

ТФКП-2021 Контрольная работа 2. Блуменау  
Марк. [2021/03/20 09:28:30]

1. (5). Укажите все точки ветвления (включая бесконечно удаленные) функции  $\log \left( \frac{z-1}{z+1} \right)$ .
2. (10). Какие значения может принимать (среди всех возможных регулярных ветвей) многозначная функция  $\log(\sqrt{z^2+1})$  при  $z=0$ ?
3. (10). Укажите все точки ветвления (включая бесконечно удаленные) функции

$$\frac{(z+1)^{\frac{7}{2}}}{z}.$$

На сколько изменяется аргумент значения функции при однократном обходе  $z$  каждой точки ветвления по окружности?

4. (15). Дана функция  $f(z) = \sqrt{z^2+1}$  с разрезами, указанными на рисунке 1.

Регулярная ветвь зафиксирована условием  $f(0) = 1$ .

Найти первые 2 члена разложения  $f(z)$  в ряд Лорана в окрестности бесконечности в области I и II.

5. (10). Вычислите интеграл

$$\int \frac{\bar{z}}{|z|+1} dz$$

по окружности радиуса 2 с центром в точке  $z=0$ , взятой против часовой стрелки.

6. (20). Дана функция  $f(z) = (1+iz)^\nu(1-iz)^{1-\nu}$  с разрезом, указанными на рисунке 2.

Регулярная ветвь зафиксирована условием  $f(+0) = 1$ .

Найти  $f(-0)$  и  $\operatorname{res}_{z=\infty} f(z)$ .

7. (20). Вычислите интеграл

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}(x-3)} dx.$$

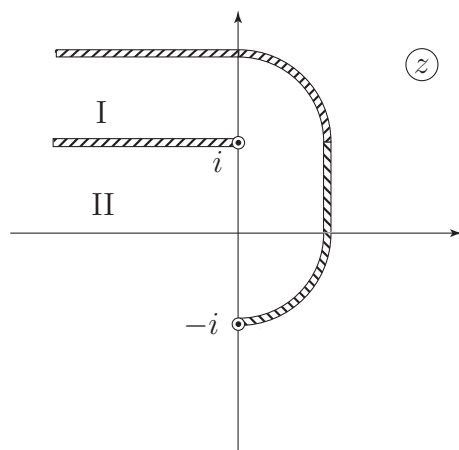


Рис. 1: Все радиусные элементы на рисунке - окружности

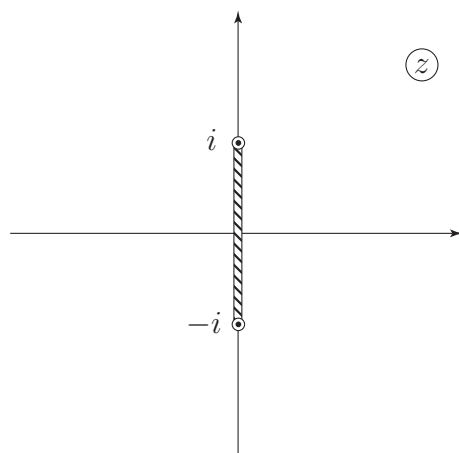


Рис. 2: Все радиусные элементы на рисунке - окружности

8. (20). Рассмотрите функцию, заданную в окрестности  $z = 0$  рядом

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^{n+2}}{n}.$$

Найдите радиус сходимости этого ряда. Найдите значение функции  $f(2)$ , аналитически продолженной из круга сходимости вдоль кривой  $1 - e^{-it}$ , где  $t$  пробегает отрезок от 0 до  $\pi$ .

9. (25). Вычислите интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(x)}{\sqrt[8]{x}(x+1)} dx.$$

10. (25). Рассмотрите функцию, заданную при  $\operatorname{Im} z > 0$  интегралом

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{z - t} dt.$$

Постройте её аналитическое продолжение в нижнюю полуплоскость  $g(z)$  и выразите  $g(-i)$  через  $f(i)$ .