

Trabajo Práctico Especial

Demodulacion de tonos de discado de teléfono

Segundo cuatrimestre 2018

Lucas BURNA

99608

Resumen

En el presente informe se desarrolla la codificación y decodificación de marcados telefónicos en código DTMF, implementación posible gracias a la herramienta de cálculo numérico MatLab. En dicho procedimiento se realiza el análisis de los distintos espectros presentados y su relación con la señal a la que representa. Se utilizan los conocimientos sobre transformada de Fourier, DFT, coeficientes de Fourier, muestreo y reconstrucción de señales, y transformada Z. A lo largo del informe se hace referencia a señales continuas, pero debe realizarse la salvedad: en realidad MatLab trata con señales discretas.

1. Desarrollo

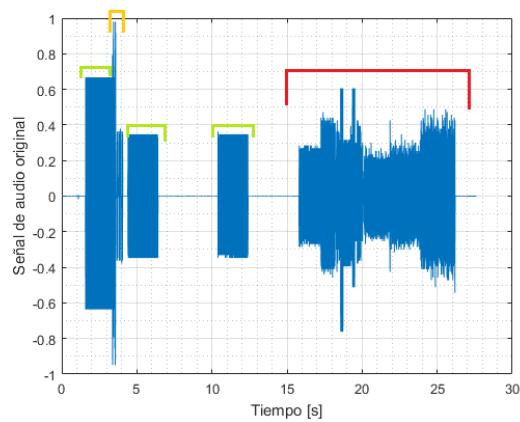
1.1. Punto 1

El código DTMF está dado por la tabla:

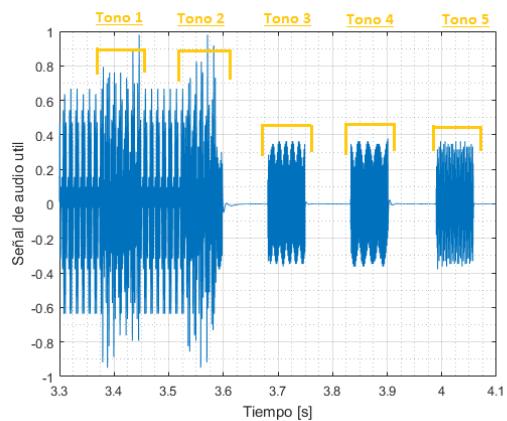
Frecuencias[Hz]/Frecuencias[Hz]	1209	1336	1477	1633
697	1	2	3	A
770	4	5	6	B
852	7	8	9	C
941	*	0	#	D

Cuadro 1.1: Tabla de símbolos con sus respectivas frecuencias

La señal dada por el archivo "modemDialing.wav" tiene en ciertas partes, tonos dados por el código DTMF. A lo largo del desarrollo se analizará dicha señal en varias ocasiones. A continuación se presentan gráficos ilustrando la mencionada señal:



(a) Señal original



(b) Señal útil

Figura 1.1: Señal del archivo "modemDialing.wav"

En las figuras 1.1(a) y 1.1(b) se pueden ver la señal original de "modemDialing.wav" y la señal recortada en donde se consideró el marcado.

Considerando cada tono de manera individual, podría decirse que dichas señales corresponden a una sección de otra que es periódica infinita, cuyo periodo fundamental es el máximo común divisor entre las frecuencias de las senoidales que componen al tono. A continuación se presenta una tabla con las frecuencias fundamentales, en Hz, para cada tono:

Tono	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	#	A	B	C	D
Frecuencia fundamental [Hz]	1	1	1	1	2	7	3	4	1	1	1	1	1	1	71	1

Cuadro 1.2: Tabla de símbolos con sus respectivas frecuencias fundamentales

1.2. Punto 2

Sea la señal $x_0(t) = \sin(2\pi 800t) + \sin(2\pi 1200t)$ que representa a un tono de prueba y $w_1 = 2\pi 800, w_2 = 2\pi 1200$ las frecuencias en ω .

Los coeficientes de Fourier de una señal periódica están dadas por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j k \omega_0 t} \quad (1.1)$$

Para el procesamiento de dicha señal ideal, se utiliza la herramienta de cálculo numérico *Matlab*, que representa a las señales en tiempo discreto.

Sabiendo que $x_0(t)$ es una función real dado que es la suma de funciones reales y que además es una función impar entonces $a_k = -a_{-k}$ que los coeficientes de Fourier de las señales senoidales, en modulo, son deltas de Dirac ubicadas en las frecuencias w_1 y w_2 . Al tomar las señales producidas por MatLab se debe tener en cuenta que son puntos discretos, por lo que los coeficientes estarán en el eje Ω , sin embargo se presentan a continuación gráficos con eje de abscisas en Hz para una mejor visualización.

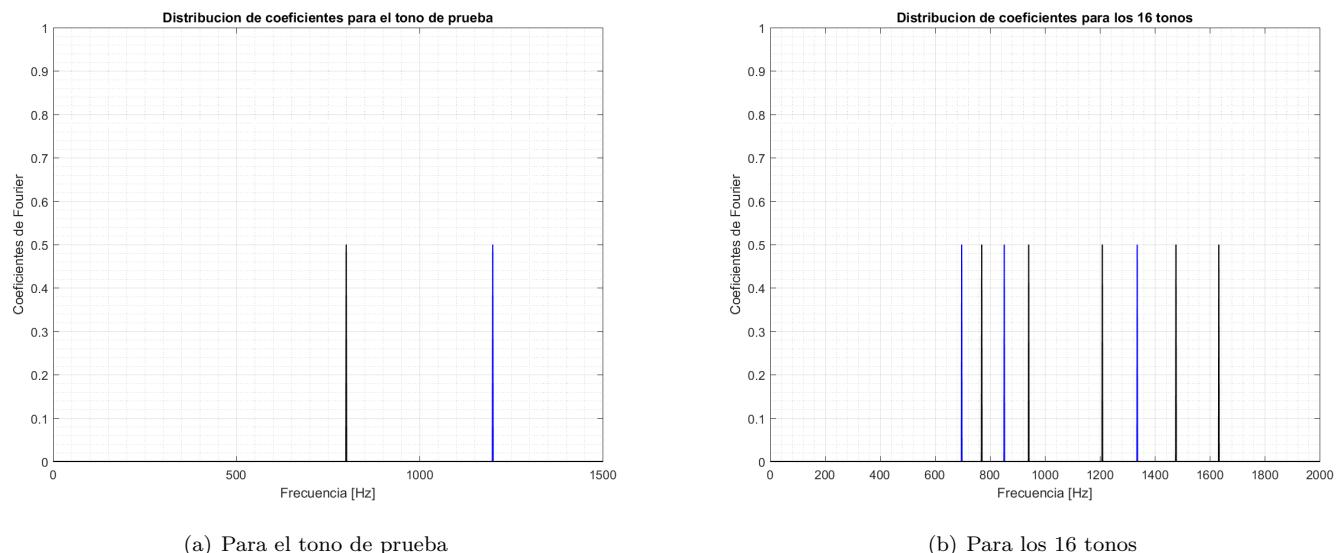


Figura 1.2: Distribución de coeficientes

Dada la ecuación 1.1 , y recordando la expresión de un seno como suma de senoidales:

$$x(t) = \sin(kw_0 t) = \frac{e^{(jkw_0 t)} - e^{(-jkw_0 t)}}{2j} \quad (1.2)$$

es claro que $k = \frac{w}{w_0}$. Entonces, como cada tono se conforma por dos senoides, cada uno de ellos tendrá cuatro coeficientes de Fourier. Aprovechando la simetría mencionada previamente, solo se tomaran en cuenta los coeficientes situados en las frecuencias positivas, o lo que es equivalente, para $k > 0$. Se presenta una tabla en donde quedan plasmados, en modulo, los k que definen la serie de Fourier de cada tono:

Tono	1	2	3	4	5	6	7	8
$\ k\ $	697,1209	697,1336	697,1477	770,1209	385,668	211,110	284,403	213,334

Cuadro 1.3: Tabla de valores de k para los primeros 8 tonos

Tono	9	*	0	#	A	B	C	D
$\ k\ $	852,1477	941,1209	941,1336	941,1477	697,1633	770,1633	12,23	941,1633

Cuadro 1.4: Tabla de valores de k para los últimos 8 tonos

1.3. Punto 3

Pudiendo identificar la presencia de cada tono individualmente, se realiza un análisis del espectro de cada uno. A continuación se presentan los mencionados y el espectro del discado completo, junto con el espectrograma realizado con distintas ventanas.

