

Západočeská univerzita v Plzni  
Fakulta aplikovaných věd  
Katedra informatiky a výpočetní techniky

**Bakalářská práce**

# **Měření významnosti autorů v citační síti**

Plzeň, 2013

Tomáš Maršálek

## Abstrakt

Prvky sociální sítě, které nemají žádné apriorní ohodnocení významnosti, jsou různě významné pouze na základě vztahů s okolními prvky. V této práci byly prozkoumány a implementovány známé metody centrality a bibliografické metody měřící významnost prvků v sociální nebo citační síti. Výsledky aplikování metod na volně dostupné citační databáze ukázaly vysokou podobnost jednotlivých metod a rovněž shodu nejvýznamnějších autorů dle těchto metod se známými oceněními v oblasti informatiky a informační vědy (Turing Award, Codd, ACM Fellows, ISI Highly Cited). Bylo zjištěno, že některé implementované metody jsou i přes použití nejrychlejších algoritmů výpočetně příliš náročné vzhledem k velikosti citačních sítí, vzniklých z těchto citačních databází. Dále bylo empiricky potvrzeno, že implementované metody měří významnost, byť může mít více interpretací.

---

## Obsah

---

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Sociální a citační sítě</b>	<b>5</b>
2.1	Sociální sítě . . . . .	5
2.2	Reprezentace sítí . . . . .	5
2.3	Analýza sociálních sítí . . . . .	7
2.3.1	Bezškálové sítě . . . . .	7
2.4	Citační sítě . . . . .	8
2.4.1	Citační síť publikací . . . . .	8
2.4.2	Citační síť autorů . . . . .	8
2.4.3	Vážené citační sítě . . . . .	9
2.4.4	Orientované a neorientované sítě . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Citační databáze</b>	<b>10</b>
3.0.5	DBLP . . . . .	10
3.0.6	CiteSeer . . . . .	10
3.1	Analýza citačních sítí . . . . .	12
3.1.1	Souvislost a komponenty grafu . . . . .	12
3.1.2	Klika v grafu . . . . .	12
3.2	Významnost uzlů . . . . .	12
3.2.1	Ocenění významných autorů . . . . .	13
3.3	Míry centrality . . . . .	14

3.3.1	Degree . . . . .	15
3.3.2	Eigenvector centrality . . . . .	15
3.3.3	Closeness centrality . . . . .	18
3.3.4	Betweenness centrality . . . . .	21
3.4	Hledání nejkratších cest . . . . .	24
3.4.1	Single source shortest path . . . . .	25
3.4.2	All-pair shortest paths . . . . .	27
3.5	Ostatní používané míry významnosti autorů . . . . .	28
3.5.1	H-index . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Výsledky</b>	<b>30</b>
4.1	Spearmanův koeficient pořadové korelace . . . . .	30
4.2	Porovnání implementovaných metod . . . . .	31
4.2.1	DBLP . . . . .	31
4.3	Žebříčky významných autorů . . . . .	34
4.4	Porovnání metod s oceněními . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Diskuse</b>	<b>35</b>
5.1	Podobnost výsledků jednotlivých metod . . . . .	35
5.2	Shoda výsledků s oceněními . . . . .	35
5.3	Vliv vah na přesnost výsledků . . . . .	35
5.4	Vstupní a výstupní hrany . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>36</b>
<b>A</b>	<b>Žebříčky významných autorů</b>	<b>38</b>
A.1	DBLP . . . . .	39
A.2	CiteSeer . . . . .	40

# KAPITOLA 1

---

Úvod

---

## KAPITOLA 2

---

### Sociální a citační sítě

---

#### 2.1 Sociální sítě

Myšlenka sociální sítě existovala dlouho předtím, než je pod tímto termínem začali lidé rozpoznávat. Jedná se o komplexní struktury vztahů mezi členy sociálních uspořádání na všech úrovních - od osobních až po mezinárodní vztahy mezi organizacemi.

Nejčastěji se ale setkáme se sociální sítí jako strukturou tvořenou lidmi, kteří jsou svázáni nějakým sociálním vztahem, zejména v poslední době s rozmachem populárních webových sociálních sítí (MySpace, Facebook, G+, Lidé), jím bývá přátelství.

#### 2.2 Reprezentace sítí

Abychom mohli pracovat s doposud abstraktním konceptem sítě, musíme být schopni ji reprezentovat jako datovou strukturu, na níž poté provedeme jakoukoliv analýzu. V odvětví matematiky teorie grafů je síť (graf) dvojice množin uzlů  $V$  (vrcholů) a spojení uzlů  $E$  (hran)  $G = (V, E)$ . Obecně můžeme uvažovat grafy s hranami s orientací či bez orientace. V obou případech se stále jedná o dvojici  $(V, E)$ , pouze pro orientovaný graf je množina hran

množinou uspořádaných dvojic oproti množině neuspořádaných dvojic u neorientovaného grafu.

V definici grafu je množina hran  $E$  soubor dvojic, které označují koncové uzly hrany, neboli jejich spojení. Samotné spojení je jediná informace, kterou množina hran nese. Chceme-li zaznamenat nějakou další informaci, která je spojená se spojením dvou uzlů, namísto hrany jako dvojice koncových uzlů, nadefinujeme hranu jako  $n$ -tici, kde první dvě hodnoty jsou koncové uzly a zbylé hodnoty nesou libovolnou informaci. Ve většině případů si vystačíme s jednou dodatečnou informací a nazýváme ji váha hrany. Jiná možnost pro zavedení vah hran je váhová funkce  $f : E \mapsto \mathbb{R}$ , kde  $f(e) = w$  je ohodnocení konkrétní hrany  $e \in E$ . V případě zavedení vah hovoříme o vážených sítích.

Při zavedení vah máme například možnost používat síť jako multigraf, tedy graf, u kterého je povoleno více spojení mezi dvěma stejnými uzly. Počet stejných hran pak pouze zaznamenáme celočíselnou hodnotou ve váze hrany.

Síť world wide web tvořená webovými stránkami je příkladem multigrafu, protože je povoleno z jedné stránky odkazovat na jinou na více místech. Při analýze takovýchto sítí využijeme právě vah hran a počet hypertextových odkazů mezi dvěma stránkami zaznamenáme vyšším ohodnocením hrany. V tomhle případě znamená vyšší váha silnější pouto mezi uzly.

Jiným případem může být např. síť, kde sledujeme města a dopravní spojení mezi nimi. V tomto případě nás může zajímat vzdálenost nebo časová náročnost na dopravu mezi dvěma městy, které budou znamenat silnější pouto, pokud budou mít naopak menší váhu. Hledáme totiž nejkratší či nejrychlejší spojení.

Pro reprezentaci v paměti počítače se nejčastěji používají dva způsoby - matice sousednosti a graf pomocí spojových seznamů. Hrany se uzlu v případě orientovaného grafu liší z pohledu jednoho uzlu. Pokud hrana vychází z tohoto uzlu, nazveme ji výstupní hrana, v opačném případě se bude jednat o vstupní hrana.

Matice sousednosti (adjacency matrix) je čtvercová matice  $A$  o velikosti počtu vrcholů grafu  $|V|$ , ve které prvek  $\mathbf{A}_{uv}$  na řádku  $u$  a sloupci  $v$  určuje jestli existuje hrana od vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ . Pokud je hodnota  $\mathbf{A}_{uv}$  1, hrana existuje; pokud je hodnota 0, pak hrana neexistuje a pokud je hodnota  $w$ , pak hrana existuje s váhou  $w$ .

Jiným maticovým způsobem uchování grafu je incidenční matice  $\mathbf{B}$ . Incidenční matice vyjadřuje vztah mezi vrcholy a hranami tak, že  $\mathbf{B}_{ue} = 1$ , pokud vrchol  $u$  je spojený s hranou  $e$ , a 0 v opačném případě. V orientovaném grafu rozlišujeme mezi počátečním uzlem  $\mathbf{B}_{ue} = -1$  a koncovým uzlem  $\mathbf{B}_{ue} = 1$ .

Incidenční matice se pro výpočetní teorii grafů často nepoužívá z důvodu paměťové náročnosti, která je pro většinu grafů výrazně vyšší než u matice sousednosti ( $\Theta(|V||E|)$  oproti  $\Theta(|V|^2)$ ), kde množina hran dosahuje velikosti  $O(|V|^2)$ .

Nejčastěji ale používáme myšlenku sousednosti vrcholů, ale namísto reprezentace maticí, která je ve většině případů řídká a zbytečně obsahuje velké množství nul, použijeme reprezentaci řídké matice - řádek nahradíme seznamem vrcholů, které v matici sousednosti mají nenulovou hodnotu. Tento způsob je známý jako graf pomocí spojových seznamů (adjacency list representation of a graph).

## 2.3 Analýza sociálních sítí

### 2.3.1 Bezškálové sítě

Více než 40 let byly považovány všechny komplexní sítě za naprosto náhodné. Paul Erdős a Alfréd Rényi v roce 1959 navrhli modelování komunikačních sítí a sítí, které se vyskytují v přírodních vědách, spojením uzlů náhodnými hranami. Tato jednoduchá metoda vytvoření náhodného grafu způsobí rozložení stupňů vrcholů (počet spojení vrcholu s ostatními) podle Poissonova rozdělení s charakteristickou křivkou připomínající zvon - většina uzlů má zhruba stejný stupeň. V roce 1998 bylo na univerzitě v Notre Dame (Barabási a kolegové) provedeno mapování sítě World Wide Web s očekáváním, že výsledkem bude náhodná síť. Přestože byl zmapován pouze zlomek celé sítě, výsledkem bylo přes všechna očekávání, zcela jiné rozdělení stupňů - mocninné. Přes 80% uzlů mělo méně než čtyři spojení, ale méně než 0.01% uzlů mělo více než tisíc spojení. Síť, které se řídí mocninným rozdělením, nazvali Barabási a jeho kolegové bezškálovými sítěmi (scale-free network). Rozpoznání tohoto jevu vedlo k lepšímu porozumění šíření virů a epidemií nebo proč některé sítě fungují takřka beze změny i přes poruchu většiny jejich uzlů. Sociální a citační sítě se řadí do kategorie bezškálových sítí. Například autor vědecké literatury, jehož dílo je v dané oblasti známé, má velkou šanci, že bude citován dalšími autory, především těmi novými. Stejně tak osoba s velkým počtem přátel má velkou šanci, že bude představen novým lidem a rozšíří si tak svůj okruh přátel ještě více. Tomuto jevu v bezškálových sítích se říká „bohatší se stává bohatším“.



