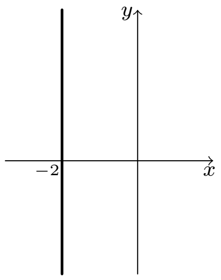
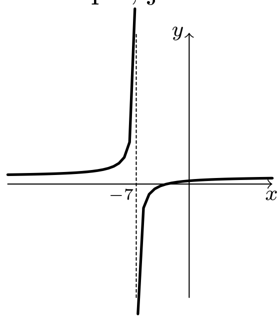
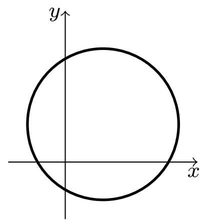
departamento de matemática **universidade de aveiro**

1. Considere os seguintes gráficos. Indique, justificando, os que representam funções.

(a) 

(b) 

(c) 

2. Indique o domínio das seguintes funções.

(a) $f(x) = x^3 - 2x^2$ (b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ (c) $f(x) = \dfrac{3}{2-x}$

(d) $f(x) = \dfrac{x+3}{x+5}$ (e) $f(x) = \sqrt{1+x}$ (f) $f(x) = \sqrt{2-4x}$

(g) $f(x) = \sqrt{x^2+2x-15}$ (h) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+5}}{x-2}$ (i) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$

(j) $f(x) = \dfrac{3}{x^2-4}$ (k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ (l) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x^2+1}}$

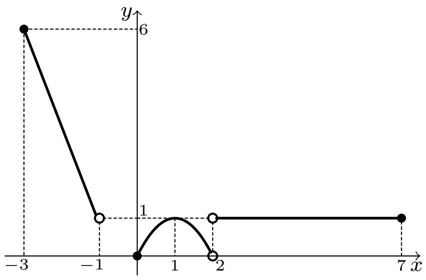
(m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x-2}}$ (n) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-x}}$ (o) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{9+4x}}$

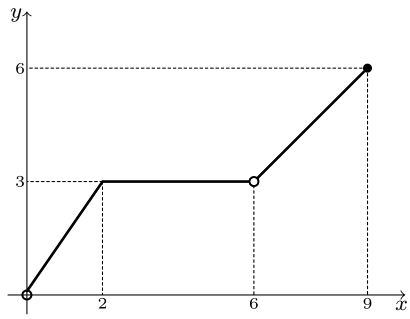
(p) $f(x) = \dfrac{(x-1)\sqrt{x-2}}{x-3}$ (q) $f(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{|x|+x}}$ (r) $f(x) = \sqrt{|x|-5}$

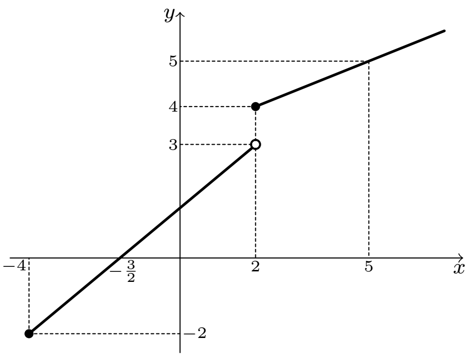
(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}}{4-x}$ (t) $f(x) = \dfrac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{3-x}}$ (u) $f(x) = \dfrac{3x}{|x|-1}$

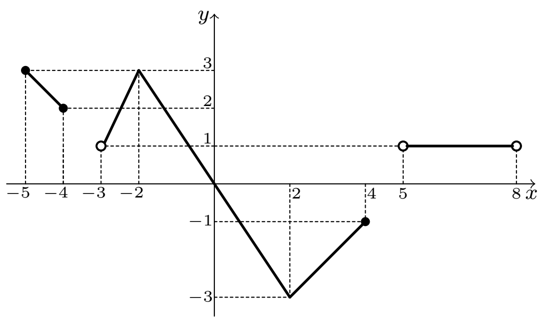
3. Determine, caso existam, os zeros das funções definidas no exercício anterior.