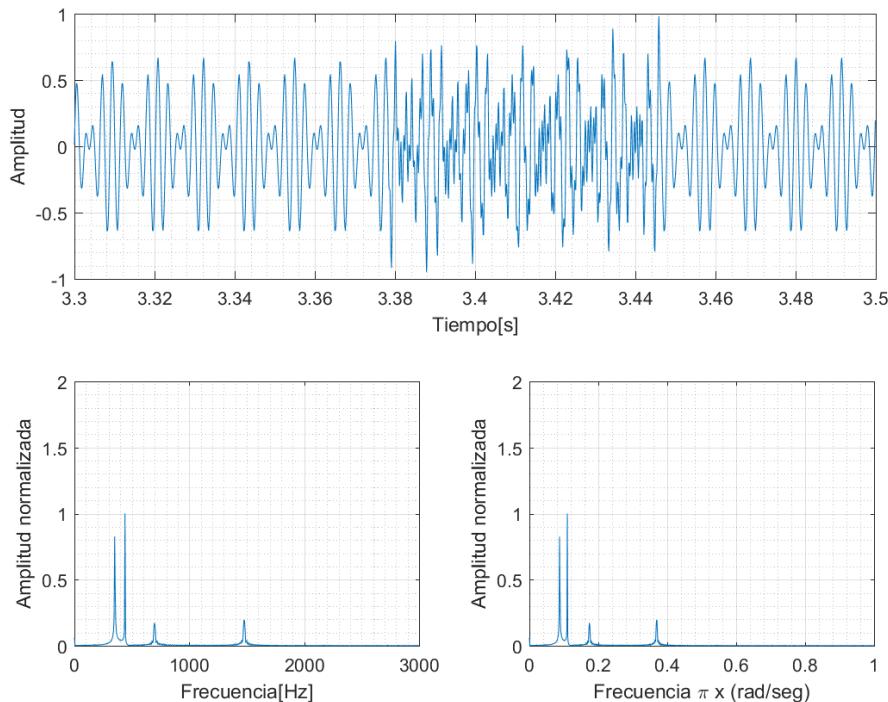


Figura 1.3: Primer tono

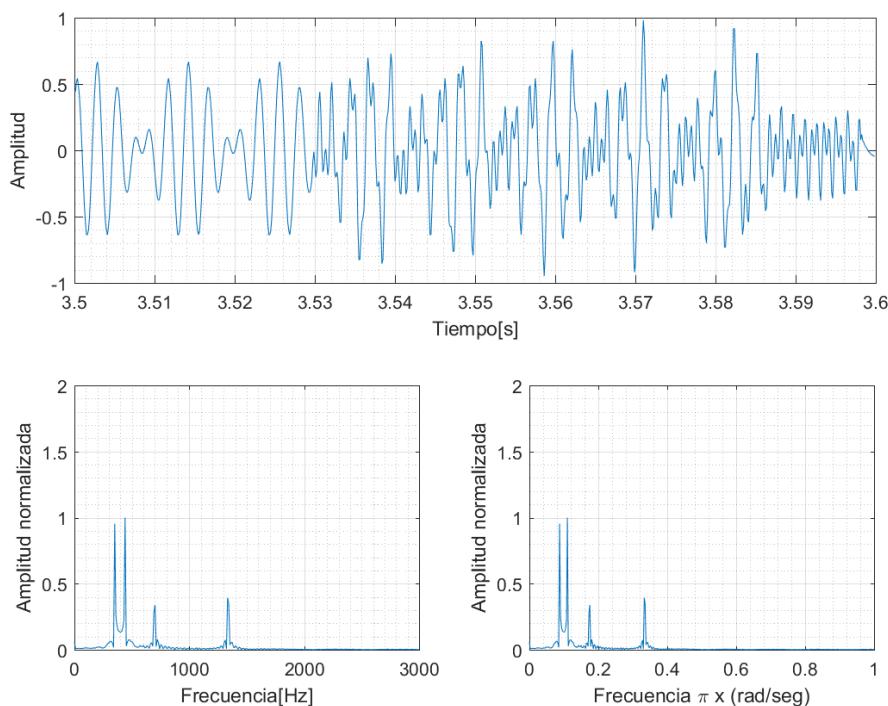


Figura 1.4: Segundo tono

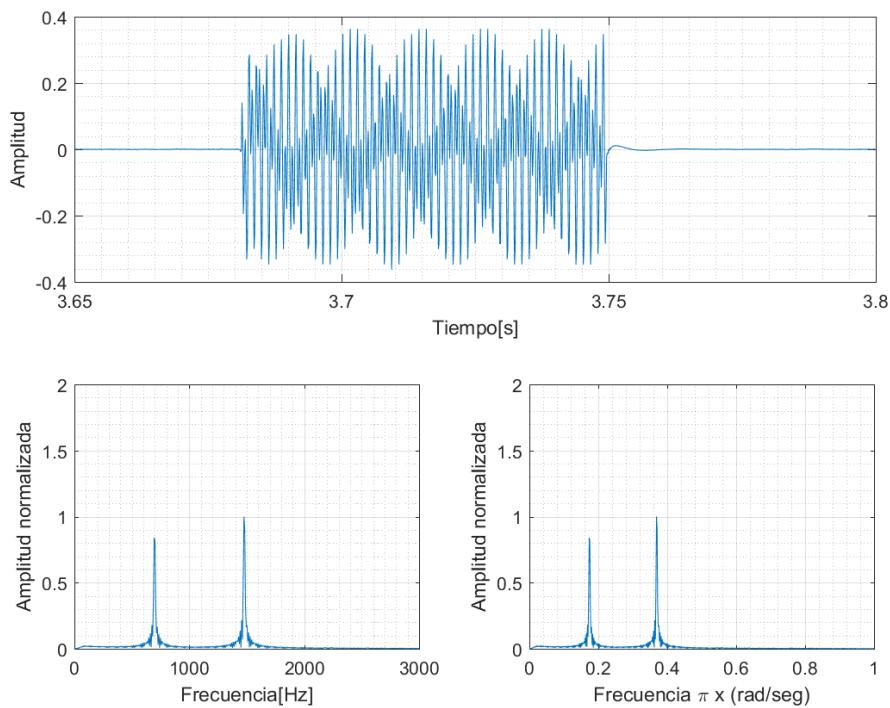


Figura 1.5: Tercer tono

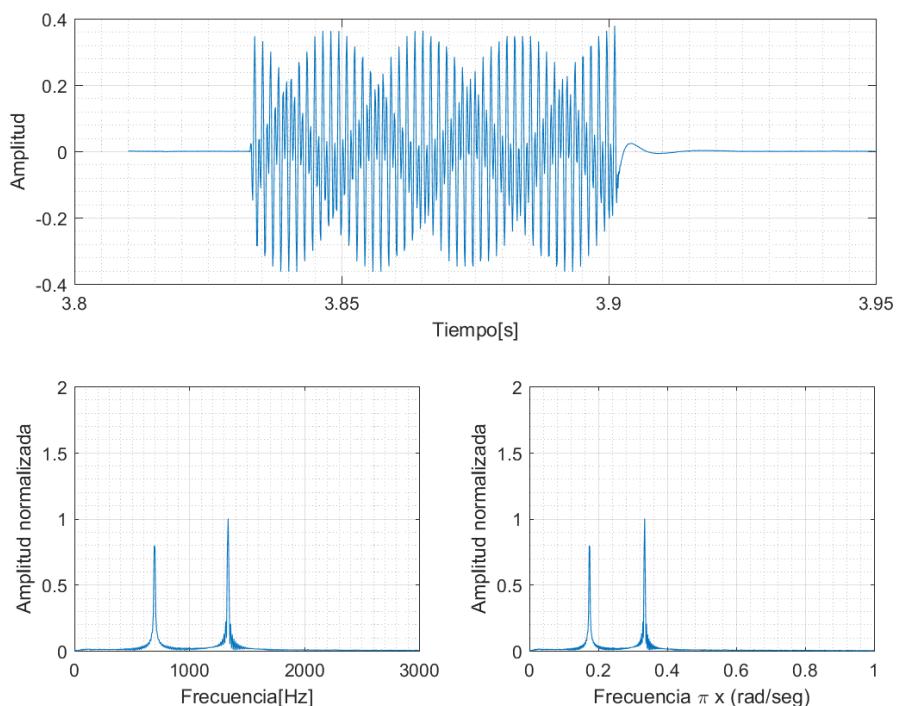


Figura 1.6: Cuarto tono

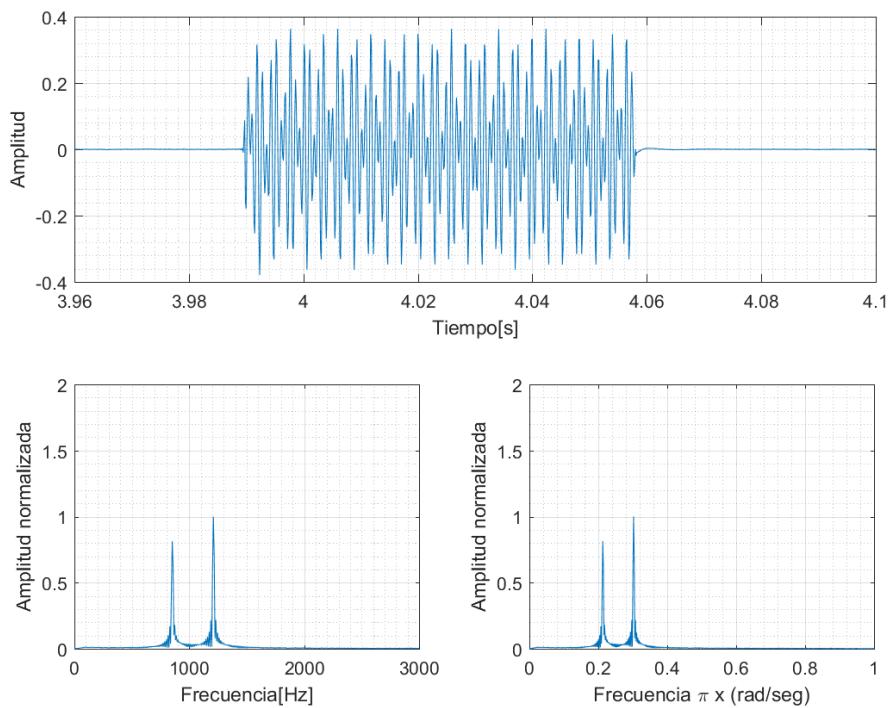


Figura 1.7: Quinto tono

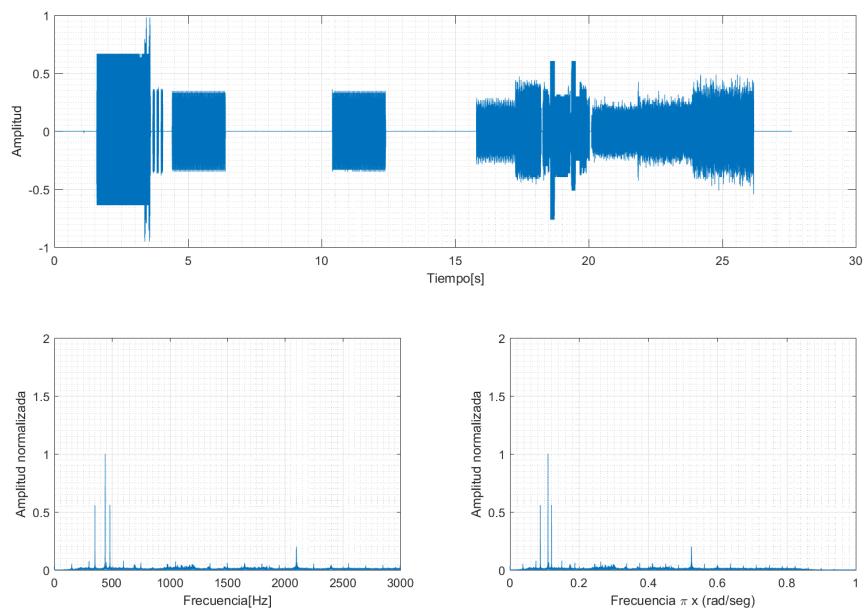


Figura 1.8: Espectro de la sección del discado

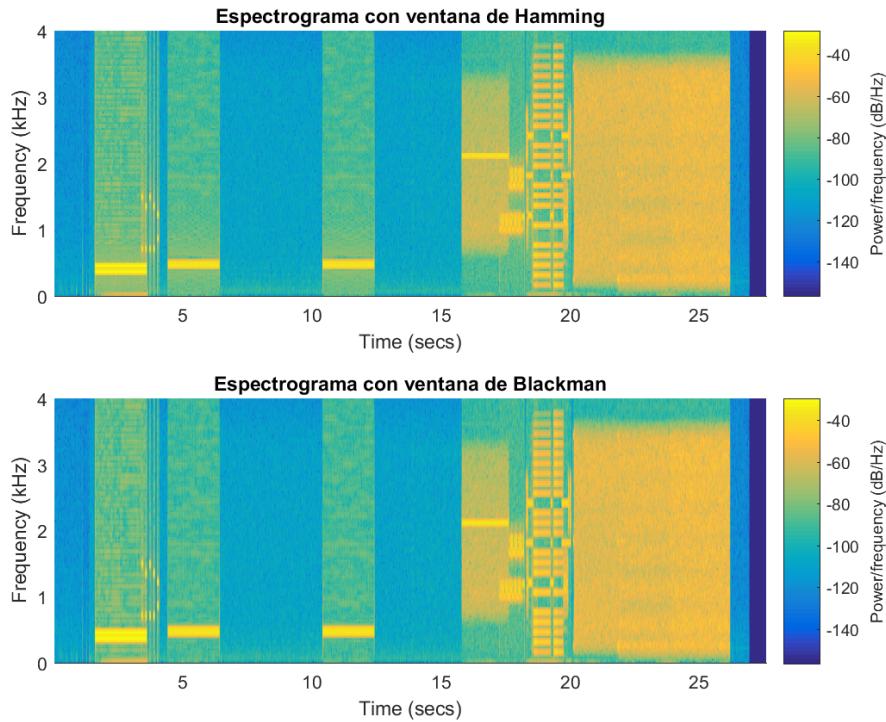


Figura 1.9: Espectrogramas con ventanas de 256 muestras

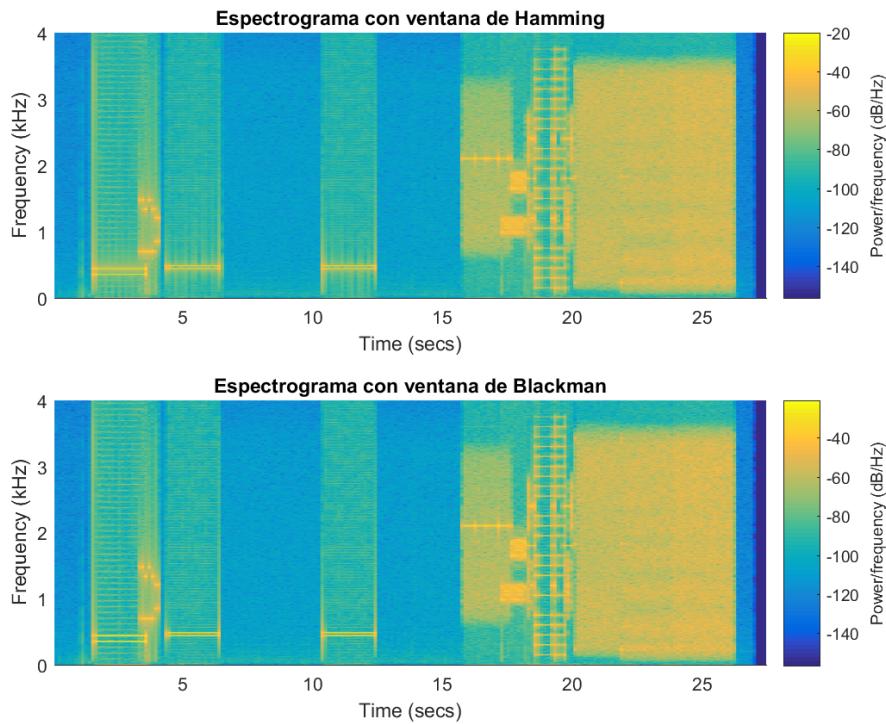


Figura 1.10: Espectrogramas con ventanas de 2048 muestras

Es notable destacar que, para una mejor visualización se graficaron los espectros de cada tono en un eje de frecuencias, pero en complemento esta graficado el espectro de cada uno de los tonos y del discoado completo en el eje Ω , que es el dominio de las transformadas de señales en tiempo discreto. Nuevamente: se recuerda que, si bien MatLab trabaja con señales en tiempo discreto, se presentan los espectros como si pertenecieran a señales continuas pues resulta mas natural localizar las frecuencias en Hz que en el dominio de Ω .

Dado que los tonos del código DTMF son generados mediante señales sinusoidales, el análisis de sus espectros esta basado

en los picos máximos que presentan.

Se puede notar que en las figuras 1.3 y 1.4 existe ruido y se expresa como frecuencias indeseadas en el espectro, detectables gracias a que las mismas no pertenecen al rango de frecuencias que conforman a los tonos, tienen valores menores a 500Hz y la mínima frecuencia para una senoide que conforma a un tono es 697Hz. En las imágenes restantes se ve que los picos de cada transformada coinciden (con error menor al 10 %) con la frecuencia que los identifica.

Viendo la figura 1.8 no se puede identificar la secuencia marcada, pues no es posible asociar de maneraívoca a un par de frecuencias con cada tono individual.

Las figuras 1.9 y 1.10 muestran los spectrogramas del discado completo para ventanas de Hamming y Blackman de 256 y 2048 puntos, con solapamiento del 50 %. El spectrograma consiste, básicamente, en realizar la transformada de Fourier de corto tiempo utilizando una ventana de una determinada longitud, para todo el largo de la señal bajo estudio. También se considera un solapamiento entre ventanas para mejorar la continuidad del gráfico. Es evidente, recordando el principio de dualidad, que al tomar un numero mayor de muestras se mejora la resolución en frecuencia(Δw es inversamente proporcional a la cantidad de muestras se tomen), pero se pierde resolución en el dominio del tiempo. Esto conlleva un compromiso a la hora del análisis. Dependiendo de la aplicación en la que se trate, se requerirá mayor resolución en uno u otro dominio. Para el presente caso, solo es necesario detectar la presencia de ciertas frecuencias en determinado instante de tiempo, por lo que se considera que la resolución en tiempo es la predominante.

En el spectrograma realizado para ambas ventanas con un ancho de ventana de 256 muestras, comparado con el de 2048 muestras, tiene peor resolución en frecuencia. Este es un claro ejemplo del compromiso nombrado previamente.

1.4. Punto 4

Teniendo en cuenta el teorema de Nyquist :

$$W_s > 2W_0$$

$$f_s > 2f_0$$

donde W_0 es la frecuencia en radianes por segundo y f_0 la frecuencia en Hz de la señal bajo análisis; el teorema asegura que la señal reconstruida luego de su análisis es única, es decir que no hay solapamiento o aliasing, por ende para tratar con las señales que conforman los tonos, se debe considerar la mas grande de ellas y especificar una frecuencia de muestreo mayor al doble de la mencionada para poder recuperar el tono original,luego de su análisis en frecuencia. Entonces queda definida $f_s > 3266Hz$ pues la mayor frecuencia de las que conforman cada símbolo del código DTMF es $f_0 > 1633Hz$

1.5. Punto 5

Si se considera que las señales discretas se obtuvieron con una frecuencia de muestreo $f_s = 8000Hz$, quedan definidas las frecuencias correspondientes a señales en tiempo discreto ,que conforman los símbolos, según la siguiente tabla:

	$0,30225\pi$	$0,334\pi$	$0,36925\pi$	$0,40825\pi$
$0,17425\pi$	1	2	3	A
$0,1925\pi$	4	5	6	B
$0,213\pi$	7	8	9	C
$0,23525\pi$	*	0	#	D

Cuadro 1.5: Tabla de símbolos con sus respectivas frecuencias, para señales de tiempo discreto

donde las frecuencias de la tabla pertenecen al dominio de Ω .