## 2.4 Citační síť

Citační síť jsou podobné sociálním sítím, pouze místo uzlů, které představují osoby, se v citační síti jedná o publikace nebo autory těchto publikací. Pokud je uzlem publikace, pak hrany této sítě symbolizují citaci publikace jinou publikací. V druhém případě uvažujeme síť, kde uzly reprezentují autory knih, vědeckých článků, vědecké literatury a dalších publikací. Prvnímu typu říkáme síť publikací, druhému síť autorů.

### 2.4.1 Citační síť publikací

Uvažujeme-li první případ, kde uzly reprezentují publikace a hrany přímo citace mezi těmito publikacemi, jedná se o síť publikací. Pokud publikace  $A$  odkazuje na publikaci  $B$ , budou existovat stejnojmenné uzly  $A$  a  $B$  a hrana mezi těmito uzly může mít dvě různé orientace podle svého uplatnění. Směr od citující publikace k citované (v našem příkladě od  $A$  do  $B$ ) bude mít hrana, kterou označíme jako výstupní pro uzel  $A$  a vstupní pro uzel  $B$ . Výstupní hrana, laicky řečeno, označuje vztah „cituji“, kdežto vstupní hrana znamená „jsem citován“.

### 2.4.2 Citační síť autorů

Druhou citační sítí je citační síť autorů. Zde je uzel reprezentací autora a hrany spojují autory mezi sebou. Ve většině případech máme k dispozici data ve formátu, který přímo odpovídá síti publikací, tj. pro každou publikaci známe seznam jejích autorů a odkazů na další publikace. Síť autorů lze získat transformací sítě publikací tak, že každou hranu z původní sítě publikací přiřadíme každému z autorů citující publikace a duplikujeme ji pro každého z autorů citované publikace. Celkově vznikne  $nm$  nových hran, pokud odkazovaná publikace obsahuje  $n$  autorů a odkazující  $m$  autorů. Stejně jako v síti publikací, i zde uvažujeme opačné orientace hrany.

V síti autorů má pro naše účely smysl uvažovat ohodnocení hran. Existuje více způsobů, jak lze přiřadit ohodnocení (váhu) jednotlivým hranám, ale nejjednodušším způsobem, který je použitý i v implementaci knihovny, je prosté přiřazení počtu publikací, jejichž autorem je daný autor  $A$ , které odkazují na publikace, jejichž autorem je autor  $B$ . Srozumitelnější popis poskytne obrázek:

Druhou možností ohodnocení hran, který rovněž využívá implementovaná knihovna pro některé metody, je převrácená hodnota prvního způsobu ohodnocení. Důvodem je přímá souvislost mezi vahou hrany a vzdáleností mezi uzly. V prvním případě, kdy silnější pouto mezi autory vyjadřuje vyšší ohodnocení hrany, v druhém případě je naopak nižší váha vyjádřením silnějšího vztahu, jelikož jsou si uzly blíže. Tento způsob je používán pro algoritmy, které pracují na myšlence nejkratších cest mezi uzly.

### **2.4.3 Vážené citační sítě**

Pro citační sítě můžeme uvažovat ohodnocení hran obojího typu. Například mezi dvěma autory může být silnější vztah, pokud se citují ve více publikacích. Jestliže citační síť analyzujeme metodami, které jsou založené na myšlence hledání nejkratších cest i v této síti, která nemá v podstatě žádný pojem vzdálenosti, použijeme druhý typ ohodnocení - menší váha, silnější pouto.

### **2.4.4 Orientované a neorientované sítě**

V případě sociálních sítí nejčastěji uvažujeme sítě bez orientace, protože nejčastěji modelovaný vztah přítel-přítel je ekvivalentní z pohledu obou koncových uzlů. Pro citační síť jsou na místě orientované hrany, protože vztahy autor odkazujícího na jiného autora nebo publikace citující jinou publikaci mají očividně jinou interpretaci z pohledu koncových uzlů. Buďto se jedná o citovaného nebo citujícího autora či publikaci.

## KAPITOLA 3

---

### Citační databáze

---

Bibliografická citační databáze poskytují možnost vyhledávání bibliografických citací. Velké množství z dnešních citačních databází se zaměřuje na jeden obor. (cite <http://library.amnh.org/research-tools/citation-full-text-databases>). Jiné jsou multioborové s možností volby prohledávaného oboru (Scopus, Web of Science).

#### 3.0.5 DBLP

DBLP [?] je webová bibliografická databáze hostovaná na univerzitě Trier. Od 80. let indexovala literaturu z oblasti databázových systémů a logického programování, ale postupně se její zaměření zobecnilo a nyní je bibliografickou databází obecně pro obor informatiky. V roce 2012 obsahovala více než 2,1 milionu článků. Metody implementované v této práci jsou aplikovány na verzi z roku 2004.

#### 3.0.6 CiteSeer

CiteSeer (nyní CiteSeer<sup>X</sup>) [?] je považován za první automatizovaný systém shromažďování publikací a autonomní indexace citací v nich obsažených. Publikace jsou zejména z oboru informatiky a informační vědy. V dnešní

	hodnota
Počet publikací	470 554
Počet hran v síti publikací	109 130
Počet autorů	315 485
Počet hran v síti autorů	331 245
Počet samocitací	3 095
Průměrný počet spoluautorů	2.278
Největší silně spojená komponenta	1.637%
Průměrná nejkratší cesta <sup>1</sup>	2.894
Průměrná nejkratší cesta <sup>2</sup>	1.194
Poloměr grafu <sup>1</sup>	8.0
Poloměr grafu <sup>2</sup>	6.637

Tabulka 3.1: Statistiky pro databázi DBLP 2004

době obsahuje přes dva miliony dokumentů s téměř dvěma miliony autorů a čtyřiceti miliony citací. Zde používáme verzi z roku 2005.

	hodnota
Počet publikací	
Počet hran v síti publikací	
Počet autorů	
Počet hran v síti autorů	
Počet samocitací	
Průměrný počet spoluautorů	
Největší silně spojená komponenta	
Průměrná nejkratší cesta	

Tabulka 3.2: Statistiky pro databázi CiteSeer 2005

<sup>1</sup>Platí pro neváženou síť autorů

<sup>2</sup>Platí pro váženou síť autorů

## 3.1 Analýza citačních sítí

### 3.1.1 Souvislost a komponenty grafu

Neorientovaný graf je souvislý, pokud pro každé jeho dva vrcholy  $u$  a  $v$  existuje alespoň jedna cesta z  $u$  do  $v$ . U neorientovaného grafu hovoříme o slabé souvislosti. Pro orientovaný uvažujeme silnou souvislost, protože přestože existuje cesta z  $u$  do  $v$ , není zaručeno, že existuje cesta z  $v$  do  $u$ . Slabě souvislý orientovaný graf znamená, že neorientovaný graf, který by vznikl nahrazením orientovaných hran neorientovanými (symetrizace grafu), by byl souvislý.

Komponenta maximálně souvislý podgraf. Jinak řečeno komponenta je podgraf takový, že všechny jeho vrcholy jsou spojeny nějakou cestou. Komponentou je i samostatný vrchol.

Všechny slabě souvislé komponenty grafu najdeme pomocí jednoduchých algoritmů „prohledávání do šířky“ nebo „do hloubky“. Spuštění prohledávání najde celou komponentu, ve které se výchozí vrchol nachází. Pokud zaznamenáváme, které vrcholy byly nalezeny, a spustíme prohledávání ze všech nenalezených vrcholů, najdeme všechny komponenty.

Silně spojitě komponenty nenajdeme pouhým prohledáním do šířky nebo do hloubky, ale použijeme sofistikovanější algoritmy (Kosarajův, Tarjanův, ...), které principově vycházejí z prohledávání do hloubky.

### 3.1.2 Klika v grafu

Klika (clique) grafu je úplný podgraf. To znamená, že všechny vrcholy kliky jsou spojeny přímo hranou.

V sociologii slovo klika popisuje skupinu dvou až dvanácti lidí, kteří jsou na sebe vázáni více než na jiné lidi v tomtéž prostředí (cite Neil Salkind - Encyclopedia of educational psychology). Klika je silněji spojená skupina lidí než sociální kruh.

## 3.2 Významnost uzlů

Významnost autorů je jedním předmětem zájmu analýzy sociálních sítí. Kdybychom se měli rozhodnout, kterého člena sítě zvolit jako vůdce nebo přes které členy nejrychleji rozšíříme zprávu, koho bychom měli vybrat?

Velký díl k zodpovězení otázky relativní významnosti prvků definovali Freeman (1979), Bonacich (1972), jehož práce je spojena s Hubbellovo (1965) mírou sociometrického statusu, Coleman (1973) se svou mírou síly a Burt (1982) a jeho míra prestiže (cite Noah E. Friedkin, Theoretical Foundations for Centrality Measures). Významnost prvku bývá v sociální síti označována jako centralita a metody pro zjištění centrality jsou známy jako míry centrality (centrality measure). Původně byly vyvinuty v sociologickém kontextu pro analýzu sociálních sítí, ale jejich princip lze snadno zobecnit na obecný graf, proto můžeme využít těchto metod pro analýzu citačních nebo jiných komplexních sítí, které nemají čistě sociologický význam.

### **3.2.1 Ocenění významných autorů**

Významní autoři vědecké literatury bývají za své dílo oceněni významnou cenou nebo zařazeni do seznamů významných členů.

Autory, kteří byli oceněni těmito cenami, můžeme považovat za významné a častokrát citované už jen proto, že přítomností jejich jména v seznamu oceněných prestižní cenou se dostanou do podvědomí mnoha jiných, zejména začínajících autorů.

#### **ACM A.M. Turing Award**

ACM A.M. Turing Award je ocenění ročně udělované skupinou ACM (Association for Computing Machinery) jedincům vybraným pro kontribuce technického ducha do výpočetního světa. [?].

Turingova cena je brána jako nejvyšší vyznamenání v informatice a je lidově nazývána Nobelovou cenou pro informatiku [?, p. 317].

#### **ACM SIGMOD Edgar F. Codd Innovations Award**

ACM SIGMOD Edgar F. Codd Innovations Award je ohodnocení životního díla skupinou ACM SIGMOD (Special Interest Group on Management of Data) za inovativní a vysoce ceněné kontribuce k rozvoji, porozumění a použití databázových systémů a databází [?].

