

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Фізичний факультет  
Кафедра ядерної фізики

На правах рукопису

## **Залежність ширин гігантського дипольного резонансу від спіну та температури ядра**

Напрямок: 0701 – фізика  
Спеціальність: 6.070100 –  
Фізика ядра і елементарних частинок  
Спеціалізація:  
Експериментальна ядерна фізика

Кваліфікаційна випускна  
робота магістра  
Бурмістрова Леоніда  
Володимировича

Науковий керівник:  
Доктор фіз.-мат. наук, проф.  
Плюйко Володимир  
Андрійович

Робота заслухана на засіданні кафедри ядерної фізики  
та рекомендована до захисту в ДЕКУ,  
протокол №            від            червня 2007.

Завідувач кафедри ядерної фізики  
Професор, доктор фіз.-мат. наук

Каденко І. М.

## Зміст

1. Вступ. Гігантські резонанси та їхня інтерпретація.....	3
2. Ширини ГДР у системах, що утворилися при взаємодії важких йонів.....	10
3. Зміна форми атомних ядер, що швидко обертаються.....	11
3.1 Залежність повної енергії системи від деформації ядра.....	11
3.2 Параметризація залежності параметру деформації від кутового моменту ядра.....	13
4. Нова параметризація ширини ГДР у ядрах, що обертаються.....	16
5. Температурна залежність ширини ГДР в сферичних ядрах.....	18
6. Систематика ширини і енергії ГДР у холодних сферичних атомних ядрах.....	19
7. Уточнення значень ширини ГДР з врахуванням асиметрії дипольних радіаційних функцій.....	22
8. Параметризації ширини і енергії ГДР у холодних сферичних атомних ядрах.....	23
9. Результати обчислень ширини ГДР у швидкообертаючих атомних ядрах та їх порівняння з експериментальними даними.....	28
10. Висновки.....	3
4	
Література.....	35
Додаток1.....	36
Додаток2.....	43
Додаток3.....	49

# 1. Вступ

## Гігантські резонанси та їхня інтерпретація

Крім вібраційних станів з низькими енергіями, зумовлених коливаннями нуклонів поверхні ядра, існують також й інші типи колективних збуджень, які спричинені різними зміщеннями значних груп нейтронів відносно протонів. У таких коливаннях може брати участь велика кількість нуклонів, і тому їхні коефіцієнт жорсткості та енергія будуть значно більшими ніж при поверхневих вібраціях, у яких беруть участь лише нуклони, що розташовані біля поверхні ядра. Такі Високоенергетичні колективні стани зазвичай називають гігантськими резонансами, оскільки вони приводять до кривої резонансного виду для ймовірності процесу поглинання гамма-квантів ядрами. Максимум резонансної кривої фотопоглинання сферичним ядром відповідає енергії  $E_r$  гігантського резонансу, а її ширина обумовлена зв'язком гігантського резонансу з іншими станами ядра і є шириною  $\Gamma_r$  розпаду, що визначає ймовірність  $w_r = \Gamma_r / \hbar$  його розпаду.

Уперше явище гігантського резонансу було відкрито при дослідженні поглинання електричних дипольних гамма-квантів і тому відповідний збуджений стан ядра отримав назву гігантського дипольного резонансу (ГДР). Енергії гігантських дипольних резонансів лежать в інтервалі від 14 MeV для важких ядер, до  $\sim 20$  MeV для легких, а ширини – відповідно в межах від  $\sim 4$  до  $\sim 7$  MeV.

Електричний дипольний момент залежить від зміщень координат усіх протонів відносно нейтронів, тому гігантський дипольний резонанс можна

інтерпретувати як колективний стан, що пов'язаний з одночасними коливаннями всіх протонів відносно всіх нейтронів.

Першу колективну модель, яка якісно описала явище резонансного поглинання електричного дипольного випромінювання, запропонував А.Б. Мігдал (1944 р.). У цій моделі ядро розглядалося як сукупність взаємно проникливих стисливих протонної і нейтронної рідин. Зовнішнє електричне поле викликає коливання протонної рідини відносно нейтронної і зміну їх густин. Ядро, таким чином, веде себе як осцилятор, вимушені коливання якого збуджуються зовнішнім електричним полем. Резонанс в ймовірності поглинання гамма-квантів виникає тоді коли частота  $\omega$  зовнішнього електричного поля збігається з власною частотою  $\omega_r = E_r / \hbar$  осцилятора.

Мігдал уперше розглянув вимушені коливання нейтронів відносно протонів. Енергії власних коливань пізніше розглянули Гольдхабер і Теллер (1948 р.), проаналізувавши два можливих варіанти колективних рухів протонів відносно нейтронів, які можуть приводити до формування гігантського дипольного резонансу з енергіями, що зменшуються зі зростанням масового числа  $A$  (див. Рис.1.1).

1. Протони і нейтрони розглядаються як дві рідини. Вважається, що нуклони на поверхні ядра займають фіксоване положення. Коливання протонів і нейтронів відбуваються тільки всередині ядра і означають зміну густин протонної і нейтронної рідин. У цьому випадку сила пружності коливань на одиницю маси буде пропорційною градієнтам змін густин рідин нуклонів. Для такого зміщення всередині ядра максимальна зміна густини є обернено пропорційною радіусу ядра  $R_0$ , а тому градієнт і сила пружності будуть пропорційними  $1/R_0$ . Таким чином, частота, що при гармонічних коливаннях має змінюватися як квадратний корінь з сили пружності, буде пропорційною  $1/R_0$ , тобто буде обернено пропорційною кубічному кореню з маси ядра  $\omega_r = E_r / \hbar \sim A^{-1/3}$ . У подальшому ця гідродинамічна модель ядра була розвинута Штейнведелем і Йенсеном (1950 р.) і отримала назву моделі Штейнведеля-Йенсена.

2. У другій моделі, яка пізніше отримала назву моделі Гольдхабера -Теллера, вважається, що колективні відносні коливання протонів і нейтронів у ядрі можна розглядати як коливання двох нестисливих і взаємопроникливих сфер. Біля поверхні ядра протонна і нейтронна сфери зміщуються одна відносно другої на деяку відстань  $x < a$ , де  $a$  - радіус дії ядерних сил і тому сили пружності будуть силами, що обумовлені взаємодією зміщених частин протонної і нейтронної сфер з нуклонами внутрішньої частини ядра.

Резонансна частота  $\omega_r$  осцилятора, визначається за формулою

$$\omega_r = \sqrt{k/M}, \quad (1.1)$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності,  $M$  – маса осцилятора. При малих зміщеннях  $x$  кількість (оголених) нуклонів, що не перетинаються, а отже відповідно і коефіцієнти пружності є пропорційними поверхні ядра, тобто радіусу ядра у квадраті  $R_0^2$ . Маса ядра пропорційна  $R_0^3$ , тому маємо

$$E_r = \hbar \omega_r = \hbar \sqrt{\frac{k}{M}} = \text{const} \sqrt{\frac{R_0^2}{R_0^3}} = \text{const} R_0^{-\frac{1}{6}}. \quad (1.2)$$

Дотримуючись розгляду Гольдхабера і Теллера, знаходимо значення константи в цьому виразі з умови рівності при  $x = a$  потенціальної енергії  $U_G(x)$  зміщення нуклонів з положення рівноваги і мінімальної енергії  $U_D(x)$  необхідної для роз'єднання нуклонів, які зміщуються при коливаннях. Якщо зміщення протонної рідини відносно нейтронної незначне і менше радіуса дії ядерних сил ( $x < a$ ), то на кожний нуклон діє пружна сила повернення, що пропорційна  $x$ . Тому потенціальна енергія зміщення нуклонів з положення рівноваги визначається виразом

$$U_G(x) = \frac{kx^2}{2}. \quad (1.3)$$

При  $x \gg a$  кількість повністю роз'єднаних нуклонів дорівнює  $2\pi R_0^2 \rho_0 x/m$ , де  $m$  - маса нуклона;  $\rho_0$  – густина протонів і нейтронів (вважаємо, що їх густини однакові). Якщо  $U_0$  – глибина ядерного потенціалу притягання, то енергія, необхідна для роз'єднання нуклонів, буде дорівнювати

$$U_D(x) = \frac{2\pi R_0^2 \rho_0 x}{m} U_0. \quad (1.4)$$

З умови рівності виразів (1.3) і (1.4) при  $x = a$  ( $U_G(a) = U_D(a)$ ) знаходимо

$$k = \frac{4\pi R_0^2 \rho_0 U_0}{am}$$

Оскільки маса ядра  $M$  дорівнює  $\frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_0$  і  $R_0 = r_0 A^{\frac{1}{3}}$  то отримуємо

$$E_r \sim 45 A^{-\frac{1}{6}}, \quad (1.5)$$

де були використані такі значення констант:  $r_0 = 1.2$  фм,  $a = 2$  фм і  $U_0 = 40$  МеВ.

Відповідно до першої моделі колективного руху нуклонів у ядрах, енергія гігантського дипольного резонансу пропорційна  $A^{-\frac{1}{3}}$ , згідно з іншого – енергія

$E_r$  залежить від масового числа як  $A^{-\frac{1}{6}}$ . Оскільки у свій час експериментальних

даних було мало і з ними найкраще узгоджувалася залежність  $E_r \sim A^{-\frac{1}{6}}$  то

Гольдхабер і Теллер віддали перевагу другій моделі, у межах якої знайшли аналітичний вираз (1.5) для енергії гігантського резонансу. Подальші

експериментальні дослідження показали, що в середніх і важких ядрах

залежність енергії  $E_r$  від масового числа майже пропорційна  $A^{\frac{1}{3}}$ , тому необхідно

детально розглянути першу модель, що і було зроблено Штейнведелем і

Йенсеном для сферичних ядер. Схематично моди колективного руху, що

відповідають моделям Гольдхабера – Теллера та Штейнведеля – Йенсена,

зображені на рис.1.1.

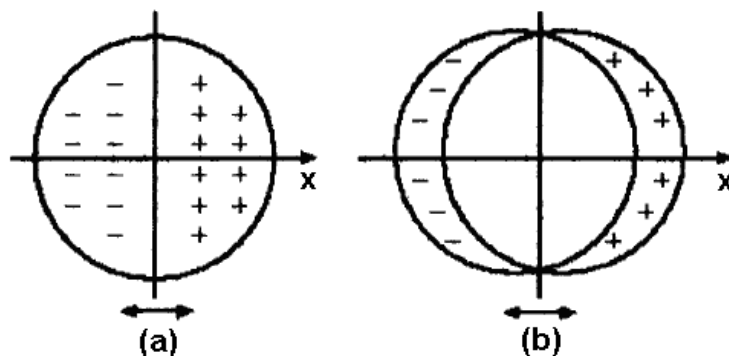


Рис.1.1 Схема зображення дипольних мод коливань в ядрах: а – модель Штейнведеля-Йенсена; б – модель Гольдхабера-Теллера

Згідно з гідродинамічною моделлю Штейнведеля – Йенсена, ядро складається з протонної та нейтронної рідин з густинами протонів  $\rho_p(\vec{r}, t)$  і нейтронів  $\rho_n(\vec{r}, t)$ , які змінюються у просторі та часі і гігантський дипольний резонанс обумовлений зміною густин нейтронів і протонів, тобто локальною зміною кількості протонів і нейтронів при сталій повній густині нуклонів.

Коливання нуклонів у моделі Штейнведеля-Йенсена можна інтерпретувати як ізовекторні об'ємні коливання ядерної матерії, які відповідають зміні спіно-ізоспінового компонента  $\rho_{ST}(\vec{r}, t)$  густини у станах з двома нуклонами із значеннями повного спіну  $S=0$  та ізоспіну  $T=1$ . Оскільки нуклон може перебувати у двох спінових і двох ізоспінових станах, то, загалом, у двокомпонентній системі нуклонів можна ввести чотири типи густин, а саме: густий протонів  $\rho_{p\uparrow}(\vec{r}, t)$ ,  $\rho_{p\downarrow}(\vec{r}, t)$  і нейтронів  $\rho_{n\uparrow}(\vec{r}, t)$ ,  $\rho_{n\downarrow}(\vec{r}, t)$  із спінами, напрямленими відповідно вздовж і проти осі квантування. Повні густини протонів і нейтронів будуть дорівнювати  $\rho_p(\vec{r}, t) = \rho_{p\uparrow}(\vec{r}, t) + \rho_{p\downarrow}(\vec{r}, t)$ ,  $\rho_n(\vec{r}, t) = \rho_{n\uparrow}(\vec{r}, t) + \rho_{n\downarrow}(\vec{r}, t)$  вони відповідають станам двох нуклонів з повним спіном  $S=0$ , а різниця повних густин протонів і нейтронів збігається з ізоспіною густиною  $\rho_{S=0, T=1}(\vec{r}, t)$  у нескінченній ядерній речовині:

$$\rho_p(\vec{r}, t) - \rho_n(\vec{r}, t) = \rho_{S=0, T=1}(\vec{r}, t).$$

Тому говорять, що об'ємні коливання нуклонів, які супроводжують збудження гігантського дипольного резонансу в моделі Штейнведеля-Йенсена, відповідають повному ізоспіну  $T=1$ . Такий гігантський резонанс називають ізовекторним, оскільки його збудження обумовлено відмінним від нуля значення ізоспіну двох нуклонів ядерної матерії, а ізоспін є вектором у ізоспіновому просторі.

Інтенсивні експериментальні і теоретичні дослідження показали, що в дійсності ізовекторний гігантський дипольний резонанс формується як об'ємними так і поверхневими збудженнями. Загалом, середні

експериментальні значення енергій ГДР у всіх ядрах (при не дуже високих енергіях теплових збуджень) описуються виразом

$$E_{GR} = 31.2A^{-1/3} + 20.6A^{-1/6}. \quad (1.6)$$

А ширина розпаду ГДР для сферичних холодних (з нульовою енергією теплових збуджень) ядер можна подати у такому вигляді

$$\Gamma_{GR} = 0.0198E_{GR}^{1.9}. \quad (1.7)$$

За допомогою гідродинамічної колективної моделі Шредінгера – Йенсена збудження гігантських дипольних резонансів було успішно розглянуто і у важких деформованих ядрах. Для ядер, які мають форму аксіально – симетричного еліпсоїда, ізоскалярні ГДР вперше теоретично вивчалися в роботах Даноса (1958 р.) і Окамото (1959 р.), а вираз для енергій ГДР у випадку неаксіальних еліпсоїдальних ядер були отримані Є. В. Інопіним (1960 р.). У сферичних ядрах існують три вироджені гігантські дипольні коливання, які відповідають стоячим хвилям уздовж трьох довільних напрямків зі зведеною

довжиною хвилі  $\lambda_i = \frac{1}{k_i} \sim R_0$ , пропорційною радіусу ядра. Тому за аналогією з

цим випадком можна очікувати, що у випадку деформованих ядер з поверхнею у формі неаксіального еліпсоїда будуть існувати три моди коливання, що відповідають стоячим хвилям уздовж трьох головних осей еліпсоїда зі зведеною

довжиною хвилі  $\lambda_i = \frac{1}{k_i} \sim R_i$ ,  $R_i$  величина  $i$ -тої головної півосі еліпсоїда, тобто

при збудженні ГДР мають існувати три колективні стани з частотами  $\omega_i = \frac{1}{R_i}$

$i = 1 \dots 3$ .

Детальні обчислення показали, що такі співвідношення дійсно виконуються. Зокрема в аксіально-симетричних деформованих ядрах, що мають форму еліпсоїда обертання, існують дві групи гігантських дипольних колективних збуджень ізовекторного типу: одна мода збуджень відповідає коливанню вздовж осі симетрії еліпсоїда, а інші -двом виродженим коливанням



у площині, перпендикулярній до вісі симетрії. Відповідно до результатів Даноса (Dnos, 1958 p.), енергії ізовекторних ГДР у таких ядрах можна подати у вигляді

$$E_b = E_r \frac{1}{b} - 1,51 \cdot 10^{-2} (a^2 - b^2), \quad (1.8)$$

$$E_a = \frac{E_b}{0,911 \frac{a}{b} + 0,089} \quad (1.9)$$

де величини  $a$  і  $b$  - відносні півосі еліпсоїда вздовж осі обертання і у перпендикулярному напрямку,

$$a = R(\theta = 0) / R_0 \quad b = R(\theta = \pi / 2) / R_0 \quad (1.10)$$

а  $R(\theta) = R_0 [1 + \beta P_2(\cos \theta)]$  - радіус ядра з формою еліпсоїда обертання  $\beta$  - параметр квадрупольної деформації  $P_2(\cos \theta)$  - поліном лежандра другого порядку. При малих деформаціях величина розщеплення енергії ГДР пропорційна параметру деформації.

$$E_a \approx E_r [1 - \alpha_2], E_b \approx E_r [1 + 0,5 \alpha_2], \quad (1.11)$$

$$E_a - E_b \approx 1,5 \alpha_2 E_r, \quad \alpha_2 = \beta. \quad (1.12)$$

Крім ізовекторних дипольних гігантських резонансів, які пов'язані з рухом у протифазі протонів і нейтронів, також можливі і інші типи гігантських коливань - монопольні, квадрупольні, октупольні тощо, мультипольність яких збігається з значенням мультипольності перехідної густини. У ядрах також існують ізоскалярні мультипольні резонанси, що відповідають коливання протонів і нейтронів у фазі.

Теоретичні і експериментальні дослідження показують, що енергії ГДР більш стійки відносно теплових збуджень ядер, ніж поверхневі вібраційні коливання низьких енергій. Найбільш стійкими виявляються ізовекторні дипольні коливання. Енергії таких коливань добре описуються виразом (1.6) у ядрах з енергіями теплових збуджень до 2 МеВ на один нуклон.

## 2. Ширини ГДР у системах, що утворилися при взаємодії важких йонів

Останнім часом стали проводитись експерименти з дослідження фотопоглинання нагрітих ядер, що утворюються при зіткненнях важких йонів, і які характеризуються великими енергіями збудження (температурами), кутовими моментами обертання та деформаціями. Далі розглянемо опис ширин гігантських дипольних резонансів (ГДР) в таких ядрах.

Раніше ширини ГДР розглядалися в роботах [1-2], [8]. Майже всі аналітичні вирази для ширин, що існують базуються на підгонці експериментальних даних. Зокрема, в роботі [1] запропоновано такий вираз для ширини ГДР у нагрітих ядрах з масовим числом  $A$ , температурою  $T$  (MeV) і спіном  $J$  в одиницях  $\hbar$ :

$$\Gamma(T, J, A) = \bar{\Gamma}_0(A, T) \left( 1 + \frac{J(J+1)}{A^{5/6}} + \frac{4}{T_0^3} \right), \quad (2.1)$$

де

$$\bar{\Gamma}_0(A, T) = \Gamma_0(A) + c(A) \ln \left( 1 + \frac{T}{T_0} \right) \quad (2.2)$$

$$c(A) = 6.45 - \frac{A}{100} \quad (2.3)$$

$$L(\xi) = 1.8 \left( \frac{\xi}{1.3} \right)^{0.2} + 1 \quad (2.4)$$

Тут  $\Gamma_0(A)$  - ширина ГДР у сферичному ядрі при нульовому спіні та нульовій температурі;  $L(\xi)$  - функція, що визначає залежність ширини від спіну; а  $T_0 = 1$  MeV.

