

Работу выполнили  
Бурнышев Павел и Борисов Никита, 676 гр.  
под руководством  
Алескерова И. А .

Маршрут X № 4  
14 октября 2017 г.,

### Лабораторная работа № 3.3.1:

## Измерение удельного заряда электрона методами магнитной фокусировки и магнетрона

### Цель работы:

Определение отношения заряда электрона к его массе методом магнитной фокусировки и методом магнетрона.

### Метод магнитной фокусировки

#### Теория

В работе используются: *электронно-лучевая трубка и блок питания к ней; источник постоянного тока; соленоид; электростатический вольтметр; миллиамперметр; ключи.*

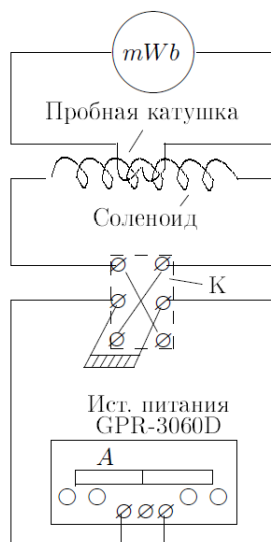


Рис. 1: Схема для измерений по методу магнитной фокусировки

Если поместить электронно-лучевую трубку вынутую из осциллографа в длинный соленоид, который будет создавать магнитное поле, направленное вдоль оси трубки, то электроны, вылетающие из катода, ускоряемые анодным напряжением  $V_{\text{уск}}$ , пройдя сквозь две узкие диафрагмы, окажутся с примерно с одинаковыми продольными скоростями. Небольшое напряжение на отклоняющие пластины будет изменять только поперечную составляющую скорости, потому что продольная составляющая параллельна вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Затем постепенно увеличиваем магнитное поле, вследствие чего увеличится сила Лоренца, действующая на электрон и линия будет постепенно стягиваться в точку. Это будет соответствовать положению фокуса. Увеличивая магнитное поле дальше заметим, что электрон будет описывать несколько витков. Используем это для определения удельного заряда электрона. При изменении магнитного поля изображение пучка будет наименьшим, если расстояние от пушки до экрана равно  $l$ , то пучок сфокусируется на экране, если  $l = nl, n \in N$ :

$$l = \frac{2\pi v_{\parallel}}{(e/m)B_{\Phi}}n$$

Выразим скорость электронов через ускоряющее напряжение и получим выражение для измеряемой величины:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\Pi^2 V}{l^2} \left( \frac{n^2}{B_{\Phi}^2} \right) \quad (1)$$

## Задания

1. Прокалибруем электромагнит – определим связь между индукцией  $B$  и током  $I$  через катушку, для этого снимем зависимость магнитного потока  $\Phi = BSN$ , проходящего через катушку от тока  $I$ .

Параметры установки:  $l = 26.5 \text{ cm}$ ,  $SN = 3000 \text{ cm}^2 = 0.3 \text{ m}^2$ ,  $r_{out} = 5 \text{ om}$ ,  $V_{\text{уск}} = 0.85 \text{ кВ}$ .

Погрешности приборов:  $\delta(I) = 0.01 \text{ A}$ ;  $\delta(\Phi) = 0.1 \text{ mWb}$ . Индукция считается по формуле

$$B = \frac{\Phi}{SN}, \quad (2)$$

$$\delta(B) = B \sqrt{\left(\frac{\delta(\Phi)}{\Phi}\right)^2 + \left(\frac{\delta(SN)}{SN}\right)^2} = B \left(\frac{\delta(\Phi)}{\Phi}\right) = \frac{\delta(\Phi)}{SN} = 0.33 \text{ мТл}$$

2. Проведем измерения в прямом направлении и обратном направлениях тока:

Таблица 1: Таблица измерений для прямого направления тока:

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$I, \text{ A}$	0.65	1.30	1.95	2.65	3.45	4.10	4.75
$\Phi_1, \text{ mWb}$	5.8	6.3	6.7	7.1	7.6	7.4	7.0
$\Phi_2, \text{ mWb}$	5.2	5.0	4.6	4.3	3.9	3.2	2.1
$\Delta\Phi, \text{ mWb}$	0.6	1.3	2.1	2.8	3.7	4.2	4.9
$B_{\Phi}, \text{ мТл}$	2.0	4.3	7	9.3	12.3	14	16.3
$\delta(B_{\Phi}), \text{ мТл}$	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33