#### **ACM Fellows**

„The ACM Fellows Program“ byl založen v roce 1993, aby našel a ocenil vynikající členy ACM za jejich dílo v informatice a informační vědě a pro

jejich významné kontribuce pro účel ACM. Členové ACM Fellows slouží jako význační kolegové, ke kterým ACM a jejich členové vzhlížejí jako k autoritám v době rozvoje informačních technologií [?].

### ISI Highly Cited highlighted

ISI Highly Cited je databáze často citovaných autorů v článcích posledního desetiletí, které byly publikovány institutem ISI (Institute for Scientific Information). Ten v dnešní době spadá pod agenturu Thomson Reuters, na jejíchž webových stránkách nalezneme seznam autorů ISI Highly Cited highlighted z let 2000 až 2008 napříč 21 vědeckými obory [?].

## 3.3 Míry centrality

V sítích dopravní infrastruktury nás zajímá, po které cestě se nejrychleji a nejvýhodněji dostat z bodu  $A$  do bodu  $B$ . V sociálních a citačních sítích nemůžeme intuitivně hovořit o nějakých cestách mezi uzly, protože ani přesně nevíme, jak takovou cestu interpretovat. Nejkratší cesta mezi přáteli v sociální síti může znamenat přes které přátele se mezi nimi nejpravděpodobněji šíří informace. V sítích spolupráce vědeckých autorů se například setkáme s tzv. Erdősovým číslem, které vyjadřuje nejkratší vzdálenost mezi osobou a matematikem Paulem Erdősem v rámci spolupráce na vědeckých článcích v oboru matematiky.

Použijeme-li metody z dopravních sítí pro analýzu sociálních a citačních sítí, které v jádře spočívají v hledání nejkratších cest, setkáme se se dvěma nejznámějšími mírami centrality, a to closeness centrality a betweenness centrality.

Nechť cesta z bodu  $u \in V$  do bodu  $v \in V$  je střídaající se posloupnost vrcholů a hran takových, že spojují předcházející a následující vrchol v této posloupnosti. Délka cesty je pak součet vah hran této cesty nebo pouze počet hran v případě neváženého grafu. Vzdálenost vrcholů  $d_G(u, v)$  je délka nejkratší z cest, která spojuje vrcholy  $u$  a  $v$ .

Jiné míry jsou založeny na počtu spojení jednoho uzlu s ostatními uzly a nejkratší cesty neuvažují (degree, eigenvector).

### 3.3.1 Degree

Stupeň je počet hran spojených s uzlem. Pro orientovaný graf můžeme uvažovat vstupní (indegree) a výstupní stupeň (outdegree) vrcholu nebo obecný stupeň (degree), tedy součet těchto dvou. Vstupní stupeň se často označuje jako  $deg^-$  a výstupní jako  $deg^+$ . Nechť  $C_D$  označuje míru centrality degree a  $C_{Din}$ ,  $C_{Dout}$  centralitry indegree a outdegree, respektive. Pak můžeme vyjádřit hodnoty centrality pomocí matice sousednosti  $\mathbf{A}$ .

$$C_{Din}(u) = deg^-(u) = \sum_{v \in V} \mathbf{A}_{uv} \quad (3.1)$$

$$C_{Dout}(u) = deg^+(u) = \sum_{v \in V} \mathbf{A}_{vu} \quad (3.2)$$

$$C_D(v) = C_{Din} + C_{Dout} \quad (3.3)$$

Pokud uvažujeme pouze vstupní stupeň, vypočtená hodnota určuje významnost uzlu, kdežto výstupní stupeň ukazuje jakousi společenskost či otevřenost uzlu.

Degree centrality je výpočetně velmi jednoduchý způsob, jak změřit významnost prvku v síti. Tato metoda je však příliš jednoduchá, protože do výpočtu hodnoty centrality nezahrnuje uzly, které jsou od daného uzlu vzdálenější než jeden krok. Tento fakt je známý problém a důvod pro zavedení dalších a složitějších metod pro výpočet významnosti.

### 3.3.2 Eigenvector centrality

Eigenvector centrality (také známá jako Gould's index of accessibility of a Network (Linear Algebra with Applications: Alternate Edition by Gareth Williams) nebo Bonacich's centrality (Robert A. Hanneman, Mark Riddle - Introduction to social network methods)), je míra vlivu vrcholu v grafu, která doslova znamená „Důležitý uzel má důležité sousedy“ (cite An introduction to Centrality measures, Zweig, Iyengar, 2010). Hodnotu vlivu získáme z vlastního vektoru  $x$  matice sousednosti grafu:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (3.4)$$

$\mathbf{A}$  je matice sousednosti,  $\mathbf{x}$  je vlastní vektor matice  $\mathbf{A}$  a řešením této rovnice. Rovnice má více řešení. Ke každému řešení náleží vlastní číslo  $\lambda$ .



Pro měření významnosti nás však zajímá pouze to řešení, které má pouze nezáporné hodnoty. Podle Perron-Frobeniovy věty pro každou nezápornou primitivní matici existuje právě jedno takové řešení, které zároveň patří k největšímu vlastnímu číslu  $\lambda$  [?].

Rovnici můžeme rozepsat z maticového tvaru do jednotlivých složek:

$$x_u = \frac{1}{\lambda} \sum_{v \in G} \mathbf{A}_{uv} x_v \quad (3.5)$$

Kde  $x_u$  je prvek vlastního vektoru  $\mathbf{x}$  náležící vrcholu  $u$  a  $\mathbf{A}_{uv}$  je prvek matice sousednosti  $\mathbf{A}$ , který leží na řádku  $u$  a sloupci  $v$ .

$$x_{ui+1} = \frac{1}{\lambda} \sum_{v \in G} \mathbf{A}_{uv} x_{vi} \quad (3.6)$$

V tomto rekurentním tvaru je vidět předpis pro iterační výpočet eigenvector centrality. Algoritmus se nazývá mocninná metoda, která se používá pro řešení problému vlastních čísel v numerické matematice. Výsledkem mocinné metody je dominantní vlastní číslo a odpovídající vlastní vektor. Pro eigenvector centrality nás zajímá právě tohle řešení a žádné jiné.

Z druhé rovnice si navíc povšimneme, že se jedná o přímé rozšíření degree centrality (3.1). Výsledek předchozí iterace použijeme jako vstup do následující a iterujeme tak dlouho, dokud nedosáhneme požadované přesnosti.

## PageRank

V roce 1998 vyvinuli Sergey Brin a Larry Page algoritmus PageRank (nesoucí jméno druhého autora) jako součást výzkumu na novém druhu webového vyhledávače (cite něco). PageRank přiřazuje relativní hodnocení webovým stránkám podle hypertextových odkazů z jiných webových stránek, které na ně směřují, a podle jejich PageRankové významnosti. Sama definice je rekurzivní a po nahlédnutí na vzorec zjistíme, že se jedná o rozšířenou variantu algoritmu pro eigenvector centrality.

$$x_{ui+1} = \frac{1-d}{|V|} + d \sum_{v \in V} \mathbf{A}_{uv} \frac{x_{vi}}{\deg^+(v)} \quad (3.7)$$

$\mathbf{A}$  je opět matice sousednosti,  $V$  je množina vrcholů a  $\deg^+(v)$  je výstupní stupeň vrcholu  $v$ . V původní myšlence, kdy PageRank modeluje chování náhodného surfaře, damping factor  $d$  je pravděpodobnost, že daný surfař přestane opakovaně klikat na odkazy, které najde na webové stránce, na kterou se dostal z předchozího odkazu, a otevře zcela novou stránku, ze které povede podobný sled surfování přes odkazy. Damping factor bývá ze zkušenosti nastavován na 85%.

Hodnota PageRanku je z matematického hlediska pravděpodobnost, že surfař, který náhodně kliká na odkazy, se dostane na konkrétní stránku. Součet hodnot PageRanku všech uzlů v síti je tedy 1, protože PageRank je rozdělení pravděpodobnosti.

Jedním problémem algoritmu PageRank jsou „visící uzly“ (dangling nodes), tj. uzly bez výstupních hran. Protože musíme v každé iteraci algoritmu zachovat vlastnost rozdělení pravděpodobnosti, tj. suma všech pravděpodobností je 1, je třeba zajistit, aby se přenášená hodnota mezi iteracemi neztrácela právě v uzlech bez výstupních hran. Problém lze řešit tak, že se tyto uzly z výpočtu vynechají, nebo přidáním zpětných odkazů z těchto uzlů zpět do sítě. V každé iteraci předem vypočítáme součet hodnot PageRanku, které by se ztratily v uzlech bez výstupních hran ( $D$ ). Tahle hodnota je v rámci iterace konstantní a pouze ji rovnoměrně rozdělíme mezi uzly sítě (s váhou  $1/|V|$ ).

$$x_{ui+1} = \frac{1-d}{|V|} + d \sum_{v \in V} \mathbf{A}_{uv} \frac{x_{vi}}{\deg^+(v)} + \frac{1}{|V|} \sum_{w \in D} x_{wi} \quad (3.8)$$

---

**Algorithm 1** PageRank

---

```
1:  $x_0[v] \leftarrow \frac{1}{|V|}, v \in V$   $\triangleright$  Uzly začínají se stejnou pravděpodobností
2: for  $i \leftarrow 0, K$  do  $\triangleright$  Iterujeme  $K$ -krát, dokud není dosažena požadovaná
   přesnost
3:    $s \leftarrow 0$   $\triangleright$   $s$  je suma PageRanků pro dangling nodes
4:   for  $v \in V$  do
5:     if  $\deg^+(v) = 0$  then
6:        $s \leftarrow s + x_i[v]$ 
7:     end if
8:   end for
9:    $x_{i+1}[v] \leftarrow \frac{s}{|V|}, v \in V$   $\triangleright$  Každý uzel začíná s přebytkem z dangling
   nodes
10:  for  $v \in V$  do
11:    for  $k \in \text{inLinks}[v]$  do
12:       $x_{i+1}[v] \leftarrow x_{i+1} + \frac{x_i[k]}{\deg^+(k)}$ 
13:    end for
14:  end for
15:   $x_{i+1}[v] \leftarrow \frac{1-d}{|V|} + dx_{i+1}[v], v \in V$   $\triangleright$  Přidání damping factoru
16: end for
```

---

Přestože je PageRank původně určený pro webovou síť, lze ho použít na jakoukoliv orientovanou váženou i neváženou síť, tedy i na sociální a citační síť, o kterých je zde řeč. Pro neorientovaný graf je hodnota PageRanku pro jednotlivé uzly velmi blízká stupňům grafu, ale ne totožná (cite icola Perra and Santo Fortunato.; Fortunato (September 2008). "Spectral centrality measures in complex networks")

### 3.3.3 Closeness centrality

Closeness neboli „blízkost“ je definována jako převrácená hodnota míry farness, tedy „dalekost“. Dalekost je součet všech vzdáleností od uzlu do všech ostatních, tzn.  $f(u) = \sum_{v \in V} d_G(u, v)$  a  $c(u) = \sum_{v \in V} \frac{1}{d_G(u, v)}$ . Podle jiné definice je closeness převrácená hodnota průměrné nejkratší cesty. V podstatě se od předchozí příliš neliší, protože průměrná nejkratší cesta je rovna  $\frac{1}{|V|-1} \sum_{v \in V} d_G(u, v)$  a closeness podle této definice:

$$c(u) = \frac{|V| - 1}{\sum_{v \in V} d_G(u, v)}$$

Pro obě definice platí, že čím vyšší hodnota  $c(u)$ , tím je uzel  $u$  významnější podle této míry. Zde se budeme soustředit na druhou definici, protože je častou volbou autorů zabývajících se touto problematikou a existuje pro ni aproximační algoritmus, který si zde uvedeme.

Closeness, stejně jako ostatní míry centrality, modeluje rozptýlení informace napříč sítí. Výše uvedené klasické definici je vytýkáno, že pro přenos informace uvažuje pouze nejkratší cesty, které nejsou vždy jedinou komunikační cestou v síti. Alternativu navrhli Noh a Rieger (2004), kde namísto nejkratších cest používají náhodné procházky (random walk closeness centrality). Náhodná procházka (random walk) je cesta, kde v každém uzlu je náhodně vybrán směr dalšího postupu.

Příkladem může být oběh mincí mezi lidmi. Tento jev nemá s nejkratšími cestami mnoho společného, proto je vhodnější ho modelovat náhodnými procházkami. Oproti tomu například poštovní zásilky očividně cestují po nejkratších cestách. Pokud uvažujeme citační síť, nemáme jasnou představu o významu náhodných procházek nebo nejkratších cest jako v případě mince nebo dopisu. I přesto očekáváme vysokou podobnost této metody s ostatními.

Nevýhodou closeness centrality je nutnost uvažovat souvislý graf, tedy takový, který obsahuje pouze jednu komponentu. Pokud by měl více komponent, pak by vždy existovala cesta s nekonečnou vzdáleností. Hodnota farness by pak byla automaticky nekonečná a closeness, tedy převrácená hodnota, by byla nulová.

Existuje několik upravených definic, které se mají vypořádat s problémem konektivity a druhotně jsou numericky stabilnější. Jedna z nich zaměňuje převrácenou hodnotu součtu vzdáleností za součet převrácených hodnot vzdáleností  $c(u) = \sum_{v \in V} \frac{1}{d_G(u, v)}$  (Opsahl) a druhá  $c(u) = \sum_{v \in V} 2^{-d_G(u, v)}$  (Dangalchev). Přesto se nejvíce používá původní definice closeness a výpočet se omezí na největší komponentu.

## Algoritmus

Closeness pro všechny vrcholy můžeme přesně vypočítat v čase  $O(|V||E| + |V|^2 \log |V|)$ , kde  $V$  a  $E$  jsou množiny vrcholů a hran sítě (cite JO77, FT87).

Algoritmus vychází z definice, tedy vyřeší problém všech párů nejkratších cest, čímž rovnou získá hodnoty farness  $f(u) = \sum_{v \in V} d_G(u, v)$  a zjištění closeness je poté triviální podle jedné z výše uvedených definic. Výše uvedená složitost platí při použití Dijkstrova algoritmu pro všechny páry cest.

---

**Algorithm 2** Closeness

---

```

1: for  $s \in V$  do
2:    $f \leftarrow 0$  ▷ Farness
3:    $d[v] \leftarrow \infty, v \in V$  ▷ Zpočátku jsou uzly nedosažitelné
4:    $d[u] \leftarrow 0$ 
5:    $Q \leftarrow \{s\}$  ▷ Prioritní fronta  $Q$  začíná se zdrojovým vrcholem
6:   while  $Q \neq \emptyset$  do ▷ Dokud není fronta prázdná
7:      $u \leftarrow \text{extract-min}(Q)$  ▷ Vytáhneme uzel s min. vzdáleností  $d$ 
8:      $f \leftarrow f + d[u]$  ▷ Zvýšíme farness pro nový uzel
9:     for sousedící vrchol  $v \in \text{Adj}[u]$  do ▷ Přidáme nově nalezené
       vrcholy
10:      if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$  then
11:         $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ 
12:         $Q \leftarrow Q \cup \{v\}$ 
13:      end if
14:    end for
15:  end while
16:   $c[s] \leftarrow \frac{n-1}{f}$  ▷ Closeness je převrácená hodnota farness
17: end for

```

---

Výpočet closeness lze snadno paralelizovat, jelikož výpočet stromu nejkratších cest je nezávislá úloha pro každý z  $|V|$  vrcholů.

Pro rozsáhlé sítě s miliony uzlů (sociální sítě k dnešnímu datu) je tato metoda příliš náročná. Eppstein a Wang vyvinuli aproximační algoritmus s náročností  $O(\frac{\log |V|}{\epsilon} (|V| \log |V| + |E|))$  s chybou  $\epsilon \delta$  pro převrácenou hodnotu closeness (s pravděpodobností alespoň  $1 - \frac{1}{|V|}$ ), kde  $\epsilon > 0$  a  $\delta$  je poloměr sítě (nejdelší z nejkratších cest). Na základě tohoto aproximačního algoritmu byl vytvořen jiný aproximační algoritmus pro nalezení  $k$  nejvýznamnějších uzlů hodnocených podle closeness centrality TOPRANK (cite Okamoto, Chen, Li 2008 Ranking of Closeness Centrality for Large-Scale Social Networks).

## Aproximace

Algoritmus TOPRANK (Okamoto, Chen, Li) najde prvních  $k$  nejvýznamnějších uzlů s vysokou přesností a pro každý z nich přesnou hodnotu closeness. Algoritmus pracuje s myšlenkou, že zjistíme přibližné pořadí uzlů tak, že pro jeden strom nejkratších cest nebudeme počítat se všemi koncovými uzly, ale jen s dostatečně velkým vzorkem této množiny. Přesné hodnoty closeness dosáhneme použitím exaktního algoritmu, který použijeme jen na nejvýznamnější uzly získané z prvního aproximovaného kroku. Klíčovou otázkou je, kolik nejvýznamnějších uzlů musíme uvažovat, aby se jednalo o dostatečně přesný výsledek. Autoři algoritmu uvádějí tento algoritmus s heuristikou, která najde přibližně místo, ve kterém je vhodný výpočet ukončit a považovat za dostatečně přesný. Sami uvádějí, že tento algoritmus je pouze první krok k návrhu efektivnějšího způsobu jak najít prvních  $k$  nejvýznamnějších uzlů (cite to co nahore).

### 3.3.4 Betweenness centrality

Betweenness je druhá metoda, která modeluje šíření informace sítí pomocí nejkratších cest. Princip betweenness spočívá ve zvýhodnění uzlů, přes kterou teče nejvíce informace. Pokud uzel  $A$  komunikuje s uzlem  $C$ , můžeme tvrdit, že uzel  $B$ , který leží mezi nimi, bude mít roli prostředníka. Být tímto prostředníkem mezi více uzly intuitivně napovídá, že takový uzel bude centrální. „Čím více lidí na mně závisí k vytvoření spojení s jinými lidmi, tím mám větší moc“ (cite introductino to social network methods). Betweenness měří, na kolika nejkratších cestách se uzel nachází. Více se ale setkáme s definicí, kde do sumy zahrneme poměr cest, na kterých se uzel nachází, k celkovému počtu cest mezi dvěma uzly (Freeman, 1977; Anthonisse, 1971, Brandes):

$$C(v) = \sum_{s \in V} \sum_{t \in V \setminus s} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

$C_b(v)$  značí hodnotu betweenness centrality pro uzel  $v$ ,  $V$  množinu všech uzlů grafu,  $\sigma_{st}$  je počet nejkratších cest mezi uzly  $s$  a  $t$  a  $\sigma_{st}(v)$  je počet nejkratších cest, které navíc procházejí uzlem  $v$ .

Normalizovaný betweenness je hodnota v intervalu od 0 do 1, kterou získáme tak, že betweenness vydělíme celkovým počtem možných cest, tj.

$(|V| - 1)(|V| - 2)$  pro orientované grafy a  $\frac{(|V|-1)(|V|-2)}{2}$  pro neorientované grafy. Normalizované hodnoty metod centralit jsou nezávislé na velikosti grafu (cite Douglas R. White, Stephen P. Borgatti - Betweenness centrality measures for directed graphs)

$$C_b(v) = \frac{1}{(|V| - 1)(|V| - 2)} \sum_{s \in V} \sum_{t \in V \setminus s} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

Vznik betweenness je připisován sociologovi Lintonu Freemanovi (Freeman 77) a byl původně definován pro neorientované grafy.

### Brandesův algoritmus

Ve své práci Ulrik Brandes zmiňuje (do té doby nejrychlejší) algoritmus pro výpočet betweenness centrality s časovou náročností  $\theta(|V|^3)$  a  $\theta(|V|^2)$  paměťovými nároky. Tento způsob přistupuje k problému nekratších cest způsobem all-pair shortest paths. Brandesův způsob využívá algoritmu pro nalezení nejkratších cest z jednoho bodu, kde výsledný algoritmus pracuje s paměťovou náročností  $O(|V| + |E|)$  a běží v čase  $O(|V||E|)$  pro nevážený graf nebo  $O(|V||E| + |V|^2 \log |V|)$  pro vážený graf.

Brandes ve své práci o algoritmu uvádí pseudokód pro nevážený graf, který je následně snadné pozměnit pro vážený graf drobnými úpravami a zaměněním obyčejné fronty za prioritní frontu; kompletní důkaz správnosti algoritmu a porovnání standardního algoritmu s tímto (TODO cite Brandes).

---

**Algorithm 3** Brandesův algoritmus

---

```
1:  $b[v] \leftarrow 0, v \in V$ 
2: for  $s \in V$  do
3:    $S \leftarrow$ prázdný zásobník
4:    $P[w] \leftarrow$ prázdný seznam,  $w \in V$ 
5:    $\sigma[t] \leftarrow 0, t \in V$ 
6:    $\sigma[s] \leftarrow 1$ 
7:    $d[t] \leftarrow -1, t \in V$ 
8:    $d[s] \leftarrow 0$ 
9:    $Q \leftarrow \{s\}$ 
10:  while  $Q \neq \emptyset$  do
11:     $v \leftarrow dequeue(Q)$ 
12:     $push(S, v)$ 
13:    for sousedící vrchol  $w \in Adj[v]$  do
14:      if  $d[w] < 0$  then
15:         $enqueue(Q, w)$ 
16:         $d[w] \leftarrow d[v] + 1$ 
17:      end if
18:      if  $d[w] = d[v] + 1$  then  $\triangleright$  Nejkratší cesta do  $w$  přes  $v$ ?
19:         $\sigma[w] \leftarrow \sigma[w] + \sigma[v]$ 
20:         $push(P[w], v)$ 
21:      end if
22:    end for
23:  end while
24:   $\delta[v] \leftarrow 0, v \in V$   $\triangleright \delta$  je závislost uzlu  $s$  na ostatních
25:  while  $S \neq \emptyset$  do  $\triangleright S$  vrátí vrcholy v pořadí s nezvyšující se
    vzdáleností od  $s$ 
26:     $w \leftarrow pop(S)$ 
27:    for  $v \in P[w]$  do
28:       $\delta[v] \leftarrow \delta[v] + \frac{\sigma[v]}{\sigma[w]}(1 + \delta[w])$ 
29:    end for
30:    if  $w \neq s$  then  $\triangleright$  Betweenness je součet dependencí  $\delta[w]$ 
31:       $b[w] \leftarrow b[w] + \delta[w]$ 
32:    end if
33:  end while
34: end for
```

---



Algoritmus lze paralelizovat stejně jako algoritmus pro closeness centrality, pokud zajistíme synchronizaci vláken při přístupu k hodnotám betweenness. Narozdíl od algoritmu pro closeness, kde výpočet pro jeden uzel ovlivňuje hodnotu closeness pouze pro tento uzel, u betweenness výpočet vycházející z jednoho uzlu ovlivňuje hodnotu betweenness potencionálně i pro všechny ostatní uzly.

### Aproximace

I přes použití rychlejšího Brandesa algoritmu je výpočet betweenness centrality příliš náročný výpočet pro sítě reálného světa (např. biologické, dopravní nebo webové sítě) a pokud nám jde více o relativní pořadí uzlů podle hodnoty betweenness než o hodnotu samotnou, lze oželit přesný výpočet přibližným, který příliš nezmění výsledné umístění v žebříčku nejvýznamnějších uzlů.

Bader, Kintali, Madduri, Mihail ukazují aproximační algoritmus pro betweenness s odhadem chyby. Myšlenkou je jednoduchá lineární extrapolace Brandesova algoritmu, pokud do výpočtu zahrneme pouze náhodný vzorek namísto celé množiny vrcholů. Nechť  $k$  je velikost vzorku množiny vrcholů, se kterým počítáme, pak extrapolovaná hodnota betweenness je  $\frac{|V|S}{k}$ , kde  $S$  je vypočtená přibližná hodnota.

## 3.4 Hledání nejkratších cest

Hledání nejkratších cest v grafu je historicky starý problém, jehož matematický výzkum přišel relativně pozdě v porovnání s jinými problémy kombinatorické optimalizace (nejmenší kostra grafu, přiřazovací a dopravní problém). Pravděpodobně byl výzkum opožděn, protože se jedná o intuitivní a relativně jednoduchý problém, ale jakmile se dostal do středu zájmu, bylo nezávisle na sobě nalezeno několik metod řešení různými lidmi (Shimbel [1955], Ford [1956], Dantzig [1958], Bellman [1958], Moore [1959], Dijkstra [1959]). (cite schrijver alexander ON THE HISTORY OF THE SHORTEST PATH PROBLEM)

Z hlediska metod řešení můžeme uvažovat několik kategorií algoritmů - nalezení všech párů nejkratších cest (all-pairs shortest paths problem), nalezení nejkratší cesty mezi počátečním a koncovým vrcholem (source-target) nebo nalezení stromu nejkratších cest, máme-li zadán počáteční vrchol (single source shortest path problem).

### 3.4.1 Single source shortest path

Pokud hledáme pouze jednu cestu mezi dvěma vrcholy (source-target), nemusíme počítat celý strom nejkratších cest, ale můžeme zastavit výpočet při dosažení požadovaného vrcholu.

#### BFS

Prohledávání do šířky z jednoho bodu (breadth first search) je algoritmus, který najde nejkratší cesty z jednoho bodu do všech ostatních v případě neváženého grafu v čase  $O(E)$ . Pro vážený graf by zjistil nejkratší cesty, kde metrika vzálenosti by byla počet skoků mezi uzly.

---

**Algorithm 4** Prohledávání do šířky

---

```
1: function BFS( $G, s$ )
2:    $d[v] \leftarrow \infty, v \in V$                                  $\triangleright$  Uzly jsou zpočátku nedosažitelné
3:    $d[s] \leftarrow 0$ 
4:    $p[v] \leftarrow \text{NIL}, v \in V$                              $\triangleright$  A nemají implicitně žádné předchůdce
5:    $Q \leftarrow \{s\}$                                           $\triangleright$  Fronta začíná s počátečním vrcholem
6:   while  $Q \neq \emptyset$  do                                 $\triangleright$  Dokud není prázdná
7:      $u \leftarrow \text{dequeue}(Q)$ 
8:     for sousedící vrchol  $v \in \text{Adj}[u]$  do
9:       if  $d[v] = -1$  then                                     $\triangleright$  Pro všechny nově objevené vrcholy
10:         $d[v] \leftarrow d[u] + 1$                               $\triangleright$  Nově vypočtená vzdálenost
11:         $Q \leftarrow Q \cup \{v\}$                               $\triangleright$  Přidáme nově objevené uzly do fronty
12:         $p[v] \leftarrow u$                                       $\triangleright$  Předchůdce uzlu  $v$  je  $u$ 
13:      end if
14:    end for
15:  end while
16:  return  $p$ 
17: end function
```

---

#### Bellman-Fordův algoritmus

Bellman-Fordův algoritmus je aplikací dynamického programování na nejkratší cesty z jednoho vrcholu do všech ostatních. Jeho využití najdeme zejména tam, kde se mohou objevit záporné váhy hran. Časová náročnost je  $O(|V||E|)$ .

## Dijkstrův algoritmus

Dijkstrův algoritmus řeší „single source shortest path problém“ pomocí greedy (žravé) strategie. Časová náročnost běžné implementace  $O((|E| + |V|) \log |V|)$  je lepší než u Bellman-Fordova algoritmu, ale Dijkstrova greedy strategie funguje, pouze pokud v grafu neexistují záporně ohodnocené hrany. Časová náročnost závisí především na implementaci klíčové datové struktury prioritní fronty, která v každém kroku vybírá uzel s nejmenší vzdáleností od zdrojového vrcholu (greedy strategie). V případě použití obyčejného spojového seznamu jako prioritní fronty získáme kvadratickou náročnost  $O(|V|^2)$ . Nejčastěji se setkáme s prioritní frontou implementovanou pomocí binární haldy, která zajišťuje čas běhu právě  $O((|E| + |V|) \log |V|)$ . Pomocí Fibonacciho haldy získáme doposud nejrychlejší Dijkstrův algoritmus s časem běhu  $O(|E| + |V| \log |V|)$ , ale pro běžné účely (grafy menší než miliony vrcholů) je nejvýhodnější binární halda (cite CLRS, Fredman & Tarjan). Pro nevážený graf je Dijkstrův algoritmus ekvivalentní prohledávání do šířky.

Dijkstrův algoritmus je klíčovým pro všechny implementované metody založené na nejkratších cestách, proto uvedeme pseudokód (cite CLRS):

---

### Algorithm 5 Dijkstrův algoritmus

---

```
1: function DIJKSTRA( $G, w, s$ )  $\triangleright s$  je zdrojový vrchol a  $w$  je váhová funkce
2:    $d[v] \leftarrow \infty, v \in V$   $\triangleright$  Vrcholy jsou zpočátku nedosažitelné
3:    $d[s] \leftarrow 0$ 
4:    $p[v] \leftarrow \text{NIL}, v \in V$   $\triangleright$  Předchůdci vrcholů zpočátku neexistují
5:    $Q \leftarrow V$   $\triangleright$  Prioritní fronta  $Q$  obsahuje všechny vrcholy
6:   while  $Q \neq \emptyset$  do  $\triangleright$  Postupujeme, dokud není prázdná
7:      $u \leftarrow \text{extract-min}(Q)$   $\triangleright$  Vytáhneme z fronty vrchol s nejmenší
       hodnotou  $d[u]$ 
8:     for sousedící vrchol  $v \in \text{Adj}[u]$  do
9:       if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$  then
10:         $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$   $\triangleright$  Relaxace hrany  $\{u, v\}$ 
11:         $p[v] \leftarrow u$ 
12:       end if
13:     end for
14:   end while
15:   return  $p$   $\triangleright$  Strom předchůdců
16: end function
```

---

Výsledkem je strom předchůdců, který reprezentuje strom nejkratších cest. Princip Dijkstrova algoritmu se objevuje i u algoritmů pro closeness, betweenness a BFS. V tomto případě do prioritní fronty prvotně zahrneme všechny vrcholy. Jinou možností je přidávat je postupně, aby vybírání z prioritní fronty ( $extract-min(Q)$ ) bylo rychlejší. Tento způsob je použit v algoritmu pro closeness.

### 3.4.2 All-pair shortest paths

Do této kategorie spadají maticové metody, tj. graf je zadán jako matice sousednosti nebo matice sousednost s váhami hran.

#### Shimbelova metoda

Shimbelova metoda (1955) používá upravené maticové násobení k získání  $|V|$ -té mocniny matice sousednosti. Celková časová náročnost je  $O(|V|^4)$ , protože provedeme  $|V|$  „násobení“ čtvercové matice o složitosti  $O(|V|^3)$ . Shimbelovo upravené násobení nahrazuje sčítání a násobení za minimum a sčítání:

$$\begin{aligned}x + y &\equiv \min(x, y) \\ xy &\equiv x + y\end{aligned}$$

#### Floyd-Warshallův algoritmus

Floyd-Warshallův algoritmus snižuje časovou náročnost na  $O(|V|^3)$  použitím dynamického programování. Graf je opět zadán jako vážená matice sousednosti. Rekurentní vzorec dynamického programování pro tento algoritmus je:

$$\begin{aligned}d_0(u, v) &= \mathbf{A}_{uv} \\ d_{k+1}(u, v) &= \min(d_k(u, v), d_k(u, k) + d_k(k, v))\end{aligned}$$

Jednoduše zkusíme, zda je kratší cesta mezi vrcholy  $u$  a  $v$ , kterou již známe, nebo jiná cesta za použití nějakého vrcholu  $k$ , který leží mezi nimi. Výpočet provádíme pro všechny páry vrcholů pro každý vrchol  $k$  ( $|V|^2|V|$ ).

## Johnsonův algoritmus

Johnsonův algoritmus nepatří mezi maticové metody, protože využívá metod single source shortest path pro všechny vrcholy. V principu jednoduše použijeme Dijkstrův algoritmus pro každý vrchol zvlášť, ale dovolujeme váhy hran i záporné. V případě záporných hran je nutné provést transformaci vah pomocí Bellman-Fordova algoritmu, která v grafu nepozmění nejkratší cesty. (cite CLRS)

## 3.5 Ostatní používané míry významnosti autorů

### 3.5.1 H-index

H-index je metoda pro měření produktivity autora a významu jeho publikované vědecké práce. Metoda byla navržena fyzikem Jorge E. Hirschem pro zjišťování relativní významnosti vědců publikujících v oboru teoretické fyziky. Původní Hirschova definice zní:

*Vědec má index  $h$  pokud  $h$  z jeho  $N_p$  publikací má každá alespoň  $h$  citací a žádná ze zbylých  $(N_p - h)$  publikací nemá více než  $h$  citací.*

Tato metoda je specifická pro citační sítě a nelze ji aplikovat na sociální nebo obecnou komplexní síť.

Výpočet probíhá tak, že seřadíme autorovy publikace  $P$  sestupně podle počtu citací  $c : P \mapsto \mathbb{N}$  a poté od začátku tohoto seřazeného seznamu hledáme tu publikaci, jejíž pořadové číslo v tomto seznamu je nižší nebo rovné počtu jejích citací. Toto číslo je pak h-index autora.

---

**Algorithm 6** H-index

---

```
1: function H-INDEX( $P, c$ )
2:    $sort(P, key \leftarrow c)$    $\triangleright$  Seřadíme publikace sestupně podle počtu citací
3:    $h \leftarrow 1$ 
4:   for  $p \in P$  do
5:     if  $c(p) \leq h$  then   $\triangleright$  Bod, kde počet citací vyrovná  $h$ , je h-index
                           autora
6:       break
7:     end if
8:      $h \leftarrow h + 1$ 
9:   end for
10:  return  $h$ 
11: end function
```

---

## KAPITOLA 4

---

### Výsledky

---

Pro zjištění, jestli se výsledky implementovaných metod shodují s uvedenými oceněními, použijeme metodu součtu pořadí oceněných autorů. Tzn. že pro jedno ocenění sečteme pořadí všech autorů, kteří byli oceněni danou cenou. Tuto jednoduchou míru můžeme porovnat pouze mezi jednotlivými metodami pro jedno ocenění, ale ne mezi různými oceněními pro jednu metodu. Jednoduše protože např. Turingova cena je ve výsledcích udělena pouze několika autorům, z čehož plyne malý součet pořadí, kdežto velké množství autorů je členy ACM Fellows, tím pádem velký součet pořadí oceněných.

Dále nás zajímá, zda-li jsou metody mezi sebou podobné, či nikoli. Pro porovnání metod mezi sebou je použit Spearmanův koeficient pořadové korelace.

### 4.1 Spearmanův koeficient pořadové korelace

Spearmanův koeficient je klasický Pearsonův koeficient korelace, který je aplikovaný na proměnné s pořadím (cite Myers, Jerome L.; Well, Arnold D. (2003), Research Design and Statistical Analysis (2nd ed.), Lawrence Erlbaum, pp. 508).

Koeficient korelace obecně dosahuje hodnot od  $-1$  do  $1$ , přičemž hodnota  $1$  znamená naprostou lineární závislost mezi porovnávanými proměnnými tak,

že s rostoucí první proměnnou roste i druhá proměnná. Hodnota  $-1$  znamená rovněž naprostou lineární závislost, ale při rostoucí jedné proměnné druhá proměnná klesá. Hodnota  $0$  znamená kompletní náhodnost či nezávislost mezi měřenými proměnnými.

## 4.2 Porovnání implementovaných metod

První tabulka ukazuje vypočtené Spearmanovy koeficienty pořadové korelace mezi všemi páry implementovaných metod. Do výpočtu koeficientu korelace byly zahrnuty pouze ty uzly, které mají alespoň jednu hranu. Pokud by byly zachovány, většina koeficientů korelace by byla velmi vysoká (větší než  $0.95$ ), protože většina vrcholů, zejména v databázi DBLP, jsou osamocené vrcholy. Protože jsou výsledky seřazeny podle hodnoty centrality a poté podle jména autora, všechny tyto izolované vrcholy, které nijak nepřispívají k hodnotě centrality, jsou pro všechny metody umístěné na posledních pozicích v tomtéž pořadí. Důsledkem je vysoký koeficient korelace, který nám však nic nevypráví o podobnosti výsledků metod.

Jelikož výpočet pro centralitu closeness ve všech implementovaných variantách (vstupní hrany, výstupní hrany, vážený closeness) byl proveden pouze na největší silně spojitě komponentě, nelze přímo provést srovnání pomocí koeficientu korelace s výsledky metod, které byly aplikovány na celý graf, protože se jedná o dvě neporovnatelné proměnné. Proto byli z výsledků metod pro celý graf odebráni ti autoři, kteří se nenacházejí v hlavní silně spojitě komponentě. Pro tyto žebříčky bylo provedeno stejné srovnání pomocí Spearmanova koeficientu korelace pořadí křížově mezi všemi metodami.

### 4.2.1 DBLP

---

<sup>2</sup>Největší klika mezi prvními 25 autory



zkratka	metoda	$t_{DBLP}$	$t_{CiteSeer}$	$klika_{DBLP}^1$	$klika_{CiteSeer}^2$
hi	H-index				
ideg	indegree				
odeg	outdegree				
deg	degree				
wideg	vážený indegree				
wodeg	vážený outdegree				
wdeg	vážený degree				
pr	PageRank				
btw	betweenness				
btwA	aproximace betweenness				
wBtwA	aproximace váženého betweenness				
ic	closeness pro vstupní hrany				
oc	closeness pro výstupní hrany				
wic	vážený closeness pro vstupní hrany				

Tabulka 4.1: Implementované metody

	hi	ideg	odeg	deg	wideg	wodeg	wdeg	pr	btw	btwA	wBtwA
hi	-	0.571	0.252	0.508	0.596	0.258	0.525	0.533	0.517	0.513	0.520
ideg	0.571	-	0.173	0.669	0.988	0.178	0.669	0.909	0.880	0.873	0.830
odeg	0.252	0.173	-	0.670	0.186	0.998	0.662	0.102	0.121	0.131	0.134
deg	0.508	0.669	0.670	-	0.673	0.670	0.992	0.570	0.566	0.573	0.529
wideg	0.596	0.988	0.186	0.673	-	0.192	0.687	0.898	0.877	0.870	0.849
wodeg	0.258	0.178	0.998	0.670	0.192	-	0.665	0.108	0.126	0.136	0.140
wdeg	0.525	0.669	0.662	0.992	0.687	0.665	-	0.570	0.573	0.579	0.549
pr	0.533	0.909	0.102	0.570	0.898	0.108	0.570	-	0.818	0.810	0.754
btw	0.517	0.880	0.121	0.566	0.877	0.126	0.573	0.818	-	0.993	0.929
btwA	0.513	0.873	0.131	0.573	0.870	0.136	0.579	0.810	0.993	-	0.924
wBtwA	0.520	0.830	0.134	0.529	0.849	0.140	0.549	0.754	0.929	0.924	-

Tabulka 4.2: Tabulka korelací pro neizolované uzly

	hi	ideg	odeg	deg	wideg	wodeg	wdeg	pr	btw	btwA	wBtwA	ic	oc	wic
hi	-	0.718	0.551	0.698	0.752	0.579	0.721	0.674	0.657	0.656	0.679	0.626	0.486	0.674
ideg	0.718	-	0.509	0.813	0.984	0.527	0.804	0.940	0.918	0.917	0.865	0.890	0.467	0.844
odeg	0.551	0.509	-	0.877	0.532	0.980	0.865	0.389	0.458	0.457	0.505	0.435	0.892	0.493
deg	0.698	0.813	0.877	-	0.821	0.873	0.984	0.708	0.747	0.747	0.753	0.720	0.783	0.734
wideg	0.752	0.984	0.532	0.821	-	0.557	0.831	0.922	0.905	0.904	0.889	0.871	0.487	0.887
wodeg	0.579	0.527	0.980	0.873	0.557	-	0.889	0.410	0.475	0.475	0.529	0.453	0.884	0.527
wdeg	0.721	0.804	0.865	0.984	0.831	0.889	-	0.701	0.740	0.739	0.766	0.712	0.780	0.763
pr	0.674	0.940	0.389	0.708	0.922	0.410	0.701	-	0.894	0.894	0.815	0.891	0.340	0.803
btw	0.657	0.918	0.458	0.747	0.905	0.475	0.740	0.894	-	0.998	0.918	0.961	0.422	0.866
btwA	0.656	0.917	0.457	0.747	0.904	0.475	0.739	0.894	0.998	-	0.917	0.960	0.421	0.864
wBtwA	0.679	0.865	0.505	0.753	0.889	0.529	0.766	0.815	0.918	0.917	-	0.876	0.463	0.930
ic	0.626	0.890	0.435	0.720	0.871	0.453	0.712	0.891	0.961	0.960	0.876	-	0.412	0.862
oc	0.486	0.467	0.892	0.783	0.487	0.884	0.780	0.340	0.422	0.421	0.463	0.412	-	0.472
wic	0.674	0.844	0.493	0.734	0.887	0.527	0.763	0.803	0.866	0.864	0.930	0.862	0.472	-

Tabulka 4.3: Tabulka korelací pro hlavní komponentu. Zahrnuty i variace closeness.

### 4.3 Žebříčky významných autorů

Viz příloha A, sekce ?? pro databázi DBLP a sekce ?? pro databázi CiteSeer. Hodnoty u metody PageRank jsou v žebříčcích transformovány z intervalu  $[0; 1]$  na  $[0; |V|]$ , protože při zaokrouhlení na tři desetinná místa jsou všechny hodnoty PageRanku zanedbatelně malé.

zkratka	metoda	$t_{DBLP}$	$t_{CiteSeer}$
hi	H-index		
ideg	indegree		
odeg	outdegree		
deg	degree		
wideg	vážený indegree		
wodeg	vážený outdegree		
wdeg	vážený degree		
pr	PageRank		
btw	nevážený betweenness		
btwA	aproximace neváženého betweenness		
wBtwA	aproximace váženého betweenness		
ic	closeness pro vstupní hrany		
oc	closeness pro výstupní hrany		
wic	vážený closeness pro vstupní hrany		

Tabulka 4.4: Implementované metody

### 4.4 Porovnání metod s oceněními

## KAPITOLA 5

---

Diskuse

---

- 5.1 Podobnost výsledků jednotlivých metod
- 5.2 Shoda výsledků s oceněními
- 5.3 Vliv vah na přesnost výsledků
- 5.4 Vstupní a výstupní hrany

## KAPITOLA 6

---

Závěr

---



## PŘÍLOHA A

---

Žebříčky významných autorů

---

## A.1 DBLP

	<b>Autor</b>	<b>outdegree</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	GERHARD WEIKUM	872.000			•	
2	HECTOR GARCIA-MOLINA	856.000		•		
3	RAKESH AGRAWAL	761.000		•		
4	MICHAEL J. CAREY	758.000		•		
5	DAVID J. DEWITT	758.000		•	•	
6	H. V. JAGADISH	717.000			•	
7	MICHAEL STONEBRAKER	677.000		•	•	
8	RAGHU RAMAKRISHNAN	652.000				
9	YANNIS E. IOANNIDIS	649.000				
10	ABRAHAM SILBERSCHATZ	636.000				
11	ELISA BERTINO	635.000			•	
12	SHAMKANT B. NAVATHE	629.000				
13	PHILIP S. YU	622.000				
14	STEFANO CERI	611.000				
15	CHRISTOS FALOUTSOS	607.000				
16	MATTHIAS JARKE	586.000				
17	GULTEKIN OUMLZSOYOGLU	582.000				
18	SERGE ABITEBOUL	575.000		•	•	•
19	NICK ROUSSOPOULOS	568.000				
20	MIRON LIVNY	559.000				
21	STANLEY Y. W. SU	558.000				
22	HANS-JOUMLRG SCHEK	557.000			•	
23	PATRICK VALDURIEZ	547.000				
24	GOETZ GRAEFE	546.000				
25	CLEMENT T. YU	542.000				
26	RICHARD HULL	537.000			•	
27	MICHAEL J. FRANKLIN	526.000				
28	RICHARD T. SNODGRASS	513.000			•	
29	JENNIFER WIDOM	510.000		•	•	
30	DENNIS SHASHA	508.000				



	Author	indegree	Turing	Codd	Fellows	ISI
1	MICHAEL STONEBRAKER	1909.000		•	•	
2	DAVID J. DEWITT	1484.000		•	•	
3	JIM GRAY	1400.000		•		
4	RAYMOND A. LORIE	1276.000				
5	JEFFREY D. ULLMAN	1180.000		•		
6	WON KIM	1146.000				
7	PHILIP A. BERNSTEIN	1145.000		•		
8	E. F. CODD	1110.000		•		
9	MICHAEL J. CAREY	1110.000		•		
10	UMESHWAR DAYAL	1076.000		•		
11	HECTOR GARCIA-MOLINA	1020.000		•		
12	DAVID MAIER	1017.000		•		
13	DONALD D. CHAMBERLIN	966.000		•	•	
14	RAKESH AGRAWAL	907.000		•		
15	PETER P. CHEN	906.000				
16	SERGE ABITEBOUL	848.000		•	•	•
17	KAPALI P. ESWARAN	847.000				
18	MORTON M. ASTRAHAN	846.000				
19	FRANCCEDILOIS BANCILHON	840.000				
20	NATHAN GOODMAN	819.000				
21	BRUCE G. LINDSAY	806.000				
22	HAMID PIRAHESH	803.000			•	
23	IRVING L. TRAIGER	785.000			•	
24	EUGENE WONG	762.000				
25	JEFFREY F. NAUGHTON	729.000				
26	JENNIFER WIDOM	727.000		•	•	
27	RAGHU RAMAKRISHNAN	724.000				
28	CATRIEL BEERI	722.000			•	•
29	NICK ROUSSOPOULOS	702.000				
30	SHAMKANT B. NAVATHE	694.000				

## A.2 CiteSeer

	<b>Autor</b>	<b>wOutdegree</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	MICHAEL J. CAREY	3239.000		•		
2	GERHARD WEIKUM	3071.000			•	
3	DAVID J. DEWITT	2818.000		•	•	
4	PHILIP S. YU	2614.000				
5	HECTOR GARCIA-MOLINA	2512.000		•		
6	MICHAEL STONEBRAKER	2316.000		•	•	
7	SERGE ABITEBOUL	2297.000		•	•	•
8	H. V. JAGADISH	2263.000			•	
9	RAKESH AGRAWAL	2240.000		•		
10	RAGHU RAMAKRISHNAN	2059.000				
11	CHRISTOS FALOUTSOS	2042.000				
12	WON KIM	1902.000				
13	ABRAHAM SILBERSCHATZ	1867.000				
14	MIRON LIVNY	1806.000				
15	GOETZ GRAEFE	1789.000				
16	STEFANO CERI	1775.000				
17	YANNIS E. IOANNIDIS	1775.000				
18	RICHARD HULL	1692.000			•	
19	HAMID PIRAHESH	1685.000			•	
20	HANS-JOUMLRG SCHEK	1661.000			•	
21	STANLEY Y. W. SU	1651.000				
22	CLEMENT T. YU	1630.000				
23	JEFFREY F. NAUGHTON	1587.000				
24	RICHARD T. SNODGRASS	1558.000			•	
25	SHAMKANT B. NAVATHE	1538.000				
26	ELISA BERTINO	1500.000			•	
27	ALON Y. LEVY	1487.000				
28	MICHAEL J. FRANKLIN	1454.000				
29	NICK ROUSSOPOULOS	1406.000				
30	JENNIFER WIDOM	1396.000		•	•	

	Author	wIndegree	Turing	Codd	Fellows	ISI
1	MICHAEL STONEBRAKER	5946.000		•	•	
2	DAVID J. DEWITT	5733.000		•	•	
3	JEFFREY D. ULLMAN	4429.000		•		
4	JIM GRAY	3982.000		•		
5	MICHAEL J. CAREY	3583.000		•		
6	RAYMOND A. LORIE	3501.000				
7	HECTOR GARCIA-MOLINA	3275.000		•		
8	PHILIP A. BERNSTEIN	3225.000		•		
9	SERGE ABITEBOUL	3177.000		•	•	•
10	RAKESH AGRAWAL	3152.000		•		
11	WON KIM	2993.000				
12	DAVID MAIER	2772.000		•		
13	E. F. CODD	2736.000		•		
14	YEHOASHUA SAGIV	2575.000				
15	CATRIEL BEERI	2491.000			•	•
16	UMESHWAR DAYAL	2465.000		•		
17	RAGHU RAMAKRISHNAN	2426.000				
18	CHRISTOS FALOUTSOS	2413.000				
19	JENNIFER WIDOM	2354.000		•	•	
20	DONALD D. CHAMBERLIN	2269.000		•	•	
21	FRANCCEDILOIS BANCILHON	2264.000				
22	JEFFREY F. NAUGHTON	2186.000				
23	NATHAN GOODMAN	2176.000				
24	HAMID PIRAHESH	2135.000			•	
25	BRUCE G. LINDSAY	2013.000				
26	MORTON M. ASTRAHAN	1985.000				
27	IRVING L. TRAIGER	1820.000			•	
28	ABRAHAM SILBERSCHATZ	1791.000				
29	RONALD FAGIN	1773.000		•	•	•
30	EUGENE WONG	1764.000				

	<b>Autor</b>	<b>pagerank</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	E. F. CODD	179.324		•		
2	MICHAEL STONEBRAKER	137.371		•	•	
3	JIM GRAY	115.364		•		
4	DONALD D. CHAMBERLIN	114.010		•	•	
5	RAYMOND A. LORIE	107.204				
6	PHILIP A. BERNSTEIN	99.575		•		
7	MORTON M. ASTRAHAN	87.673				
8	KAPALI P. ESWARAN	87.167				
9	PETER P. CHEN	84.098				
10	IRVING L. TRAIGER	79.313			•	
11	JOHN MILES SMITH	78.833				
12	JEFFREY D. ULLMAN	74.323		•		
13	EUGENE WONG	68.319				
14	DAVID J. DEWITT	67.701		•	•	
15	MIKE W. BLASGEN	62.185				
16	GIANFRANCO R. PUTZOLU	61.585				
17	BRADFORD W. WADE	60.731				
18	RUDOLF BAYER	60.706		•		
19	JAMES W. MEHL	58.499				
20	PATRICIA P. GRIFFITHS	58.215				
21	WON KIM	57.946				
22	W. FRANK KING III	57.169				
23	NATHAN GOODMAN	56.791				
24	PAUL R. MCJONES	55.967			•	
25	RONALD FAGIN	54.766		•	•	•
26	RAYMOND F. BOYCE	54.475				
27	UMESHWAR DAYAL	54.099		•		
28	DIANE C. P. SMITH	53.677				
29	VERA WATSON	53.085				
30	MICHAEL HAMMER	52.687				