В роботі [2] було отримано такий вираз ширини ГДР:

$$\Gamma_2(J, T, A) = \frac{E_0 \langle \bar{\beta}(J, T, A) \rangle - c}{a} + \Gamma_0, \quad (2.5)$$

де  $\bar{\beta}(J, T, A)$  – параметр квадрупольної деформації;  $a=0.8$ ,  $c=0.12$ ;

$$\langle \bar{\beta}(J, T, A) \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T}{C_0}} \omega_1(\xi)^{\frac{4}{(T+3)}} \quad (2.6)$$

$$\omega_1(\xi) = 1 + \frac{a_1}{1 + \exp\left(\frac{a_2 - \xi}{a_3}\right)} \quad a_i = (4.3, 1.64, 0.31) \quad \xi = \frac{J}{A^{5/6}} \quad (2.7)$$

$$C_0 = a_1 A^{\frac{2}{3}} + a_2 \frac{(N-Z)^2}{A} + a_3 \frac{Z^2}{A} + a_4 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad a_i = (3.09, -0.74, 0.12, -0.066) \quad (2.8)$$

де  $Z$  – заряд ядра,  $N$  – кількість нейтронів.

В даній роботі запропонована нова параметризація для ширини ГДР, що враховує збільшення деформації атомного ядра, що виникає при дії відцентрових сил на нуклони ядра. Перевага такого фізично обґрунтованого підходу полягає в тому, що його можна поширити на велику кількість ядер, оскільки експериментальних даних з фотопоглинання нагрітими ядрами, що обертаються, на даний момент небагато.

### 3. Зміна форми атомних ядер, що швидко обертаються

#### 3.1 Залежність повної енергії системи від деформації ядра.

При обертанні ядра виникають відцентрові сили. Тому ядро, що в основному стані було сферичним, деформується. Далі у роботі розглядатимемо деформовані ядра у рамках краплинкової моделі. В першому наближенні ядро розглядається як еліпсоїд обертання (див рис.3.1). Повна енергія ядра  $E_{tot}$

складається з поверхневої енергії  $E_{surf}$ , кулонівської енергії  $E_{coul}$  і енергії обертання  $E_{rot}$  [3-5]:

$$E_{tot} = E_{surf} + E_{coul} + E_{rot} . \quad (3.1)$$

Формули для енергій  $E_{surf}$ ,  $E_{coul}$ ,  $E_{rot}$  мають найпростіший вигляд як функції ексцентриситету  $\varepsilon$ .

### Витягнутий еліпсоїд

Для витягнутого еліпсоїда ( $a > b$ ) ексцентриситет визначається за формулою:

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2} = 1 - \frac{\frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}}}{\frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} + \beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}}}, \quad 0 \leq \varepsilon < 1, \quad (3.2)$$

де  $\beta$  – параметр деформації.

Поверхнева енергія має вигляд:

$$E_{surf} = \frac{E_{surf}^0}{2\varepsilon} \left( 1 - \varepsilon^2 \right)^{\frac{-1}{6}} \left( 1 - \varepsilon^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\arcsin(\varepsilon)}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

де

$$E_{surf}^0 = 4\pi\sigma R_0^2 = 17.8 A^{\frac{2}{3}} (MeV) . \quad (3.4)$$

– поверхнева енергія сфери. Тут було враховано,  $R_0 = r_0 A^{\frac{1}{3}}$  з  $r_0 = 1.216$  фм, та використано значення  $\sigma = 0.953 (MeV \text{ fm}^{-2})$  з роботи [6].

Кулонівська енергія рівна:

$$E_{coul} = \frac{E_{coul}^0}{2\varepsilon} \left( 1 - \varepsilon^2 \right)^{\frac{1}{6}} \left( 1 - \varepsilon^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

де

$$E_{coul}^0 = \frac{3e^2 Z^2}{5r_0 A^{\frac{1}{3}}} = 0.17 Z^2 A^{\frac{-1}{3}} (MeV) . \quad (3.6)$$

– кулонівська енергія для сфери.

Енергія обертання рівна:

$$E_{rot} = 2E_{rot}^0 J(J+1)(1+\varepsilon)^2 \left(\frac{2}{3} - \varepsilon\right)^{-1}, \quad (3.7)$$

де

$$E_{rot}^0 = \frac{5\hbar^2}{2MR_0^2} = 34.5 A^{-\frac{5}{3}}. \quad (3.8)$$

– енергія обертання сфери, зі спіном ядра  $J=1$ ,  $M$  – маса ядра.

### Сплюснутий еліпсоїд

Для сплюснутого еліпсоїда ( $a > b$ ) ексцентриситет визначається як:

$$\varepsilon^2 = \frac{a^2}{b^2} - 1 = \frac{\frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}}}{1 + \beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}}} - 1, \quad 0 \leq \varepsilon < 1. \quad (3.9)$$

Поверхнева енергія має вигляд:

$$E_{surf} = \frac{E_{surf}^0}{2} (1 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{3}} + \frac{\ln \left( \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon}{\varepsilon (1 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (3.10)$$

Кулонівська енергія рівна:

$$E_{coul} = \frac{E_{coul}^0}{\varepsilon} (1 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{3}} \arctan(\varepsilon). \quad (3.11)$$

Енергія обертання рівна:

$$E_{rot} = E_{rot}^0 J(J+1)(1+\varepsilon)^2 \left(\frac{2}{3} - \varepsilon\right)^{-1}. \quad (3.12)$$

## **3.2 Параметризація залежності параметру деформації від кутового моменту ядра.**

Не збуджене ядро має знаходитись у стані з найменшою енергією. Тому, знаходячи мінімуму повної енергії з рівняння

$$\frac{d}{d\varepsilon} E_{tot}(\varepsilon, J) = 0, \quad (3.13)$$

отримаємо залежність параметру деформації від спіну ядра  $J$ . Далі розв'язуючи рівняння (17) відносно  $\beta$ , отримаємо зв'язок  $\beta$  з  $\varepsilon$ . Для витягнутого еліпсоїда ( $\beta > 0$ ) маємо:

$$\beta = \frac{(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2})}{\sqrt{\frac{5}{4\pi} \sqrt{1 - \varepsilon^2} + \frac{1}{2}}} \quad (3.14)$$

Аналогічно для сплюсненого еліпсоїда ( $\beta < 0$ ) знаходимо:

$$\beta = \frac{(1 - \sqrt{1 + \varepsilon^2})}{\sqrt{\frac{5}{4\pi} \sqrt{1 + \varepsilon^2} + \frac{1}{2}}} \quad (3.15)$$

Існує багато параметризацій для  $\beta$ , зокрема, в роботі [7] була запропонована така:

$$\beta(J) = E_s(J) \frac{(a_1 + a_2 E_s(J))}{(1 + a_3 E_s(J))^2}, \quad (3.16)$$

$$E_s(J) = 34.5 A^{\frac{-5}{3}} J(J+1) \text{ (MeV)}, \quad (3.17)$$

$E_s(J)$  – енергія обертання еквівалентного сферичного ядра зі спіном  $J$

$$a_i = b_i + c_i (A + d_i)^2 \quad (3.18)$$

Табл.1 Значення параметрів підгонки для сплюсненого ядра.

$b_i$	$c_i$	$d_i$
$-7.46 \cdot 10^{-3}$	$-1.94 \cdot 10^{-7}$	$-107.07$
$-4.2 \cdot 10^{-5}$	$-4.25 \cdot 10^{-9}$	$-93.904$
$5.7 \cdot 10^{-3}$	$2.44 \cdot 10^{-7}$	$-73.505$

Табл.2 Значення параметрів підгонки для витягнутого ядра.

$b_i$	$c_i$	$d_i$
$-6.36 \cdot 10^{-3}$	$-6.33 \cdot 10^{-7}$	$-48.34$
$1.017 \cdot 10^{-3}$	$1.416 \cdot 10^{-7}$	$-95.9$
$0.02$	$8.59 \cdot 10^{-7}$	$-74.12$

В роботі [7] розраховано залежність повної енергії  $E_{tot} = E_{tot}(\beta(J, A), J, A)$  від спіну для сплюсненого та витягнутого ядер. Виявилось, що при малих  $J$  ядру енергетично вигідно мати форму витягнутого еліпсоїда обертання, а з ростом

спіну ядро різко змінює форму. При деякому критичному значенні спіну  $J_{cr}$  знак параметру деформації змінюється. Це означає, що ядро переходить від витягнутої форми до сплюснутої. Залежність  $J_{cr}$  від  $A$  може бути параметризована формулою:

$$J_{cr} = J_{cr}(A, Z) = q_1 + q_2 Z^2, \quad (3.19)$$

де  $Z$ - заряд ядра параметри  $q_i$  мають вигляд:

$$q_i = q_{i,1} + q_{i,2} A + q_{i,3} A^2, \quad (3.20)$$

**Табл.3.** Значення параметрів підгонки для знаходження критичного значення спіну  $J_{cr}$

$q_{1,1}$	$q_{1,2}$	$q_{1,3}$
55,06	-0,063	$5,12 \cdot 10^{-3}$
$q_{2,1}$	$q_{2,2}$	$q_{2,3}$
-0,013	$2,842 \cdot 10^{-6}$	$-2,57 \cdot 10^{-7}$

Ефект пов'язаний з переорієнтуванням ядра при перебільшенні деякого критичного значення спіну, в експерименті спостерігається рідко, оскільки критичне значення спіну перевищує максимальне значення спіну що досягалось.

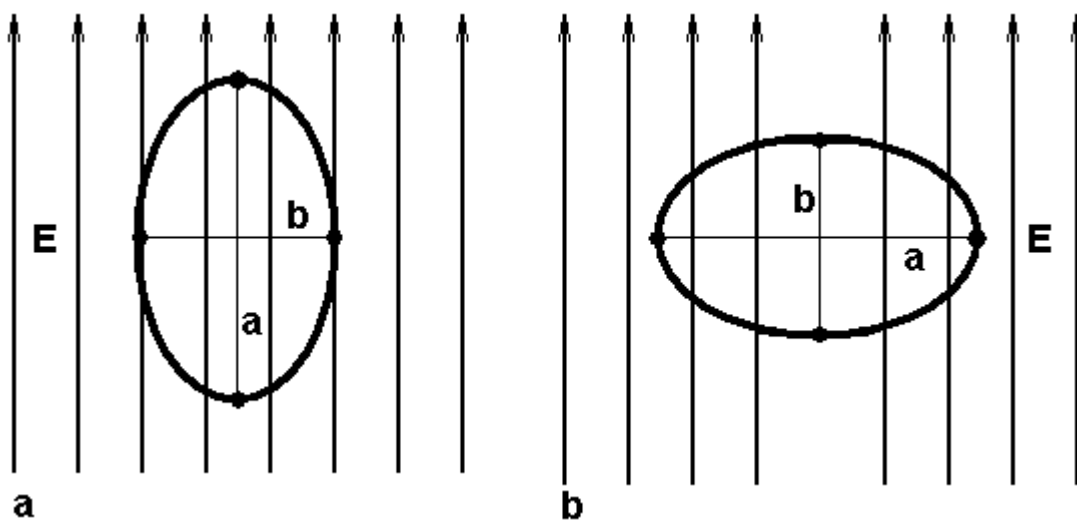


Рис.3.1 Вплив орієнтації деформованого ядра на характер збуджених коливань а – витягнутий, б – сплюснутий.

Залежність параметру від кутового моменту при малих швидкостях обертання розглядалася в роботі [5], де було отримане наступне наближене співвідношення для параметра деформації сплюснутого еліпсоїда:

$$\beta(J) = \sqrt{\frac{5}{4}} \frac{y}{1-x}, \quad (3.21)$$

де

$$y = \frac{5\hbar^2}{16\pi m r_0^4 \sigma} A^{\frac{7}{5}} J(J+1) \quad (3.22)$$

– відношення обертальної енергії до поверхневої енергії, розрахованої для еквівалентної твердотільної сфери.

$$x = \frac{3e^2}{40\pi r_0^3 \sigma} \frac{Z^2}{A} \approx 0.021 \frac{Z^2}{A}, \quad (3.23)$$

– параметр подільності атомного ядра.

Далі будемо використовувати дві параметризації параметру деформації, для витягнутого ядра а саме за формулами (3.14).

#### 4. Нова параметризація ширини ГДР у ядрах, що обертаються

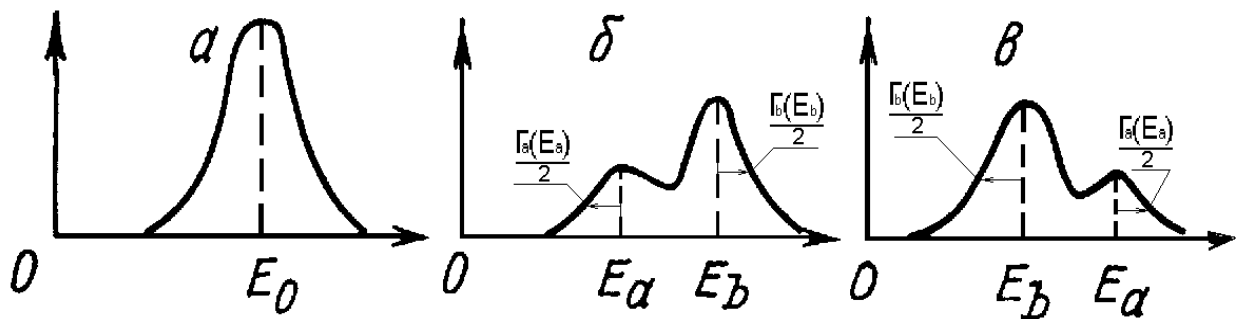


Рис.4.1 Схема зображення зв'язку між видом перерізу фото поглинання і формою ядра: а – сферичне ядро, б – витягнуте ядро, в – сплюснуте ядро

З рис.4.1 видно, що повну ширину ГДР в ядрах, у випадку малих швидкостей обертання можна подати у вигляді:

$$\Gamma_{tot}(T, J, A) = \frac{\Gamma_a(E_a, T, A)}{2} + \frac{\Gamma_b(E_b, T, A)}{2} + |E_b - E_a|, \quad (4.1)$$

де  $\Gamma_i(E_i, T, A)$  – ширини ГДР при відповідних значеннях енергії сферичного ядра.

Можна вважати  $\frac{\Gamma_a(E_a, T, A)}{2} \approx \frac{\Gamma_b(E_b, T, A)}{2}$ , тому:

$$\Gamma_{tot}(T, J, A) = \Gamma_a(E_a, T, A) + |E_b - E_a| \quad (4.2)$$



Спінова залежність присутня лише в другому доданку  $|E_a - E_b|$  через його залежність від деформації, що обумовлена обертанням. У відповідності з моделлю Данова (див. ф. (1.9)) деформації зв'язок між величинами  $E_a$  та  $E_b$  має вигляд:

$$\frac{E_b}{E_a} = 0.911 \frac{a}{b} + 0.089, \quad (4.3)$$

де  $E_b, E_a$  – енергії, що відповідають максимумам перерізів фотопоглинання;  $a, b$  – велика і мала піввісь еліпсоїда обертання відповідно. Відношення півосей визначається параметром квадрупольної деформації  $\beta$ , який в нашому випадку залежить від кутового моменту  $J$ , маємо:

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{3}{2} \frac{\beta^2}{5} \frac{1}{\beta} \varphi(J). \quad (4.4)$$

Після підстановки усіх виразів у (4.1) знаходимо формулу для ширини:

$$\Gamma_{tot}(T, J, A) = \Gamma_a(E_a, T, A) + E_a \left| 1.089 - 0.911 \frac{a}{b} + \frac{3}{2} \frac{\beta^2}{5} \frac{1}{\beta} \varphi(J) \right| \quad (4.5)$$

Для визначення  $\Gamma_a(E_a, T, A)$ , існує багато різних параметризацій, в даній роботі використовуємо параметризацію за виразом (5.1).

## 5. Температурна залежність ширини ГДР в сферичних ядрах

Переріз фотопоглинання ГДР аксіально деформованим ядром характеризується двома максимумами ( $E_a, E_b$ ) (рис.5.1), пов'язаними з двома різними частотами коливань, що виникають вздовж більшої і меншої осей еліпсоїда відповідно. Так як обертання ядер призводить до їхньої деформації, розщеплення енергії ГДР у обертаючих ядрах призводить до динамічного розширення ефективної ширини перерізу фотопоглинання ГДР. Ширину кожного максимуму можна розглядати як відповідну ширину ГДР сферичного ядра з даною енергією та температурою. Для сферичних нагрітих ядер існують параметризації ГДР у широкому діапазоні мас.

В роботі [8] було запропоновано такий вираз ширини ГДР для сферичного ядра  $\Gamma_{sfer}(T, A)$  в залежності від температури:

$$\Gamma_{sph}(T, A) = 2 \frac{E/\eta(T)}{1 + q \left( E/\eta(T) \right)^2}, \quad (5.1)$$

де

$$\eta(T) = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{E^2}{4} + T \right], \quad (5.2)$$

$$q = \frac{1}{2(1 + F_0)(1 + F_1/3)}. \quad (5.3)$$

Тут  $F_0=0.1$ ,  $F_1=0$  параметри Ландау, що описують взаємодію між нуклонами;  $\tau$  - час релаксації; константу  $\alpha$  знаходимо з умови  $\Gamma_0 = \Gamma_{sfer}(T=0, A)$  ( $\Gamma_0$  – експериментальне значення ширини ГДР при нульовій температурі та нульовому спіні). Також для знаходження  $\Gamma_0$  можна використовувати існуючу систематику ширини ГДР для ядер на лінії  $\beta$  стабільності [9] ( ф. (1.6), (1.7)).

## 6. Систематика ширини і енергії ГДР у холодних сферичних атомних ядрах

Зазвичай ширини і енергії ГДР знаходяться з підгонки експериментальних значень перерізів фотопоглинання, або відповідних радіаційних силових функції відповідними теоретичними формулами.

Існує багато моделей, що описують радіаційні силові функції  $f_{SLO}^I(e_\gamma)$ . Зазвичай, використовується модель стандартного Лоренціана (SLO):

$$f_{SLO}^I(e_\gamma) = 8.674 \cdot 10^{-8} \sigma_{GR} \frac{(e_\gamma \Gamma_{GR})^2}{(e_\gamma^2 - E_{GR}^2)^2 + (\Gamma_{GR} e_\gamma)^2} (MeV^{-3}), \quad (6.1)$$

тут  $E_{GR}$ ,  $\sigma_{GR}$ ,  $\Gamma_{GR}$  - резонансні значення енергії, перерізу та ширини резонансу фотопоглинання відповідно,  $e_\gamma$  - енергія  $\gamma$ -кванта.