1.6. Punto 6

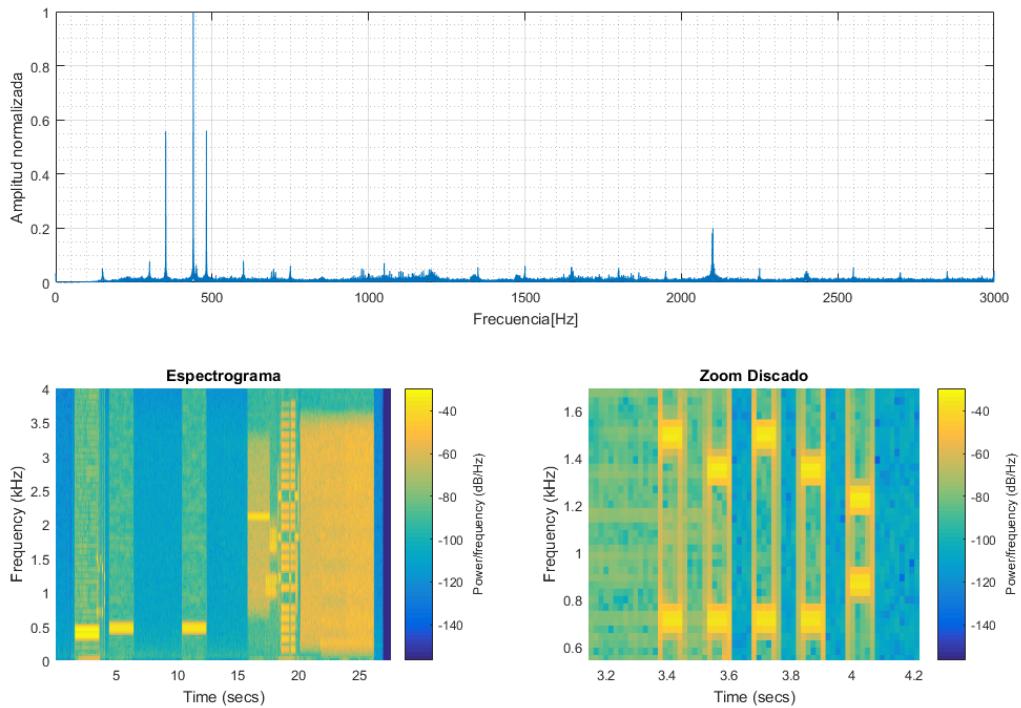


Figura 1.11: Espectrograma

De la figura 1.11 "Zoom discado" se puede extraer información sobre las distintas frecuencias que componen cada tono y su ubicación temporal (cuál fue la secuencia marcada). De este ameno análisis se obtiene que la secuencia marcada fue 3-2-3-2-7.

1.7. Punto 7

En este punto se creó una función en MatLab que recibe un marcado que se desea generar y la duración de cada silencio y tono. Devuelve un vector que contiene la señal requerida. La función simplemente concatena vectores de silencios y tonos, donde los silencios son vectores de ceros y los tonos son la suma de senos con las frecuencias angulares que se corresponden con el tono deseado.

Un ejemplo de señal se muestra a continuación, donde el marcado que se realizó fue 1-2-C:

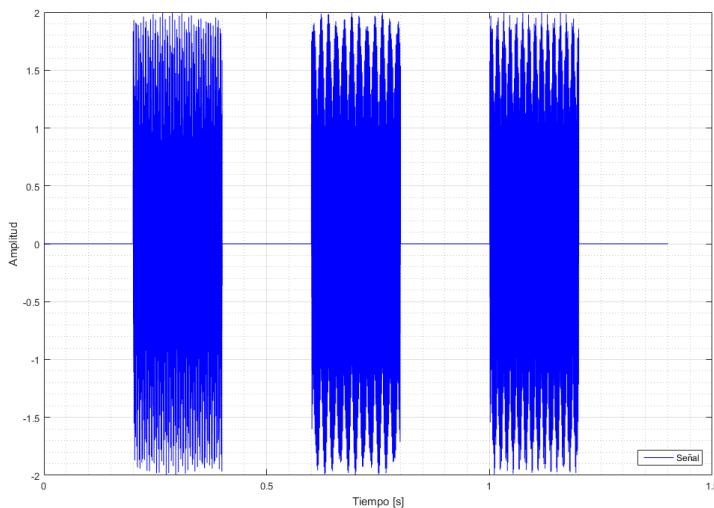


Figura 1.12: Ejemplo de señal generada

1.8. Punto 8

En esta sección se desarrolla un decodificador DTMF que, mediante un análisis del espectro de la señal entrante, es capaz de determinar la secuencia de símbolos generada.

Tómese una señal $x(t)$ cualquiera, como la del ejemplo del punto 7 (figura 1.12). Para detectar los momentos en los que hay señal presente se calcula la energía instantánea de la señal y se la convoluciona con una ventana que tiene ancho lo suficientemente pequeño como para no afectar en mayor medida el desfasaje de la señal; y lo suficientemente abarcativo para que se pueda promediar la energía de la señal en el intervalo dado por el ancho del pulso cuadrado y poder discernir la presencia o no de señal.

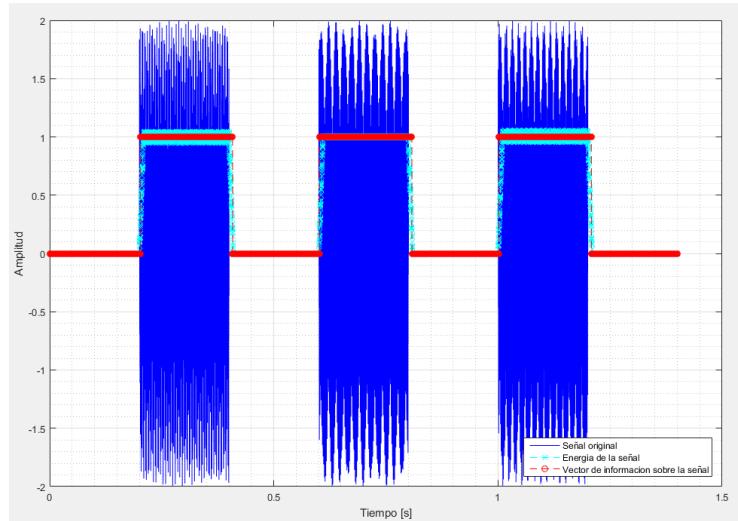
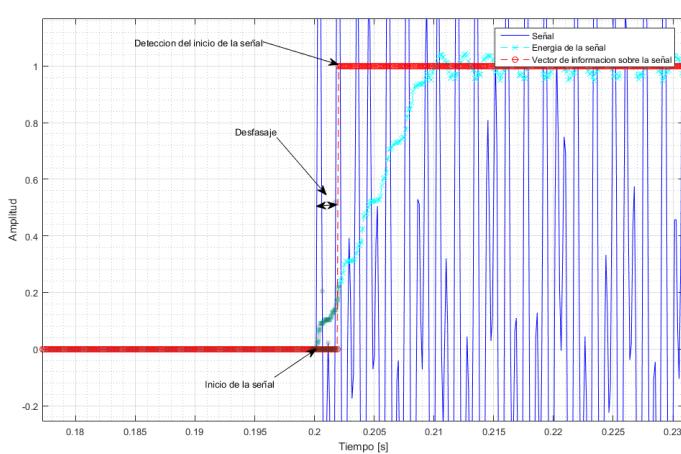
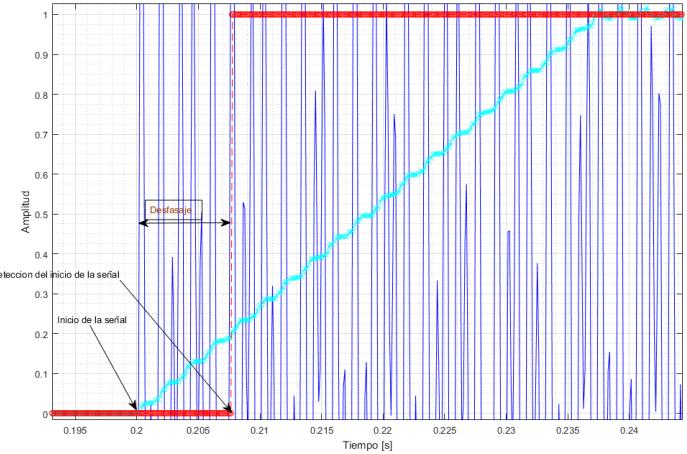


Figura 1.13: Señal del ejemplo, energía y detección de información útil sobre la señal



(a) Ventana de 75 muestras



(b) Ventana de 300 muestras

Figura 1.14: Zoom de la señal del ejemplo

Como puede notarse, al tomar una ventana de mayor longitud se promedian mas puntos para la energía, por lo que es mas estable la curva graficada como "Energía"; pero a su vez hay un mayor desfasaje en la detección de la información de la señal. Dicho desfasaje esta presente en la detección del inicio de un tono y la detección del fin del tono. El efecto mencionado es producto de la convolución, pues a mayor ancho de ventana mayor sera la cantidad de puntos que se deben "cruzar" para poder tener promedio de energía estable. Para un mejor entendimiento se presentan las figuras 1.14(a) y 1.14(b).

Luego se divide la señal de entrada en otras n señales, donde n es la cantidad de tonos identificados y ,mediante el algoritmo FFT, se calculan la transformadas de Fourier discretas a cada una de ellas.

Dada la tabla 1.1, puede diferenciarse una banda de frecuencias "bajas" y una banda de frecuencias "altas" a la cual pertenecen las frecuencias que conforman cada tono. El primer intervalo puede definirse entre 500Hz y 1000Hz ; y el segundo intervalo desde 1000Hz hasta 1800Hz . Aprovechando esto, los máximos que presenta el espectro de cada tono estarán en los mencionados intervalos. Para un numero de muestras igual o mayor a la longitud del vector que define a la señal original, no habrá un error que produzca ubicar la posición del máximo de manera errónea.

El espectro de cada tono marcado (en el ejemplo) se ilustra según

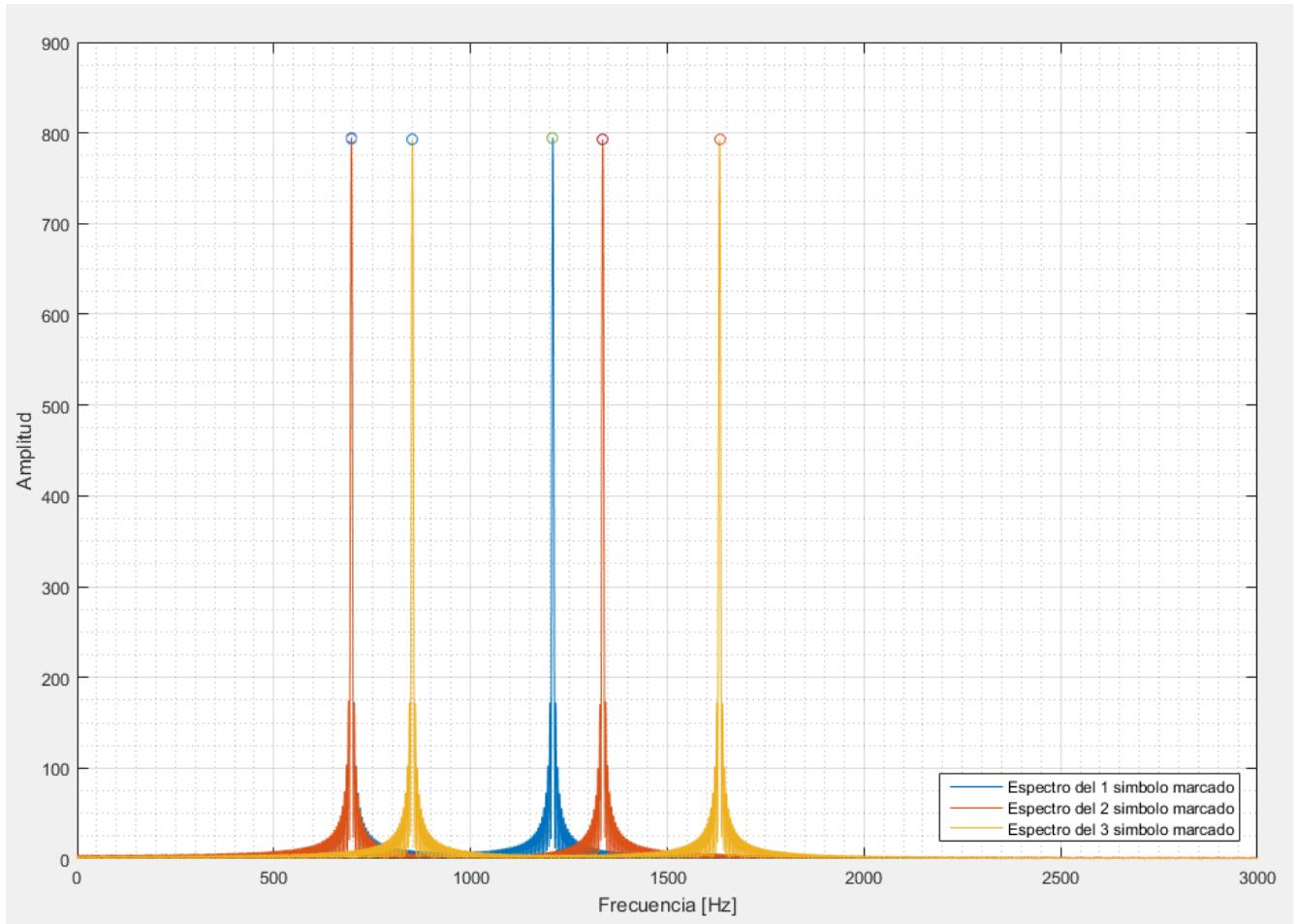


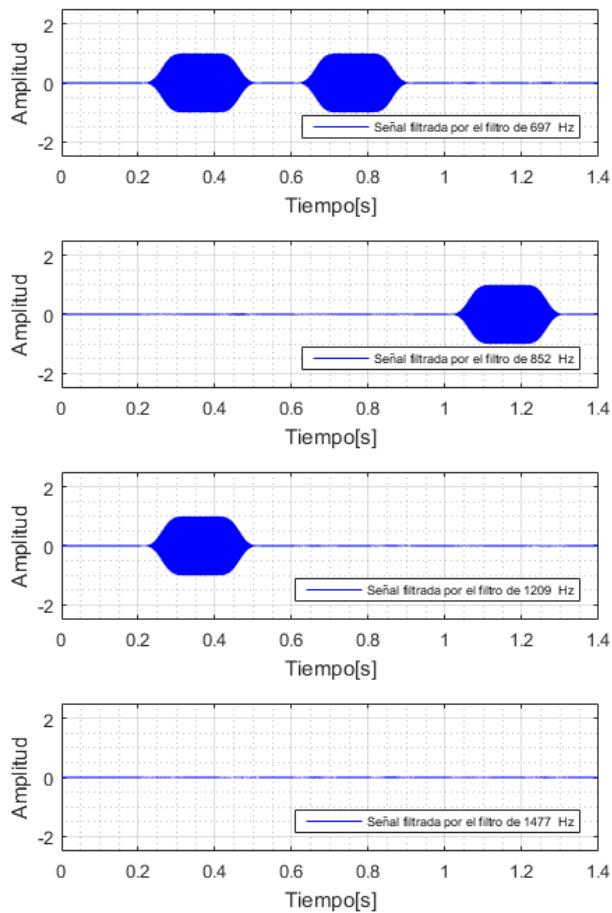
Figura 1.15: Espectro de cada tono de la señal del ejemplo

Luego, sabiendo el orden de aparición de las señales y el espectro de cada una, se puede identificar el marcado realizado.