По результатам эксперимента можно заметить, что между увеличением потока за единицу времени и силой тока есть линейная зависимость. По результатам построим график зависимости  $B_{\Phi} = f(I)$ :

Таблица 2: Коэффициенты линейной зависимости и их погрешности, найденные методом наименьших квадратов для текущего в первом направлении тока

	Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
$a$	3.48426	+/- 0.07306 (2.097%)
$b$	-0.0683189	+/- 0.2213 (323.9%)

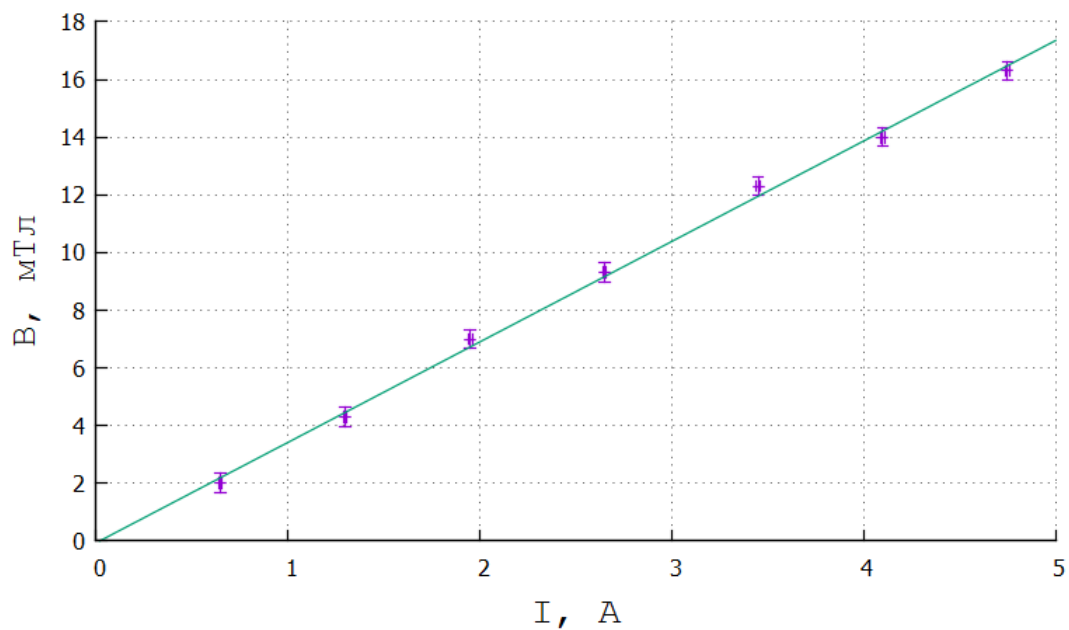


Рис. 2: Зависимость  $B(I)$

Таблица 3: Таблица измерений для обратного направления тока:

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$I, A$	0.65	1.35	2.07	2.71	3.46	4.13	4.75
$\Phi_1, mWb$	3.5	2.9	2.3	2.1	1.5	1.1	1.4
$\Phi_2, mWb$	4.2	4.3	4.5	4.9	5.2	5.4	6.4
$\Delta\Phi, mWb$	0.7	1.4	2.2	2.8	3.7	4.3	5.0
$B_\Phi, \text{мТл}$	2.3	4.7	7.3	9.3	12.3	14.3	16.6
$\delta(B_\Phi)$	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33

Построим второй график зависимости  $B_\Phi = f(I)$ :

Таблица 4: Коэффициенты линейной зависимости и их погрешности, найденные методом наименьших квадратов для текущего в первом направлении тока

	Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
$a$	3.4865	+/- 0.03784 (1.085%)
$b$	0.0197288	+/- 0.1157 (586.5%)

