n^2} \right| &\leq \frac{1}{(m+1)^2} + \frac{1}{(m+2)^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq \\ &\leq \frac{1}{m(m+1)} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \dots + \frac{1}{n(n-1)} = \\ &= \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m+2} + \frac{1}{m+2} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \\ &= \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \leq \frac{1}{m} \leq \varepsilon \end{aligned}$$

Значит:

$$m \geq \frac{1}{\varepsilon}$$

$$N(\varepsilon) = \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$$

→ ряд сходится

**Ответ:** ряд сходится

б)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\log_2 n)}{n}$$

$$\sin(\log_2 n) \in [-1; 1] \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\log_2 n)}{n} = 0$$

По критерию Коши:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon) \forall n, m > N(\varepsilon) :$$

$$|S_n - S_m| < \varepsilon$$

Тогда: NONE

## Задача № 11

Установите сходимость или расходимость рядов следующих рядов, а в случае расходимости вычислите суммы:

а)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$