

Вычислительная физика, Осень 2020 ВШЭ. Задание 1.^a

1. (15) Вспомните разобранный на семинаре пример. Теперь рассмотрите интеграл $I_n(\alpha) = \int_0^1 \frac{x^n}{x+\alpha} dx$ и получите i) рекуррентное соотношение, связывающее I_n с I_{n-1} и ii) явное выражение для $I_0(\alpha)$. Вычислите (прямой и обратной) рекурсией значения $I_{25}(0.1)$ и $I_{25}(10)$. Обсудите результат.
2. (10) [Quadratic] Реализуйте функцию, возвращающую пару решений квадратного уравнения (следуйте инструкциям по ссылке).
3. (10) Рассмотрите следующую функцию:

```
def recur(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    if n == 1:  
        return -3  
    return -recur(n-1) + 6*recur(n-2)
```

Чему будет равен результат вызова `recur(2020)`? Диапазон определения целых чисел считать неограниченным (т.е., целые числа не переполняются), размер стека также считать неограниченным (т.е. максимальное число рекурсивных вызовов не ограничено).

4. (5) Рассмотрите (считая $\delta > 0$) матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ \delta & 1 \end{pmatrix}$. Пусть $\epsilon(\delta)$ – наибольшее собственное значение A . Найдите число обусловленности этого собственного значения $\kappa(\delta) = \frac{d\epsilon(\delta)}{d\delta}$ для $\delta = 10$ и $\delta = 0.1$.
5. (7) Убедитесь, что функция

```
import math  
def round_to_n(x, n):  
    if x == 0:  
        return x  
    else:  
        return round(x, -int(math.floor(math.log10(abs(x))))) + (n - 1))
```

округляет x до n значащих цифр. Программа, вычисляющая $\sum_{k=1}^{3000} k^{-2} \approx 1.6446$ последовательным суммированием членов ряда с округлением промежуточных результатов до 4х знаков выглядит следующим образом:

```
res = 0  
for k in range(1,3001):  
    res = round_to_n(res+1/k**2, 4)
```

Несмотря на отсутствие вычитаний (и связанных с ними сокращений), такой код позволяет получить только две значащие цифры точного ответа. Объясните, почему так происходит и предложите более удачный способ вычисления этой суммы (ограничиваясь 4мя значащими цифрами для промежуточных результатов).

^a Дополнительно указаны: (количество баллов за задачу)[имя задачи на nbgrader]