Переріз фотопоглинання  $\sigma_{E1}$  пропорційний до радіаційно-силової функції (6.2)

$$f_{E1}^I(e_\gamma) = \frac{\sigma_{E1}(e_\gamma)}{3e_\gamma (\pi \hbar c)^2}. \quad (6.2)$$

Використавши (6.1) та (6.2) отримаємо:

$$\sigma(e_\gamma) = \sigma_{GR} \frac{(e_\gamma \Gamma_{GR})^2}{(e_\gamma^2 - E_{GR}^2)^2 + (\Gamma_{GR} e_\gamma)^2} [mb]. \quad (6.3)$$

В роботі [10] з підгонки експериментальних даних для перерізів фотопоглинання  $\gamma$ -кванта стандартним Лоренціаном були отримані значення параметрів ширин, енергій ГДР та перерізів максимальних значень у 27 деформованих ядер і 44 сферичних. На основі отриманих параметрів також було отримано систематики для енергії та ширин ГДР (1.6), (1.7).

Експериментальні та теоретичні дослідження показали, що переріз фотопоглинання ядром в області енергій менших від енергії ГДР краще описується модернізованим Лоренціаном (MLO) [11]. Зокрема, модель MLO враховує асиметрію функції відгуку відносно енергії ГДР та має вигляд:

$$f_{MLO}^r(e_\gamma) = 8.674 \cdot 10^{-8} \Gamma_{GR} \Gamma_{GR} \frac{e_\gamma \Gamma(e_\gamma)}{(e_\gamma^2 - E_{GR}^2)^2 + (\Gamma(e_\gamma) e_\gamma)^2} MeV^{-3}, \quad (6.4)$$

$\Gamma(e_\gamma)$  - ширина форми кривої. Використовуючи (6.4) та (6.2) у випадку взаємодії  $\gamma$ -кванта з не збудженим ядром маємо

$$\sigma_{E1}(e_\gamma) = 3e_\gamma (\pi \hbar c)^2 f_{MLO}^r(e_\gamma) = \sigma_{GR} \Gamma_{GR} \frac{e_\gamma^2 \Gamma(e_\gamma)}{(e_\gamma^2 - E_{GR}^2)^2 + (\Gamma(e_\gamma) e_\gamma)^2}. \quad (6.5)$$

Залежність ширини форми кривої від енергії  $\gamma$ -кванта та температури ядра можна брати в різному вигляді. Були розроблені різні можливі підходи MLO1, MLO2, MLO3 [11]. В даній роботі буде розглянуто лише MLO1 підхід. В цьому випадку задається ширина кривої така:

$$\Gamma(e_\gamma) = \bar{\Gamma}(e_\gamma), \quad (6.6)$$

де

$$\bar{\Gamma}(e_\gamma) = \gamma_c \frac{E_{GR}^2 + E_0^2}{(E_{GR}^2 - E_0^2)^2 + (\gamma_c e_\gamma)^2}, \quad (6.7)$$

$$\gamma_c = \frac{\Gamma_{GR}}{\bar{\Gamma}(E_{GR})}, \quad \gamma_c = 2\hbar/\tau_c(e_\gamma), \quad \hbar/\tau_c(e_\gamma) = e_\gamma/\alpha_e, \quad (6.8)$$

$$1/\alpha_e = \frac{1}{\alpha} \frac{E_r}{4\pi^2}, \quad \alpha = \frac{9\hbar^2/m_{aver}}{\sigma(np)}, \quad \sigma(np) = 5 fm, \quad E_0 = 41/A^{1/3} [MeV] \quad (6.9)$$

Користуючись методом найменших квадратів, тобто мінімізуючи значення  $\chi^2$ ,

$$\chi^2 = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^N \frac{(\sigma_{theor}^i(e_{\gamma,i}) - \sigma_{exp}^i(e_{\gamma,i}))^2}{\sigma_{exp}^i(e_{\gamma,i})^2}, \quad D = N - N_{par} \quad (6.10)$$

знаходимо параметри  $E_{GR}$ ,  $\sigma_{GR}$ ,  $\Gamma_{GR}$ . Зважаючи на те, що за енергій  $e_\gamma \ll E_{GR}$  в

(6.7)  $(E_{GR}^2 - E_0^2)^2 \gg (\gamma_c e_\gamma)^2$ , а також  $E_{GR}^2 + E_0^2 \approx (E_{GR}^2 - E_0^2)^2$ , після математичних

перетворень  $\Gamma(e_\gamma)$  можна представити у вигляді

$$\Gamma(e_\gamma) = \frac{\Gamma_{GR}}{E_{GR}} e_\gamma. \quad (6.11)$$

Таку параметризацію називатимемо SMLO1. Введемо параметр підгонки  $aI$  таким чином:

$$\Gamma(e_\gamma) = a1 \epsilon_\gamma \quad (6.12)$$

З умови рівності ширини ГДР ширині форми кривої при енергії ГДР (6.13)

$$\Gamma_{GR} = \Gamma(E_{GR}) \quad (6.13)$$

маємо для  $\Gamma_{GR}$ :

$$\Gamma_{GR} = a1 \epsilon_{GR} \quad (6.14)$$

Таку параметризацію називатимемо (SMLO2). Також розглядався випадок квадратичної залежності ширини форми кривої від енергії  $\gamma$ -кванта (6.15).

$$\Gamma(e_\gamma) = a1 \epsilon_\gamma^2 \quad (6.15)$$

З умови (6.13) маємо  $\Gamma_{GR}$ :

$$\Gamma_{GR} = a1 \epsilon_{GR}^2 \quad (6.16)$$

Усі розглянуті вирази для форми кривої та ширини ГДР представлені в таблиці 6.1

Табл. 7.1 Вирази для ширин форми кривої і ширини ГДР, та зв'язані з ними назви.

Назва моделі	SMLO1	SMLO2	SMLO3
Ширина форми кривої $\Gamma(e_\gamma)$	$\frac{\Gamma_{GR}}{E_{GR}} e_\gamma$	$a1 \epsilon_\gamma$	$b1 \epsilon_\gamma^2$
Ширина ГДР $\Gamma_{GR}$	$\Gamma_{GR}$	$a1 \epsilon_{GR}$	$b1 \epsilon_{GR}^2$
Кі-сть параметрів підгонки	3	3	3

В результаті було отримані параметри радіаційно-силової функції, за такими виразами: (SLO), (MLO), (SMLO1), (SMLO2), (SMLO3) та готові до використання таблиці параметрів (див. Додаток). Загалом встановлено, що найкраще описувати експериментальні данні за допомогою моделі SMLO1.

## 7. Уточнення значень ширини ГДР з врахуванням асиметрії дипольних силових функцій

За визначенням ширина форми кривої це ширина на половині висоти. Оскільки модернізований Лоренціан не є симетричною функцією відносно  $E_{GR}$ , тобто ширина не збігається з шириною кривої моделі SLO. Для знаходження ширини форми кривої типу MLO були виконані такі обчислення. Крива  $f(x)$  з амплітудою  $A = f(e_\gamma = E_{GR})$  див. рис.7.1 була розрізана на половині амплітуди ( $A/2$ ), і далі знаходилися точки  $x_1$  та  $x_2$ , як корені рівняння.

$$f(x) - A/2 = 0 \quad (7.1)$$

Тоді як з рисунка 7.1 видно, що ширина форми кривої є  $\Gamma = x_2 - x_1$ . Застосувавши метод ділення відрізка навпіл для лівого та правого розв'язку рівняння (7.1) отримаємо значення ширини ГДР у випадку радіаційно-силових функцій асиметричного типу.

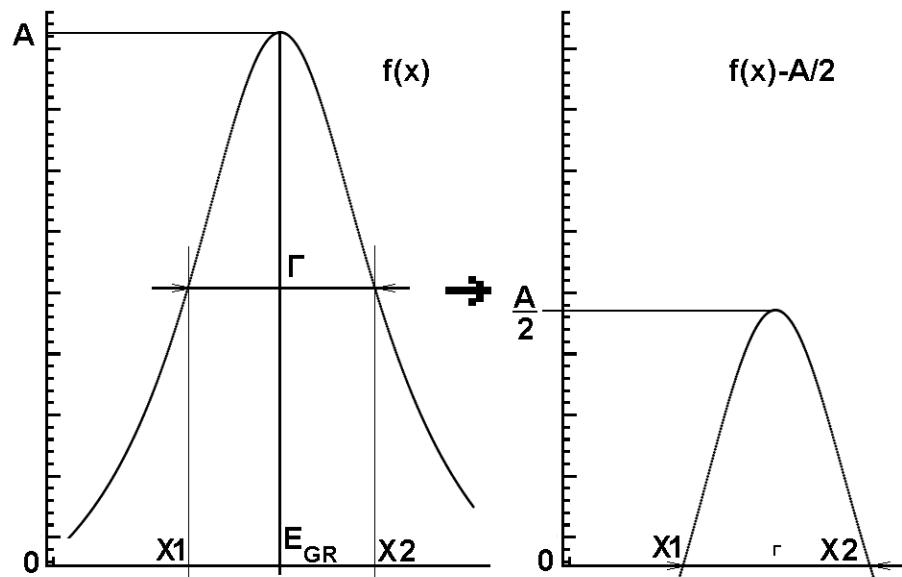


Рис. 7.1 Переріз фото-поглинання сферичним ядром;  $f(x)$ - Форма кривої модернізованого Лоренціану,  $\Gamma$ -ширина на половині висоти,  $E_{GR}$ -енергія ГДР,  $A$ -амплітуда, а  $x_1$  та  $x_2$  корені рівняння  $f(x) - A/2 = 0$ .

Значення ширини форми кривої  $\Gamma_{FK}$  наведено в Додатку 2.

## 8. Параметризації для ширин і енергії ГДР у холодних сферичних ядрах

Використовуючи результати, які були отримані вище, були побудовані систематики значень енергії та ширини ГДР. Існують багато різних видів функцій якими можна апроксимувати експериментальні дані, зокрема такий:

$$E_{GR} = a A^{-1/3} + b A^{-1/6} \quad (8.1)$$

Що враховує об'ємний  $A^{-1/3}$  та поверхневий  $A^{-1/6}$  вклади в енергію ГДР.

Оскільки протонна та нейтронна підсистеми ядра по різному можуть реагувати на зовнішнє електромагнітне поле, то в вираз для  $E_{GR}$  має бути введено множник який враховує протон-нейтронну асиметрію ядра. Зокрема [10] було отримано такий вираз для опису енергії ГДР в холодному сферичному ядрі з  $Z$  протонами та  $N$  нейтронами.

$$E_{GR} = a \sqrt{\frac{4ZN}{A^2}} A^{-1/3} (MeV). \quad (8.2)$$

Цей вираз можна переписати в явному вигляді через протон-нейтронну асиметрію  $I$

$$I = \frac{N - Z}{A}, \quad (8.3)$$

маємо:

$$E_{GR} = a \sqrt{1 - I^2} A^{-1/3}. \quad (8.4)$$

Далі врахуємо внесок поверхневої компоненти у енергії ГДР двома такими способами:

$$E_{GR} = a \sqrt{1 - I^2} A^{-1/3} + b A^{-1/6} \quad (8.5)$$

$$E_{GR} = a \sqrt{1 - I^2} A^{-1/3} + b \sqrt{1 - I^2} A^{-1/6} \quad (8.6)$$

На відміну від (8.5) в другому компоненті виразу (8.6) враховується протон-нейтрона асиметрія. Вираз (8.6) за критерієм мінімуму  $\chi^2$  найкраще описує експериментальні дані (див. рис. 8.2-8.4). Експериментальні дані із залежності енергії ГДР від маси ядра показані на рисунку 8.1. На рисунку також зображено систематика з набором параметрів  $\{a=39.80; b=16.82\}$ . Вони отримані в даній роботі з підгонки експериментальних даних методом найменших квадратів. Вхідними даними для знаходження параметрів систематики за методом найменших квадратів були параметри ГДР, які отримані в результаті підгонки перерізу фото-проглинання сферичними ядрами модернізованим Лоренціаном. Набір параметрів  $\{a=31.20; b=20.60\}$  був отриманий в роботі [10] з використанням SLO. На рисунку 8.2 та 8.3 зображено залежність енергії ГДР та систематики отримані за виразами 8.4 та 8.5, відповідно. На рис. 8.1-8.4 також зображено залежність протон-нейтронної асиметрії атомного ядра в залежності від масового числа. На рис. 8.1-8.4 Шкала зміни протон-нейтронної асиметрії відповідає шкалі відтінків кривих.

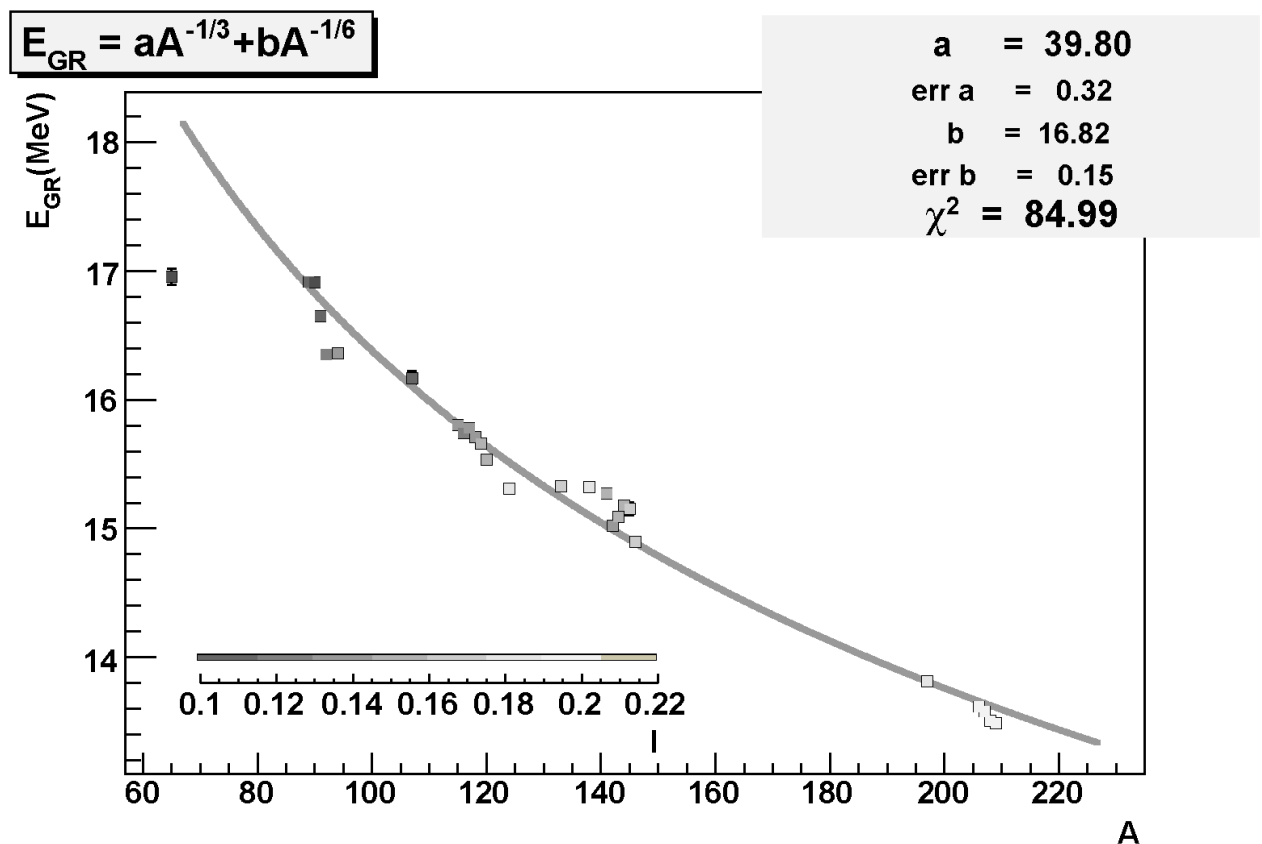


Рис. 8.1 Залежність енергії ГДР від маси ядра з урахуванням об'ємних та поверхневих коливань.



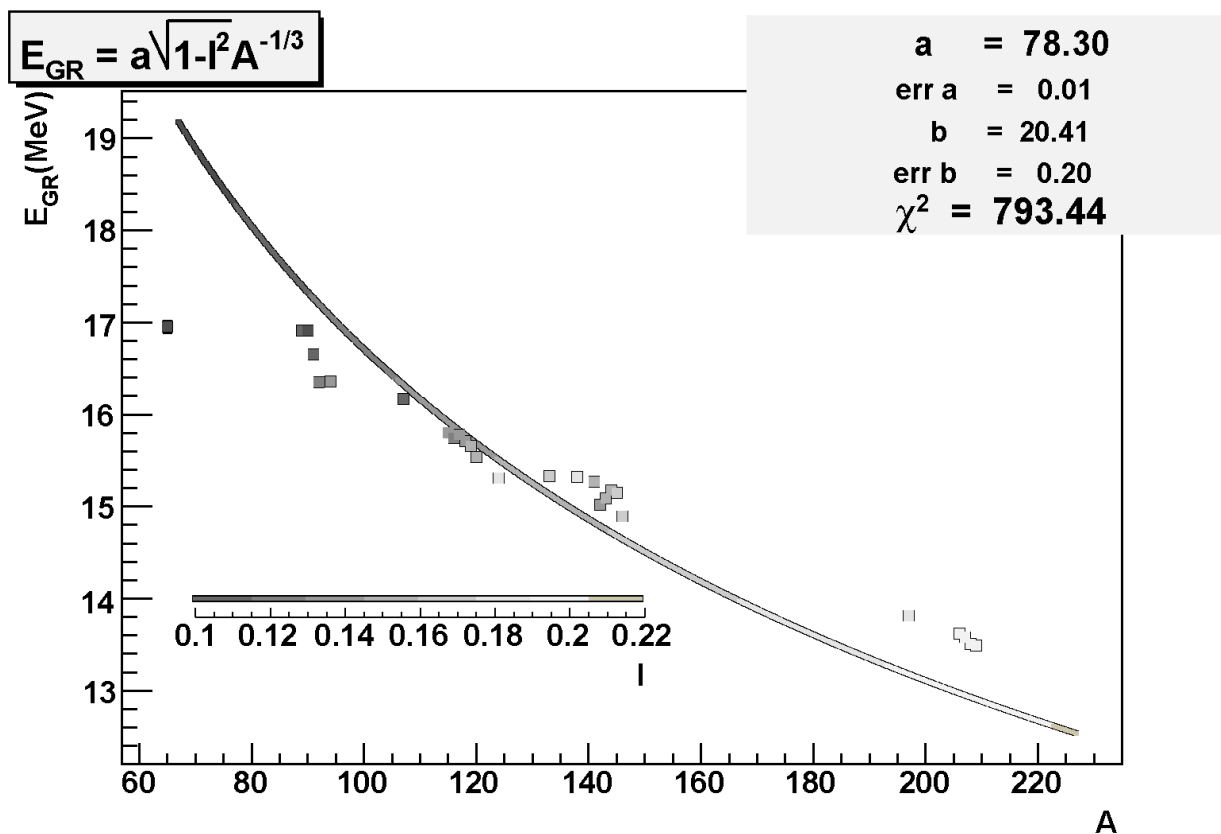


Рис. 8.2 Залежність енергії ГДР від маси ядра з урахуванням лише об'ємних коливань та протон-нейтронної асиметрії.