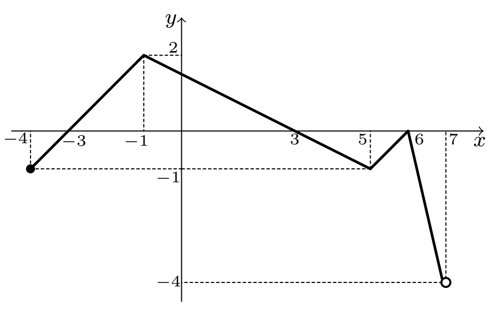
4. Para cada gráfico, indique:
   - domínio
   - contradomínio
   - zeros
   - sinal da função
   - intervalos de monotonia
   - maximizantes e máximos locais e globais
   - minimizantes e mínimos locais e globais

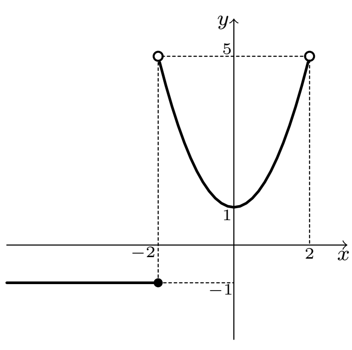
(a)


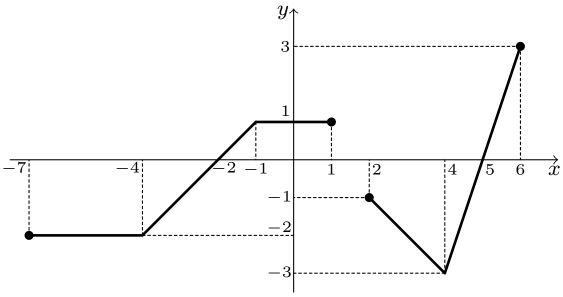
(b)


(c)


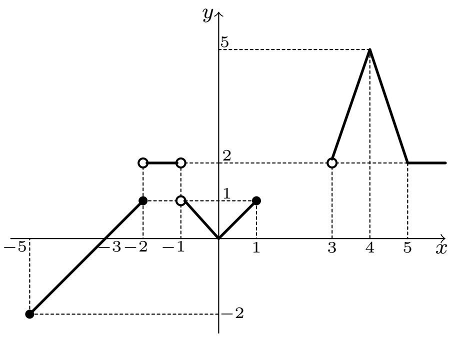
(d)


(e)


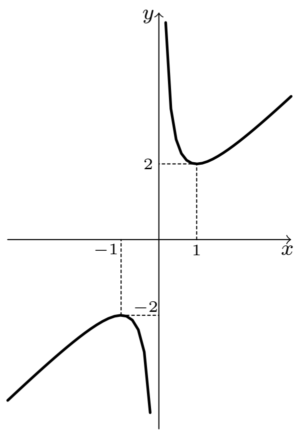
(f)



y
x
3
1
−1
−2
−3
−7
−4
−2
−1
1
2
4
5
6

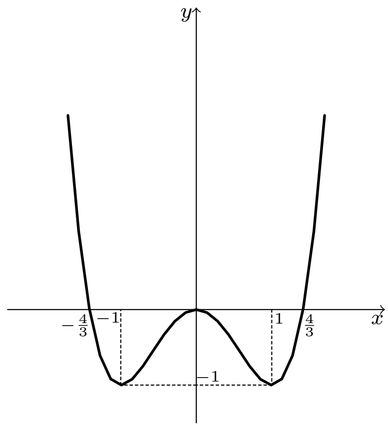
(g)


y
x
5
2
1
−2
−5
−3
−2
−1
1
3
4
5

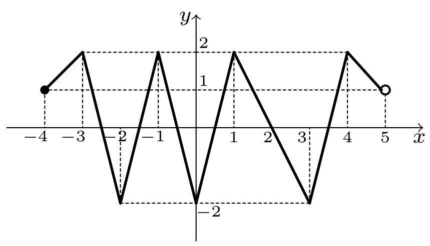
(h)


y
x
2
−2
−1
1

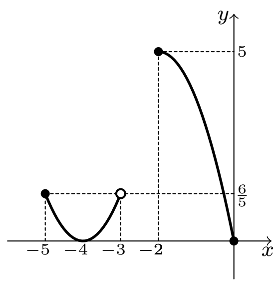
(i)


y
x
$-\frac{4}{3}$
−1
1
$\frac{4}{3}$
−1

(j)


y
x
2
1
−2
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5

(k)


y
x
5
$\frac{6}{5}$
−5
−4
−3
−2

(l)

1. apenas a alínea (b) representa uma função.

