

SAYI SISTEMLERI

Mustafa NUMANOĞLU

Sayı Sistemleri

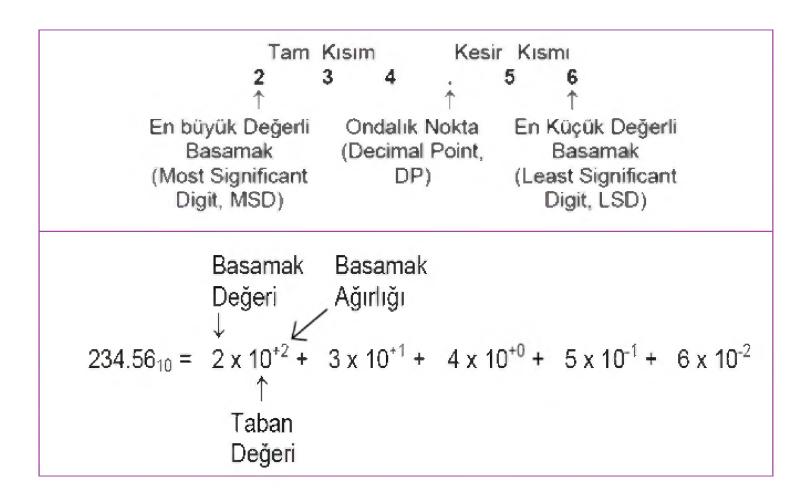
- Dijital (sayısal) elektronikte dört çeşit sayı sistemi kullanılmaktadır. Bunlar:
 - Onlu (Desimal) Sayı Sistemi
 - İkilik (Binary) Sayı Sistemi
 - Sekizli (Oktal) Sayı Sistemi
 - Onaltılı (Hexadesimal) Sayı Sistemi'dir.

Onlu Sayı Sistemi

- Desimal sayı sistemi normal sayma sayılardan oluşur. Günlük hayatımızda kullandığımız sayı sistemidir. On adet sayı bulunduğu için bu sayı sisteminin tabanı 10'dur. (348)₁₀ şeklinde yazılır. Ayrıca 10 tabanlı sistem olarak da adlandırılır ve bu sistemde on tane sembol kullanılır.
- Taban: 10
- Semboller: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Örnek:
 - $365_{10} = 3.10^2 + 6.10^1 + 5.10^0$
 - $\bullet 4827_{10} = 4.10^3 + 8.10^2 + 2.10^1 + 7.10^0$

Onlu Sayı Sistemi

Onlu sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi:



İkili Sayı Sistemi

- Binary sayı sisteminde iki adet sayı bulunur. Bunlar 0 ve 1 dir. Bu yüzden binary sayı sisteminin tabanı 2'dir. (1011)₂ şeklinde yazılır. Bu sayı sistemine ikili sayı anlamına gelen binary numbers yani binary sayı sistemi denilmiştir.
- Her sayı dijit olarak ifade edilir ve basamaklar 2'nin kuvveti olarak yazılır. Örneğin 4 dijitten (haneden) oluşan yani 4-bitlik bir sayının bit ağırlıkları 2³,2²,2¹,2⁰ 'dır.
- Bit ağırlıklarının en küçük olduğu dijite En Küçük Değerli Basamak (Least Significant Digit, LSD), bit ağırlığının en büyük olduğu dijite ise En Büyük Değerli Basamak (Most Significant Digit, MSB) denir. MSB tarafı en ağırlıklı bit, LSB tarafı en küçük değerli bittir.

İkili Sayı Sistemi

- İkili (Binary) sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.
- Günlük yaşantımızda kullandığımız ondalık sayı sisteminden iki yönlü dönüşüm yapılarak kullanılır.
- Bu sistemde, Boole cebrinde doğru ve yanlışı belirtmek üzere iki tane sembol kullanılır.
- Taban: 2
- Semboller: 0,1

İkili Sayı Sistemi

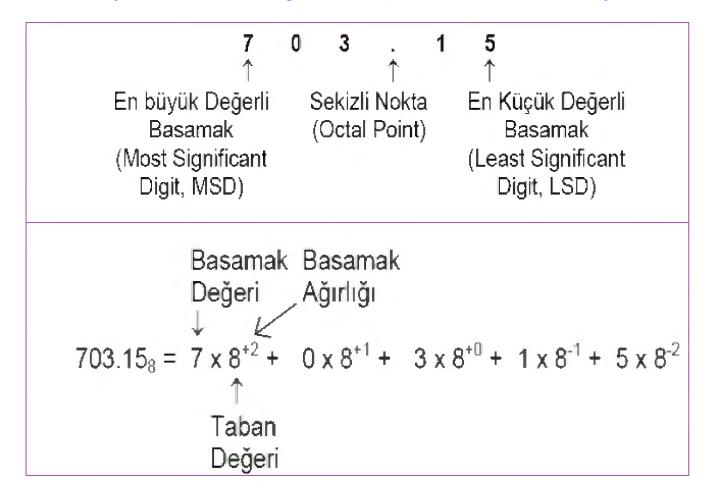
İkili sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi:

Sekizli Sayı Sistemi

- Octal sayı sisteminde 8 adet rakam bulunmaktadır. Bunlar 0 1
 2 3 4 5 6 7'dir. Taban sayısı 8'dir. (125)₈ şeklinde gösterilir.
- Sekizli sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde ses ve müzik uygulamalarında yaygın olarak kullanılır. Müzikte kullanılan notalara (do re mi fa sol la si do) karşı gelmek üzere sekiz sembol kullanılır.
- Günlük yaşantımızda kullandığımız ondalık sayı sisteminden iki yönlü dönüşüm yapılarak kullanılır.
- Taban: 8
- Semboller: 0,1,2,3,4,5,6,7

Sekizli Sayı Sistemi

Sekizli sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi:

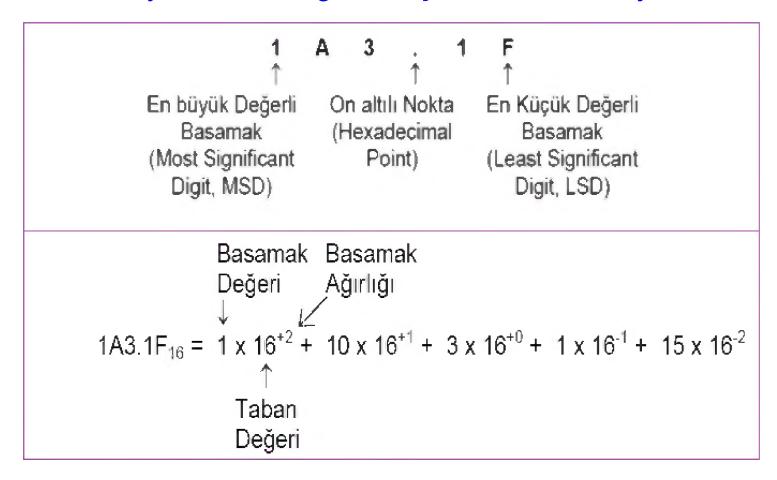


Onaltılık Sayı Sistemi

- Onaltılık (Hexadecimal, Hex) sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde mikroişlemci temelli uygulamalarda yaygın olarak kullanılır. Günlük yaşantımızda kullandığımız ondalık sayı sisteminden iki yönlü dönüşüm yapılarak kullanılır. Bu sistemde, ondalık sayı sisteminde kullanılan sembollere ek olarak, dokuzdan büyük değerlere karşılık İngiliz alfabesinin ilk beş harfi ile birlikte on altı tane sembol kullanılır. (1B3A)₁₆ şeklinde yazılır.
- Taban: 16
- Semboller: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- Burada 10=A,11=B, 12=C, 13=D, 14=E, 15=F ye karşılık gelir.