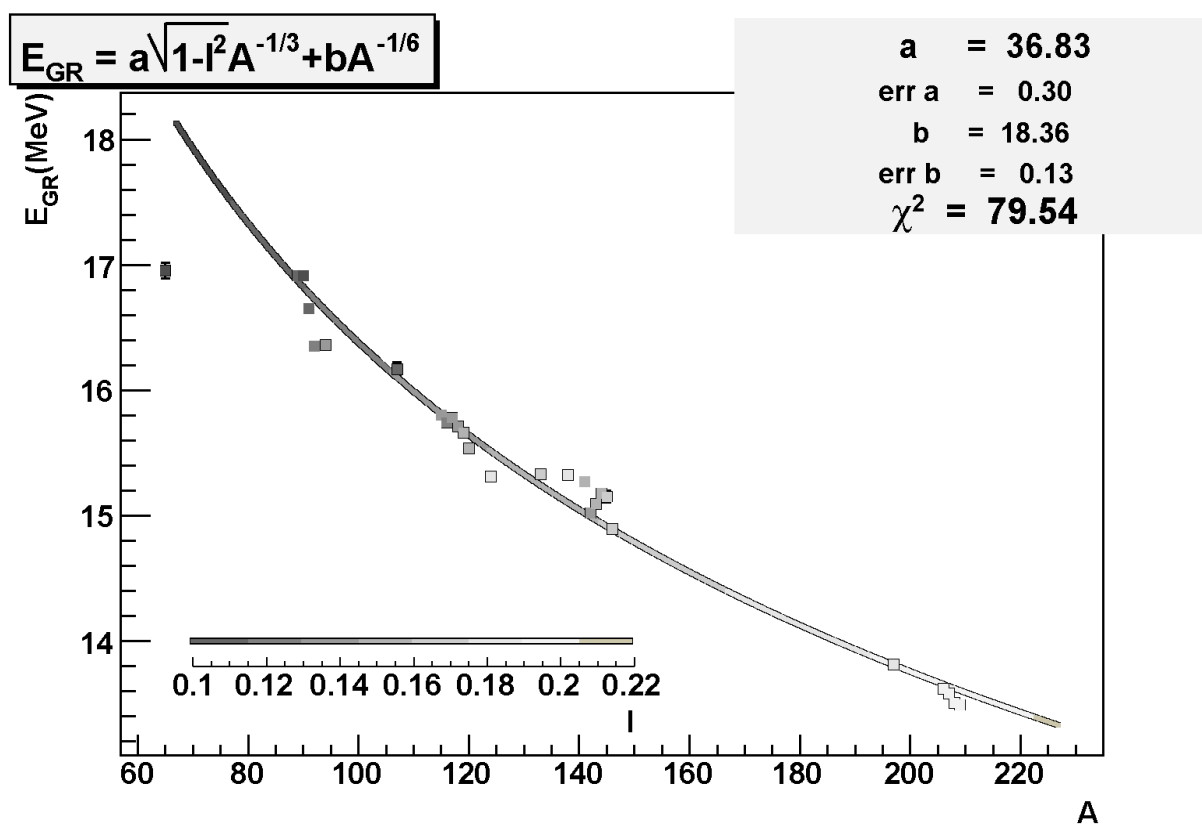


Рис. 8.3 Залежність енергії ГДР від маси ядра з урахуванням об'ємних та поверхневих коливань. Протон-нейтронна асиметрія врахована лише в об'ємному внеску у енергію ГДР.

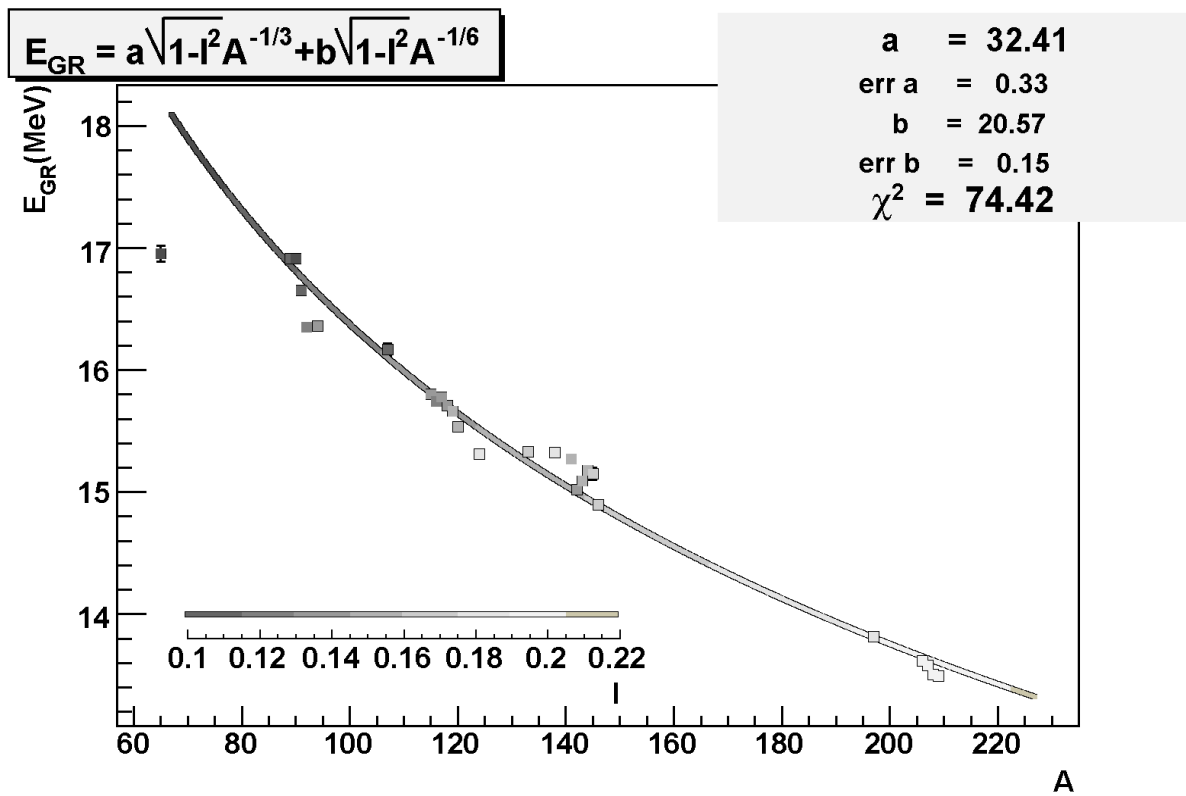


Рис. 8.4 Залежність енергії ГДР від маси ядра з урахуванням об'ємних і поверхневих коливань та протон-нейтронну асиметрію.

На рисунку 8.5 та 8.6 зображена залежність ширини ГДР в холодних сферичних ядрах від масового числа при наближенні ширини ГДР виразом:

$$\Gamma_{GR} = a(E_{GR})^b \quad (8.7)$$

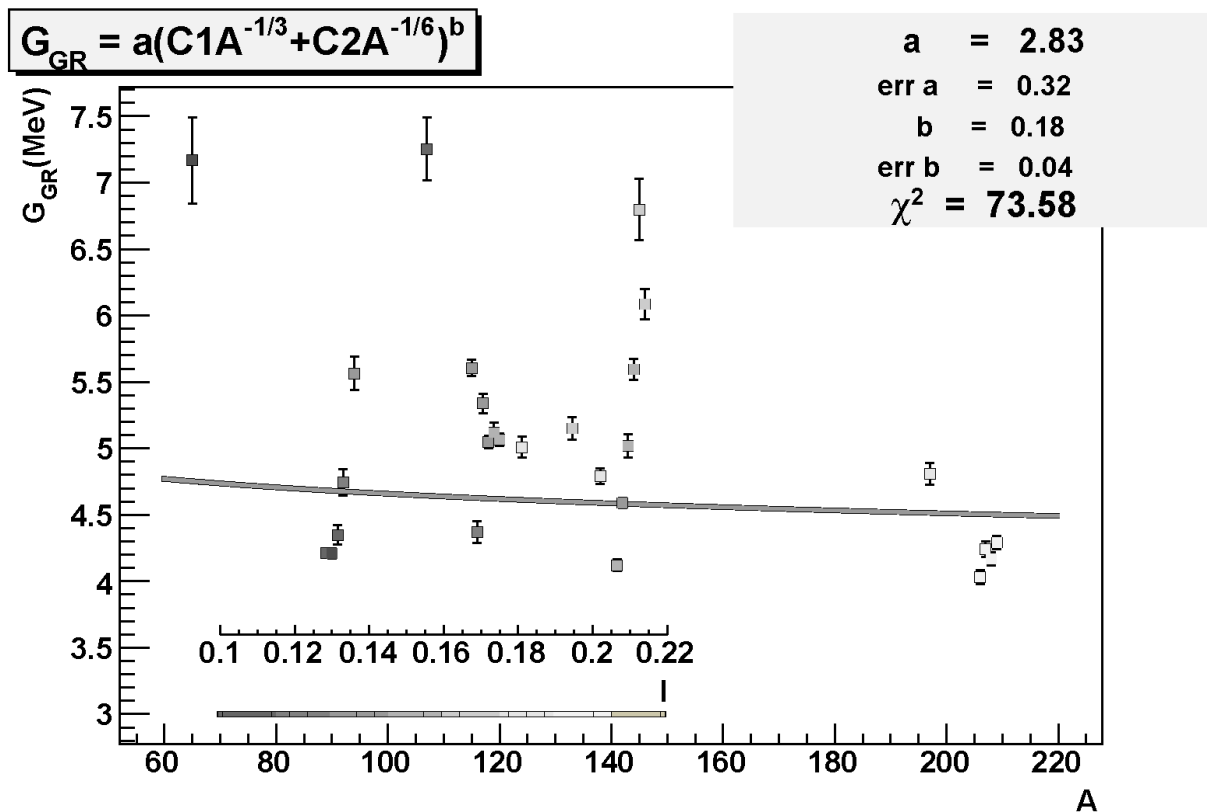


Рис. 8.5 Залежність енергії ГДР від маси ядра, з урахуванням об'ємних та поверхневих коливань та протон нейтронної асиметрії.

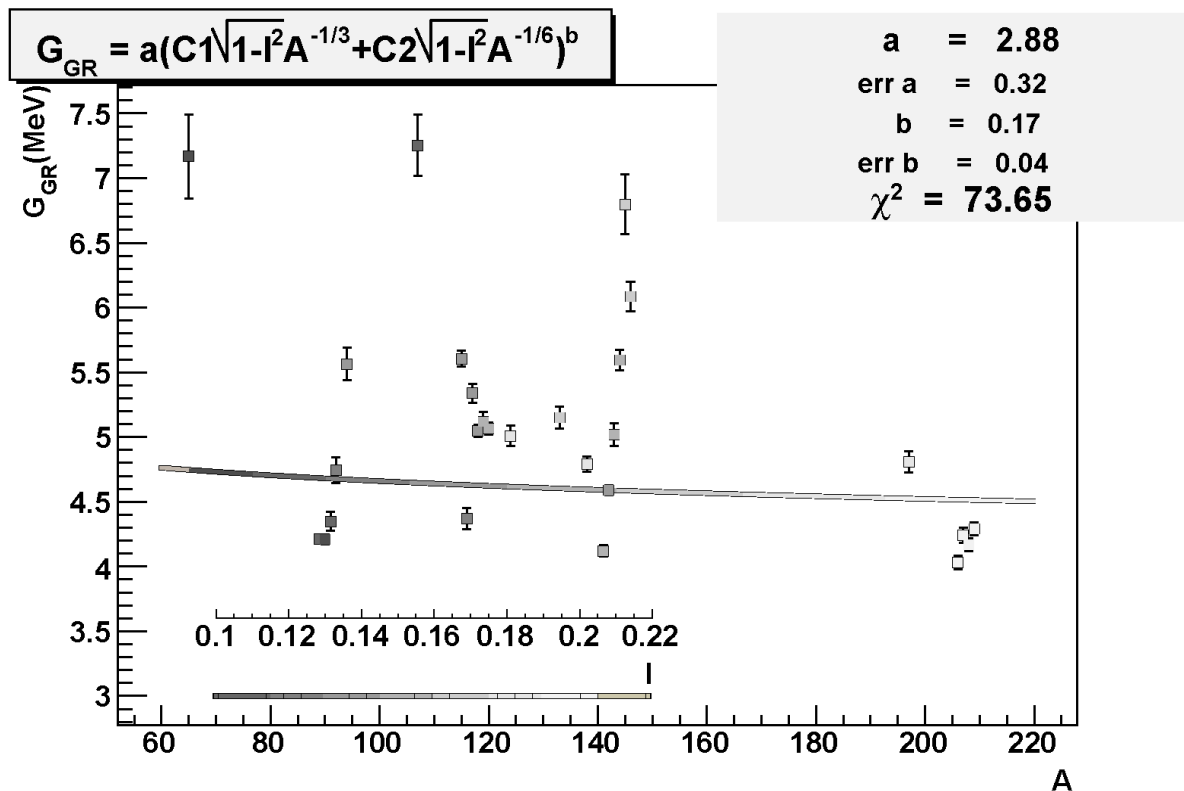


Рис. 8.6 Експериментальні дані ширини ГДР в залежності від маси ядра. Систематика отримана використовуючи вираз (9.7)

## 9. Результати обчислень ширини ГДР у швидко обертаючих атомних ядер та їх порівняння з експериментальними значеннями

Порівняємо ширини ГДР обчислені за різними виразами, з експериментальними значеннями. При розрахунках використовувалося два вирази для залежності параметра деформації від обертового моменту. При використанні виразу (3.16) маємо таке співвідношення для ширини ГДР:

$$\Gamma_{tot,1}(T, J, A) = 2qE \frac{E/\eta(T)}{1 + q \left( \frac{E}{\eta(T)} \right)^2} + E_a \left| 1.089 - 0.911 + \frac{3}{2} \frac{E_s(J)}{5} \frac{E_s(J)^{-1}}{E_s(J)} \frac{(a_1 + a_2 E_s(J))}{(1 + a_3 E_s(J))^2} \right| \quad (10.1)$$

З використанням формули (3.21) маємо:

$$\Gamma_{tot,1}(T, J, A) = 2 \frac{E/\eta(T)}{1 + q \left( E/\eta(T) \right)^2 + E_a} \left| 1.089 - 0.911 + \frac{3}{2} \frac{24}{5} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4}} \frac{y}{1-x} \right| \quad (10.2)$$

На рис.10.1 та рис.10.2 зображено залежність ширини ГДР від температури  $T$  для ядра міді, що обертається з кутовим моментом  $J=19$ . Наведені теоретичні криві обчислені за різними виразами, а саме – з використанням формул (2.1) та (3.5), що враховують залежність ширини ГДР від спіна та температури, вираз (4.1) який враховує залежність ширини ГДР тільки від температура для сферичного ядра, та (6.1), (6.2), що враховують залежність від спіну та температури ядра. Ширина ГДР при нульових спіні та температурі знаходилася із існуючої систематики, за виразом (1.7). З рисунків видно що ширина ГДР для ядра без спіна менша ніж для ядер зі спіном, тобто при збільшенні спіну ширина ГДР зростає. На рис.4 порівняно параметризації за формулами (1) (39) та (40), в якості ширини ГДР з нульовим спіном було використане значення 3,8MeV, яке рекомендувалося в статті [1]. Якість опису експериментальних даних різними виразами визначалася за допомогою обчислення величини  $\chi^2$ , відповідні значення наведені в таблиці 4.

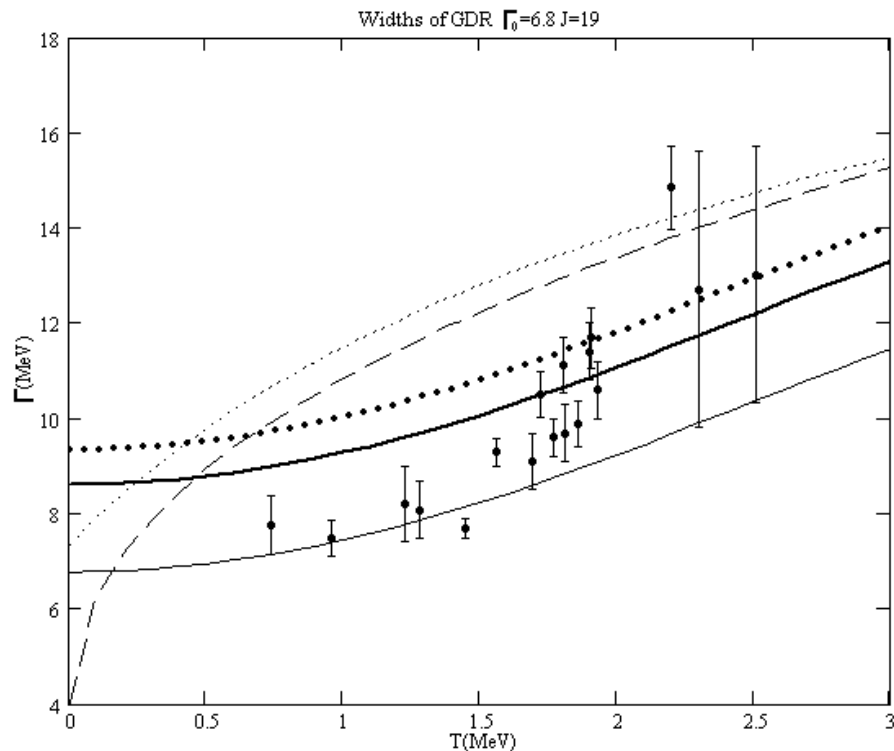


Рис.10.1. Залежність ширини ГДР від температури ядра для міді при спіні  $J=19\hbar$ , ширина  $\Gamma_0$  визначалася за систематикою (1.7) 6,8 MeV. Криві обчислені за виразами ..... – (2.1); – – – (2.5); — – (4.1); — (6.2); ••• – (6.1).

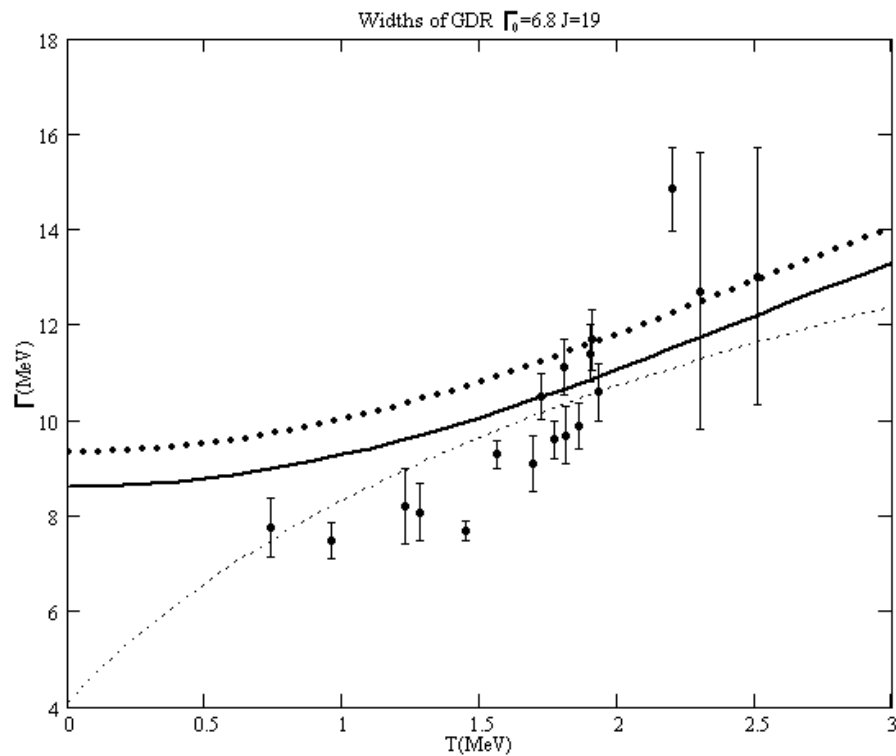


Рис.10.2 Залежність ширини ГДР від температури для ядра міді при  $J=19\hbar$ . Крива ..... – обчислена за виразом (2.1) з  $\Gamma_0 = 3,8$  MeV; — (6.2) з  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV; ••• – (6.1) з  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV;

Табл.4. Значення  $\chi^2$  для залежності ширини ГДР від температури для ядер міді при спіні  $J=19\hbar$ .

Вираз	(2.1)	(2.5)	(4.1)	(6.2)	(6.1)	(2.1)
$\Gamma_0$ (MeV)	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8	3,8
$\chi^2$	1320	985	134	399	211	130
Вираз	(2.1)	(2.5)	(4.1)	(6.2)	(6.1)	(2.1)
$\Gamma_0$ (MeV)	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8	3,8
T=1,4 (MeV)						
$\chi^2$	261	179	3	6	8	24
T=1,6 (MeV)						
$\chi^2$	571	408	38	27	45	55
T=2 (MeV)						
$\chi^2$	224	155	153	23	46	32

На рис.10.3 зображено залежність ширини ГДР від спіну  $J\hbar$  для ядра Cu при температурі  $T=1.4$  MeV,. При обчисленнях використовувалися вирази (2.1), (2.5), (4.1), (10.2) та (10.1). Значення  $\chi^2$ , наведені в таблиці 4.

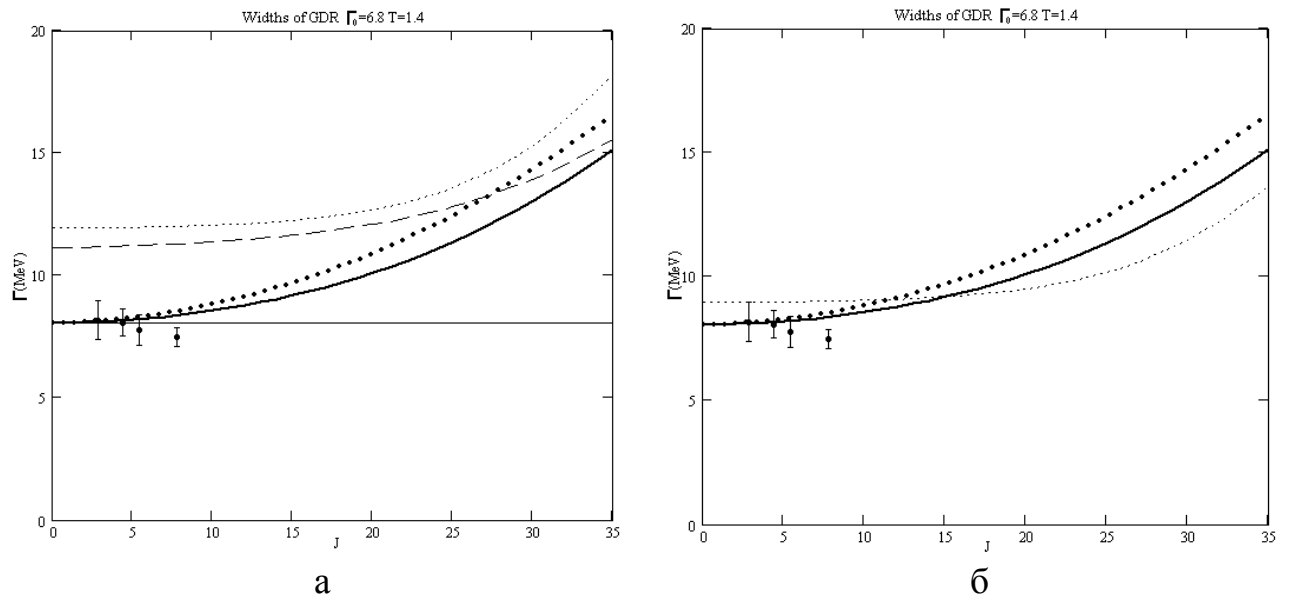


Рис.10.3. а) Залежність ширини ГДР від спіну для ядра міді при температурі  $T=1,4$  MeV, ширина визначалася за систематикою (1.7) та дорівнювала  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV.

б) Залежність ширини ГДР  $\Gamma$  від спіну  $J$  для міді при  $T=1,4$  MeV. Крива: ..... – (2.1) з  $\Gamma_0 = 3,8$  MeV; — (6.2)  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV; ••• – (6.1)  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV.

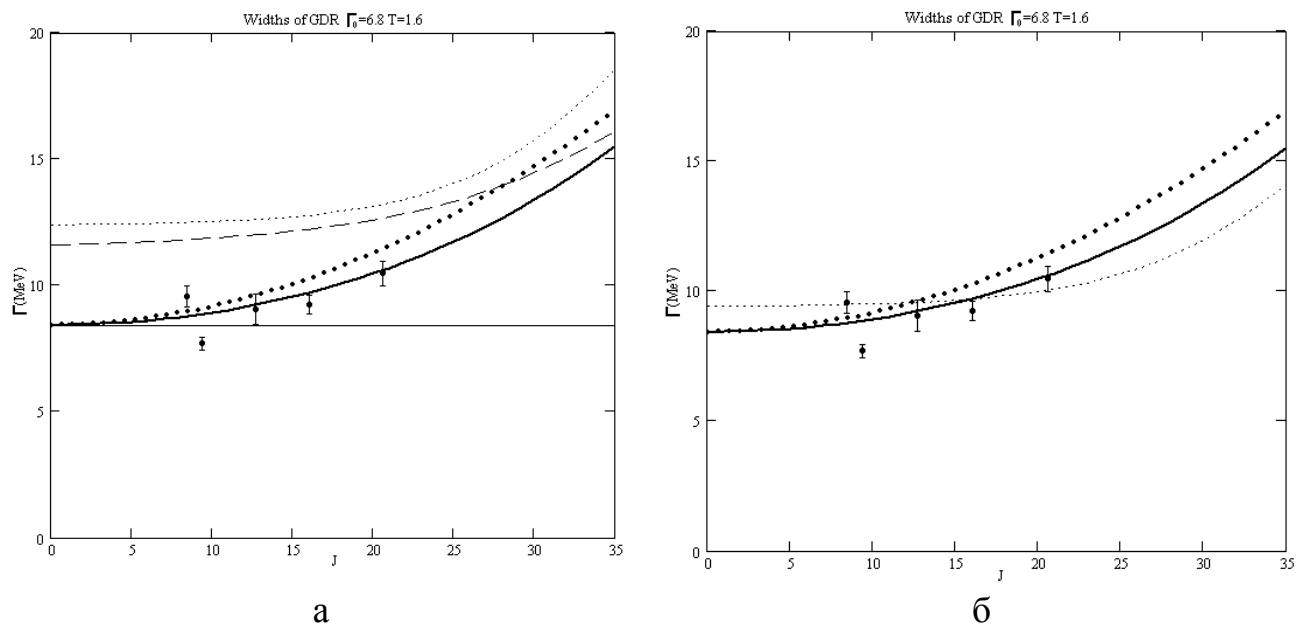


Рис.10.4. а) Залежність ширини ГДР від спіну для ядер міді при температурі  $T=1,6$  MeV, ширина визначалася за систематикою (1.7) та дорівнювала  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV.

б) Залежність ширини ГДР від спіну  $J$  для ядер міді при  $T=1,6$  MeV. Крива: ..... – (2.1) з  $\Gamma_0 = 3,8$  MeV; — (6.2) з  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV; ••• – (6.1) з  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV.

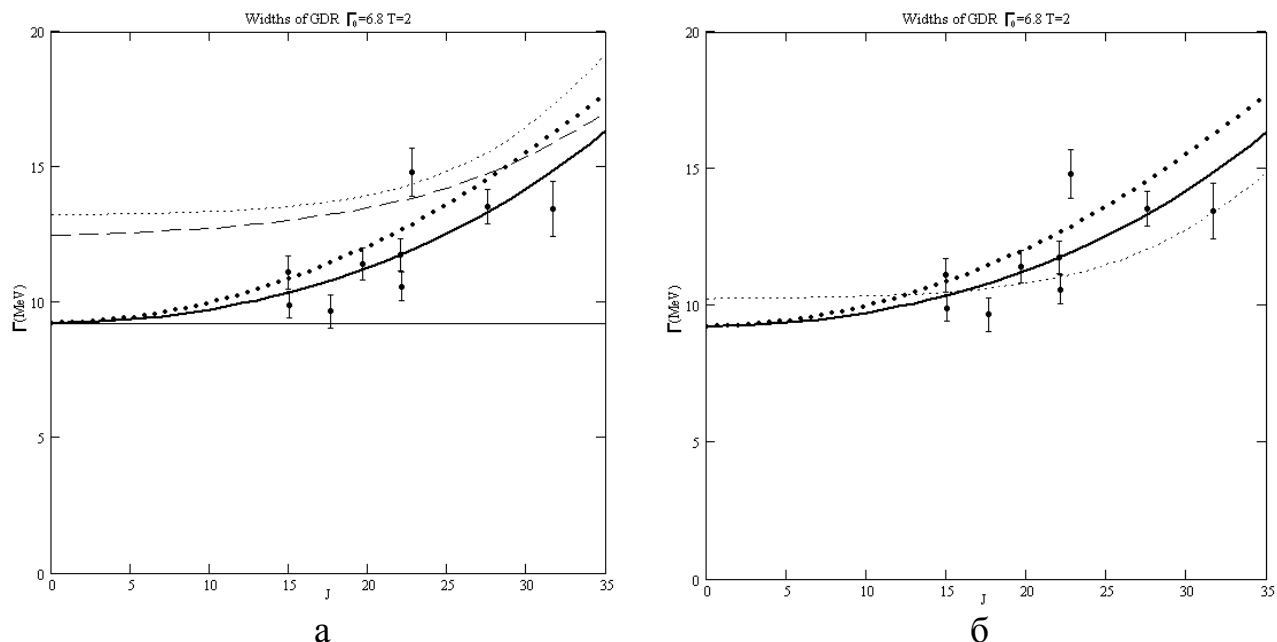


Рис.10.5. а) Залежність ширини ГДР від спіну для ядра міді при температурі  $T=2$  MeV, ширина визначалася за систематикою (1.7)  $\Gamma_0=6,8$  MeV.

б) Залежність ширини ГДР  $\Gamma$  від спіну  $J$  для міді при  $T=2$  MeV. Криві: ..... – за виразом 2.1)  $\Gamma_0 = 3,8$  MeV; — — — за виразом (6.2)  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV ; ••• – за виразом (6.1);  $\Gamma_0 = 6,8$  MeV;

На рис.10.5 зображено залежність ширини ГДР в  $^{106}\text{Sn}$  від спіну при температурі ядра  $T=1,5$  MeV для ядра. Наведені теоретичні криві обчислені за формулами (2.1), (2.5), (4.1), (6.2) та (6.1). Значення  $\chi^2$  наведені в таблиці 5.

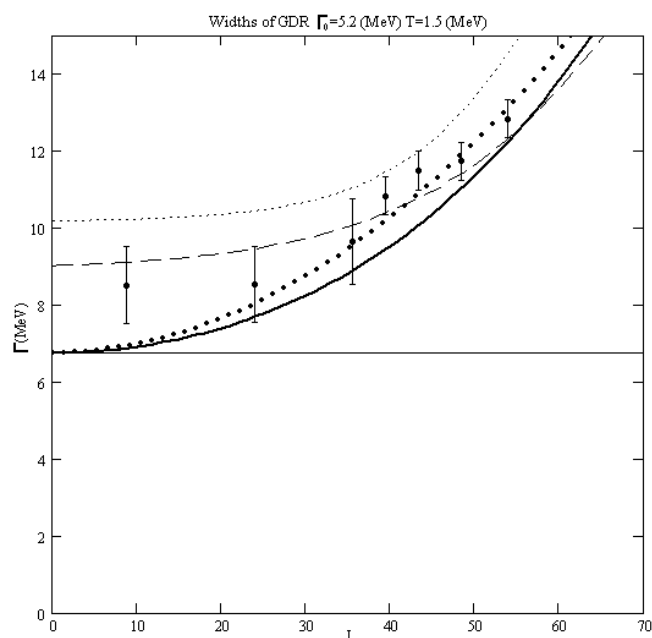


Рис.10.6 Залежність ширини ГДР від спіну для  $^{106}\text{Sn}$  при температурі  $T=1,5$  MeV, ширина  $\Gamma_0$  визначалася за систематикою (1.7),  $\Gamma_0 = 5,2$  MeV. Криві: ..... – за формулою (2.1); — — — (2.5); — — — за виразом (4.1); — — — за виразом (6.2); ••• – за виразом (6.1).

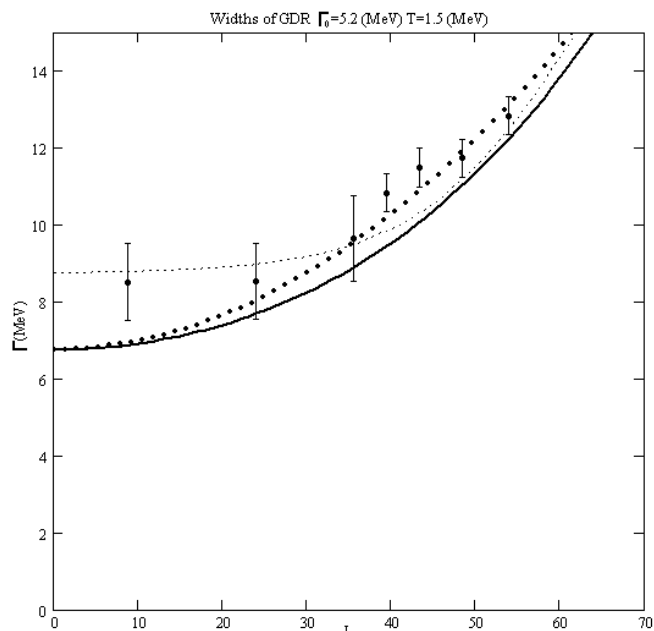


Рис.10.7 Залежність ширини ГДР від спіну для міді при  $T=1,5$  MeV. Криві: ..... – обчислена за виразом (2.1) з  $\Gamma_0 = 3,8$  MeV; — (6.2) з  $\Gamma_0 = 5.2$  MeV; ••• – (6.1) з  $\Gamma_0 = 5.2$ (MeV).

Табл.5. Значення  $\chi^2$  при описі різними виразами залежності ширини ГДР від спіну в ядрі  $^{106}\text{Sn}$  при температурі  $T=1,5$ (MeV).

Вираз	(2.1)	(2.5)	(4.1)	(6.2)	(6.1)	(2.1)
$\Gamma_0$ (MeV)	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	3,8
$\chi^2$	29	6	426	7	23	11

З рисунків видно, що запропоновані формули у статтях [1] для ширин ГДР, [2], при використанні експериментальних значень для ширини ГДР при нульових температурі та спіні, погано узгоджуються з експериментом. Формули (10.1) та (10.2) запропоновані в даній роботі загалом значно краще описують експериментальні дані.