2. (a) $\mathbb{R}$; (b) $\mathbb{R}\backslash\{0\}$; (c) $\mathbb{R}\backslash\{2\}$; (d) $\mathbb{R}\backslash\{-5\}$; (e) $[-1,+\infty[$; (f) $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$;
(g) $]-\infty,-5]\cup[3,+\infty[$; (h) $\left[-\frac{5}{2},+\infty\right[\setminus\{2\}$; (i) $]3,+\infty[$; (j) $\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$;
(k) $\mathbb{R}$; (l) $\mathbb{R}$; (m) $\left]\frac{2}{3},+\infty\right[$; (n) $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$; (o) $\left]-\frac{9}{4},1\right]$; (p) $[2,+\infty[\backslash\{3\}$;
(q) $]0,+\infty[$; (r) $]-\infty,-5]\cup[5,+\infty[$; (s) $[3,5]\setminus\{4\}$; (t) $[0,3[$;
(u) $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

3. (a) $x=0$ e $x=2$; (b) não tem; (c) não tem; (d) $x=-3$; (e) $x=-1$;
(f) $x=\frac{1}{2}$; (g) $x=-5$ e $x=3$; (h) $x=-\frac{5}{2}$; (i) não tem;
(j) não tem; (k) não tem; (l) não tem; (m) $x=-1$; (n) não tem;
(o) $x=1$; (p) $x=1$ e $x=2$; (q) não tem; (r) $x=-5$ e $x=5$;
(s) não tem; (t) não tem (u) $x=0$.

4. (a) $D_f=[-3,-1[\cup[0,7]\setminus\{2\}$, $CD_f=[0,6]$
zeros: $x=0$, positiva: $D_f\setminus\{0\}$, negativa: ——
crescente: $]0,1[$, decrescente: $]-3,-1[\cup]1,2[$, constante: $]2,7[$
máximos locais: 1 e 6, maximizantes locais: $x=-3$, $x=1$ e $x\in]2,7]$
máximo global: 6, maximizante global: $x=-3$
mínimos locais: 0 e 1, minimizantes locais: $x=0$ e $x\in]2,7]$
mínimo global: 0, minimizante global: $x=0$;
(b) $D_f=]0,9[\backslash\{6\}$, $CD_f=]0,6]$
zeros: não tem, positiva: D_f, negativa: ——
crescente: $]0,2[\cup]6,9[$, decrescente: ——, constante: $]2,6[$
máximos locais: 3 e 6, maximizantes locais: $x\in[2,6[$ e $x=9$
máximo global: 6, maximizante global: $x=9$
mínimo local: 3, minimizantes locais: $x\in[2,6[$
mínimo e minimizante global: não tem;
(c) $D_f=[-4,+\infty[$, $CD_f=[-2,3[\cup[4,+\infty[$
zeros: $x=-\frac{3}{2}$, positiva: $\left]-\frac{3}{2},+\infty\right[$, negativa: $\left[-4,-\frac{3}{2}\right[$
crescente: D_f, decrescente: ——, constante: ——
máximos e maximizantes locais e globais: não tem
mínimo local e global: -2, minimizante local e global: $x=-4$;

(d) $D_f = [-5,-4] \cup]-3,4] \cup]5,8[, \quad CD_f = [-3,3]$
zeros: $x=0$, positiva: $[-5,-4] \cup]-3,0[\cup]5,8[$, negativa: $]0,4]$
crescente: $]-3,-2[\cup]2,4[$, decrescente: $]-5,-4[\cup]-2,2[$, constante: $]5,8[$
máximos locais: -1, 1 e 3, maximizantes locais: $x=-5$, $x=-2$, $x=4$ e $x \in]5,8[$
máximo global: 3, maximizantes globais: $x=-5$ e $x=-2$
mínimos locais: -3, 2 e 1, minimizantes locais: $x=-4$, $x=2$ e $x \in]5,8[$
mínimo global: -3, minimizante global: $x=2$;

(e) $D_f = [-4,7[, \quad CD_f =]4,2]$
zeros: $x=-3$, $x=3$ e $x=6$, positiva: $]-3,3[$, negativa: $[-4,-3[\cup]3,7[\setminus \{6\}$
crescente: $]-4,-1[\cup]5,6[$, decrescente: $]-1,5[\cup]6,7[$, constante: ——
máximos locais: 0 e 2, maximizantes locais: $x=-1$ e $x=6$
máximo global: 2, maximizante global: $x=-1$
mínimo local: -1, minimizantes locais: $x=-4$ e $x=5$
mínimo e minimizante global: não tem;

(f) $D_f =]-\infty,2[, \quad CD_f = \{-1\} \cup [1,5[$
zeros: não tem, positiva: $]-2,2[$, negativa: $]-\infty,-2[$
crescente: $]0,2[$, decrescente: $]-2,0[$, constante: $]-\infty,-2[$
máximo local: -1, maximizantes locais: $x \in]-\infty,-2]$
máximo e maximizante globais: não tem
mínimos locais: -1 e 1, minimizantes locais: $x=0$ e $x \in]-\infty,-2]$
mínimo global: -1, minimizantes globais: $x \in]-\infty,-2]$;