	Author	inCloseness	Turing	Codd	Fellows	ISI
1	MICHAEL STONEBRAKER	0.593		•	•	
2	JIM GRAY	0.560		•		
3	DAVID J. DEWITT	0.556		•	•	
4	RAYMOND A. LORIE	0.556				
5	JEFFREY D. ULLMAN	0.546		•		
6	PHILIP A. BERNSTEIN	0.546		•		
7	E. F. CODD	0.543		•		
8	DONALD D. CHAMBERLIN	0.539		•	•	
9	WON KIM	0.537				
10	UMESHWAR DAYAL	0.535		•		
11	MICHAEL J. CAREY	0.532		•		
12	MORTON M. ASTRAHAN	0.531				
13	DAVID MAIER	0.529		•		
14	KAPALI P. ESWARAN	0.529				
15	NATHAN GOODMAN	0.527				
16	EUGENE WONG	0.526				
17	IRVING L. TRAIGER	0.525			•	
18	HECTOR GARCIA-MOLINA	0.523		•		
19	FRANCCEDILOIS BANCILHON	0.520				
20	BRUCE G. LINDSAY	0.519				
21	PETER P. CHEN	0.518				
22	RAKESH AGRAWAL	0.518		•		
23	RONALD FAGIN	0.517		•	•	•
24	CATRIEL BEERI	0.517			•	•
25	THOMAS G. PRICE	0.514				
26	PATRICIA G. SELINGER	0.514		•	•	
27	JOHN MILES SMITH	0.513				
28	MIKE W. BLASGEN	0.512				
29	RANDY H. KATZ	0.512				
30	GIO WIEDERHOLD	0.512				

	Author	wCloseness	Turing	Codd	Fellows	ISI
1	MICHAEL STONEBRAKER	2.055		•	•	
2	JIM GRAY	2.047		•		
3	E. F. CODD	2.043		•		
4	DAVID J. DEWITT	2.017		•	•	
5	JEFFREY D. ULLMAN	2.014		•		
6	RAYMOND A. LORIE	2.012				
7	PHILIP A. BERNSTEIN	2.011		•		
8	MICHAEL J. CAREY	1.993		•		
9	DAVID MAIER	1.979		•		
10	EUGENE WONG	1.973				
11	DONALD D. CHAMBERLIN	1.969		•	•	
12	LAWRENCE A. ROWE	1.967				
13	NATHAN GOODMAN	1.966				
14	YEHOSHUA SAGIV	1.966				
15	HECTOR GARCIA-MOLINA	1.960		•		
16	IRVING L. TRAIGER	1.955			•	
17	CATRIEL BEERI	1.949			•	•
18	BRUCE G. LINDSAY	1.944				
19	MORTON M. ASTRAHAN	1.943				
20	JEFFREY F. NAUGHTON	1.942				
21	JENNIFER WIDOM	1.937		•	•	
22	RAGHU RAMAKRISHNAN	1.936				
23	MIRON LIVNY	1.936				
24	RANDY H. KATZ	1.934				
25	RAKESH AGRAWAL	1.933		•		
26	HAMID PIRAHESH	1.933			•	
27	C. MOHAN	1.921		•		
28	DONOVAN A. SCHNEIDER	1.910				
29	RONALD FAGIN	1.910		•	•	•
30	LAURA M. HAAS	1.906				

	Author	approximatedbetweennessnover4	Turing	Codd	Fellows	ISI
1	PHILIP A. BERNSTEIN	62833222.856		•		
2	MICHAEL STONEBRAKER	61060269.416		•	•	
3	DAVID J. DEWITT	59157247.917		•	•	
4	UMESHWAR DAYAL	58213170.228		•		
5	JIM GRAY	58075515.166		•		
6	RAYMOND A. LORIE	56617190.909				
7	DONALD D. CHAMBERLIN	56486140.230		•	•	
8	MICHAEL J. CAREY	56041230.549		•		
9	KAPALI P. ESWARAN	55785110.823				
10	JEFFREY D. ULLMAN	55779941.492		•		
11	E. F. CODD	55520481.855		•		
12	WON KIM	54705881.971				
13	DAVID MAIER	53742407.716		•		
14	MORTON M. ASTRAHAN	52845731.275				
15	FRANCCEDILOIS BANCILHON	52230591.856				
16	NATHAN GOODMAN	52118900.717				
17	EUGENE WONG	49805297.281				
18	IRVING L. TRAIGER	49604533.387			•	
19	HECTOR GARCIA-MOLINA	48896884.351		•		
20	CATRIEL BEERI	48804707.627			•	•
21	RONALD FAGIN	47993987.430		•	•	•
22	BRUCE G. LINDSAY	47844195.026				
23	SERGE ABITEBOUL	47245747.572		•	•	•
24	RAKESH AGRAWAL	46003606.416		•		
25	DENNIS MCLEOD	44749242.164				
26	PATRICIA G. SELINGER	44308278.984		•	•	
27	JOHN MILES SMITH	44222906.647				
28	HAMID PIRAHESH	44026421.580			•	
29	THOMAS G. PRICE	43911467.842				
30	HENRY F. KORTH	43801765.543			•	

	<b>Autor</b>	<b>betweennessParallel</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	PHILIP A. BERNSTEIN	62655703.293		•		
2	MICHAEL STONEBRAKER	61738362.921		•	•	
3	DAVID J. DEWITT	60335509.092		•	•	
4	JIM GRAY	58452724.132		•		
5	UMESHWAR DAYAL	58105048.655		•		
6	RAYMOND A. LORIE	57606842.228				
7	DONALD D. CHAMBERLIN	57435250.431		•	•	
8	MICHAEL J. CAREY	56191915.811		•		
9	JEFFREY D. ULLMAN	56098986.122		•		
10	KAPALI P. ESWARAN	55953909.624				
11	E. F. CODD	55595773.178		•		
12	WON KIM	55485910.707				
13	MORTON M. ASTRAHAN	53967137.730				
14	DAVID MAIER	53884993.441		•		
15	FRANCCEDILOIS BANCILHON	52436978.786				
16	NATHAN GOODMAN	51776071.388				
17	EUGENE WONG	50457002.386				
18	IRVING L. TRAIGER	50067735.663			•	
19	HECTOR GARCIA-MOLINA	49279794.248		•		
20	CATRIEL BEERI	49031169.516			•	•
21	RONALD FAGIN	48476621.189		•	•	•
22	BRUCE G. LINDSAY	47956637.448				
23	SERGE ABITEBOUL	47196023.670		•	•	•
24	RAKESH AGRAWAL	46621125.945		•		
25	PATRICIA G. SELINGER	45312957.343		•	•	
26	THOMAS G. PRICE	44961579.565				
27	DENNIS MCLEOD	44846630.893				
28	HAMID PIRAHESH	44408421.808			•	
29	HENRY F. KORTH	44365555.952			•	
30	RANDY H. KATZ	44264843.771				



	<b>Autor</b>	<b>wBetweenness</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	MICHAEL STONEBRAKER	51920270.604		•	•	
2	DAVID J. DEWITT	47407633.796		•	•	
3	JIM GRAY	46202513.744		•		
4	JEFFREY D. ULLMAN	43255880.998		•		
5	MICHAEL J. CAREY	40700171.932		•		
6	RAYMOND A. LORIE	37350006.114				
7	PHILIP A. BERNSTEIN	36361815.206		•		
8	LAWRENCE A. ROWE	35035718.542				
9	EUGENE WONG	34499259.565				
10	MIRON LIVNY	34488016.860				
11	YEHOSHUA SAGIV	32954711.980				
12	DONALD D. CHAMBERLIN	32704585.298		•	•	
13	C. MOHAN	32417070.578		•		
14	DAVID MAIER	32132542.674		•		
15	NATHAN GOODMAN	31719323.894				
16	HECTOR GARCIA-MOLINA	31080457.354		•		
17	RANDY H. KATZ	30977276.737				
18	JENNIFER WIDOM	30793150.109		•	•	
19	RAKESH AGRAWAL	30763284.150		•		
20	E. F. CODD	29634524.870		•		
21	JEFFREY F. NAUGHTON	29267110.900				
22	HAMID PIRAHESH	29233790.884			•	
23	CATRIEL BEERI	28857797.364			•	•
24	BRUCE G. LINDSAY	28566231.162				
25	RAGHU RAMAKRISHNAN	28057226.481				
26	GOETZ GRAEFE	27015757.722				
27	IRVING L. TRAIGER	26609996.395			•	
28	LAURA M. HAAS	26327991.827				
29	MORTON M. ASTRAHAN	26134436.913				
30	H. V. JAGADISH	24773687.470			•	

	<b>Autor</b>	<b>hindex</b>	<b>Turing</b>	<b>Codd</b>	<b>Fellows</b>	<b>ISI</b>
1	MICHAEL STONEBRAKER	28.000		•	•	
2	DAVID J. DEWITT	24.000		•	•	
3	JEFFREY D. ULLMAN	24.000		•		
4	PHILIP A. BERNSTEIN	22.000		•		
5	RAKESH AGRAWAL	21.000		•		
6	WON KIM	21.000				
7	YEHOASHUA SAGIV	20.000				
8	CATRIEL BEERI	20.000			•	•
9	MICHAEL J. CAREY	20.000		•		
10	SERGE ABITEBOUL	19.000		•	•	•
11	HECTOR GARCIA-MOLINA	19.000		•		
12	UMESHWAR DAYAL	19.000		•		
13	CHRISTOS FALOUTSOS	19.000				
14	NATHAN GOODMAN	18.000				
15	JIM GRAY	18.000		•		
16	JEFFREY F. NAUGHTON	18.000				
17	RAGHU RAMAKRISHNAN	18.000				
18	RONALD FAGIN	18.000		•	•	•
19	JENNIFER WIDOM	18.000		•	•	
20	DAVID MAIER	17.000		•		
21	BRUCE G. LINDSAY	17.000				
22	SHAMKANT B. NAVATHE	16.000				
23	C. MOHAN	16.000		•		
24	HAMID PIRAHESH	16.000			•	
25	H. V. JAGADISH	16.000			•	
26	YANNIS E. IOANNIDIS	16.000				
27	MOSHE Y. VARDI	15.000		•	•	•
28	FRANCCEDILOIS BANCILHON	15.000				
29	ALBERTO O. MENDELZON	15.000				
30	CARLO ZANIOLO	15.000				