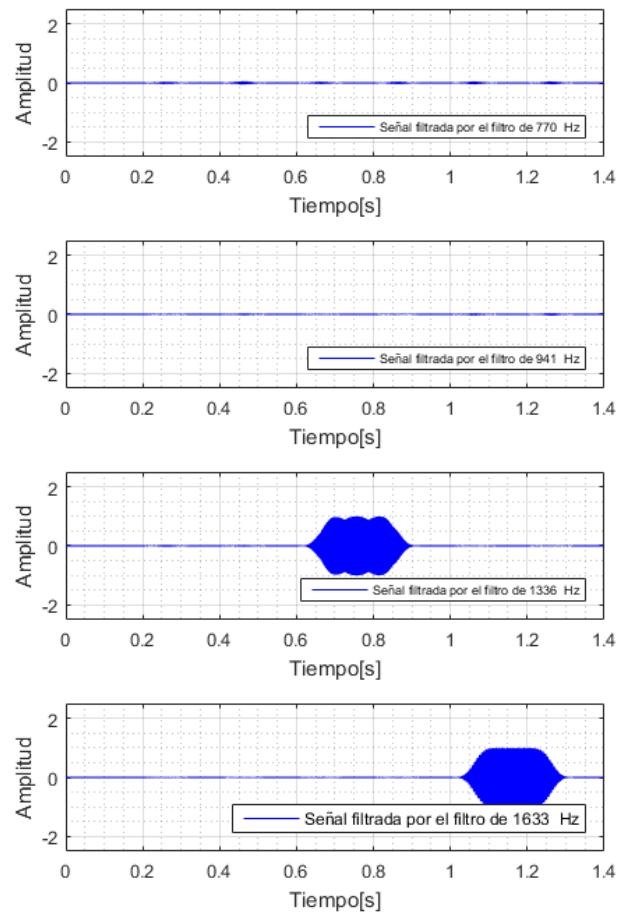
1.9. Punto 9

Un segundo decodificador implementa otra forma de detectar la secuencia de símbolos discada. Realiza un análisis en tiempo mediante un banco de filtros, compuesto por filtros pasabanda en un determinado intervalo de frecuencias cada uno. El intervalo es tal que contiene solo a una frecuencia del código DTMF.

El proceso de decodificación a través del banco de filtros genera en una primera instancia una señal y_i , ($i \in 1, 2, \dots, 8$) filtrada por el filtro i . Definiendo el orden del filtro, su banda de paso y el tipo de ventana a utilizar, quedan las señales y_i :



(a) Utilizando la ventana 1



(b) Utilizando la ventana 2

Figura 1.16: Señales filtradas

donde la ventana 1 es una ventana de Blackman de orden 1000 y la ventana 2 es una Kaiser del mismo orden y parámetro $\beta = 0,5$.

A las señales filtradas se les detectan las porciones con información útil, es decir que se verifica donde hay señal y donde no de la misma manera que en el punto 8. La señal resultante luego del banco de filtros, junto con la detección de información y la energía de la señal se presentan en las siguientes figuras:

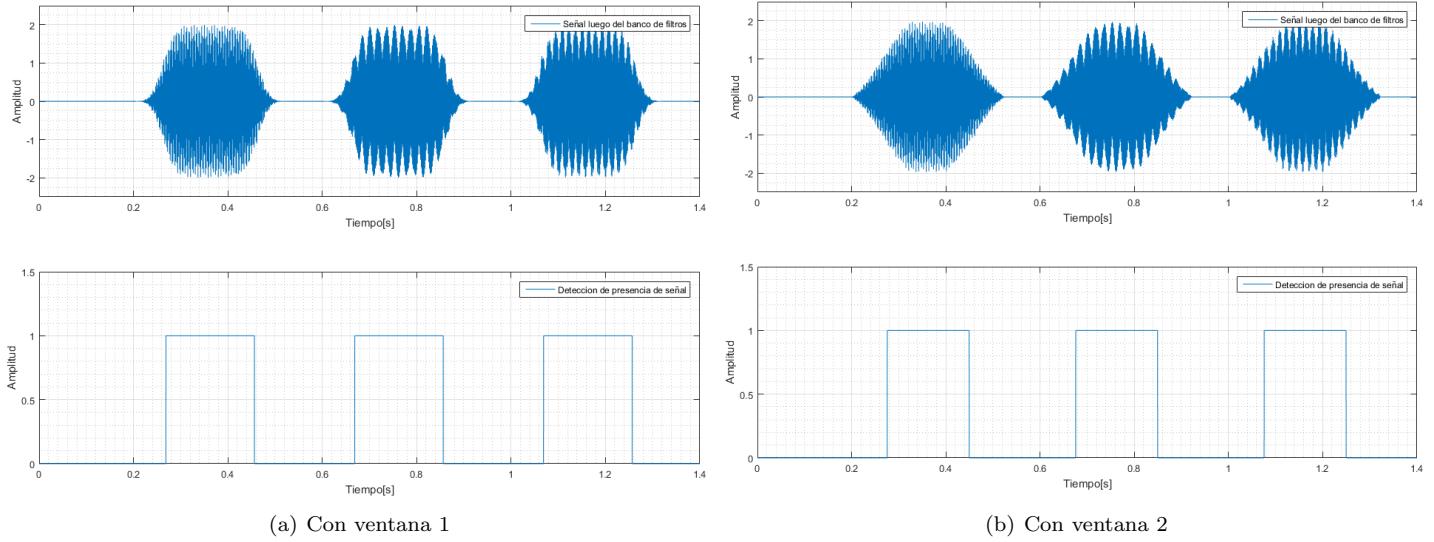


Figura 1.17: Señal luego del banco de filtros

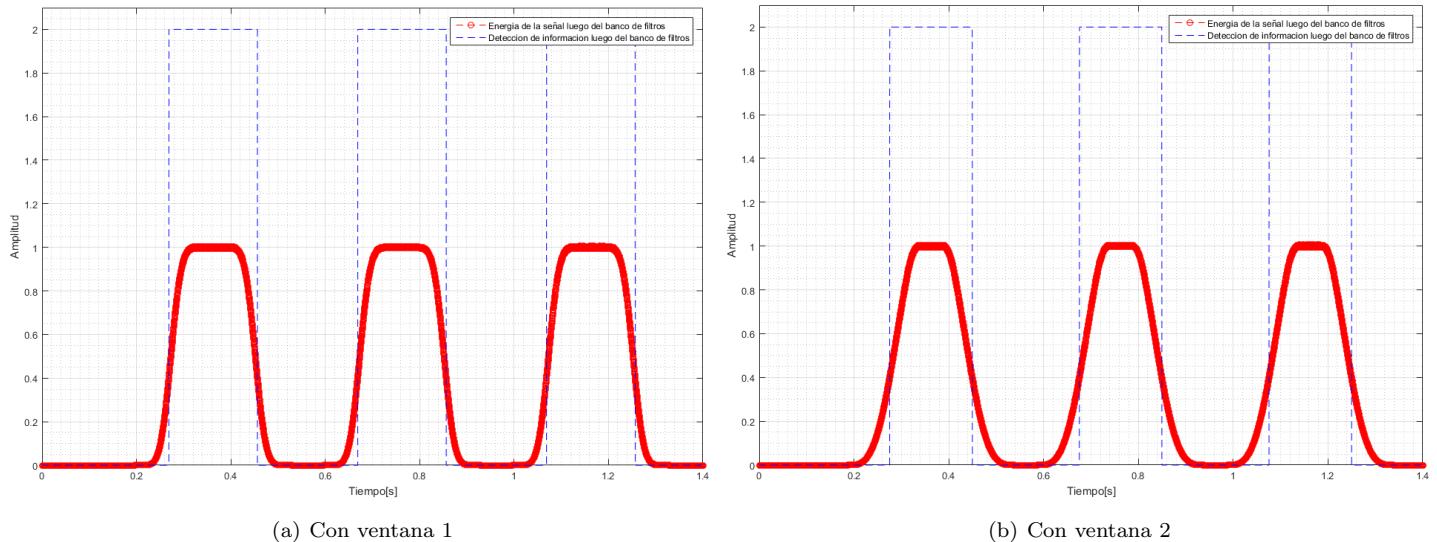


Figura 1.18: Detección de información (presencia de señal)

También se presentan las ventanas utilizadas, en el dominio del tiempo y su representación en el dominio de las frecuencias:

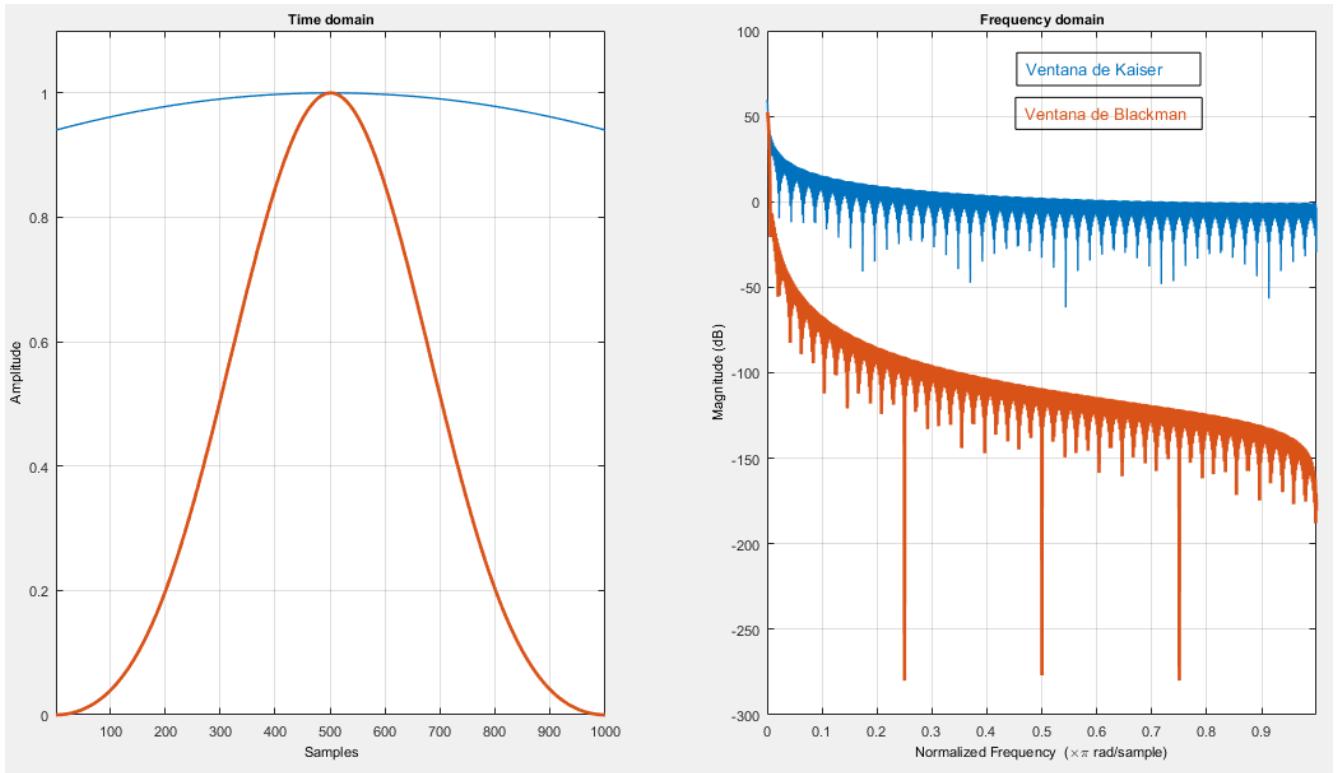


Figura 1.19: Análisis de las ventanas utilizadas

Notese que la ventana de Kaiser atenúa las frecuencias que no son de interés de ,aproximadamente, la misma forma. En cambio para la ventana de Blackman, las frecuencias mas altas se atenúan cada vez mas. Viendo la figura 1.17(a), se puede notar que, al haber un cambio brusco dado por el comienzo de la señal, hay presencia de altas frecuencias. Dichas frecuencias son muy atenuadas cuando se usa la ventana de Blackman, por lo que la señal se estabiliza mas rápidamente que con la ventana de Kaiser. Esto influye también en la detección de la información (presencia de señal), por lo que de la figura 1.18(b), comparada con la 1.18(a), informa que la duración de cada tono es menor.

Finalmente se verifica, dado que hay n tonos, la presencia de cada frecuencia para cada uno de ellos. Si en un determinado instante hay presentes dos frecuencias que identifican a un tono, entonces ese tono esta presente en ese instante. De esta manera se puede detectar el marcado realizado.

