HASKELL - funkcje wyższego rzędu (high-order)

Funkcja wyższego rzędu przyjmuje jako argumenty lub zwraca w wyniku inne funkcje.

Funkcja mapująca (mapping function)

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map f  []  =  []
map f  (x: xs) = (f x) : (map f  xs)
```

Przykłady.

1)
```
razy_dwa x = 2*x

lista_razy_dwa [] =[]
lista_razy_dwa (x : xs) = (razy_dwa x) : (lista_razy_dwa  xs)
```

korzystając z map:
```
lista_razy_dwa  xs = map  razy_dwa  xs
```

2)
```
jeden _ = 1
dlugosc  xs = sum (map jeden  xs)
```

Funkcje anonimowe, λ - abstrakcje, λ - wyrażenia

Funkcje mogą być konstruowane bez ich nazywania przez użycie wyrażeń lambda, pochodzących z rachunku lambda, który jest podstawą Haskella:

$\lambda x.x + x$ - funkcja jednoargumentowa zmiennej x

$\lambda xy.x + y$ - funkcja dwuargumentowa zmiennych x i y

co w Hakellu zapisujemy jako:

$\backslash\, x \rightarrow x + x$

$\backslash\, x\, y \rightarrow x + y$

- Wyrażenia lambda są używane do formalnego przedstawiania definiowanych funkcji. Na przykład:

następnik x = x+1 jest skrótem od x = \ x -> x = 1

dodaj x y = x + y jest skrótem od dodaj x y = \ x y -> x +y

- Wyrażenia lambda pozwalają uniknąć nazywania funkcji używanych tylko raz. Na przykład:

```
nieparzyste n = map f [0..n-1]
                where   f x = 2*n+1
```

można uprościć do

```
nieparzyste n = map (\ x -> 2*x+1) [0..n-1]
```

SUMOWANIE

Definiujemy funkcję wyznaczającą sumę

$$\sum_{a}^{b} f(n) = f(a_0) + f(a_1) + \ldots + f(a_k),$$

gdzie

$a_0 = a$, $a_k \leq b \leq a_{k+1}$, $a_i = next(a_{i-1})$, $i = 1,\ldots,k$

(funkcja *next* wyznacza kolejny argument funkcji *f*)

następująco:

```
suma f a next b
     |a > b          = 0
     |otherwise   = (f a) + suma f (next a) next b
```

Definicję tę wykorzystujemy do obliczenia sumy liczb od a do b:

$$\sum_{n=a}^{b} n = a + (a+1) + \ldots + b$$

W tym przypadku $f(x) = x$ oraz $next(x) = x + 1$.

Definicja:

```
suma_liczb_1 a b = suma f a next b
                where f x = x
                      next x = x+1
```

Zastosowanie:

```
Main> suma_liczb_1 2 5
14
Main> suma_liczb_1 1 9
45
```

Powyższą definicje możemy również wykorzystać do zdefiniowania funkcji wyznaczającej całkę oznaczoną metodą prostokątów:

$$\int_a^b g(x)dx \approx \left[g\left(a+\frac{dx}{2}\right) + g\left(a+dx+\frac{dx}{2}\right) + g\left(a+2dx+\frac{dx}{2}\right) + \cdots \right] \cdot dx$$

Zakładamy, że krok dx jest dany.

W tym przypadku $f(x) = g\left(x+\frac{dx}{2}\right)$ oraz $next(x) = x + dx$.

Definicja:

```
całka g a b dx = dx * suma f a next b
                        where f x = g (x+dx/2)
                              next x = x + dx
```

Zastosowanie:

$\int_1^2 \sqrt[3]{1+x^2}$, dx = 0.01

```
Main> calka (\x->(1+x*x)**(1/3)) 1 2 0.01
1.48237617749604
```

$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{x}\sin x$, dx = 0.01

```
Main> calka (\x->(sqrt x)* sin x) (pi/6) (pi/2) 0.01
0.903611288520144
```