

# Krásy počítačové grafiky: Generování polygonu

Tomáš Maršálek

9. března 2012

## 1 Zadání

Vymyslete co nejefektivnější a implementačně nejjednodušší algoritmus pro vygenerování náhodného obecného polygonu (takového, který má konvexní i nekonvexní úhly a jeho strany se neprotínají).

## 2 Postup

Algoritmus začíná s nedegenerovaným trojúhelníkem. V každé iteraci vybere náhodně hranu a bod na ní. Posunutím tohoto bodu o náhodnou nenulovou vzdálenost ve směru kolmice k hraně, na které leží, získáme dvě nové hrany. Je samozřejmě třeba zajistit, aby nedošlo k protnutí dvou nově vytvořených hran s již existujícími.

Protože vycházíme z polygonu, který splňuje zadání, a v každé iteraci provedeme kroky, které zadání nijak neporuší, můžeme kdykoliv algoritmus zastavit a budeme mít polygon vyhovující zadání.

## 3 Protnutí hran

Při nově vytvořených hranách může dojít k průsečíkům, čímž by se porušila podmínka, že se strany nesmí protínat. Algoritmus v každé iteraci testuje průsečíky dvou nových hran se všemi stávajícími hranami. Ve skutečnosti stačí testovat jen pro jednu z nových hran, protože pokud by došlo k průniku, musí se protnout obě.

Detekci protnutí hran lze algoritmitky řešit jako průsečík dvou úseček, které jsou určeny parametrickými rovnicemi.

$$P_a = P_1 + t_a(P_2 - P_1), \quad t_a \in [0, 1]$$

$$P_b = P_3 + t_b(P_4 - P_3), \quad t_b \in [0, 1]$$

Průsečík získáme porovnáním bodů  $P_a$  a  $P_b$ , výsledné rovnice, které leží pod vektorovou reprezentací, budou

$$x_1 + t_a(x_2 - x_1) = x_3 + t_b(x_3 - x_1)$$

$$y_1 + t_b(y_2 - y_1) = y_3 + t_b(y_3 - y_1)$$

Symetrická řešení pro parametry  $t_a$  a  $t_b$  jsou zlomky, které mají stejný jmenovatel

$$t_a = \frac{(x_4 - x_3)(y_1 - y_3) - (y_4 - y_3)(x_1 - x_3)}{(y_4 - y_3)(x_2 - x_1) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)}$$

$$t_b = \frac{(x_2 - x_1)(y_1 - y_3) - (y_2 - y_1)(x_1 - x_3)}{(y_4 - y_3)(x_2 - x_1) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)}$$

Pro úsečky stačí zjistit, jestli leží oba parametry  $t_a$  a  $t_b$  v intervalu  $[0, 1]$ , pak víme, že se úsečky protly. Pokud jsou číselník i jmenovatel nula, úsečky jsou koincidentní.

V implementaci je možné provádět všechny operace na přesné celočíselné aritmetice, proto není třeba řešit numerické chyby.

## 4 Algoritmus

Následující pseudokód popisuje klíčové prvky algoritmu.

```
vytvoř negenerující trojúhelník
opakuji (n - 3) krát:
    náhodně vyber hranu
    vyber na ní bod
    opakuj:
        vyber náhodnou hodnotu
        posuň bod i s přilehlými stranami o hodnotu ve směru kolmice
        dokud se nově vytvořené hrany neprotínají s existujícími
vykresli hotový n-gon
```

Dobu běhu nemůžeme přesně určit, protože vnitřní cyklus, který tvoří nové hrany, závisí na náhodném výběru hodnoty posunu. Pokud očekáváme pouze několik iterací tohoto cyklu, doba běhu je řádu  $O(n^2)$ , protože  $n$ -krát testujeme průsečík s  $n$  existujícími hranami.