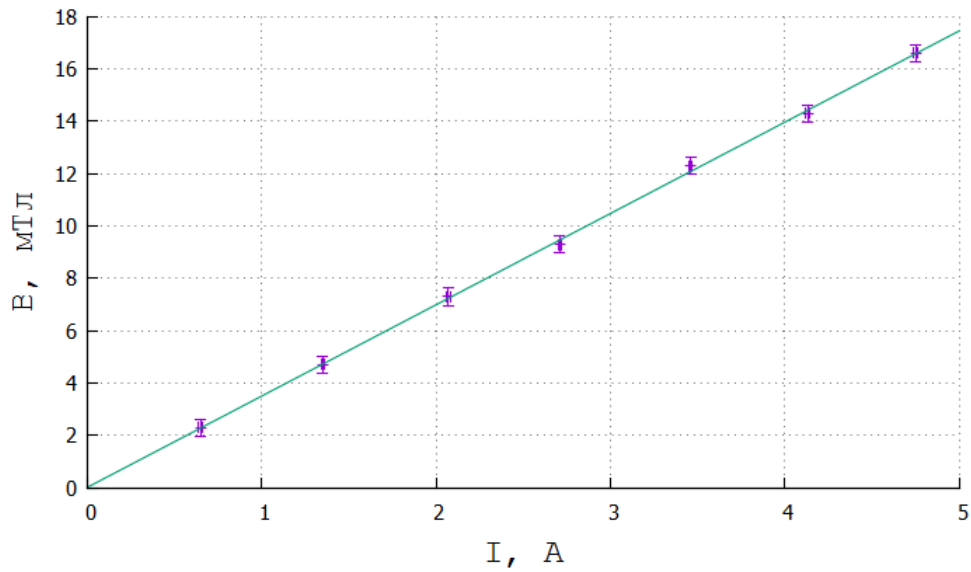


Рис. 3: Зависимость  $B(I)$

3. Используем данные из экспериментов (коэффициенты полученные с помощью метода наименьших квадратов) и найдем искомую зависимость  $B(I)$ :

$$B_{\Phi}(I) = \frac{a_1 + a_2}{2}I + \frac{b_1 + b_2}{2} = aI + b = 3.48I + 0.005 \quad (3)$$

4. Установим минимальный ток через соленоид, и постепенно увеличивая значения тока, найдем  $I_{\Phi}$ , при котором линия стягивается в точку. Продолжим увеличивать ток, снимая зависимость  $I_{\Phi}$  от порядкового номера фокуса  $n$ , после чего построим график этой зависимости. Индукцию  $B$  рассчитываем по формуле (3).

Найдем формулу для поиска погрешности  $B$  в новой серии измерений:

$$\delta(B) = \delta(aI + b) = \sqrt{(\delta(aI))^2 + (\delta(b))^2} = \sqrt{(aI)^2 \left( \left( \frac{\delta a}{a} \right)^2 + \left( \frac{\delta I}{I} \right)^2 \right) + (\delta(b))^2} = \sqrt{\delta^2(a)I^2 + \delta^2(I)a^2 + (\delta(b))^2},$$

где  $\delta a = a(\sqrt{\delta_{\text{отн}}^2(a_1) + \delta_{\text{отн}}^2(a_2)}) = 3.48 * \sqrt{0.01^2 + 0.02^2} = 0.08$ ;  $\delta(I) = 0.01$  А;  $\delta(b) = 0.03$ .

Таблица 5: Сила тока  $I$  от номера фокуса  $n$ :

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$I, A$	0.69	1.30	1.96	2.64	3.43	4.10	4.72
$B_{\Phi}, \text{мТл}$	2.41	4.53	6.83	9.19	11.94	14.27	16.42
$\delta(B_{\Phi}), \text{мТл}$	0.08	0.11	0.17	0.22	0.28	0.34	0.39

Построим график зависимости  $B(n)$ .

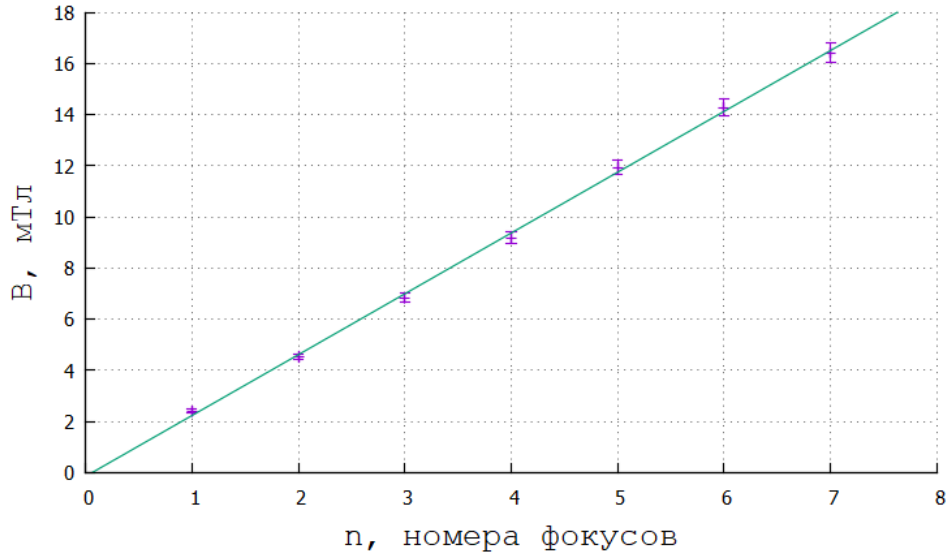


Рис. 4: Зависимость  $B(n)$

Таблица 6: Коэффициенты линейной зависимости и их погрешности, найденные методом наименьших квадратов для зависимости  $B(n)$

	Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
$a$	2.37929	+/- 0.03387 (1.423%)
$b$	-0.0147143	+/- 0.1515 (102.9%)

Используем формулу (1) и коэффициенты из 6 таблицы для нахождения искомого отношения заряда электрона к его массе:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\Pi^2 V}{l^2} \left( \frac{n^2}{B_{\Phi}^2} \right) = \frac{8\Pi^2 \cdot 850 \text{В}}{0.265 \text{м}} \left( \frac{1}{a} \right)^2 \cdot 10^6 = 1.701 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \approx 1.7 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Найдем погрешность нашего измерения:

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \sqrt{\left(\frac{\delta V}{V}\right)^2 + 2\left(\frac{\delta l}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}}\right)^2} = 1.7 \cdot 10^{11} \sqrt{\left(2\frac{\delta(\frac{1}{a})}{\frac{1}{a}}\right)^2},$$

где  $\delta\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 \cdot (\delta a)^2} = \frac{\delta a}{a^2} = \frac{0.033}{2.38^2} \approx 0.008$ . Тогда

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = 1.7 \cdot 10^{11} \sqrt{2\left(\frac{0.008}{\frac{1}{2.38}}\right)^2} = 1.7 \cdot \sqrt{2} \cdot 0.008 \cdot 2.38 \cdot 10^{11} = 0.05 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Получаем ответ:

$$\frac{e}{m} = (1.70 \pm 0.05) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}. \quad (4)$$

5. Проведем те же действия, что и в пункте 4, но для тока, текущего в противоположную сторону. Индукция  $B$  рассчитывается как  $B(I) = 3.48I + 0.005$ ;  $\delta(B) = \delta(aI + b) = \sqrt{(\delta(aI))^2 + (\delta(b))^2} = \sqrt{(aI)^2((\frac{\delta a}{a})^2 + (\frac{\delta I}{I})^2) + (\delta(b))^2} = \sqrt{\delta^2(a)I^2 + \delta^2(I)a^2 + (\delta(b))^2}$ ;  $\delta(a) = 0.08$ ;  $\delta(I) = 0.01A$ ;  $\delta(b) = 0.03$ .

Таблица 7: Сила тока  $I$  от номера фокуса  $n$ :

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$I, A$	0.67	1.36	2.07	2.71	3.46	4.13	4.79
$B_{\Phi}, \text{ мТл}$	2.27	4.61	7	9.16	11.36	13.96	16.2
$\delta(B_{\Phi}), \text{ мТл}$	0.07	0.12	0.17	0.23	0.28	0.33	0.39

Построим график зависимости  $B(n)$ :

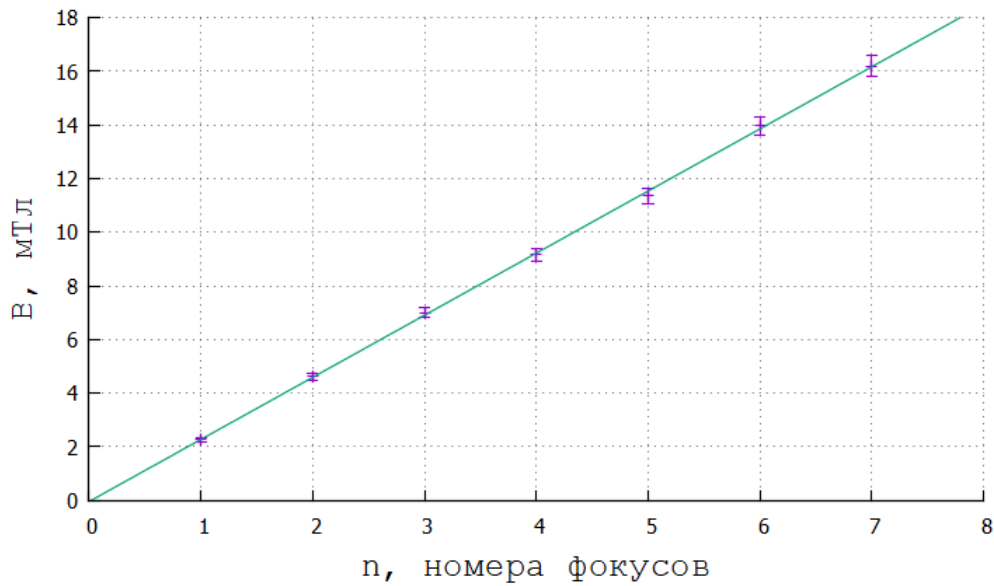


Рис. 5: Зависимость  $B(n)$  для «обратного» тока

Таблица 8: Коэффициенты линейной зависимости и их погрешности, найденные методом наименьших квадратов для зависимости  $B(n)$  для «обратного» тока

	Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
$a$	2.31607	+/- 0.02016 (0.8705%)
$b$	-0.0414286	+/- 0.09017 (217.6%)

Снова используем формулу (1) и коэффициенты из 8 таблицы для нахождения искомого отношения заряда электрона к его массе:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\Pi^2 V}{l^2} \left( \frac{n^2}{B_{\Phi}^2} \right) = \frac{8\Pi^2 \cdot 850\text{В}}{0.265\text{м}} \left( \frac{1}{a} \right)^2 \cdot 10^6 = 1.798 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \approx 1.8 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Найдем погрешность:

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \sqrt{\left(\frac{\delta V}{V}\right)^2 + 2\left(\frac{\delta l}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{\delta \frac{1}{a}}{\frac{1}{a}}\right)^2} = 1.8 \cdot 10^{11} \sqrt{\left(2\frac{\delta(\frac{1}{a})}{\frac{1}{a}}\right)^2},$$

где, как мы выяснили в предыдущем пункте  $\delta\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{\delta a}{a^2} = \frac{0.033}{2.31^2} \approx 0.006$ . Получаем

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = 1.8 \cdot 10^{11} \sqrt{2\left(\frac{0.006}{2.31}\right)^2} = 1.8 \cdot \sqrt{2} \cdot 0.006 \cdot 2.31 \cdot 10^{11} = 0.04 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Получаем ответ:

$$\frac{e}{m} = (1.80 \pm 0.04) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}. \quad (5)$$

## Измерение $e/m$ методом магнетрона

### Теория

В работе используются: электронная лампа с цилиндрическим анодом; соленоид; источники питания лампы и соленоида; вольтметр постоянного тока; миллиамперметр.

Мы исследуем зависимость анодного тока от тока, протекающего через соленоид при различных напряжениях на аноде лампы.

В данном эксперименте используется конфигурация магнитного и электрического полей. В соленоид помещается двухэлектродная лампа с цилиндрическим анодом. В качестве катода используется тонкая вольфрамовая проволока. Нить разогревается переменным током от источника питания. На вылетающие электроны действует сила, возникающая в электрическом поле и сила Лоренца.

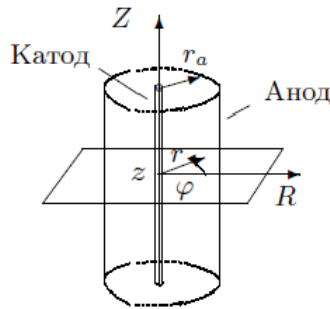


Рис. 6: Схема устройства двухэлектродной лампы

Увеличение магнитного поля приводит к отклонению траектории электрона от прямой. После преодоления критического значения магнитной индукции электрон перестает долетать до анода и, соответственно, падает анодный ток. Пусть потенциал анода равен  $V_a$ , в отсутствии магнитного поля электрон

движется прямолинейно по радиусу, при некотором слабом поле траектории начинают искривляться. При некотором  $B_{кр}$  траектории начинают касаться анода, а при  $B > B_{кр}$  электроны начинают возвращаться на катод.

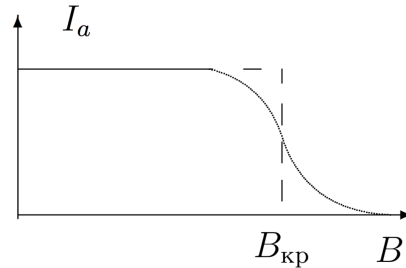


Рис. 7: Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля в соленоиде

Величина  $B_{кр}$  находится из условия, что радиальная скорость электрона обращается в ноль, получаем, что

$$V_a = \frac{eB_{кр}^2 r_a^2}{8m}. \quad (6)$$

Преобразуем это выражение и найдем отношение заряда электрона к его массе:

$$\frac{e}{m} = \frac{8V_a}{B_{кр}^2 r_a^2}. \quad (7)$$

## Задания

1. Установим на аноде потенциал  $V_a = 60 \text{ В}$  и снимем зависимость анодного тока  $I_a$  от индукции  $B$  магнитного поля в соленоиде (от тока  $I_m$  в соленоиде), при этом график должен примерно повторять рисунок (7). Зависимость значения индукции от протекающего через соленоид тока имеет вид:

$$B = kI_m,$$

где  $k$  — параметр установки:  $k = 0.035 \text{ Т/А} = 35 \cdot 10^{-2} \text{ Т/А}$ ;  $r_a = 12 \text{ мм}$ . Повторим эксперимент для нескольких значений напряжения  $V_a$  в диапазоне  $60 - 120 \text{ В}$ .

2. В измерениях мы учитывали, что на одно деление для  $I_a$  приходится  $0.002 \text{ А}$ , для измерения  $I_m$  на одно деление приходилось  $0.004 \text{ А}$ .

Погрешности:  $\delta(I_a) = 0.002 \text{ мА}$ ;  $\delta(B) = \delta(kI_a) = k\delta(I_a) = 0.35 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$

- $V = 70 \text{ В}$

Таблица 9:  $V = 70 \text{ В}$

$I_a, \text{мА}$	0.182	0.180	0.184	0.182	0.180	0.180	0.172	0.178	0.134	0.028	0.012	0.048	0.158	0.094	0.12	0.064
$I_m, \text{А}$	0.04	0.072	0.084	0.1	0.112	0.116	0.12	0.124	0.128	0.132	0.136	0.130	0.126	0.128	0.127	0.126
$B, \text{Т} \cdot 10^{-4}$	14	25.2	29.4	35	39.2	40.6	42	43.4	44.8	46.2	47.6	45.5	44.3	44.6	44.5	44.8



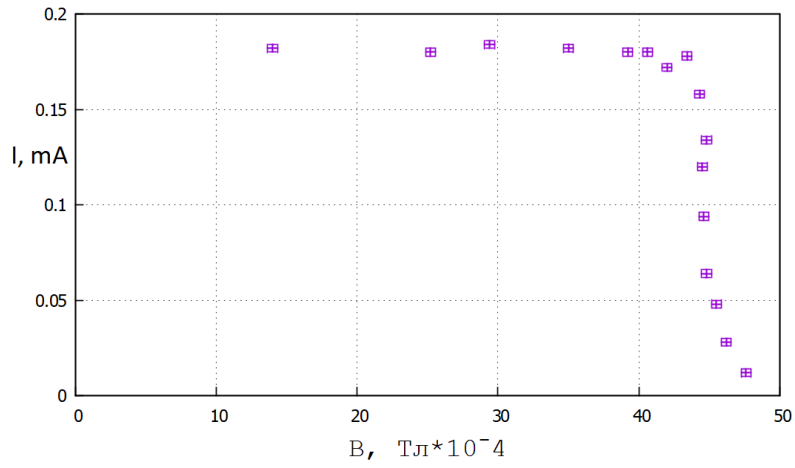


Рис. 8: Зависимость анодного тока от индукции  $B$

Из графика видно, что  $B_{кр}(V = 70) = (44.8 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$  Тл.

- $V = 80$  В

Таблица 10:  $V = 80$  В

$I_a, \text{mA}$	0.176	0.169	0.184	0.182	0.180	0.184	0.181	0.178	0.187	0.152	0.124	0.065	0.023	0.013	0.010	0.009
$I_m, \text{A}$	0.01	0.02	0.04	0.063	0.085	0.110	0.121	0.12	0.13	0.132	0.134	0.137	0.139	0.145	0.140	0.132
$B, \text{T} \cdot 10^{-4}$	3.5	7	14	22.1	29.7	38.5	42.3	42.4	45.5	46.2	46.9	46.6	46.9	44.6	50.1	47.4