## 11. Висновки

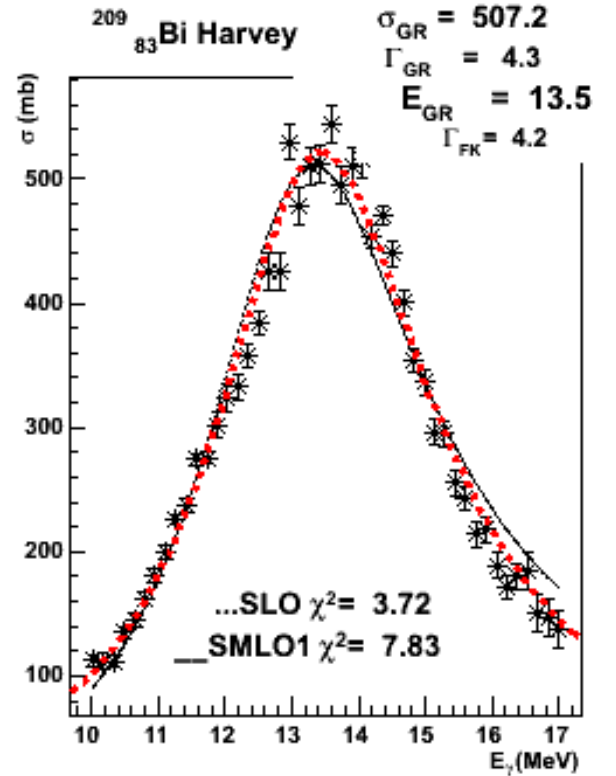
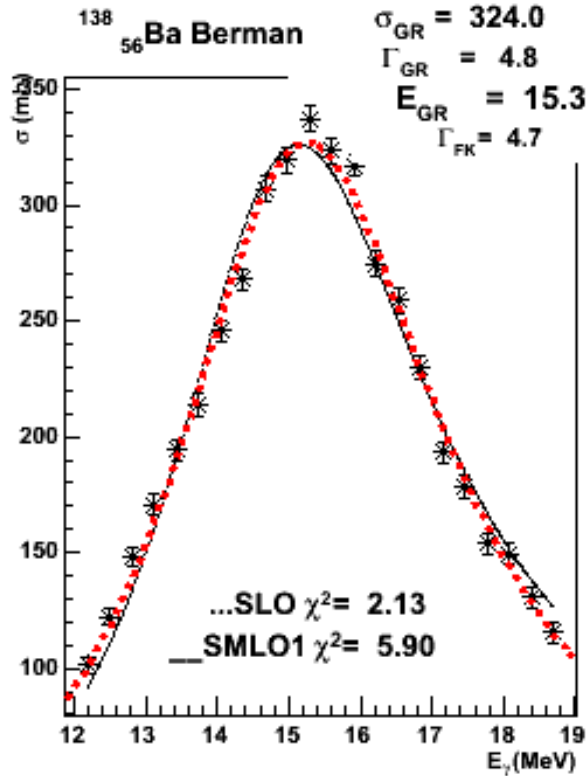
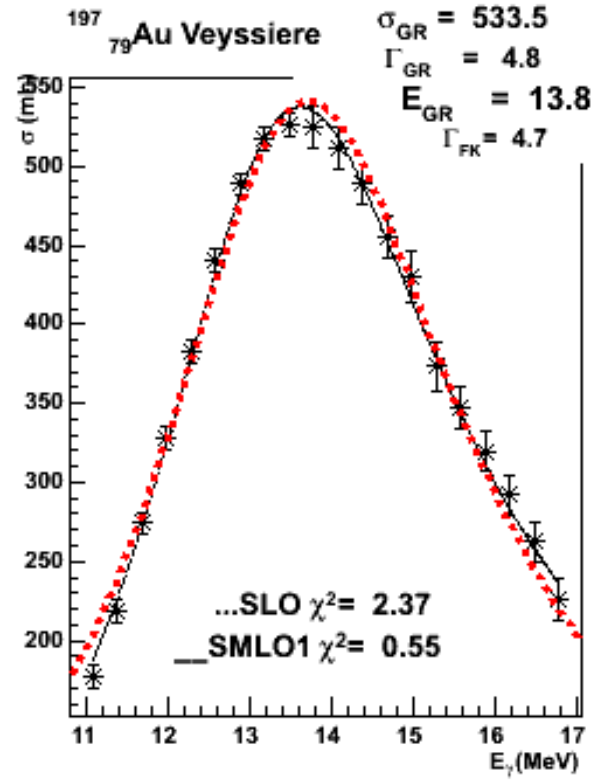
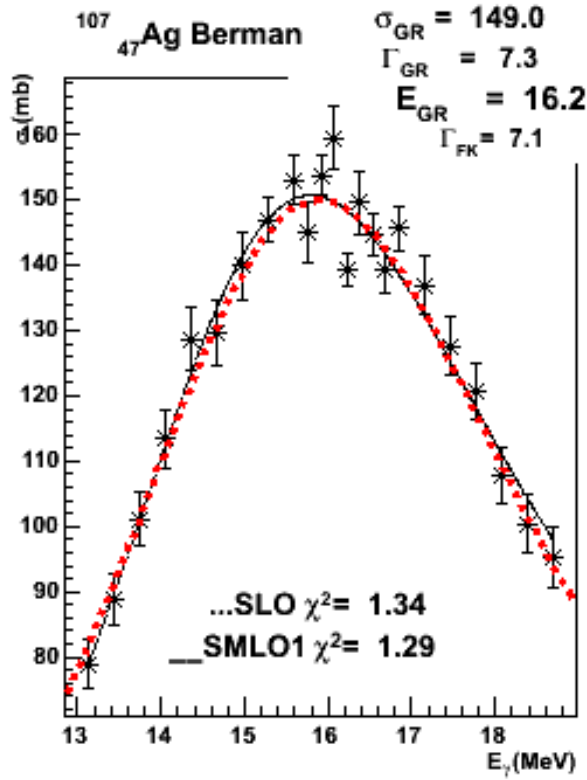
1. Запропонована фізично обґрунтована параметризація ширини розпаду ГДР в залежності від спіну та температури ядра, яка добре описує експериментальні значення. Її можна використовувати для кількісного обрахунку ширин ГДР у важких ядрах що обертаються.
2. Продемонстровано, що ширина ГДР збільшується із збільшенням спіну ядра при сталій температурі, що узгоджується з експериментальними даними.
3. Показано, що при сталому спіні ширина ГДР збільшується із зростанням температури ядра, що також узгоджується з експериментом.
4. У запропонованому у даній роботі підході, ширини ГДР за нульових значень спіна та температури можна використовувати значення або із систематики або з експерименту. В той час як у підході авторів роботи [1], така ширина є додатковим параметром підгонки експериментальних даних.

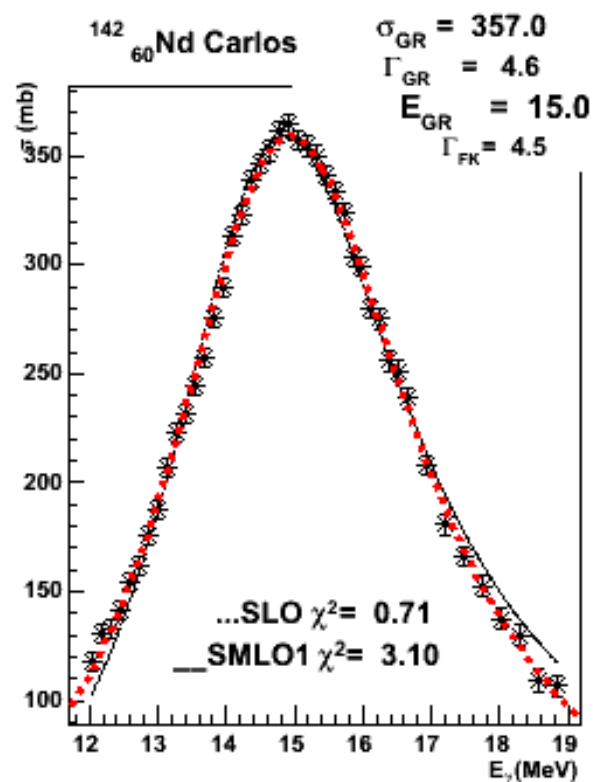
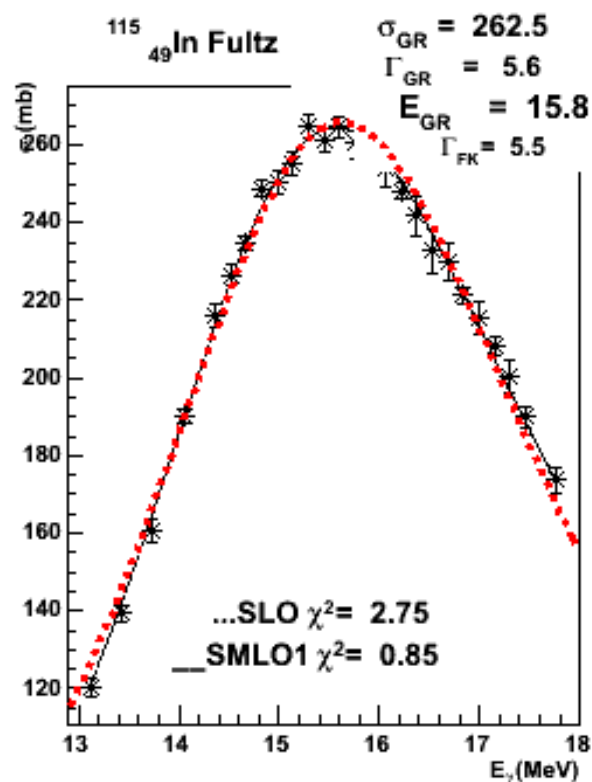
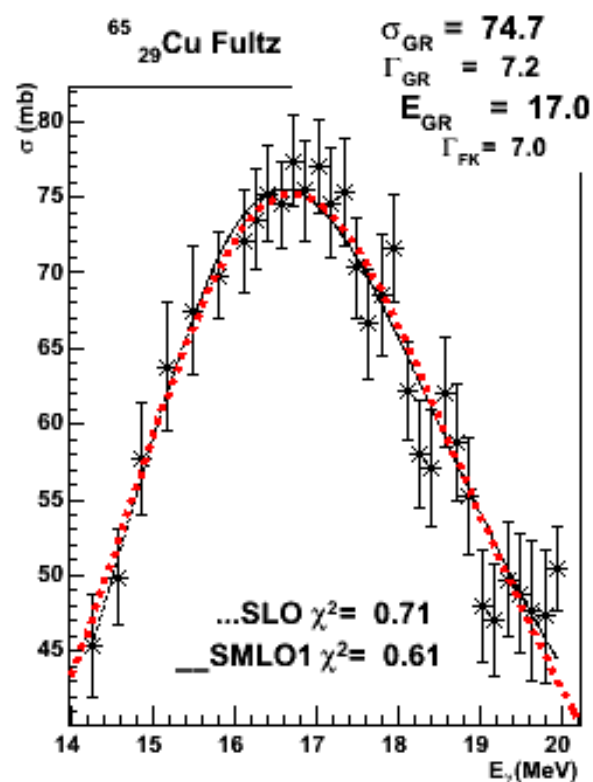
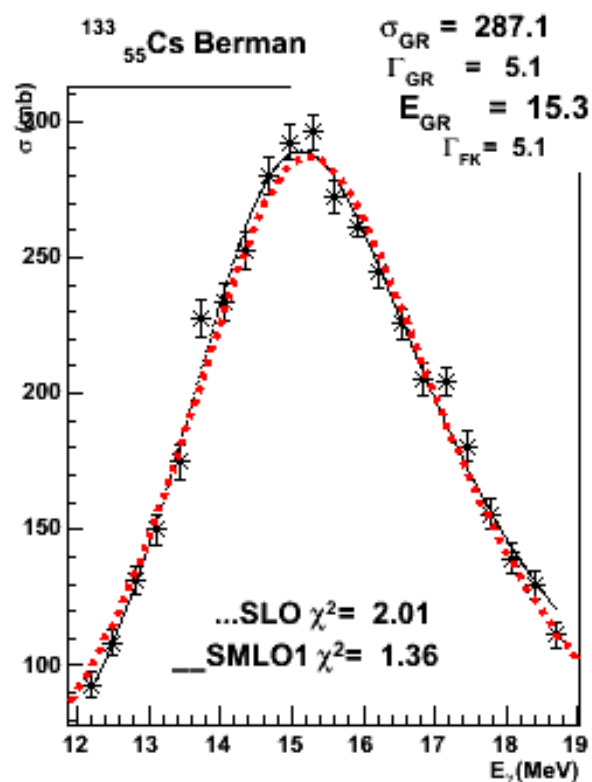
## Використана література

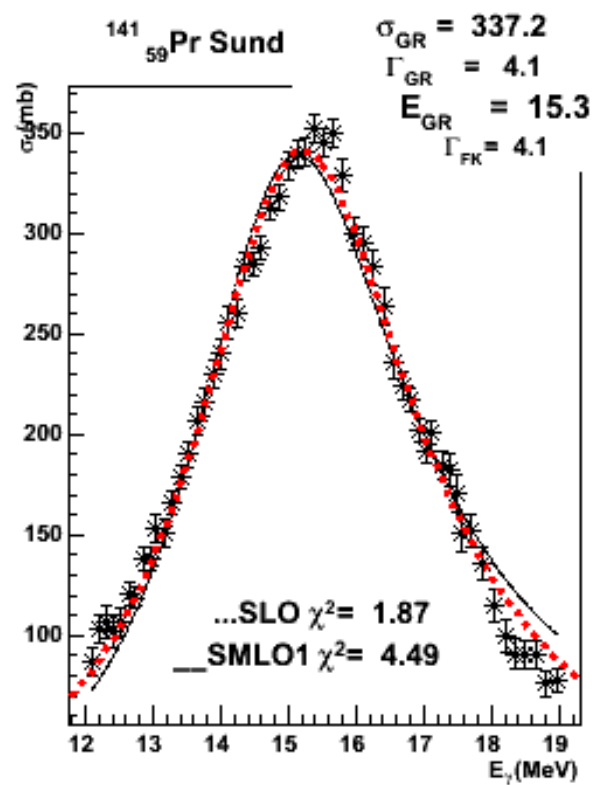
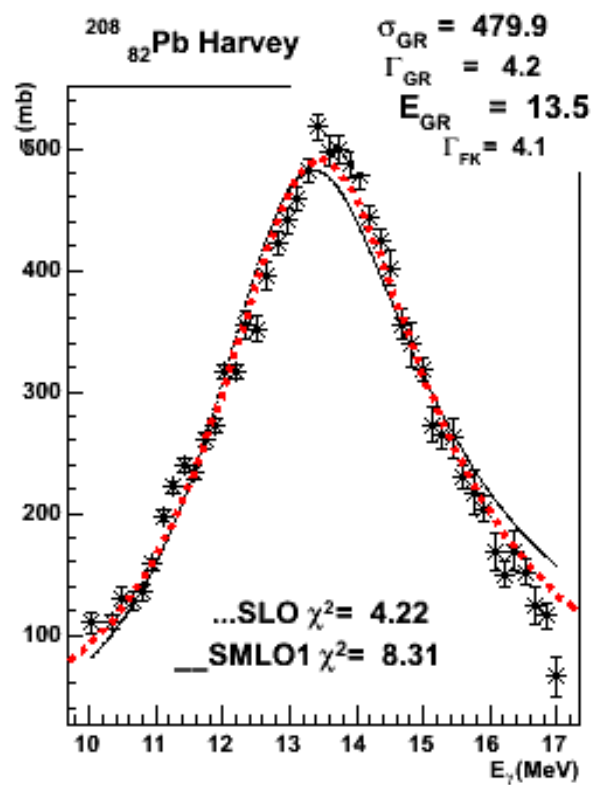
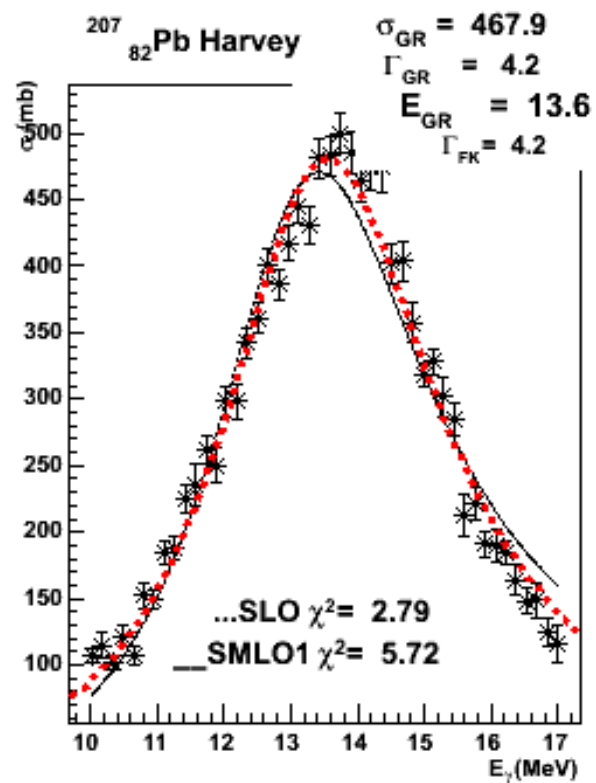
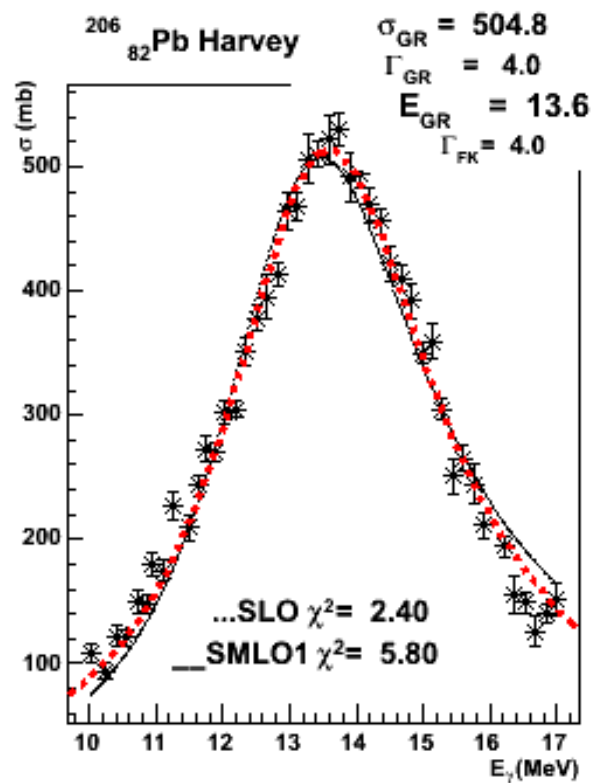
- [1] D.Kusnezov, Y.Alhassid, K.A.Snover, “Scaling Properties of the Giant Dipole Resonance Width in Hot Rotating Nuclei” // *Phys. Rev.*, 1998. Vol. C81, №3, p.545 – 545.
- [2] D.Kusnezov, E.Ormandb, “Giant-dipole Resonance and the Deformation of Hot, Rotating Nuclei” // *arXiv:nucl-th/0301073 v1 23 Jan (2003)*.
- [3] M.Mattiuzzi, A.Bracco, F.Camera, “Angular momentum dependence of the GDR width in Sn nuclei at fixed excitation energy” // *Nucl. Phys.*, 1997. Vol. A 621, p.262 – 278.
- [4] И.Азенберг, В.Грайнер, “Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления.” // М., Атомиздат, 1975.
- [5] О.Бор, Б.Моттelson, “Структура атомного ядра” // М., Мир, 197.1.Т.2.
- [6] R.Beriner, W.Knox, “Liquid-drop nuclear model with high angular momentum” // *Phys. Rev.*, 1961. Vol. 121, p.1195.
- [7] О.Горбаченко, В.Плюйко, “Залежність параметру деформації аксіальних ядер від обертового моменту”, // “Вісник Київського університету” Серія фізико-математичні науки Випуск №1, 2001, с434-444.
- [8] V.Kolomietz, V.Plujko, S.Shlomo, “Interplay between one-body and collisional damping of collective motion in nuclei” // *Phys. Rev.*, 1996. Vol. C54, №6, p.3014 – 3024.
- [9] В.А.Плюйко, “Основи теорії ядра та ядерних процесів” // Київ видавничо-поліграфічний центр “Київський університет” 2002 – 161 с.
- [10] B.L.Berman, S.C.Fultz, “Measurements of the giant dipole resonance with monoenergetic photons” // *Rev. Mod. Phys.* 1975. V.47. P.713.
- [11] M.Herman, V.A.Plujko, “Gamma-ray strength functions” // In: *Reference Input Parameter Library RIPL-2. Handbook for calculations of nuclear reaction data. IAEA-TEDOC. 2002; <http://www-nds.iaea.org/RIPL-2/>.*

