

# Potensial listrik bola isolator pejal homogen

Sparisoma Viridi

Prodi Fisika, Institut Teknologi Bandung  
Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

v20210223\_2 | <https://doi.org/10.5281/zenodo.4556188>

# Pendahuluan

- Terdapat beberapa konsep yang tidak lagi disinggung dalam slide ini
- Disarankan untuk membaca slide terkait berjudul **Potensial listrik satu titik muatan**

S. Viridi, "Potensial listrik satu titik muatan", Zenodo.4554911 | 22 Feb 2021, url <https://doi.org/10.5281/zenodo.4554911> [20210223].

# Outline

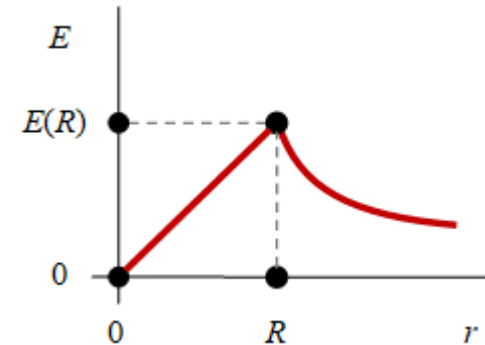
- Pendahuluan
- Medan listrik
- