

# Vizualizace grafu matematické funkce

Tomáš Maršálek

21. listopadu 2011

## 1 Zadání

Naprogramujte v ANSI C přenositelnou konzolovou aplikaci, která jako vstup načte z parametru na příkazové řádce matematickou funkci ve tvaru  $y = f(x)$ , provede její analýzu a vytvoří soubor ve formátu PostScript s grafem této funkce na zvoleném definičním oboru.

## 2 Analýza úlohy

Abychom mohli zobrazit graf funkce jako například  $x^2 + \sin(x)$ , musíme být nejdříve schopni vyhodnotit tuto funkci numericky. Tedy musíme ve výrazu rozpoznat jednotlivá čísla, proměnné nebo operátory a rozpoznat jejich význam. Standardním postupem při parsování vstupního řetězce je rozdělení úlohy na několik po sobě následujících částí tak, aby se případné chyby ve vstupu odhalily v příslušné části a nepropagovaly se do následující části. Každá část se tedy stará pouze o chyby, které se jí týkají.

### 2.1 Lexikální analýza

Místo abychom při vyhodnocování výrazu postupně hledali čísla nebo operátory, ponecháme tuto úlohu specializovanému nástroji, takzvanému scanneru. Nadefinujeme jednotlivé symboly a necháme si od scanneru vrátit rozpoznané symboly nebo případně chybu, pokud nebyl symbol rozpoznán. Význam celé této fáze je v zjednodušení nadcházející fáze, která je složitější, a už se nebude muset zabývat problémy typu jestli je symbol skutečně číslo nebo jestli je symbol  $\sin$  ve skutečnosti  $\sinh$  a podobně.

## 2.2 Syntaktická a sémantická analýza

Tyto dvě fáze jsou zde kombinované v jednu. Zde vytvoříme přeloženou datovou strukturu, se kterou bude vyhodnocování výrazu víceméně triviální. Syntaktická analýza najde syntaktické chyby, jako například dvě čísla nebo znaky následující po sobě, chybějící závorky, a podobně. Jednotlivým symbolům přiřadíme jejich význam, tj. číslům dát jejich numerickou hodnotu a operátorům jejich příslušnou unární nebo binární funkci.

## 2.3 Postfixová notace

Výsledná datová struktura je posloupnost symbolů v postfixové nebo také reverzní polské notaci. Výhoda tohoto zápisu oproti klasické infixové notaci je absence závorek a jednoduchost vyhodnocení výrazu, při vyhodnocování totiž vždy když narazíme na operátor, máme jistotu, že všechny předcházející znaky, které operátor vyžaduje, jsou čísla.

Příklad infixové a postfixové notace.

infix	postfix
$1 + 1$	$1\ 1\ +$
$1 + 2 * 3$	$1\ 2\ 3\ *\ +$
$(1 + 2) * 3$	$1\ 2\ +\ 3\ *$
$x * \sin(x^2)$	$x\ x\ 2\ ^\ \sin\ *$
$1 - 2 - 3 + 4^5^6$	$1\ 2\ -\ 3\ -\ 4\ 5\ 6\ ^\ ^\ +$

Metoda na převedení infixového do postfixového zápisu je např. Dijkstrův Shunting yard algoritmus.

## 2.4 Shunting yard

Při konverzi musíme mít na paměti přednosti jednotlivých operátorů, tedy výraz  $1 + 2 * 3$  se musí přeložit jako  $1\ 2\ 3\ *\ +$  a ne jako  $1\ 2\ +\ 3\ *$ . Dále také levou nebo pravou asociaci nekomutativních operátorů, pokud ve výrazu chybí závorky. Například operátor odčítání upřednostňuje levé uzávorkování ( $1 - 2 - 3 = ((1 - 2) - 3)$ ) oproti umocňování, které naopak upřednostňuje uzávorkování zprava ( $2^3^4 = (2^3)^4 = 2^{3^4}$ ).

Algoritmus používá pomocný zásobník na odkládání operátorů, dokud nemá jistotu o jejich správném umístění v postfixu. Čteme infixový výraz zleva doprava po jednotlivých symbolech a vždy když narazíme na symbol typu číslo nebo proměnná, pouze ho uložíme do výsledné výstupní fronty. Pokud narazíme na operátor, všechny operátory, které dosud leží nahoře v

zásobníku a vážou se těsněji (mají vyšší precedenci) než právě vytažený symbol, můžeme přidat do výsledné fronty. Právě vytažený symbol pak pouze vložíme na zásobník. Až nám dojdou všechny symboly, pouze vytáhneme všechny operátory ze zásobníku a v tomto pořadí je přidáme do výsledku.

Jako příklad mějme výraz  $1 / 2 ^ 3 + 4$ .

symbol	výsledek	zásobník	akce
1	1		číslo, pouze přidáme do fronty
/	1	/	dosud žádný operátor v zásobníku
2	1 2	/	číslo, pouze přidáme do fronty
^	1 2	/ ^	/ má slabší vazbu než ^, necháme být
3	1 2 3	/ ^	číslo, pouze přidáme do fronty
+	1 2 3 ^ /	+	^ a / mají silnější vazbu než +
4	1 2 3 ^ / 4	+	číslo, pouze přidáme do fronty
konec	1 2 3 ^ / 4 +		konec, přidáme všechny operátory

## 2.5 Zobrazení grafu

Jednoduchým řešením jak zobrazit funkci je vyhodnotit vždy dva sousední body a spojit je úsečkou. Důležité je pouze zvolit dostatečně detailný rozdělení osy x, aby graf nebyl kostrbatý.

## 3 Implementace

**Lexer** je konstruován jako deterministický automat, který rozpoznává celá čísla v šestnáctkové, desítkové a osmičkové soustavě, floating point čísla, proměnnou x, operátory a závorky. Mezery rovnou zahazuje. V případě chyby posílá chybový token do další fáze.

**Parser** je implementace Shunting yard algoritmu, která navíc kontroluje syntaktické chyby. Výsledek je vrácen jako posloupnost symbolů, které ale musí být po skončení používání dealokovány. Pro zjednodušení jsou všechny tokeny a přeložené symboly uchovány v pomocných polích, aby na konci došlo k jejich bezchybnému dealokování. Pomocnou datovou strukturu zde tvoří pouze zásobník, který se využívá při Shunting yard algoritmu a poté při kontrolním průchodu výsledným postfixovým výrazem.

**Zobrazení grafu** je zajištěno dalším odděleným modulem. Ten nejprve zkonstruuje hlavičku postscriptového souboru podle specifikace postscriptu.

Poté je funkce vyhodnocena v klíčových bodech, které jsou poté transformovány na souřadnice postscriptového formátu stránky a spojeny úsečkami tak, jak bylo popsáno v analýze úlohy.

Dalším krokem je vytvoření rámečku grafu a pro přehlednost rozdělení obou os. Velikost jednotlivých dílků je vybrána tak, aby rozdělení osy nebylo příliš husté ani řídké, a podle konvence, že dílky mají velikost pouze 1, 2 nebo 5 krát mocnina deseti.

Nakonec jsou zapsány závěrečné postscriptové komentáře a soubor je uzavřen.

## 4 Závěr