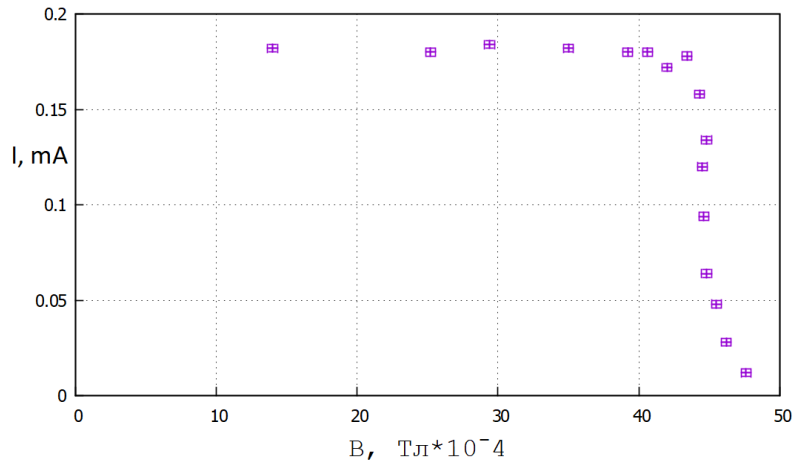


Рис. 9: Зависимость анодного тока от индукции  $B$

Из графика видно, что  $B_{кр}(V = 80) = (46.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$  Тл.

- Аналогичным образом в результате экспериментов находим

$$B_{кр}(V = 90) = (50.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

- $V = 100B$

Таблица 11:  $V = 100 B$

$I_a, \text{mA}$	0.174	0.176	0.176	0.174	0.170	0.170	0.169	0.170	0.175	0.104	0.036	0.02	0.142	0.076	0.114
$I_m, A$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.144	0.148	0.152	0.156	0.160	0.15	0.152	0.152
$B, T \cdot 10^{-4}$	7	14	21	28	35	42	49	50.4	51.8	53.2	54.6	56	57.5	53.2	53.2

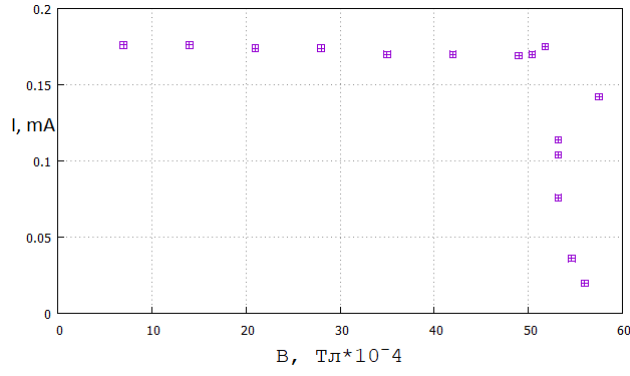


Рис. 10: Зависимость анодного тока от индукции  $B$

Очевидно, что  $B_{кр}(V = 100) = (51.1 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ .

- $V = 120B$

Таблица 12:  $V = 120 B$

$I_a, \text{mA}$	0.174	0.178	0.170	0.166	0.174	0.174	0.172	0.172	0.066	0.040	0.024	0.166	0.132	0.076
$I_m, A$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.12	0.14	0.16	0.164	0.168	0.172	0.176	0.166	0.168	0.170
$B, T \cdot 10^{-4}$	7	14	21	28	42	49	56	57.4	56.8	60.2	60.6	56.1	58.8	59.5

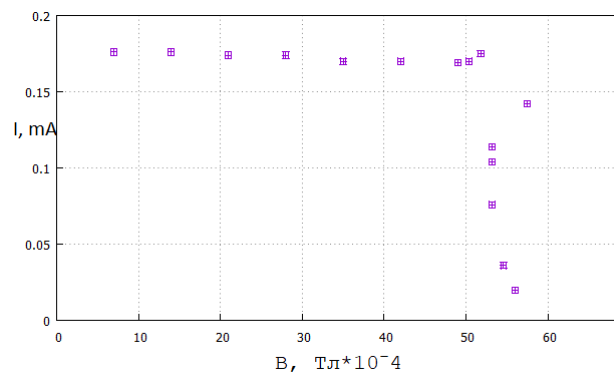


Рис. 11: Зависимость анодного тока от индукции  $B$

Получаем из графика, что  $B_{кр}(V = 120) = (57.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ .

3. Составим таблицу критических значений индукции для разных внешних напряжений и найдем с помощью метода наименьших квадратов угол наклона графика зависимости  $B_{\text{кр}}^2(V_a)$ .