1.10. Punto 10

El análisis del banco de filtros esta dado por el diagrama de polos y ceros, y la respuesta en frecuencia de cada filtro que lo compone. Como se menciono en el punto 9, se utilizaron filtros de orden 1000 y ventanas de Blackman y Kaiser, considerando como principal a la primera.

Sabiendo que la transformada Z se define como

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]z^{-k} \quad (1.3)$$

y que si se evalúa la misma en $z = e^{j\Omega}$ se obtiene la transformada de Fourier, se tiene que el diagrama de polos y ceros de los filtros utilizados están en el circulo unitario del plano z. Además se utilizan filtros FIR, por lo que la única posible ubicación de los polos sera el origen de coordenadas. Dichos polos representan un retardo al momento de verificar la salida del filtro.

A continuación se muestran los gráficos que ilustran el análisis:

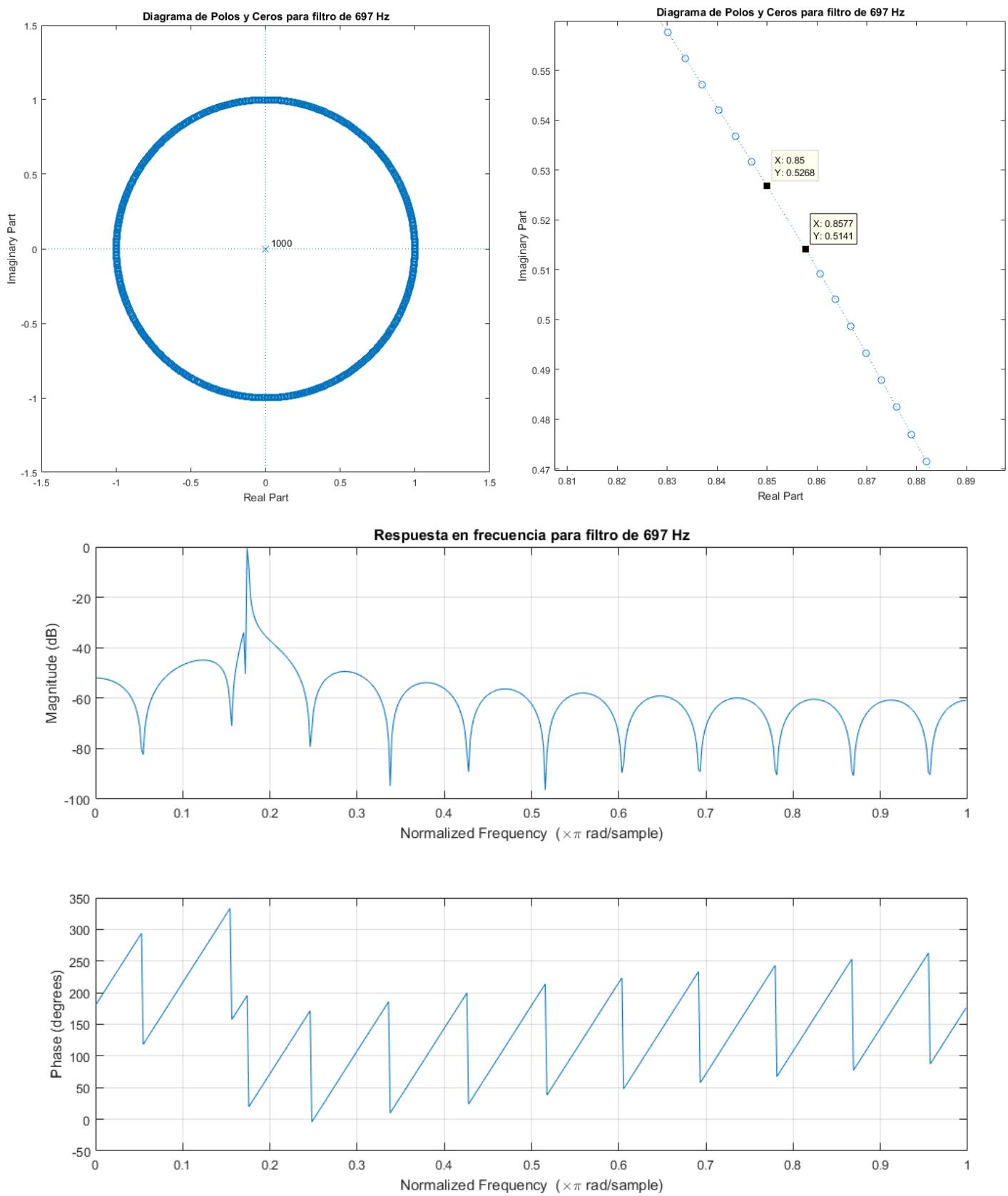


Figura 1.20: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 697

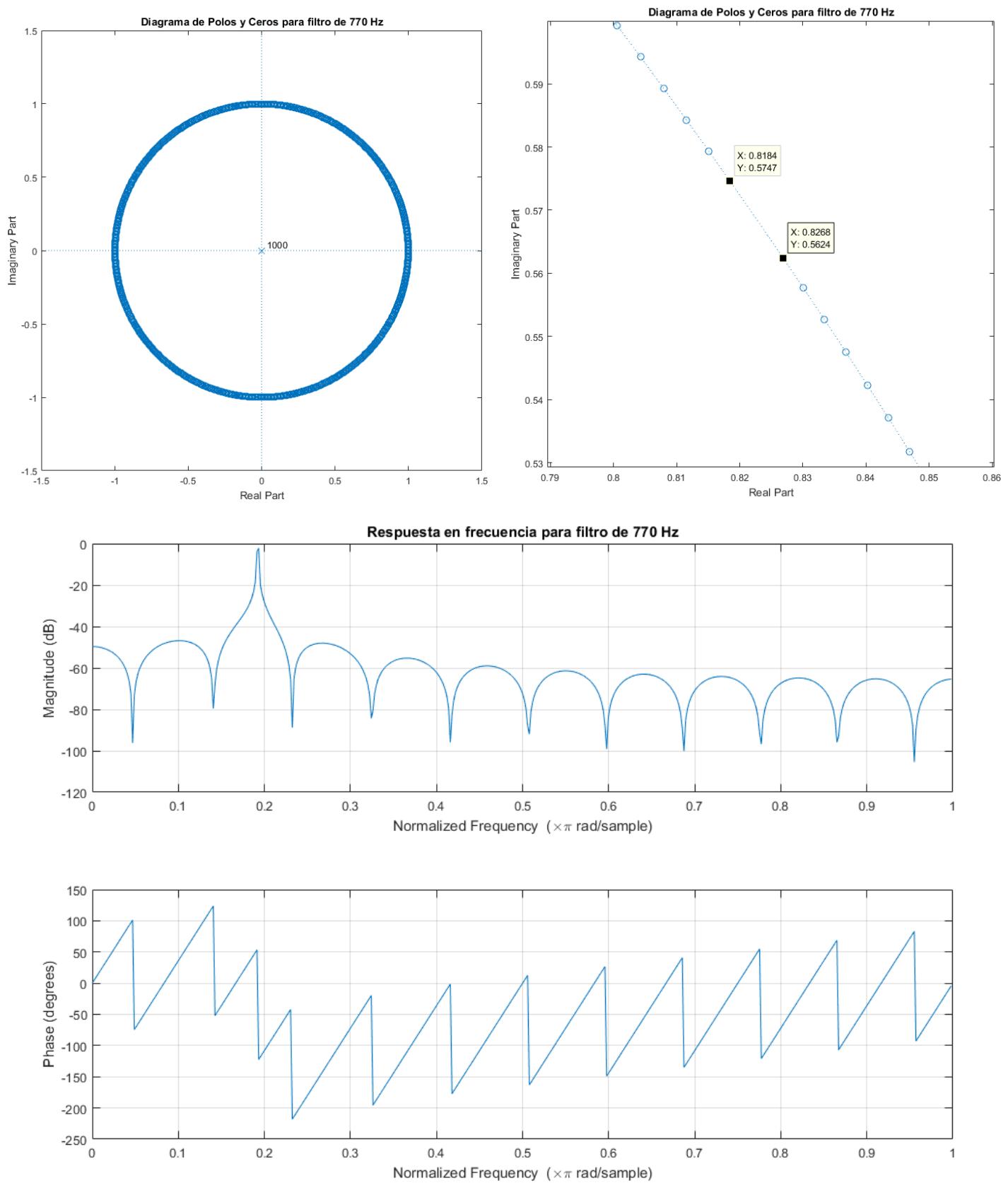


Figura 1.21: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 770