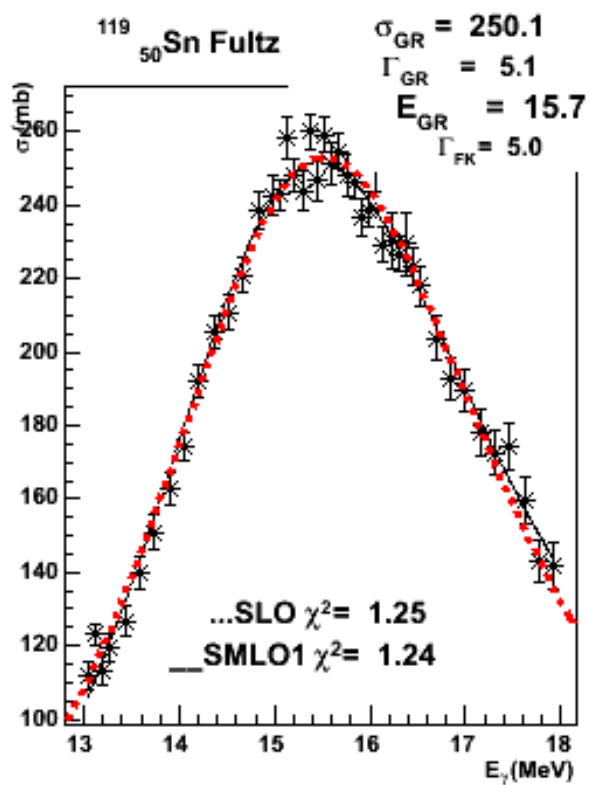
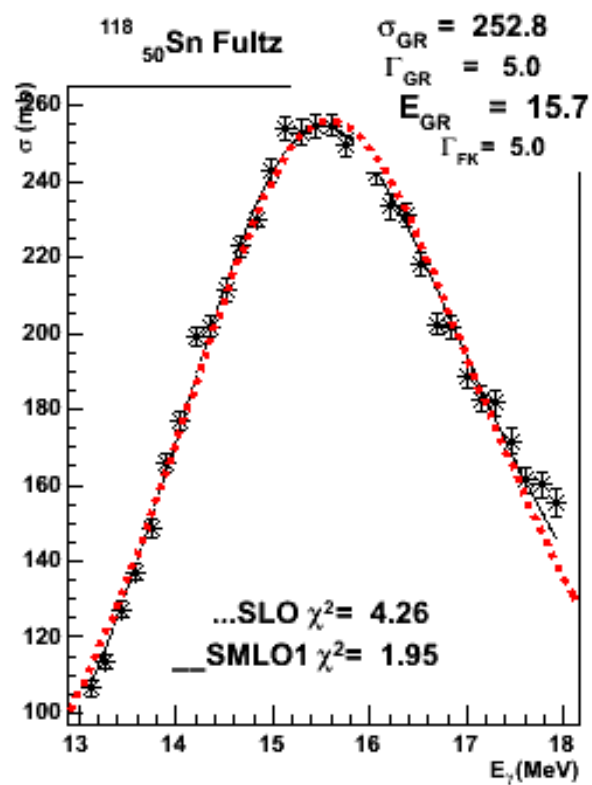
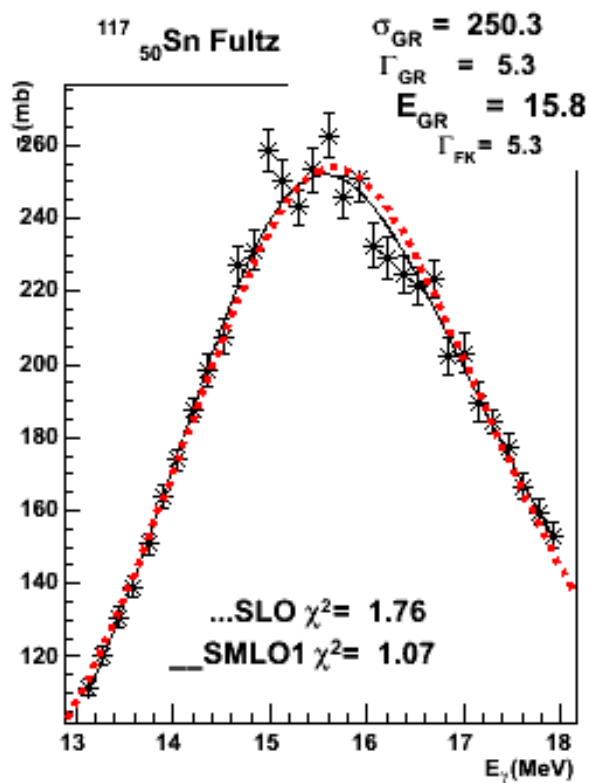
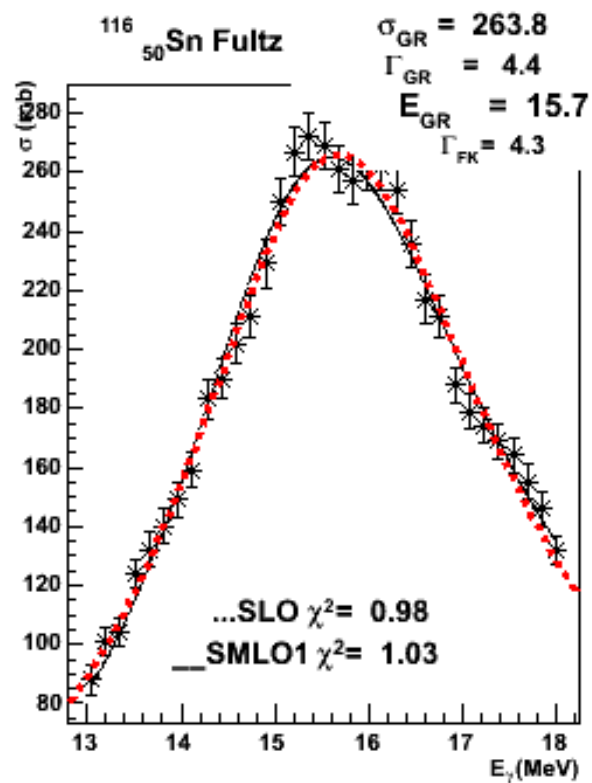
## Додаток 1

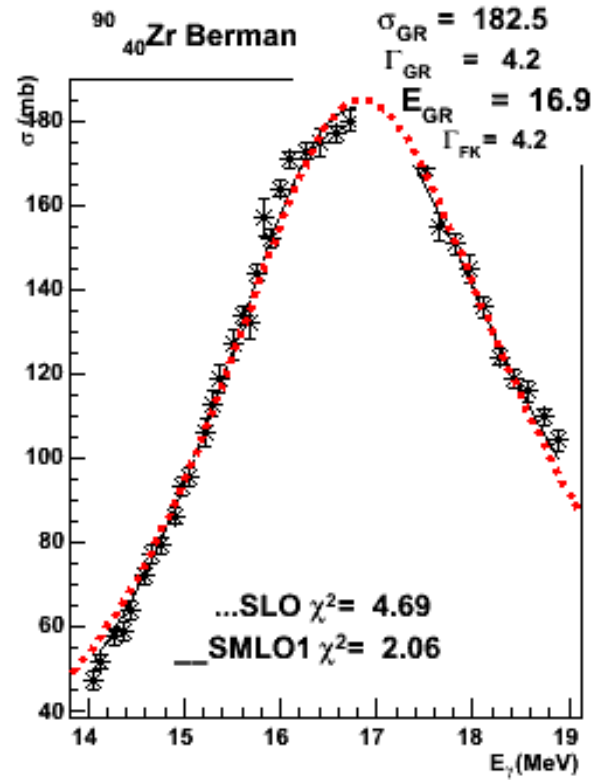
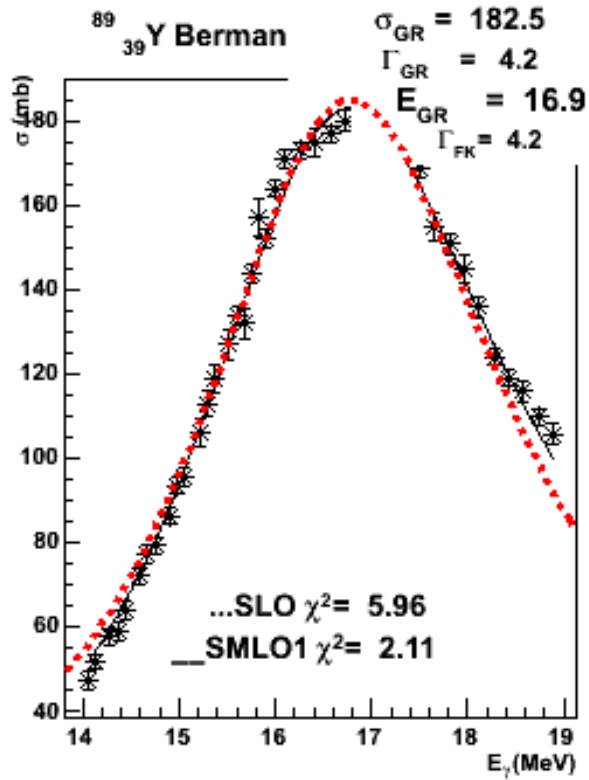
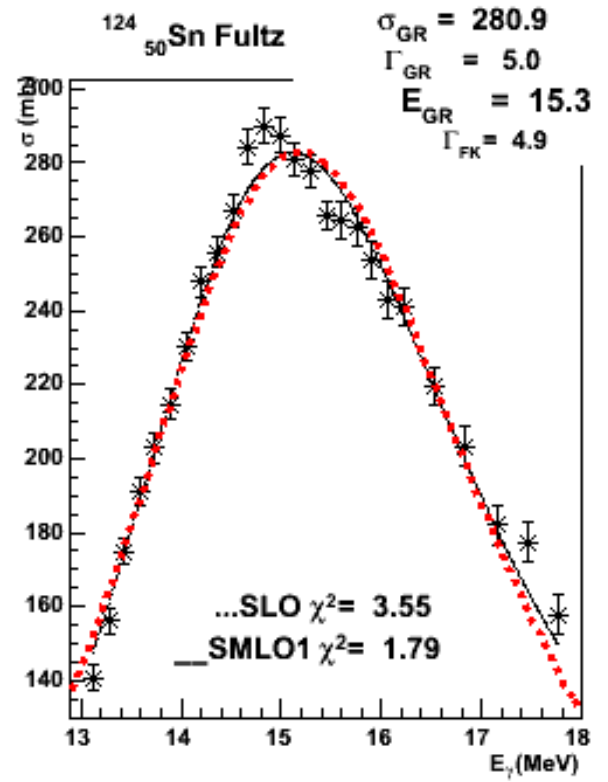
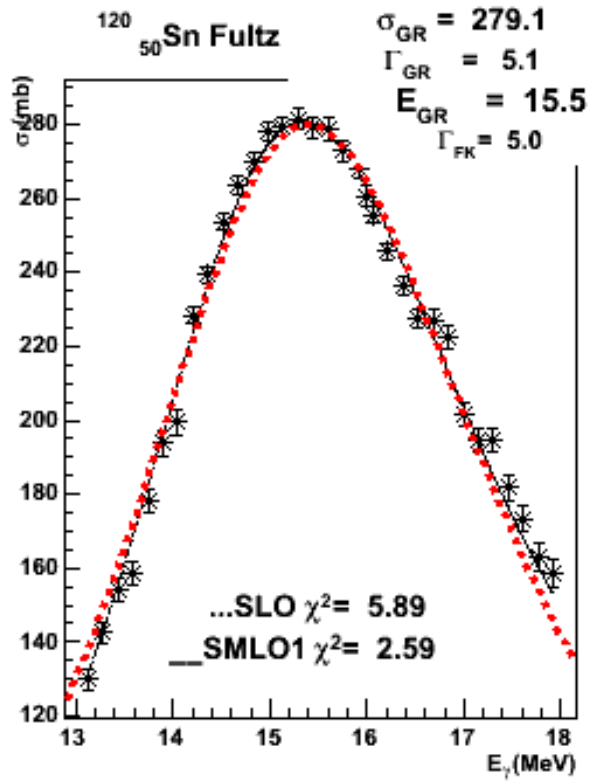
На сторінках 35-41 наведені рисунки на яких зображено експериментальні дані по фотопоглинанню атомними ядрами. Експериментальні дані апроксимовані методом найменших квадратів використовуючи моделі SLO та SMLO1.

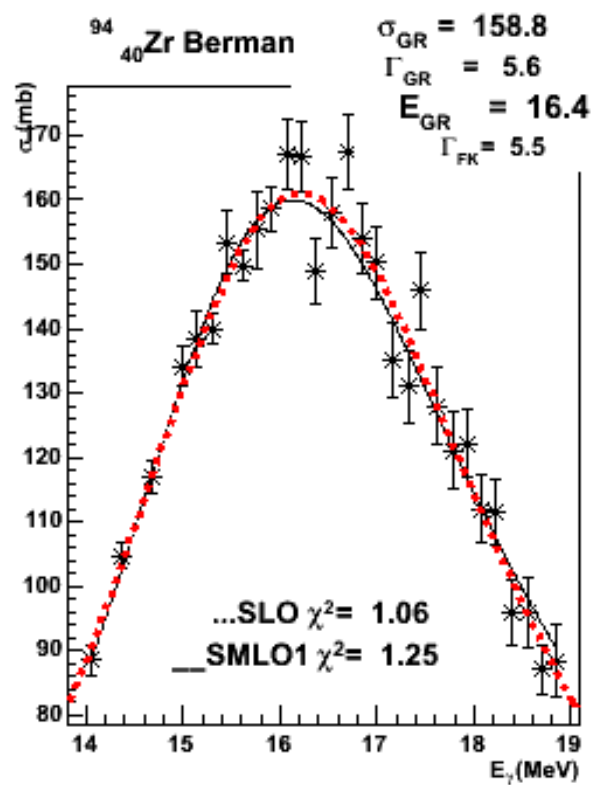
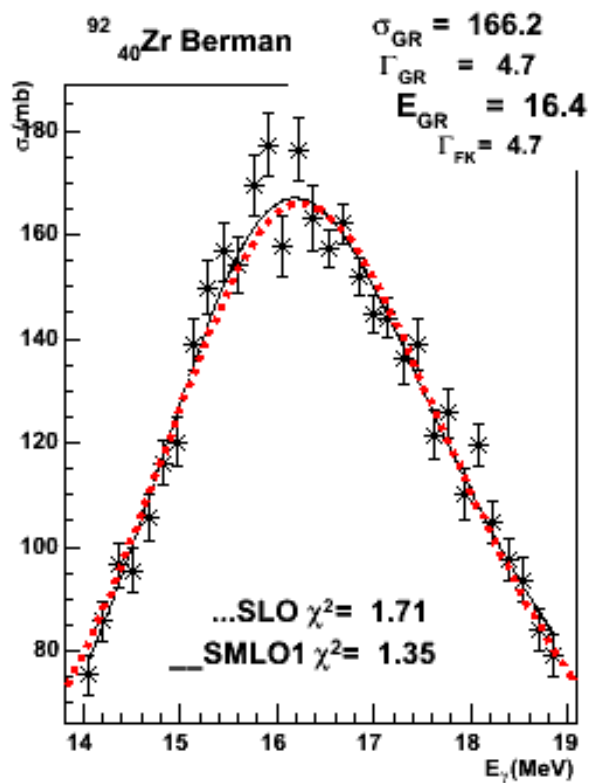
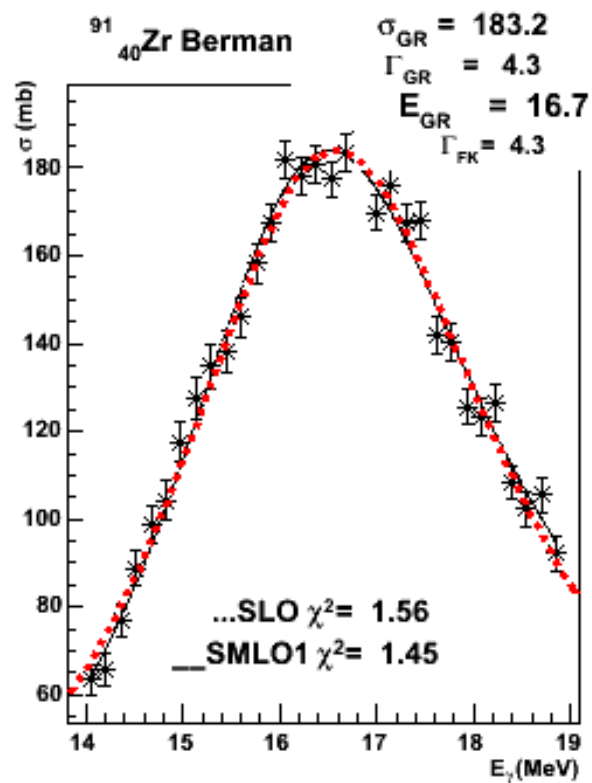














## Додаток 2

На сторінках 42-48 зображена таблиця отриманих параметрів підгонки перерізу фотопоглинання атомним ядром, використовуючи моделі SLO, MLO, SMLO1, SMLO2, SMLO3. Посилання на експериментальні групи наведені в Додатку3.