Onaltılık Sayı Sistemi

Onaltılık sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi:



Desimal (Onluk) Sayının Binary (İkili) Sayıya Çevrimi

- Desimal sayı binary sayıya çevrilirken binary sayının tabanı olan 2'ye bölünür. Kalanlar bir kenara yazılarak tersten ikilik sayı olarak yazılır.
- Örnek: (12)₁₀ sayısını binary (ikili) sayıya çevrimi:
 - 12/2 = 6 kalan: 0
 - \bullet 6/2 = 3 kalan: 0
 - 3/2 = 1 kalan: 1
 - 1/2= yok kalan:1
 - Sayı $(12)_{10} = (1100)_2$

Binary (İkili) Sayının Desimal (Onluk) Sayıya Çevrimi

- Her bir bit kendi kuvveti ile çarpılır ve hepsi toplanır.
- Örnek: (110)₂ binary sayısının desimal sayıya çevirimi:

$$(110)_2 = 1x 2^2 + 1 x 2^1 + 0 x 2^0$$

$$(110)_2 = 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

$$(110)_2 = 4 + 2 + 0$$

$$(110)_2 = (6)_{10}$$

$$(101)2 = 1. 22 + 0.21 + 1.20 = 4 + 0 + 1 = (5)10$$

$$(111)_2 = 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 4 + 2 + 1 = (7)_{10}$$

İkili (Binary) Sayı Sistemini Onaltılık (Hexadesimal) Sayı Sitemine Çevrimi

- İkili sayıyı onaltılı sayı sistemine çevirmek için verilen ikili sayı sağdan başlamak üzere 4'er 4'er gruplara ayrılır. Ayrılan her grubun onaltılı karşılığı yazılır.
- Örnek: $(01011101)_2 = (...)_{16}$ onaltılı karşılığı:
- Çözüm: 4'erli gruplara ayırırsak;
 - 0101 11015 D $(01011101)_2 = (5D)_{16}$
- Örnek: $(1011010111111)_2 = (...)_{16}$ onaltılı karşılığı:
- Çözüm: 4'erli gruplara ayırırsak;
 - $\frac{1011}{B}$ $\frac{0101}{5}$ $\frac{1111}{F}$ (101101011111)2 = (B5F)₁₆

Onaltılık (Hexadesimal) Sayının İkili (Binary) Sayıya Çevrimi

- Hexadesimal sayıyı binary sayıya çevirme işlemi yapılırken düşük ağırlıklı değerden itibaren Hex sayı dört bitlik gruplara ayrılır. Sayının karşılığı bulunur.
- Örnek: $(1AB3)_{16} = (...)_2$ sayısını binary sayıya çevrimi:
- Çözüm: $(1AB3)_{16} = \underline{1} \underline{A} \underline{B} \underline{3}$ 0001 1010 1011 0011
 - \blacksquare (1AB3)₁₆ = (1101010110011)₂
- Örnek: $(AF8)_{16} = (...)_2$ sayısını binary sayıya çevrimi.
- **Çözüm**: $(AF8)_{16} = A F 8$ 1010 1111 1000
 - \blacksquare (AF8)₁₆ = (1010111111000)₂

Desimal, Binary, Oktal ve Hexadesimal Sayıların Karşılıkları

Desimal Sayı	Binary Sayı	Oktal Sayı	Hexadesimal Sayı
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	Е
15	1111	17	F

Oktal (Sekizlik) Sayının Desimal (Onluk) Sayıya Çevrilmesi

Örnek: (25)₈ oktal sayısının desimal sayıya çevrimi.

$$(25)_8 = 2 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

 $(25)_8 = > 2 \times 8 + 5 \times 1$
 $(25)_8 = 16 + 5 = (21)_{10}$

Örnek: (147)₈ oktal sayısının desimal sayıya çevrimi.

$$(147)_8 = 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

 $(147)_8 = 1 \times 64 + 4 \times 8 + 7 \times 1$
 $(147)_8 = 64 + 32 + 7 = (103)_{10}$

Binary (İkili) Sayının Oktal (Sekizlik) Sayıya Çevrimi

- Binary sayıyı sekizlik sayıya çevirmek için binary sayı sağ taraftan yani LSB olan taraftan itibaren 3'er 3'er gruplara ayrılır ve her grubun oktal karşılığı yazılır.
- Örnek: $(01011101)_2 = (...)_8$ oktal karşılığı:
- Çözüm: 3'erli gruplara ayırırsak;

- Örnek: (1010111)₂ = (...)₈ oktal karşılığı:
- Çözüm: 3'er 3'er gruplara ayırırsak;

```
\frac{1}{1} \frac{010}{2} \frac{111}{7} (1010111)_2 = (127)_8
```

Oktal (Sekizlik) sayının Binary (İkili) Sayıya Çevrimi

- Oktal sayıyı binary sayıya çevirmek için oktal sayının her biri 3 bitlik binary sayıya çevrilir.
- Örnek: $(432)_8 = (...)_2$ sayısının binary sayıya çevrimi.
- **Çözüm**: $(432)_8 = 4 3 2$ 100 011 010 $(432)_8 = (100011010)_2$

Desimal (Onluk) Sayının Hexadesimal (Onaltılık) Sayıya Çevrimi

- Desimal sayıyı, hexadesimal sayıya çevirmek için desimal sayı 16'ya bölünür. Bölme sonunda kalanlar tersten yaz
- Örnek: $(67)_{10} = (...)_{16}$ sayısının çevrimi:

$$(67)_{10} = (47)_{16}$$

$$\begin{array}{c|c}
 & 67 & 16 \\
 & -64 & 4 \\
\hline
 & 7 & 4
\end{array}$$

• Örnek: $(955)_{10} = (...)_{16}$ sayısının çevirimi:

$$(955)_{10} = (3BB)_{16}$$
 (B=11'dir)

Hexadesimal (Onaltılık) Sayının Desimal (Onluk) Sayıya Çevrimi

Örnek: (4F8)₁₆ sayısının desimal sayıya çevirimi:

$$(4F8)_{16} = 4 \times 16^{2} + F \times 16^{1} + 8 \times 16^{0}$$

 $(4F8)_{16} = 4 \times 256 + F \times 16 + 8 \times 1$
 $(4F8)_{16} = 4 \times 256 + 15 \times 16 + 8 \times 1$
 $(4F8)_{16} = 1024 + 240 + 8 = (1272)_{10}$

Örnek: (AB2)₁₆ sayısını desimal sayıya çevrimi:

$$(AB2)_{16} = A \times 16^2 + B \times 16^1 + 2 \times 16^0$$

 $(AB2)_{16} = 10 \times 256 + 11 \times 16 + 2 \times 1$
 $(AB2)_{16} = 2560 + 176 + 2 = (2738)_{10}$

Aritmetik İşlemler İkili Sayı Sisteminde Toplama

İkili sayılarda toplama işleminde kurallar:

$$0 + 0 = 0$$

 $0 + 1 = 1$
 $1 + 0 = 1$
 $1 + 1 = 0$ elde 1 var.

Örnek: (11)₂ ve (10)₂ sayılarını toplamı:

- $(11)_2 = (3)_{10}$
- ve $(10)_2 = (2)_{10}$ dir. Toplam 3 + 2 = 5

İkili Sayı Sisteminde Toplama

• Örnek: $(101)_2$ ve $(110)_2$ sayılarının toplamı:

• Örnek: $(1011)_2$ ve $(1010)_2$ sayılarının toplamı:

İkili Sayı Sisteminde Çıkarma

Binary (ikili) sayılarda çıkarma işleminde kurallar:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

0 - 1 = 1 (Burada bir soldaki sütundan 1 borç alınır ve bu sütuna 2 olarak yazılır)

$$1 - 1 = 0$$

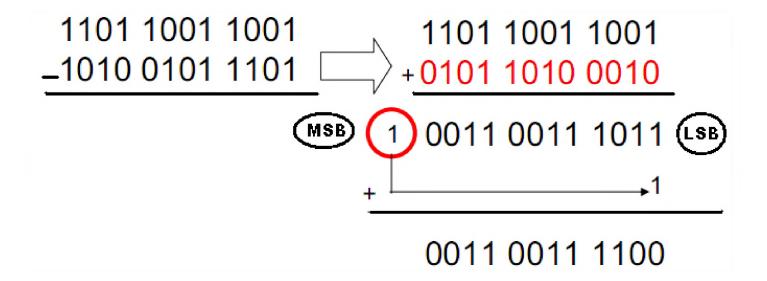
- İkilik sayı sisteminde çıkarma işlemi iki yöntem ile yapılmaktadır.
 - 1. Yöntem Tümleme (Complementer) yöntemi ile çıkarma
 - 2. Yöntem ise direkt çıkarma işlemidir.

```
xxxxx → eksilen sayı

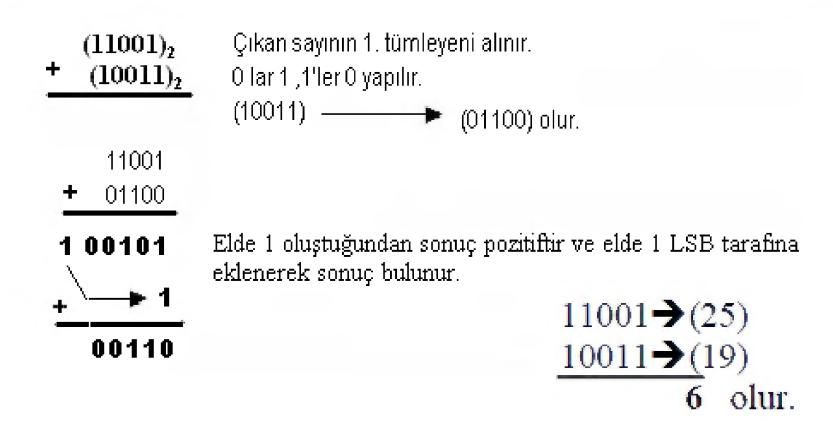
_yyyyy → çıkan sayı

ZZZZ → kalan (fark)
```

- Çıkan sayının 1'e tümleyeni alınır yani 0'lar 1, 1'ler 0 yapılır.
- Eksilen sayı ile çıkan sayının 1'e tümleri toplanır.
- Toplamanın en sonundaki bit (MSB tarafı), LSB'nin altına (taşınır) yazılır.
- En büyük değerli basamakta elde 1 oluşursa bu işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir.
- Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir doğru cevabı bulmak için sonuç terslenerek yazılır.



 Görüldüğü gibi bu yöntemde 2. sayının 0'ları 1, 1'leri 0 yapılarak toplama işlemi gerçekleştirilmektedir.



Örnek: $(1101)_2$ sayısından $(0110)_2$ sayısını çıkarınız.

Toplama sonucunda en büyük bit 1 (elde 1) olduğu için LSB tarafına alınıp tekrar toplandı.

Direkt Çıkarma



 Burada çıkarma işlemi yapılırken 1. sayının MSB (most significant digit) tarafından iki tane 1 alıp 2. sayıdan çıkarıyoruz.

Direkt Çıkarma

10110

_ 01010

01100

- (4. işleme kadar normal çıkarma işlemi yapılırken 4. işlemde 0 1 karşımıza çıkar. 0'dan 1 çıkarılamayacağı için yan sütundan 1 borç alınır yani iki tane (11) alınır. Bu (11) lerden bir tanesi aşağıdaki 1 den çıkar ve sadece 1 kalır. Kalan 1 aşağıdaki sonuca yazılır. 5. işlemde 1 0 dan 1 borç alındığı için durum 0 0 olmuştur ve sonuç 0 olur. Bu işlem desimal sayı sitemine çevrilerek de yapılabilir.
- $(10110)_2 = (22)_{10}$ ve $(01010)_2 = (10)_{10} (22)1_0 (10)_{10} = (12)_{10}$ olur.
- (12) sayısının ikili karşılığını yazarsak (12)₁₀ = (01100)₂ sonucu elde edilmiş olur.

Direkt Çıkarma

Örnek: $(1010)_2$ sayısından $(0101)_2$ sayısını çıkarınız.

Desimal karşılığı yazılırsa
$$(1010)_2=10$$
 ve $(0101)_2=5$

- 0101

 $(10)_{10}-(5)_{10}=5$ olur.

Örnek: $(1010)_2$ sayısından $(0011)_2$ sayısını çıkarınız.

Desimal karşılığı yazılırsa
$$(1010)_2 = 10 \quad (0011)_2 = 3$$
 $(10)_{10} - (3)_{10} = 7 \text{ olur.}$

Örnek : $(1011101)_2$ sayısından $(1101)_2$ sayısını çıkarınız.

$$\begin{array}{c}
1011101 \longrightarrow 93 \\
- 1101 \longrightarrow 13 \\
\hline
101000 \longrightarrow 80$$

İkili Sayılar ile Dört İşlem

Topl	ama	Çıkarma Çarpma		Çarpma	Bölme	
1 + 0 1 10 + 1 11	1 + 1 10 101 + 10 111	1 - 0 1 - 1 - 1	1 - 1 0 101 - 10 011	101 × 11 101 –101 1111	1111 11 - 11 101 0011 - 11	

Sekizlik ve Onaltılık Sayılar ile Dört İşlem

Toplama		Çıkarma		Çarpma	Bölme	
15 + 7 24	74 + 56 152	15 + 7 6	74 + 56 16	43 × 12	77 - 6	3 25
635 + 75	247 +154	635 + 75	247 +154	106 - 43	17 - 17	_
732	423	540	073	536	00	

Topl	Toplama		Çıkarma		Bölme	
+ 5 F	C4 + 26 EA	A 5 5	C4 + 26 9E	73 × 52	7A - 6	3 28
6F9 + 8B	DA7 + B4	6F9 + 8B	DA7 + B4	_ 23F	1A - 18	-
784	E5B	66E	CF3	24D6	02	

İkili Kodlanmış Ondalık Sayı Sistemi - BCD

- İkili kodlanmış ondalık (Binary Coded Decimal, BCD) sayı sistemi, ikili sayıların ondalık karşılıklarının fiziksel dış dünyada gösterilmesini sağlamak üzere sayısal elektronik sistemlerinde yaygın olarak kullanılır. Günlük yaşantımızda kullandığımız ondalık sayı sisteminden iki yönlü dönüşüm yapılarak kullanılır. Bu sistemde, ikili sayı sisteminde olduğu gibi 2 tane sembol kullanılır.
- Semboller: 0, 1
- BCD sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi:

0111	0011 .		0010	0101	
7	3		2	5	

İkili Kodlanmış Ondalık Sayı Sistemi

 Ondalık sistemden BCD sisteme dönüşüm, her bir ondalık basamak ayrı ayrı 4-bit ikili sayıya dönüştürülerek yapılır.

$$73.25_{10} = 0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD}$$

BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm için sayı önce ondalık nokta referans alınarak 4-bit gruplara ayrılır ve her bir 4-bit ikili sayı bağımsız olarak ondalık sayıya dönüştürülür. Sonra ondalık sayı ikili sayıya dönüştürülerek BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm yapılır.

 $0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD} = 73.25_{10} = 1001001.01_{2}$

Desimal, Binary, Oktal, Hexadesimal ve BCD Sayıların Karşılıkları

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal	BCD
0	0	0	0	0000
1	1	1	1	0001
2	10	2	2	0010
3	11	3	3	0011
4	100	4	4	0100
5	101	5	5	0101
6	110	6	6	0110
7	111	7	7	0111
8	1000	10	8	1000
9	1001	11	9	1001
10	1010	12	A	0001 0000
11	1011	13	В	0001 0001
12	1100	14	С	0001 0010
13	1101	15	D	0001 0011
14	1110	16	E	0001 0100
15	1111	17	F	0001 0101

İlgili Videolar

- https://www.youtube.com/watch?v=q3cjsh3Ur2g
- https://www.youtube.com/watch?v=WHmpC-PqWLU
- https://www.youtube.com/watch?v=FwkdhP1IRsQ
- https://www.youtube.com/watch?v=6xXJ28vTexo
- https://www.youtube.com/watch?v=r9qc94xp-jM
- https://www.youtube.com/watch?v=vtfrcX23PEo
- https://www.youtube.com/watch?v=GRZdvJIIYn0
- https://www.youtube.com/watch?v=t5b8VDZQN3E&list=PLaQSJi8dWGT7KwZN7A04Hv9l8zccTpkao