(g) $D_f = [-7,1] \cup [2,6], \quad CD_f = [-3,3]$
zeros: $x=-2$ e $x=5$, positiva: $]-2,1] \cup]5,6]$, negativa: $[-7,-2[\cup [2,5[$
crescente: $]-4,-1[\cup]4,6[$, decrescente: $]2,4[$, constante: $]-7,-4[\cup]-1,1[$
máximos locais: -1, 1 e 3, maximizantes locais: $x=2$, $x=6$, e $x \in [-1,1]$
máximo global: 3, maximizante global: $x=6$
mínimos locais: -3 e -2, minimizantes locais: $x=4$ e $x \in [-7,-4]$
mínimo global: -3, minimizante global: $x=4$;

(h) $D_f = ([-5,1[\cup]3,+\infty]) \setminus \{-1\}, \quad CD_f = [-2,1] \cup [2,5]$
zeros: $x=-3$ e $x=0$, positiva: $(]-3,1[\cup]3,+\infty[) \setminus \{-1,0\}$, negativa: $[-5,-3[$
crescente: $]-5,-2[\cup]0,1[\cup]3,4[$, decrescente: $]-1,0[\cup]4,5[$, constante: $]-2,-1[\cup]5,+\infty[$
máximos locais: 1, 2 e 5, maximizantes locais: $x=1$, $x=4$ e $x \in]-2,-1[$
máximo global: 5, maximizante global: $x=4$
mínimos locais: -2, 0 e 2, minimizantes locais: $x=-5$, $x=0$ e $x \in [5,+\infty]$
mínimo global: -2, minimizante global: $x=-5$;

(i) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $CD_f =]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
zeros: não tem, positiva: $]0, +\infty[$, negativa: $]-\infty, 0[$
crescente: $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, decrescente: $]-1, 0[\cup]0, 1[$, constante: ——
máximo local: -2, maximizante local: $x = -1$,
máximo e maximizantes globais: não tem
mínimo local: 2, minimizante local: $x = 1$
mínimo e minimizantes globais: não tem;

(j) $D_f = \mathbb{R}$, $CD_f = [-1, +\infty[$
zeros: $x = -\frac{4}{3}$, $x = 0$ e $x = \frac{4}{3}$
positiva: $\left]-\infty, -\frac{4}{3}\right[\cup \left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$, negativa: $\left]-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right[\setminus \{0\}$
crescente: $]-1, 0[\cup]1, +\infty[$, decrescente: $]-\infty, -1[\cup]0, 1[$, constante: ——
máximo local: 0, maximizante local: $x = 0$
máximo e maximizantes globais: não tem
mínimo local e global: -1, minimizantes locais e globais: $x = -1$ e $x = 1$;

(k) $D_f = [-4, 5[$, $CD_f = [-2, 2]$
zeros: $x = -\frac{5}{2}$, $x = -\frac{3}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$ e $x = \frac{7}{2}$
positiva: $\left[-4, -\frac{5}{2}\right[\cup \left]-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, 2\right[\cup \left]\frac{7}{2}, 5\right[$, negativa: $\left]-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[\cup \left]2, \frac{7}{2}\right[$
crescente: $]-4, -3[\cup]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$, decrescente: $]-3, -2[\cup]-1, 0[\cup]1, 3[\cup]4, 5[$
constante: ——
máximo local e global: 2
maximizantes locais e globais: $x = -3$, $x = -1$, $x = 1$ e $x = 4$
mínimos locais: 1 e-2, minimizantes locais: $x = -4$, $x = -2$, $x = 0$ e $x = 3$
mínimo global: -2, minimizantes globais: $x = -2$, $x = 0$ e $x = 3$;

(l) $D_f = [-5, -3[\cup [-2, 0]$, $CD_f = [0, 5]$
zeros: $x = -4$ e $x = 0$, positiva: $D_f \setminus \{-4, 0\}$, negativa: ——
crescente: $]-4, -3[$, decrescente: $]-5, -4[\cup]-2, 0[$, constante: ——
máximos locais: $\frac{6}{5}$ e 5, maximizantes locais: $x = -5$ e $x = -2$
máximo global: 5, maximizante global: $x = -2$
mínimo local e global: 0, minimizantes locais e globais: $x = -4$ e $x = 0$.