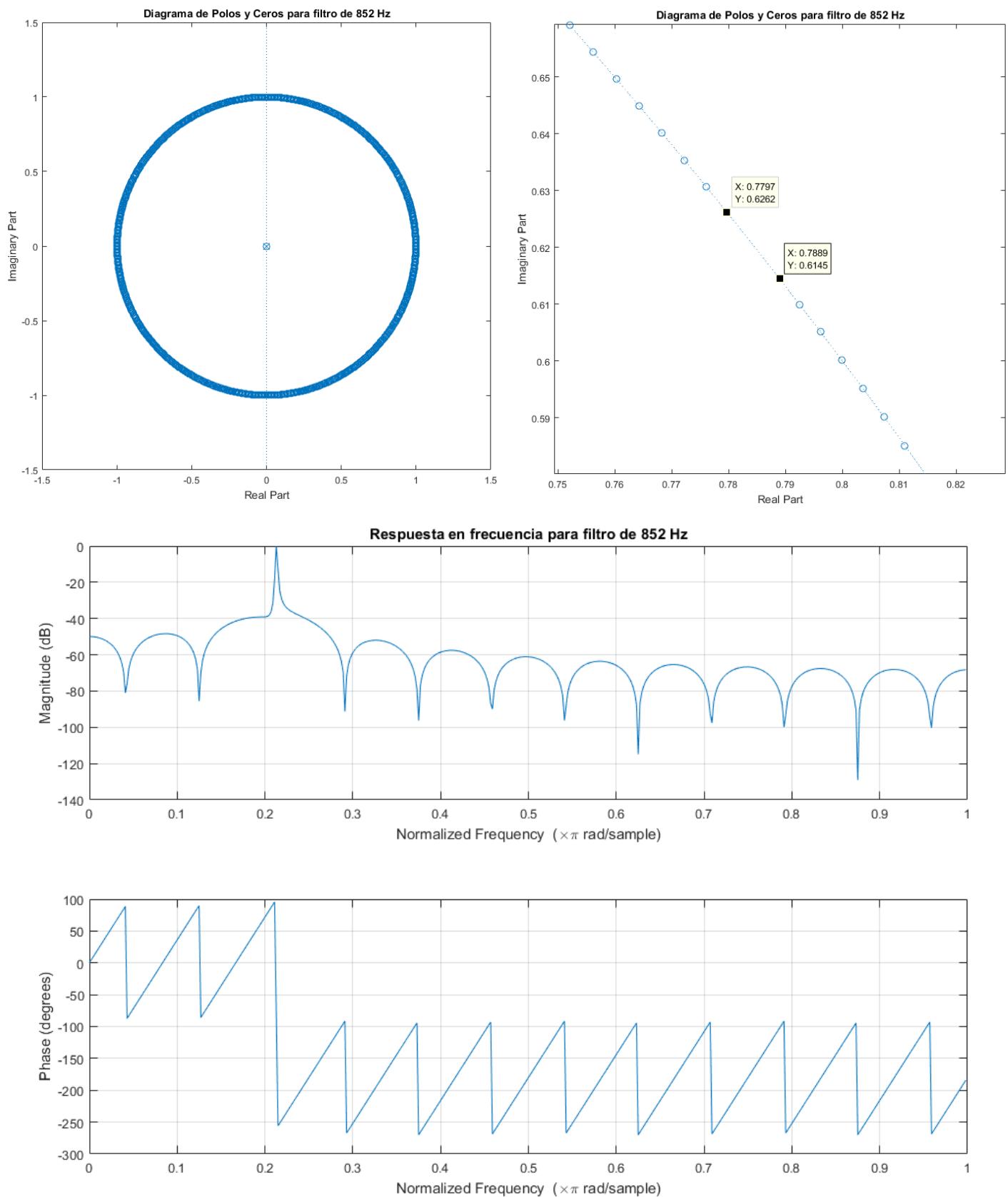


Figura 1.22: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 852

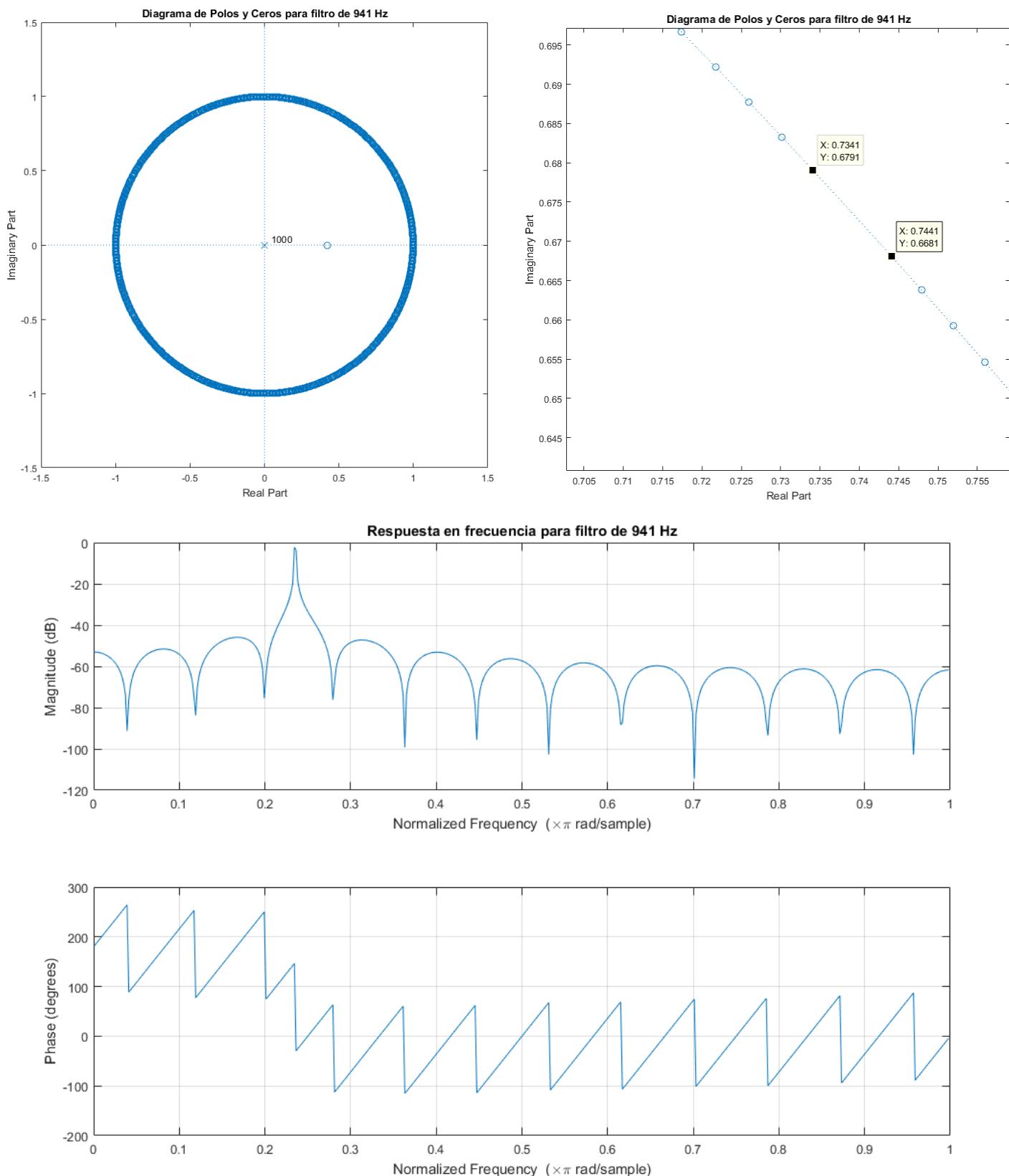


Figura 1.23: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 941

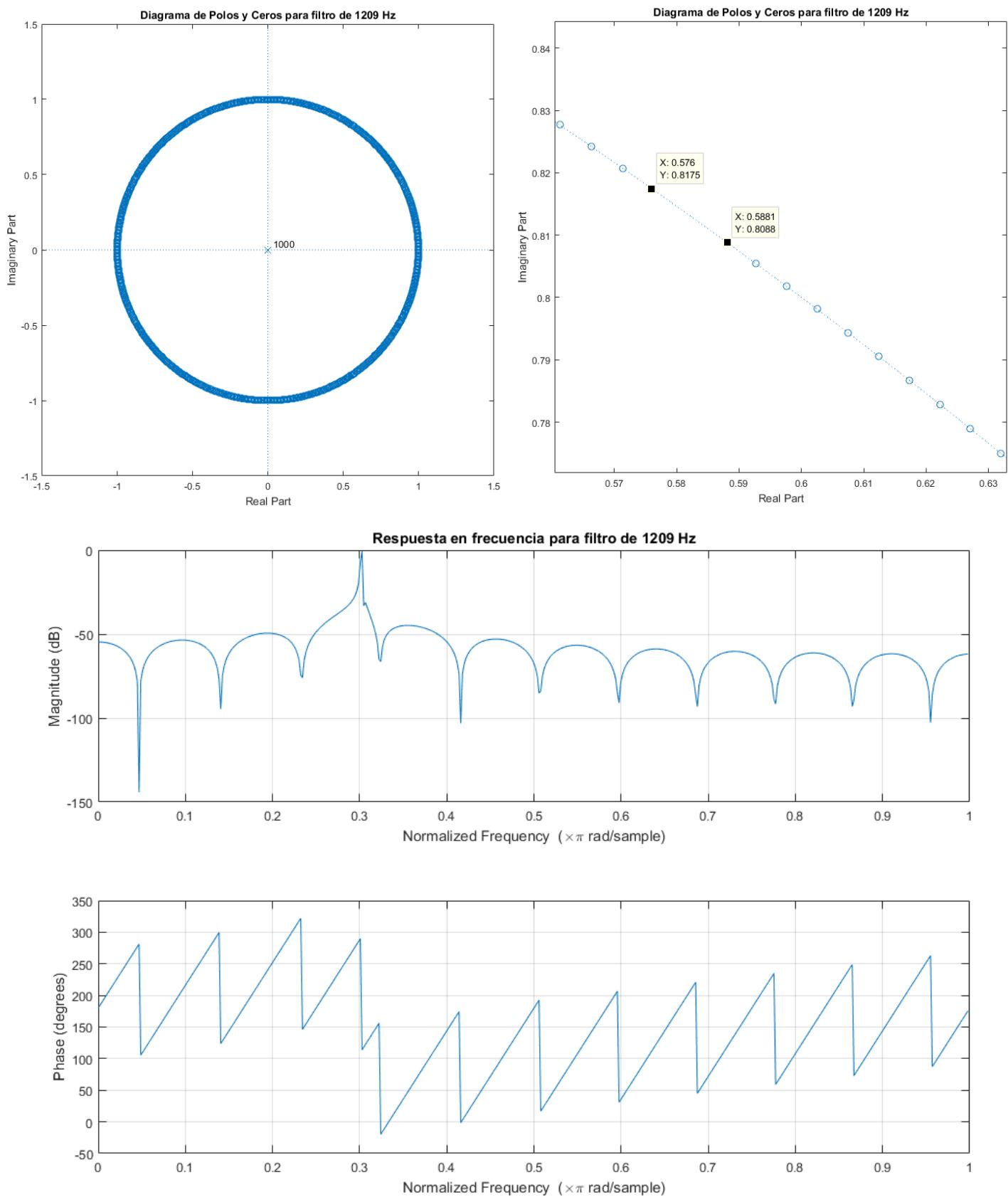


Figura 1.24: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1209

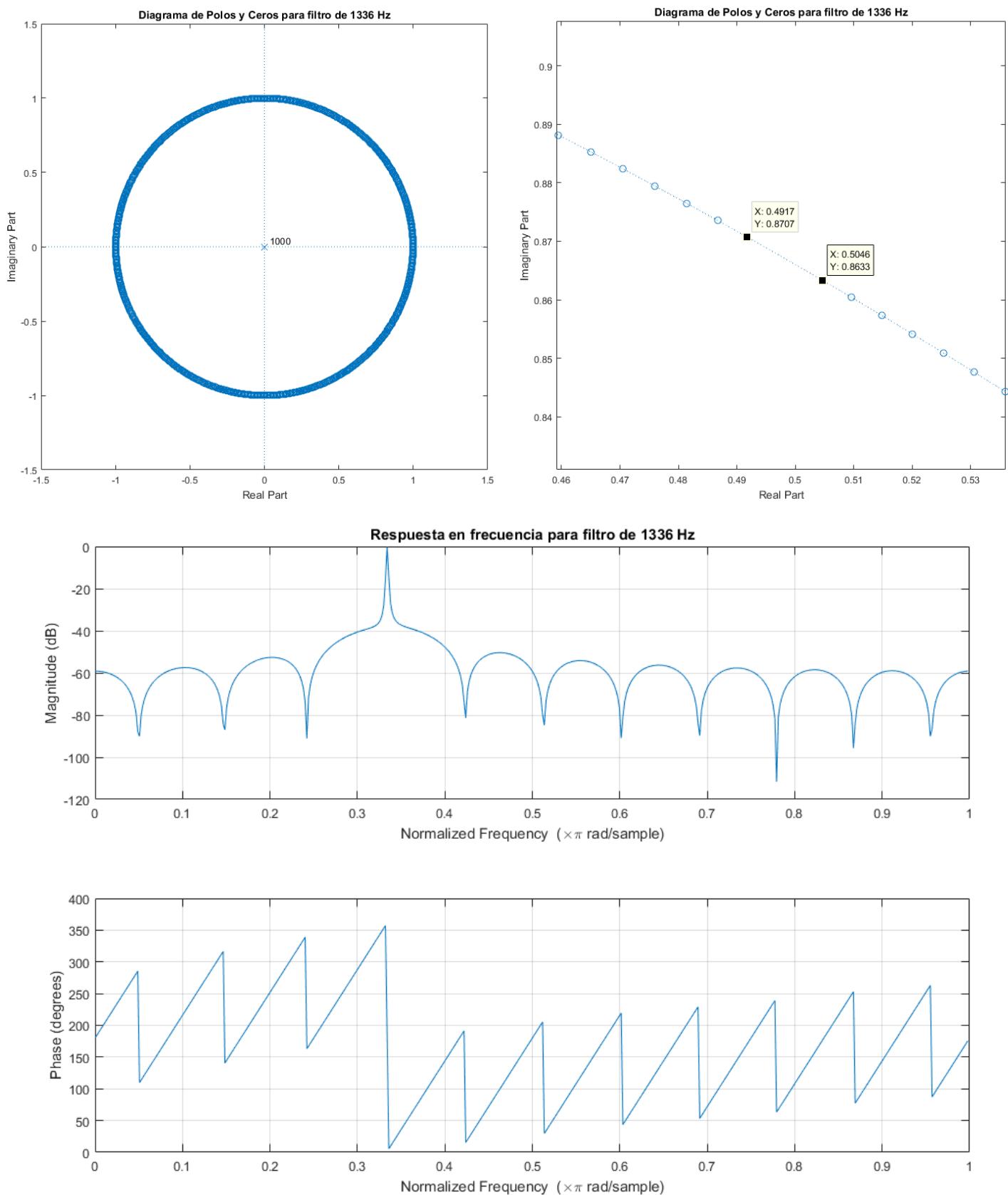


Figura 1.25: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1336

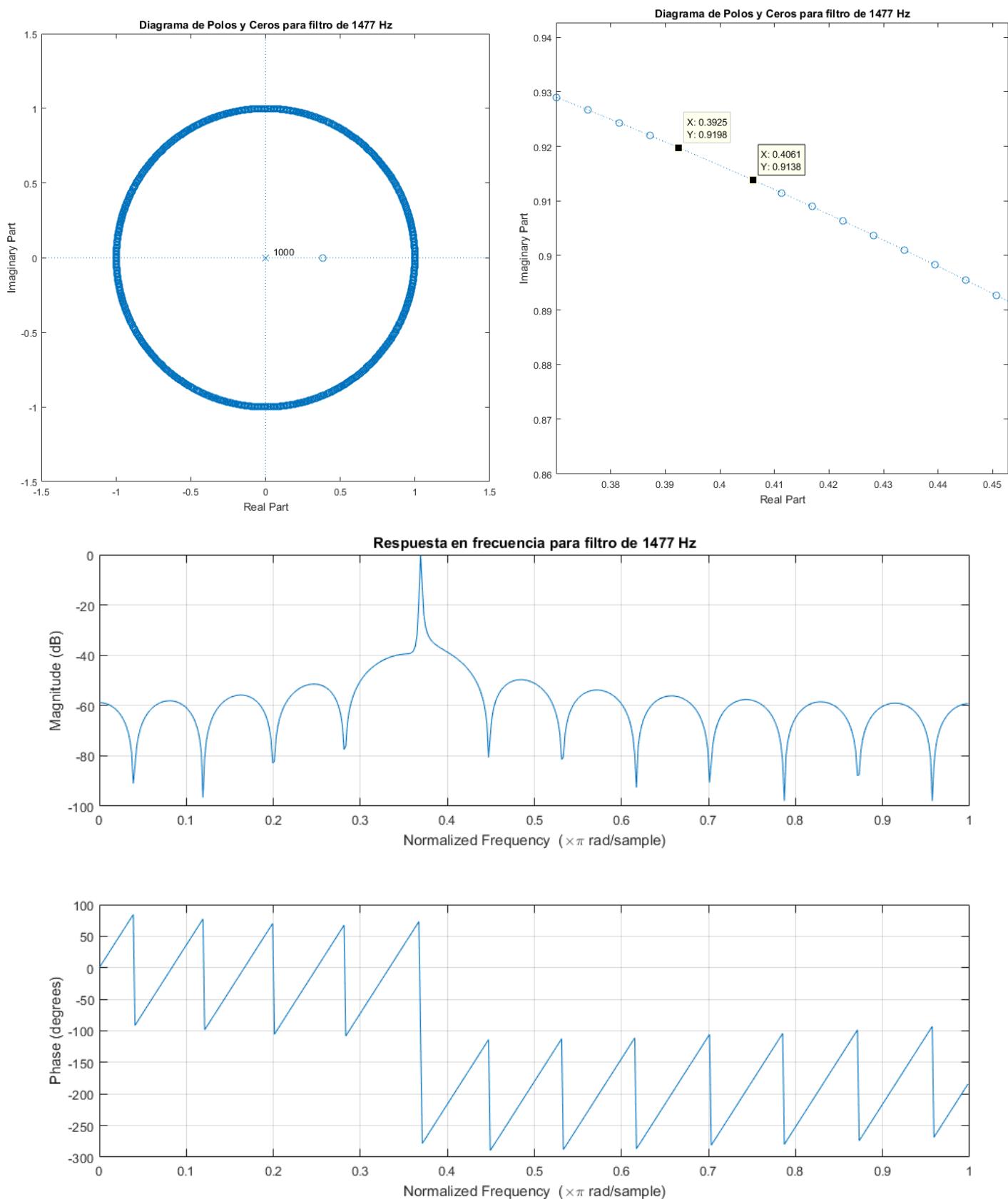


Figura 1.26: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1477

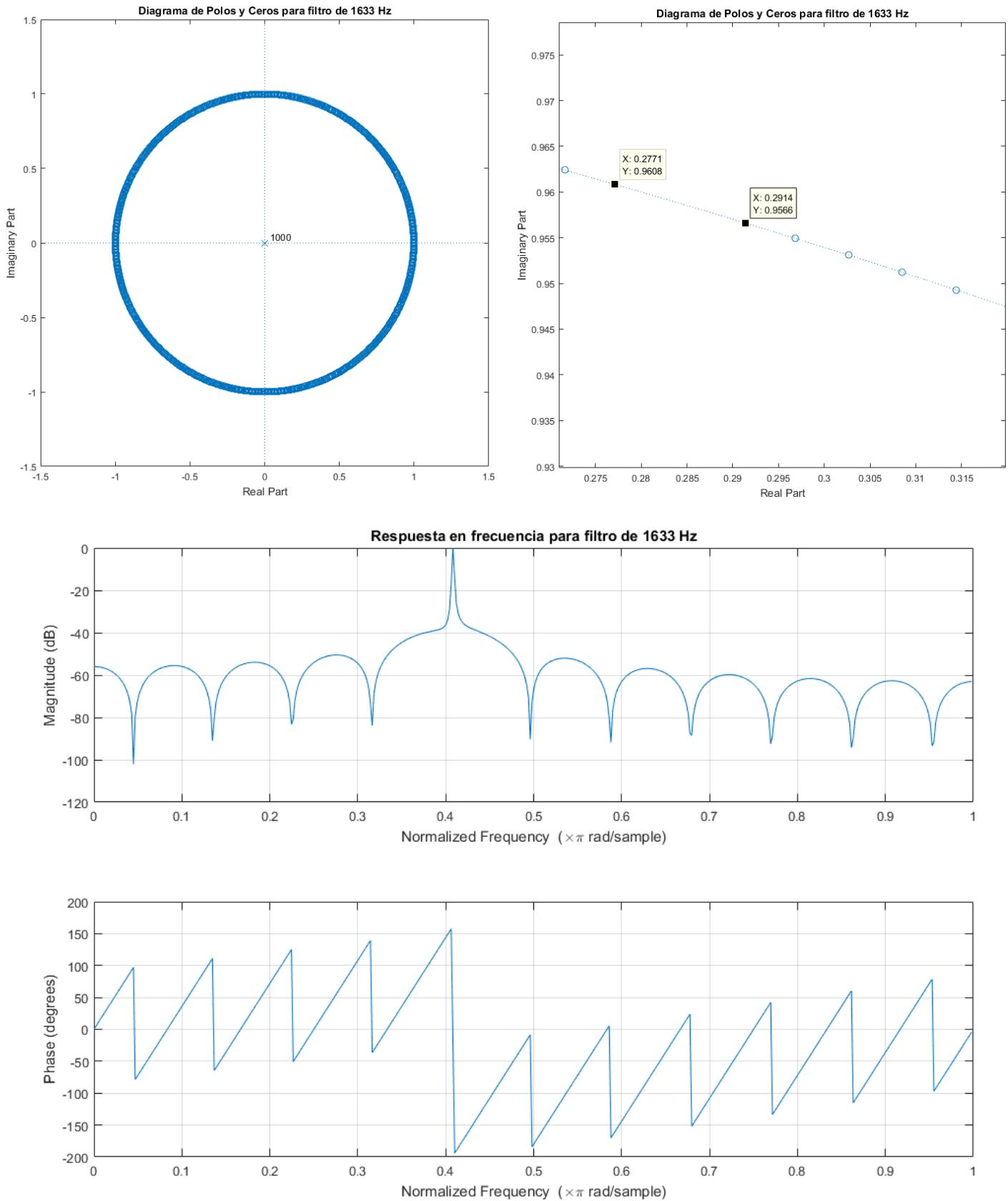


Figura 1.27: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1633

Tomando las imágenes que son un zoom de los diagramas de polos y ceros de cada filtro y destacados los intervalos donde no hay ceros se puede detectar la banda de paso de cada filtro sabiendo que $tg(\alpha) = Im(z)/Re(z)$, que α representa a las frecuencias en Ω , que $\Omega = \frac{\omega}{T_s}$ y que $\omega = 2\pi f$, entonces es sencillo hallar la banda de paso de cada frecuencia.

