

Mehrdimensionale Optimierung ohne Nebenbedingungen

Präsentation 2

Sonja Biedermann, Felix Freynschlag, Bernhard Hayden,
Christoph Pressler

19. Januar 2016

Universität Wien

Table of contents

1. Nelder-Mead Verfahren
2. Gradientenverfahren
3. Koordinatenabstiegsmethode
4. Website

Nelder-Mead Verfahren

Wiederholung: Funktionsweise

- Simplex aus $n + 1$ Punkten passt sich der “Funktionslandschaft” an.
- Problematik: mathematisch keine Konvergenz beweisbar!
- Aber: für viele – vorallem imperfekte Datensätze – gut genug und sogar viel schneller als andere Ansätze

Wiederholung: Funktionsweise

Simplextransformationen:

- Reflektion am Mittelpunkt
- Expansion über den Reflexionspunkt
- Kontraktion (zwei Punkte: näher am Expansionspunkt oder näher am Mittelpunkt)
- Komprimierung (garantiert Konvergenz in Grenzfällen)

Let's demo!

Gradientenverfahren

Cauchy-Schwarz Ungleichung

$$|\langle x, y \rangle|^2 \leq \langle x, x \rangle \cdot \langle y, y \rangle \text{ bzw. } |\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \cdot \|y\|$$

$$f'(a)\vec{r} = \langle \nabla f(a), r \rangle \leq |\langle \nabla f(a), \vec{r} \rangle| \leq |\nabla f(a)| \cdot |\vec{r}| = |\nabla f(a)|$$

$$\langle \nabla f(a), r \rangle = |\nabla f(a)| * \cos(\phi)$$

Koordinatenabstiegsmethode

Zeigen Sie, dass die Koordinatenabstiegsmethode für die stetige Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + y - 5)^2 + (x - y - 2)^2 & \text{falls } x \leq y \\ (x + y - 5)^2 + (x - y + 2)^2 & \text{sonst} \end{cases}$$

beginnend beim Startpunkt $(0, 0)$ nicht funktioniert.

$$\begin{aligned} x &= d \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(d) &= (d - 5)^2 + (d - 2)^2 \\ &= 2d^2 - 14d + 29 \end{aligned}$$

$$P = \left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

Website