<b>Z</b>	<b>A</b>	<i>Symbol</i>	<i>Model</i>	<b><math>E_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math> (mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math> (MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
47	107	Ag	SLO	15.90	150.00	6.71			1.33	69Be1
47	107	Ag	SLO	15.90	150.47	6.71			1.329	2007le1
47	107	Ag	MLO	16.17	148.95	7.25	7.07		1.292	2007le1
47	107	Ag	SMLO1	16.17	148.95	7.25	7.07		1.292	2007le1
47	107	Ag	SMLO2	16.17	148.95	7.25	7.07	0.449	1.292	2007le1
47	107	Ag	SMLO3	16.62	142.05	9.03	7.80	0.033	1.432	2007le1
79	197	Au	SLO	13.72	541.00	4.61			2.29	70Ve1
79	197	Au	SLO	13.72	543.60	4.53			2.286	2007le1
79	197	Au	MLO	13.81	533.51	4.81	4.73		0.549	2007le1
79	197	Au	SMLO1	13.81	533.51	4.81	4.73		0.548	2007le1
79	197	Au	SMLO2	13.81	533.51	4.81	4.73	0.348	0.548	2007le1
79	197	Au	SMLO3	13.98	514.26	5.51	5.09	0.028	0.439	2007le1
56	138	Ba	SLO	15.26	327.00	4.61			2.13	70Be8
56	138	Ba	SLO	15.26	327.44	4.61			2.130	2007le1
56	138	Ba	MLO	15.32	323.96	4.79	4.73		5.898	2007le1
56	138	Ba	SMLO1	15.32	323.96	4.79	4.73		5.900	2007le1
56	138	Ba	SMLO2	15.32	323.96	4.79	4.73	0.313	5.900	2007le1
56	138	Ba	SMLO3	15.44	314.62	5.31	5.00	0.022	12.088	2007le1
83	209	Bi	SLO	13.45	521.00	3.97			3.72	64Ha2
83	209	Bi	SLO	13.45	521.02	3.97			3.720	2007le1
83	209	Bi	MLO	13.49	507.19	4.29	4.24		7.831	2007le1
83	209	Bi	SMLO1	13.49	507.19	4.29	4.24		7.833	2007le1
83	209	Bi	SMLO2	13.49	507.19	4.29	4.24	0.318	7.833	2007le1
83	209	Bi	SMLO3	13.62	481.67	5.01	4.67	0.027	13.349	2007le1

*parameterizations for spherical nuclei 1*

<b>Z</b>	<b>A</b>	<i>Symbol</i>	<i>Model</i>	<b><math>E_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math></b> <b>(mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
55	133	Cs	SLO	15.25	287.00	5.01			2.00	69Be1
55	133	Cs	SLO	15.25	287.30	5.01			2.004	2007le1
55	133	Cs	MLO	15.33	287.10	5.15	5.08		1.364	2007le1
55	133	Cs	SMLO1	15.33	287.10	5.15	5.08		1.364	2007le1
55	133	Cs	SMLO2	15.33	287.10	5.15	5.08	0.336	1.364	2007le1
55	133	Cs	SMLO3	15.46	281.06	5.68	5.30	0.024	2.290	2007le1
29	65	Cu	SLO	16.70	75.20	6.89			0.71	64Fu1
29	65	Cu	SLO	16.70	75.19	6.89			0.710	2007le1
29	65	Cu	MLO	16.95	74.69	7.17	7.01		0.613	2007le1
29	65	Cu	SMLO1	16.95	74.68	7.17	7.01		0.613	2007le1
29	65	Cu	SMLO2	16.95	74.68	7.17	7.01	0.423	0.613	2007le1
29	65	Cu	SMLO3	17.31	72.02	8.39	7.45	0.028	0.608	2007le1
49	115	In	SLO	15.63	266.00	5.24			2.74	69Fu1
49	115	In	SLO	15.63	265.87	5.24			2.744	2007le1
49	115	In	MLO	15.80	262.52	5.60	5.52		0.850	2007le1
49	115	In	SMLO1	15.80	262.52	5.61	5.52		0.849	2007le1
49	115	In	SMLO2	15.80	262.52	5.61	5.52	0.355	0.849	2007le1
49	115	In	SMLO3	16.06	253.89	6.52	5.99	0.025	0.559	2007le1
60	142	Nd	SLO	14.94	359.00	4.44			0.70	71Ca1
60	142	Nd	SLO	14.94	359.49	4.44			0.698	2007le1
60	142	Nd	MLO	15.02	356.99	4.59	4.53		3.101	2007le1
60	142	Nd	SMLO1	15.02	356.99	4.59	4.53		3.103	2007le1
60	142	Nd	SMLO2	15.02	356.99	4.59	4.53	0.305	3.103	2007le1
60	142	Nd	SMLO3	15.14	348.96	5.03	4.75	0.022	8.407	2007le1

parameterizations for spherical nuclei 2

<b>Z</b>	<b>A</b>	<i>Symbol</i>	<i>Model</i>	<b><math>E_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math></b> <b>(mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
60	143	Nd	SLO	15.01	349.00	4.75			1.44	71Ca1
60	143	Nd	SLO	15.01	348.96	4.75			1.441	2007le1
60	143	Nd	MLO	15.09	342.90	5.02	4.95		3.228	2007le1
60	143	Nd	SMLO1	15.09	342.90	5.02	4.95		3.229	2007le1
60	143	Nd	SMLO2	15.09	342.90	5.02	4.95	0.333	3.229	2007le1
60	143	Nd	SMLO3	15.25	329.99	5.73	5.33	0.025	5.604	2007le1
60	144	Nd	SLO	15.05	317.00	5.28			1.13	71Ca1
60	144	Nd	SLO	15.05	316.92	5.28			1.130	2007le1
60	144	Nd	MLO	15.18	312.84	5.59	5.50		2.310	2007le1
60	144	Nd	SMLO1	15.18	312.84	5.59	5.50		2.311	2007le1
60	144	Nd	SMLO2	15.18	312.84	5.59	5.50	0.369	2.311	2007le1
60	144	Nd	SMLO3	15.41	301.42	6.52	5.95	0.027	4.289	2007le1
60	145	Nd	SLO	14.95	296.00	6.31			2.46	71Ca1
60	145	Nd	SLO	14.95	296.53	6.31			2.461	2007le1
60	145	Nd	MLO	15.15	291.14	6.80	6.62		3.411	2007le1
60	145	Nd	SMLO1	15.15	291.14	6.80	6.62		3.411	2007le1
60	145	Nd	SMLO2	15.15	291.14	6.80	6.62	0.449	3.411	2007le1
60	145	Nd	SMLO3	15.56	274.15	8.60	7.39	0.036	4.220	2007le1
60	146	Nd	SLO	14.74	310.00	5.78			0.88	71Ca1
60	146	Nd	SLO	14.74	310.27	5.78			0.880	2007le1
60	146	Nd	MLO	14.89	305.38	6.09	5.96		2.035	2007le1
60	146	Nd	SMLO1	14.89	305.38	6.09	5.96		2.036	2007le1
60	146	Nd	SMLO2	14.89	305.38	6.09	5.96	0.409	2.036	2007le1
60	146	Nd	SMLO3	15.17	291.67	7.23	6.44	0.031	3.401	2007le1

parameterizations for spherical nuclei 3

<b>Z</b>	<b>A</b>	<b>Symbol</b>	<b>Model</b>	<b><math>E_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math> (mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math> (MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
82	206	Pb	SLO	13.59	514.00	3.85			2.40	64Ha2
82	206	Pb	SLO	13.58	513.51	3.85			2.399	2007le1
82	206	Pb	MLO	13.62	504.78	4.03	3.99		5.801	2007le1
82	206	Pb	SMLO1	13.62	504.78	4.03	3.99		5.802	2007le1
82	206	Pb	SMLO2	13.62	504.78	4.03	3.99	0.296	5.802	2007le1
82	206	Pb	SMLO3	13.70	487.28	4.48	4.24	0.024	10.549	2007le1
82	207	Pb	SLO	13.56	481.00	3.96			2.79	64Ha2
82	207	Pb	SLO	13.56	481.13	3.96			2.787	2007le1
82	207	Pb	MLO	13.58	467.90	4.24	4.19		5.722	2007le1
82	207	Pb	SMLO1	13.58	467.90	4.24	4.19		5.723	2007le1
82	207	Pb	SMLO2	13.58	467.90	4.24	4.19	0.312	5.723	2007le1
82	207	Pb	SMLO3	13.67	446.35	4.85	4.55	0.026	9.505	2007le1
82	208	Pb	SLO	13.46	491.00	3.90			4.21	64Ha2
82	208	Pb	SLO	13.46	490.92	3.90			4.210	2007le1
82	208	Pb	MLO	13.51	479.90	4.17	4.12		8.304	2007le1
82	208	Pb	SMLO1	13.51	479.90	4.17	4.12		8.305	2007le1
82	208	Pb	SMLO2	13.51	479.90	4.17	4.12	0.309	8.305	2007le1
82	208	Pb	SMLO3	13.62	460.37	4.76	4.47	0.026	13.524	2007le1
59	141	Pr	SLO	15.23	341.00	4.00			1.87	70Su1
59	141	Pr	SLO	15.23	341.23	4.00			1.867	2007le1
59	141	Pr	MLO	15.27	337.25	4.12	4.08		4.491	2007le1
59	141	Pr	SMLO1	15.27	337.24	4.12	4.08		4.493	2007le1
59	141	Pr	SMLO2	15.27	337.24	4.12	4.08	0.270	4.493	2007le1
59	141	Pr	SMLO3	15.34	329.38	4.43	4.24	0.019	8.123	2007le1

parameterizations for spherical nuclei 4

<b>Z</b>	<b>A</b>	<i>Symbol</i>	<i>Model</i>	<b><math>E_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math></b> <b>(mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math></b> <b>(MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
50	116	Sn	SLO	15.68	266.00	4.19			0.98	69Fu1
50	116	Sn	SLO	15.68	266.33	4.19			0.980	2007le1
50	116	Sn	MLO	15.74	263.77	4.37	4.33		1.032	2007le1
50	116	Sn	SMLO1	15.74	263.77	4.37	4.33		1.032	2007le1
50	116	Sn	SMLO2	15.74	263.77	4.37	4.33	0.278	1.032	2007le1
50	116	Sn	SMLO3	15.85	257.86	4.78	4.56	0.019	1.592	2007le1
50	117	Sn	SLO	15.66	254.00	5.02			1.76	69Fu1
50	117	Sn	SLO	15.66	253.64	5.02			1.760	2007le1
50	117	Sn	MLO	15.78	250.27	5.34	5.26		1.074	2007le1
50	117	Sn	SMLO1	15.78	250.27	5.34	5.26		1.074	2007le1
50	117	Sn	SMLO2	15.78	250.27	5.34	5.26	0.338	1.074	2007le1
50	117	Sn	SMLO3	15.98	242.16	6.12	5.68	0.024	1.359	2007le1
50	118	Sn	SLO	15.59	256.00	4.77			4.25	69Fu1
50	118	Sn	SLO	15.59	255.64	4.77			4.251	2007le1
50	118	Sn	MLO	15.71	252.84	5.05	4.98		1.952	2007le1
50	118	Sn	SMLO1	15.71	252.84	5.05	4.98		1.951	2007le1
50	118	Sn	SMLO2	15.71	252.84	5.05	4.98	0.321	1.951	2007le1
50	118	Sn	SMLO3	15.89	245.92	5.71	5.35	0.023	1.665	2007le1
50	119	Sn	SLO	15.53	253.00	4.81			1.24	69Fu1
50	119	Sn	SLO	15.53	252.55	4.81			1.242	2007le1
50	119	Sn	MLO	15.66	250.07	5.12	5.05		1.245	2007le1
50	119	Sn	SMLO1	15.66	250.06	5.12	5.05		1.245	2007le1
50	119	Sn	SMLO2	15.66	250.06	5.12	5.05	0.327	1.245	2007le1
50	119	Sn	SMLO3	15.86	243.26	5.85	5.45	0.023	1.755	2007le1

parameterizations for spherical nuclei 5

<b>Z</b>	<b>A</b>	<b>Symbol</b>	<b>Model</b>	<b><math>E_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\sigma_{GR}</math> (mb)</b>	<b><math>\Gamma_{GR}</math> (MeV)</b>	<b><math>\Gamma_{FK}</math> (MeV)</b>	<b>a1</b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b>Ref</b>
50	120	Sn	SLO	15.40	280.00	4.89			5.88	69Fu1
50	120	Sn	SLO	15.40	280.34	4.89			5.876	2007le1
50	120	Sn	MLO	15.54	279.05	5.06	5.00		2.589	2007le1
50	120	Sn	SMLO1	15.54	279.05	5.06	5.00		2.588	2007le1
50	120	Sn	SMLO2	15.54	279.05	5.06	5.00	0.326	2.588	2007le1
50	120	Sn	SMLO3	15.71	273.03	5.61	5.25	0.023	1.674	2007le1
50	124	Sn	SLO	15.19	283.00	4.81			3.55	69Fu1
50	124	Sn	SLO	15.19	282.78	4.81			3.547	2007le1
50	124	Sn	MLO	15.31	280.88	5.01	4.94		1.786	2007le1
50	124	Sn	SMLO1	15.31	280.88	5.01	4.94		1.785	2007le1
50	124	Sn	SMLO2	15.31	280.88	5.01	4.94	0.327	1.785	2007le1
50	124	Sn	SMLO3	15.48	274.39	5.57	5.21	0.023	1.032	2007le1
39	89	Y	SLO	16.79	185.00	3.95			4.76	67Be2
39	89	Y	SLO	16.85	184.50	4.02			4.756	2007le1
39	89	Y	MLO	16.91	182.49	4.21	4.18		2.113	2007le1
39	89	Y	SMLO1	16.91	182.49	4.21	4.18		2.112	2007le1
39	89	Y	SMLO2	16.91	182.49	4.21	4.18	0.249	2.112	2007le1
39	89	Y	SMLO3	17.01	178.82	4.59	4.42	0.016	1.306	2007le1
40	90	Zr	SLO	16.85	185.00	4.02			4.66	67Be2
40	90	Zr	SLO	16.85	184.52	4.01			4.659	2007le1
40	90	Zr	MLO	16.91	182.51	4.21	4.18		2.059	2007le1
40	90	Zr	SMLO1	16.91	182.51	4.21	4.18		2.058	2007le1
40	90	Zr	SMLO2	16.91	182.51	4.21	4.18	0.249	2.058	2007le1
40	90	Zr	SMLO3	17.01	178.84	4.58	4.42	0.016	1.290	2007le1

parameterizations for spherical nuclei 6

### Додаток 3

В Додатку 3 наведено пояснення посилань на експериментальні групи. Посилання 2007le1 відповідає перепідгонці експериментальних даних мною використовуючи різні підходи.

- 62Fu1 S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, N. E. Hansen, C. P. Jupiter; Phys. Rev., 128, 2345(1962).
- 62Fu2 S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, N. A. Kerr; Phys. Rev., 127, 1273(1962).
- 63Br1 R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, G. F. Auchampaugh, S. C. Fultz; Phys. Rev., 129, 2723(1963).
- 64Bo3 C. D. Bowman, G. F. Auchampaugh, S. C. Fultz; Phys. Rev., 133, B676(1964).
- 64Br1 R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, R. R. Harvey, S. C. Fultz; Phys. Rev., 133, B869(1964).
- 64Fu1 S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, R. R. Harvey; Phys. Rev., 133, B1149(1964).
- 64Ha2 R. R. Harvey, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, S. C. Fultz; Phys. Rev., 136, B126(1964).
- 66Ax1 P. Axel, J. Miller, C. Schuhl, G. Tamas, C. Tzara; J. Physique, 27, 262(1966).
- 66Br1 R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, B. L. Berman, R. R. Harvey, S. C. Fultz; Phys. Rev., 148, 1198(1966).
- 67Be2 B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. R. Harvey, M. A. Kelly, R. L. Bramblett, S. C. Fultz; Phys. Rev., 162, 1098(1967).
- 68Be5 R. Bergere, R. Beil, A. Veyssiere; Nucl. Phys. A121, 463(1968).
- 68Su1 R. E. Sund, M. P. Baker, L. A. Kull, R. B. Walton; Phys. Rev., 176, 1366(1968).
- 69Be1 B. L. Berman, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, H. S. Davis, M. A. Kelly, S. C. Fultz; Phys. Rev., 177, 1745(1969).
- 69Be6 R. Bergere, H. Beil, P. Carlos, A. Veyssiere; Nucl. Phys., A133, 417(1969).
- 69Be8 B. L. Berman, M. A. Kelly, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, H. S. Davis, S. C. Fultz; Phys. Rev., 185, 1576(1969).

- 69Fu1 S. C. Fultz, B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, M. A. Kelly; Phys. Rev., 186, 1255(1969).
- 70Be8 B. L. Berman, S. C. Fultz, J. T. Caldwell, M. A. Kelly, S. S. Dietrich; Phys. Rev., C2, 2318(1970).
- 70Su1 R. E. Sund, V. V. Verbinski, H. Weber, L. A. Kull; Phys. Rev., C2, 1129(1970).
- 70Ve1 A. Veyssiere, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre; Nucl. Phys. A159, 561(1970).
- 71Be4 H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre, A. Veyssiere, A. Parlag; Nucl. Phys. A172, 426(1971).
- 71Ca1 P. Carlos, H. Beil, R. Bergere, A. Lepretre, A. Veyssiere; Nucl. Phys. A172, 437(1971).
- 71Le1 A. Lepretre, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Veyssiere, M. Sugawara; Nucl. Phys. A175, 609(1971).
- 72Yo L. M. Young, Ph.D. Thesis, University of Illinois(1972), unpublished.
- 73Ve1 A. Veyssiere, H. Reil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre, K. Kernbach; Nucl. Phys. A199, 45(1973).
- 74Be3 H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre, A. De Miniac, A. Veyssiere; Nucl. Phys. A227, 427(1974).
- 74Ca5 P. Carlos, H. Beil, R. Bergere, A. Lepretre, A. De Miniac, A. Veyssiere; Nucl. Phys. A225, 171(1974).
- 74Fu3 S. C. Fultz, R. A. Alvarez, B. L. Berman, P. Meyer; Phys. Rev., C10, 608(1974).
- 74Le1 A. Lepretre, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. De Miniac, A. Veyssiere, K. Kernbach; Nucl. Phys. A219, 39(1974).
- 74Ve1 A. Veyssiere, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre, A. De Miniac; Nucl. Phys. A227, 513(1974).
- 75Ve5 A. Veyssiere, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, A. Lepretre, A. De Miniac; J. Physique 36, L-267(1975).
- 76Ca1 P. Carlos, H. Beil, R. Bergere, J. Fagot, A. Lepretre, A. Veyssiere, G. V. Solodukhov; Nucl. Phys. A258, 365(1976).



- 76Le2 A. Lepretre, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, J. Fagot, A. De Miniac,  
A.Veyssiere, H. Miyase; Nucl. Phys. A258, 350(1976).
- 77Wei J.Weise, M.N.Thompson, K.Shoda, H.Tsubata; Austr. J. Phys.,30, 401(1977)  
(see also IAEA-TECDOC-1178, IAEA, October 2000.)
- 79Al2 R. A. Alavarez, B. L. Berman, D. D. Faul, F. H. Lewis, Jr.,P. Meyer; Phys.  
Rev., C20, 128(1979).
- 79Be4 B. L. Berman, D. D. Faul, R. A. Alvarez, P. Meyer, D. L. Olson;Phys. Rev.,  
C19, 1205(1979).
- 80Ca1 J. T. Caldwell, E. J. Dowdy, B. L. Berman, R. A. Alvarez, P. Meyer; Phys.  
Rev., C21, 1215(1980).
- 81Ram S.Raman, O.Shahal, G.G. Slauther; Phys.Rev. C23, 2794(1981).
- 86Be1 B. L. Berman, R. E. Pywell, M. N. Thompson, K. G. Mcneill,J. W. Jury, J. G.  
Woodworth; Bull. Am. Phys. Soc. 31, 855(1986).
- 86Be2 B. L. Berman, J. T. Caldwell, E. J. Dowdy, S. S. Dietrich, P. Meyer, R. A.  
Alvarez; Phys. Rev., C34, 2201(1986).
- 92Kop J.Kopecky, M.Uhl, R.E.Chrien; Preprint ECN-RX--92-011, April 1992.
- 95Li1 Liu Jianfen and Su Zongdi; J. Chinese Nucl. Phys., 16, 560(1995).