Si bien las especificaciones para los filtros permiten identificar adecuadamente la secuencia de símbolos marcada, el orden de los filtros tiene implicancia directa en el procesamiento de las señales y por ende en la decodificación de los símbolos. Para algunas

en aplicaciones esto puede resultar muy costoso, por lo que se cambia el orden de los filtros a 300 y se muestran a continuación sus diagramas de polos y ceros y sus respuestas en frecuencia.

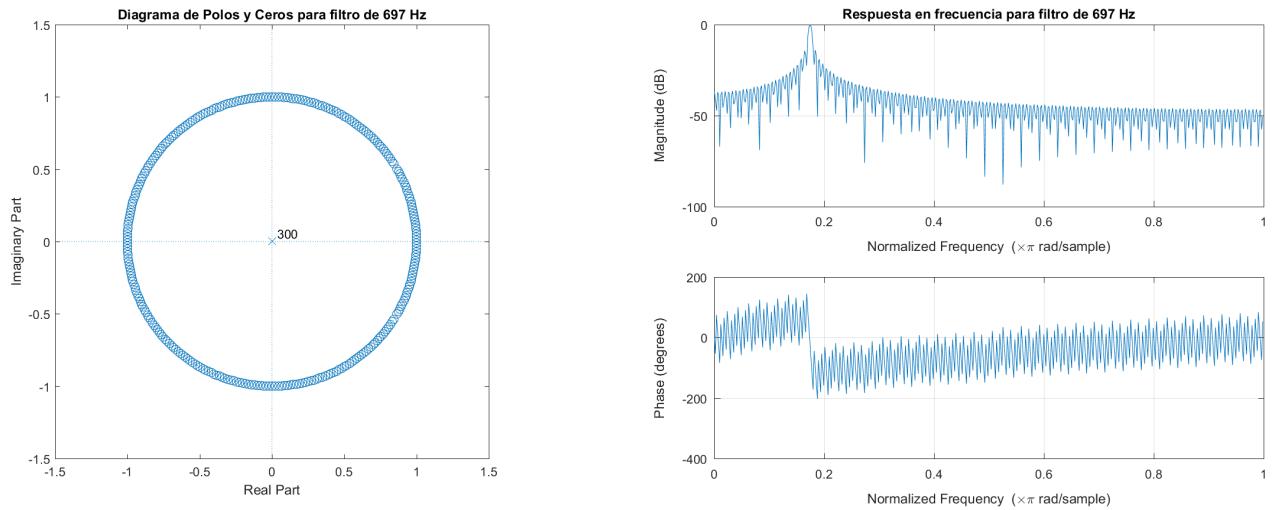


Figura 1.28: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 697 y ventana de orden 300

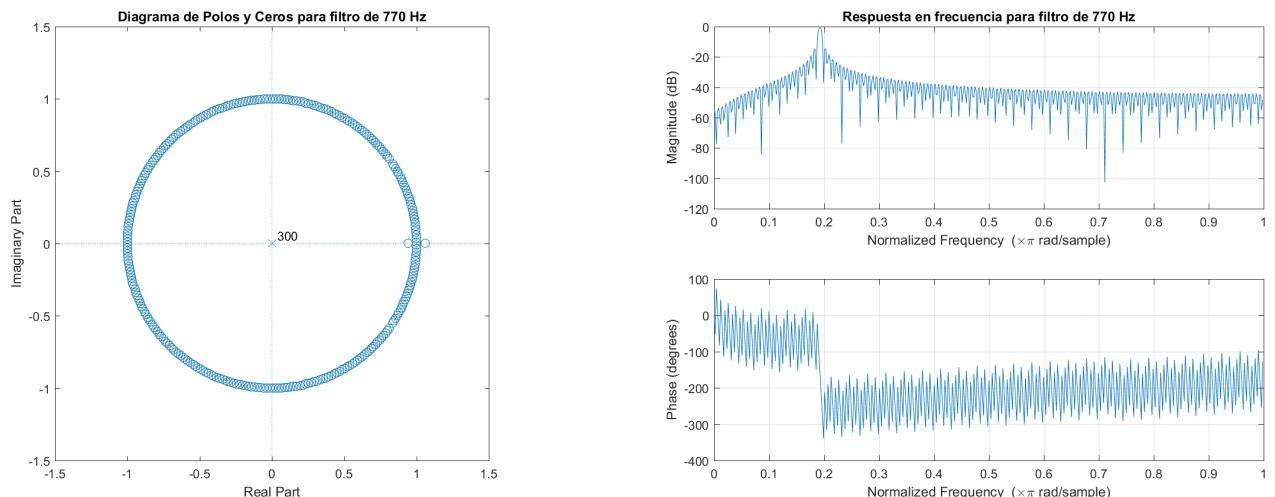


Figura 1.29: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 770 y ventana de orden 300

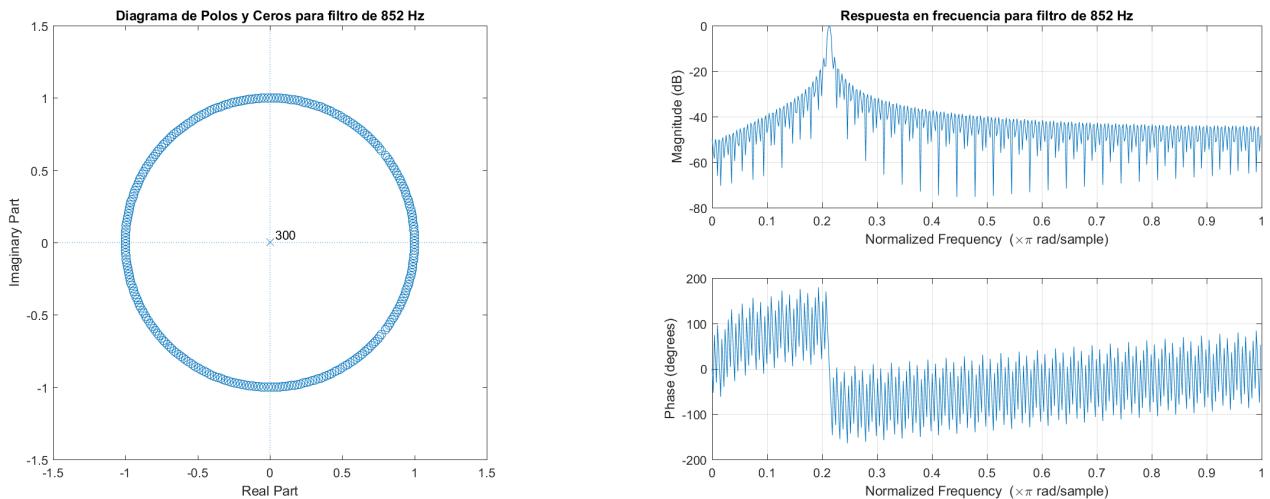


Figura 1.30: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 852 y ventana de orden 300

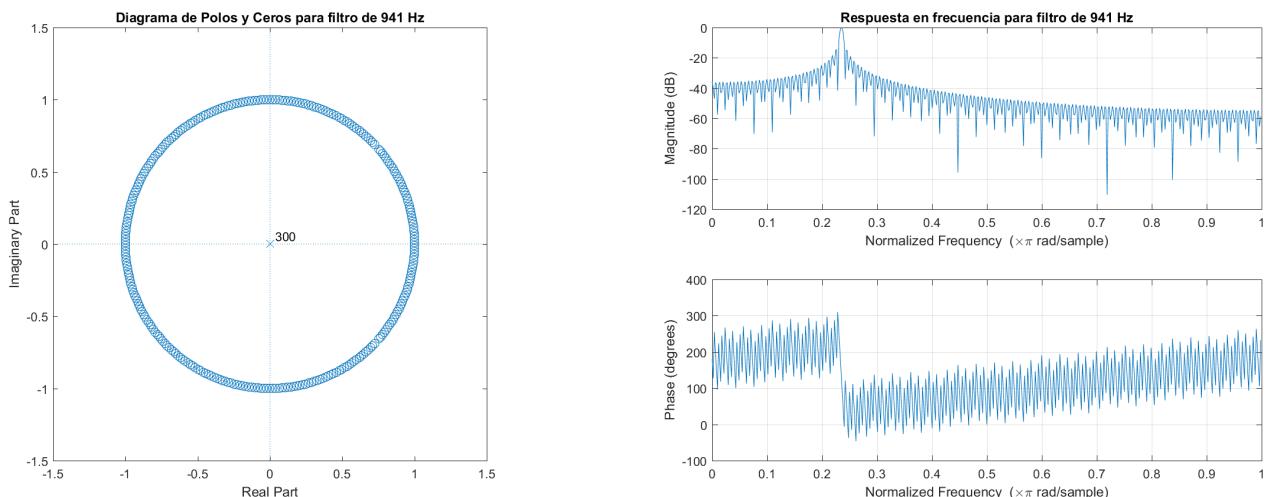


Figura 1.31: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 941 y ventana de orden 300

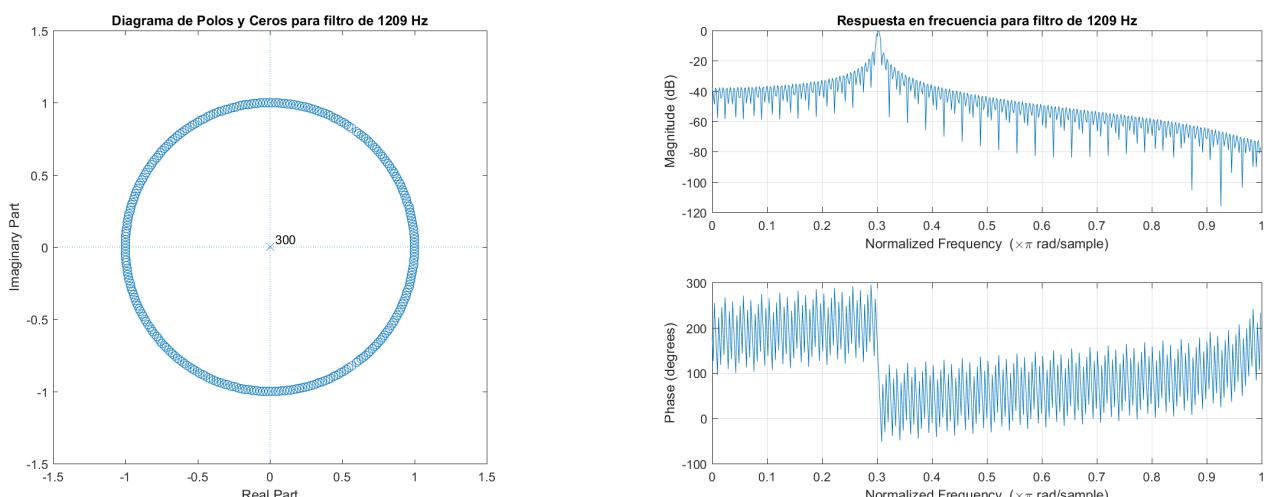


Figura 1.32: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1209 y ventana de orden 300