Погрешности:  $\delta(V) = 0$ ;  $\delta(B^2) = B^2 \sqrt{2 \cdot \left(\frac{\delta B}{B}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot B \cdot \delta(B) \approx 0.6 \cdot B$

Таблица 13:  $B_{\text{кр}}^2(V_a)$

$V, B$	$B_{\text{кр}}, 10^{-4} \text{ Тл}$	$B_{\text{кр}}^2, 10^{-8} \text{ Тл}^2$	$\delta(B_{\text{кр}}^2), 10^{-8} \text{ Тл}^2$
70	44.8	2010	27
80	46.7	2180	28
90	50.3	2530	31
100	51.1	2610	31
120	57.7	3330	35

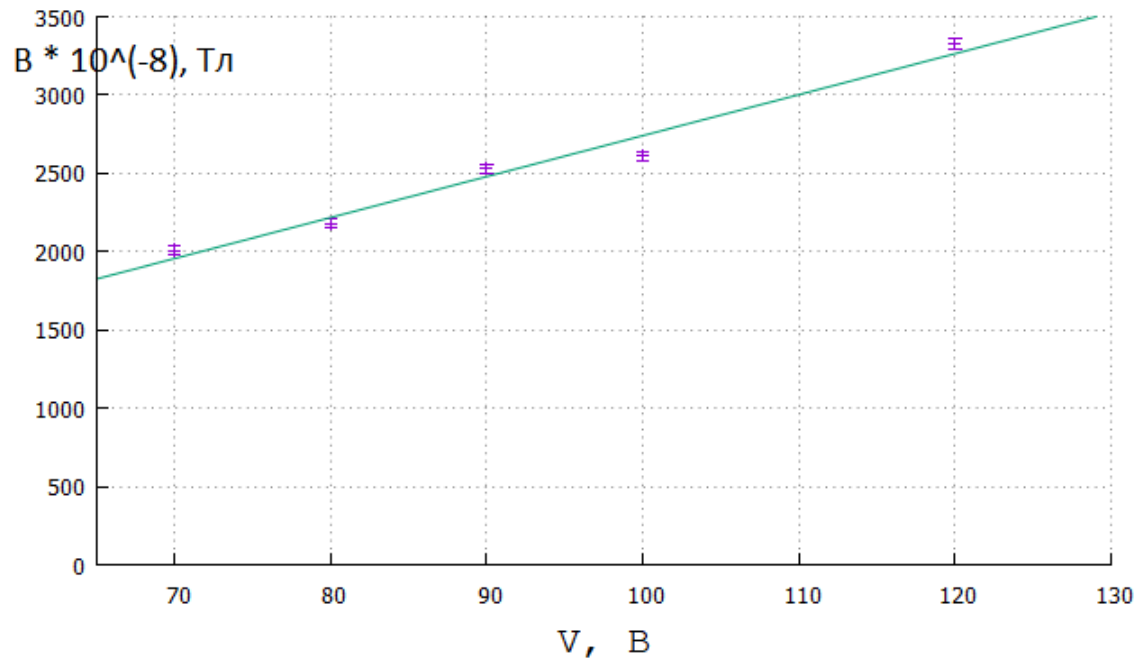


Рис. 12:  $B_{\text{кр}}^2(V_a)$

Таблица 14: Коэффициенты линейной зависимости и их погрешности, найденные методом наименьших квадратов

	Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
$a$	26.1351	+/- 2.528 (9.672%)
$b$	127.568	+/- 236.6 (185.5%)

Таким образом значение отношения  $\frac{B^2}{V}$  можно аппроксимировать к постоянному числу:

$$k = (26 \pm 2.5) \cdot 10^{-8} \frac{\text{Тл}^2}{\text{В}}$$

4. Теперь мы можем по формуле (7) найдем искомое соотношение  $\frac{e}{m}$ :

$$\frac{e}{m} = \frac{8}{r_a^2} \cdot \frac{V_a}{B^2} = \frac{8}{0.0012^2} \cdot \frac{1}{k} = \frac{8}{1.2^2 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{10^8}{26} = \frac{10^{12}}{4.94} = 2.02 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

Найдем погрешность:

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2} = 2.02 \cdot 10^{11} \cdot \frac{2.5}{26} = 0.19 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

**Получаем конечный ответ:**

$$\frac{e}{m} = (2.02 \pm 0.19) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}. \quad (8)$$

## Вывод

Результатом работы стало получение исходного значения соотношения  $\frac{e}{m}$  двумя разными способами: с помощью магнитной фокусировки и магнитрона. В обоих случаях, несмотря на коренное различие опытов, были получены значения, отличающиеся от истинного не более чем на 10 – 20% от абсолютной величины ( $1.759 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ ). Погрешности были получены, так как в первом опыте на точность влиял факт присутствия внешнего магнитного поля, которое не является постоянным. Кроме того следует упомянуть, что из-за неисправного веберметра, снятые значения могли содержать некоторую неточность. В методе магнитрона систематическая погрешность возникает из-за сил трения и других внешних факторов.