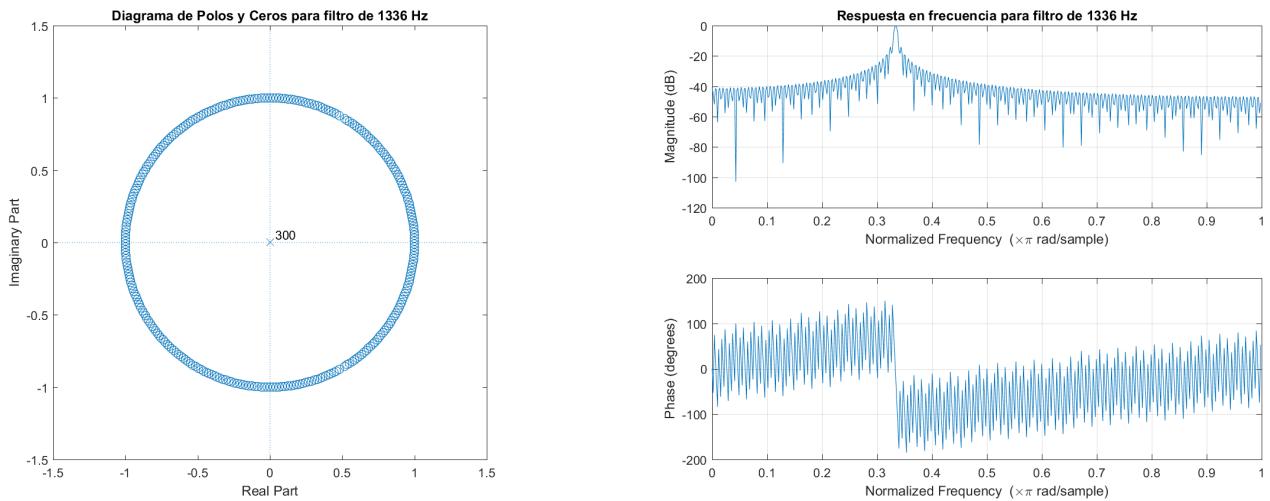


Figura 1.33: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1336 y ventana de orden 300

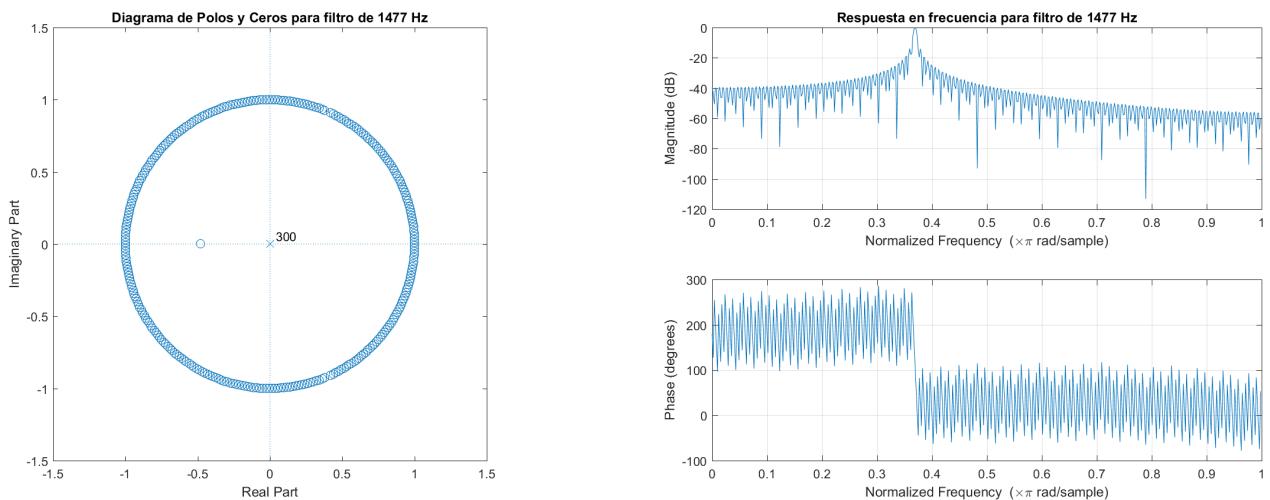


Figura 1.34: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1477 y ventana de orden 300

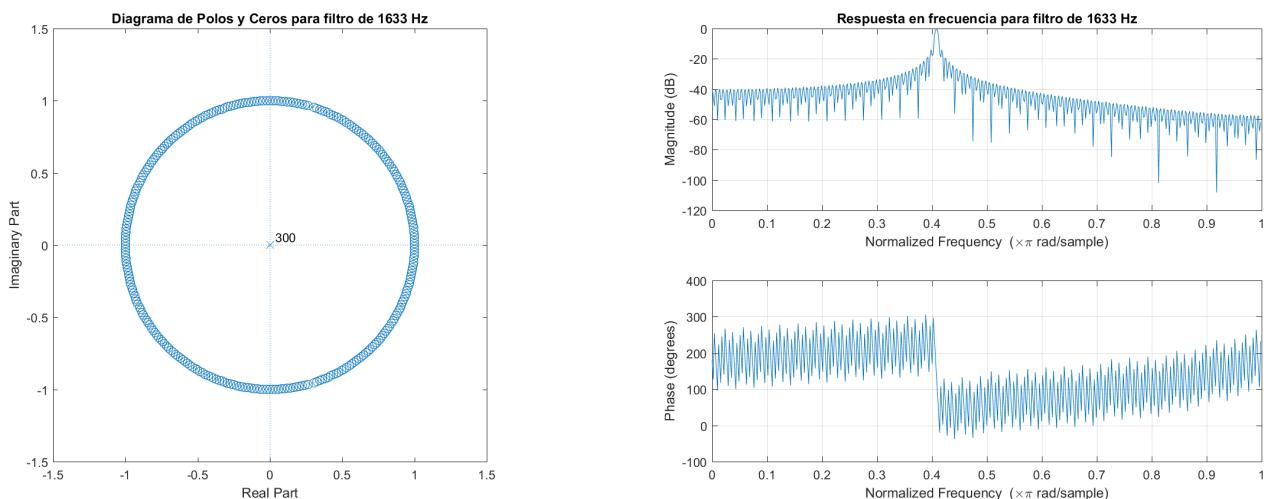


Figura 1.35: Diagrama de polos y ceros y respuesta en frecuencia para el filtro de 1633 y ventana de orden 300

Puede notarse que la densidad de puntos para los filtros de orden 300 es mucho menor que para los filtros de orden 1000 y sirven de igual manera para la identificación de los símbolos.

En cuanto a la fase de los filtros, puede identificarse claramente de las imágenes presentadas que son lineales. En los filtros de orden 1000 aparecen ligeras anomalías respecto de los filtros de orden 300, consecuencia que se atribuye al orden de los mismos. La fase de los filtros es lineal pues se cumple el teorema para sistemas de fase lineal generalizada : *Un filtro real, causal y estable es de fase lineal generalizada si y solo si es FIR y simétrico respecto de algún eje vertical determinado.*

1.11. Punto 11

En ultima instancia se verifico la robustez de los algoritmos implementados para los decodificadores 1 y 2, donde el decodificador 1 el que implementa el análisis en tiempo y decodificador 2 es el que implementa el análisis frecuencia. Las pruebas fueron realizadas produciendo ruido blando de distintas amplitudes, presentadas a continuación:

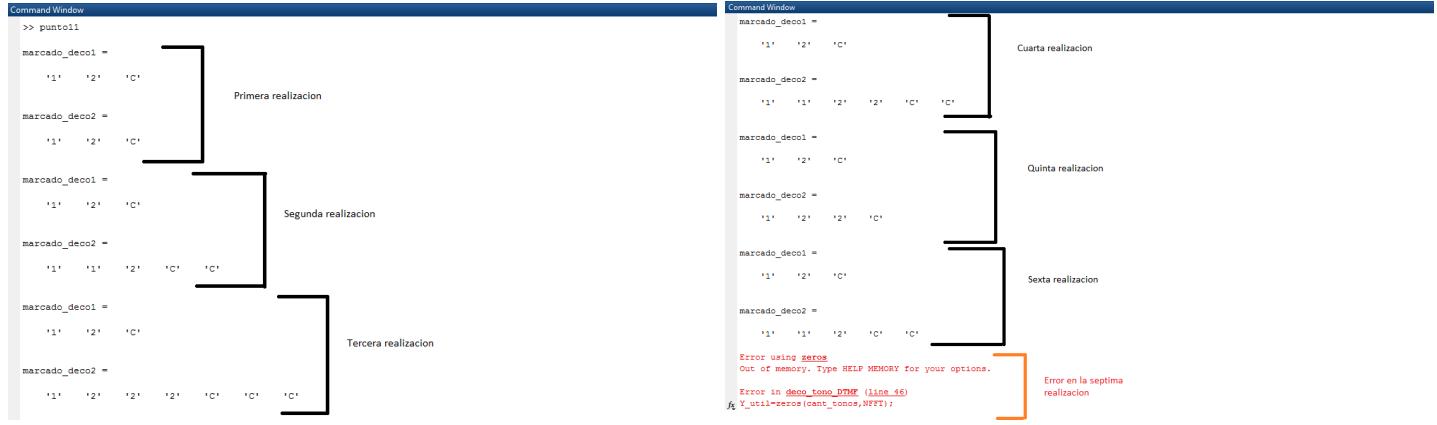


Figura 1.36: Realizaciones de pruebas de inmunidad al ruido para los decodificadores

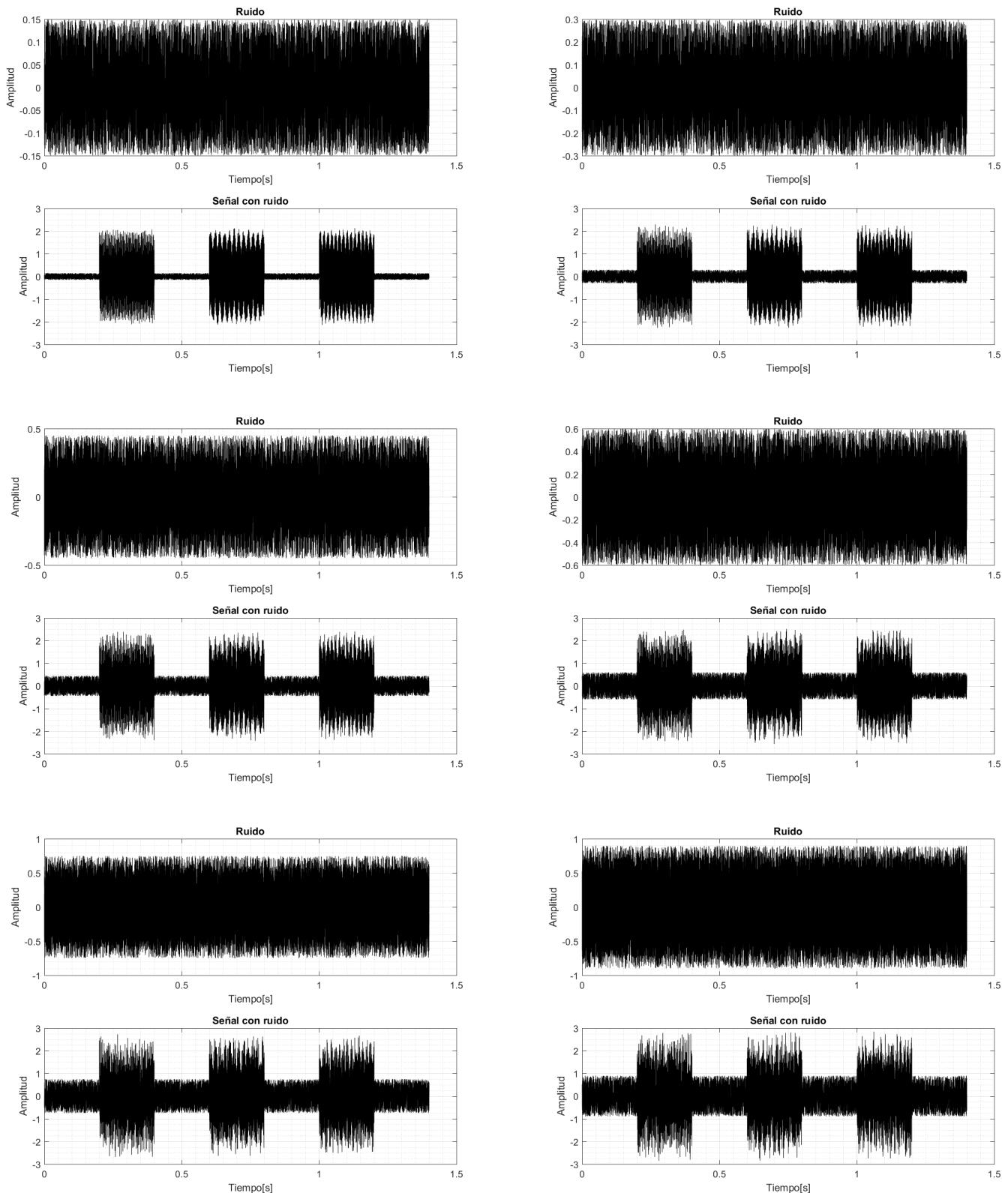


Figura 1.37: Señal del ejemplo con ruidos de distinta amplitud

El primer error producido implica el fin del análisis de robustez, y ocurre en la séptima realización y es causada por el decodificador 1. Se asume que el error se produce por la baja capacidad de soportar situaciones inesperadas o poco ideales del algoritmo.

2. Conclusiones

Como principal conclusión se determina que el análisis en frecuencia de las señales es muy útil para el filtrado de las mismas y que dependiendo de la aplicación, eliminar ruido por ejemplo, se puede proceder tanto mediante análisis en tiempo como un análisis en frecuencia, pero teniendo las consideraciones pertinentes (como ha de ser la banda de paso o la frecuencia que se desea filtrar).

También se resalta el compromiso entre la resolución en frecuencia y la resolución en tiempo a la hora de realizar un espectrograma, herramienta que resulta muy útil para la identificación de ciertas frecuencias en momentos dados.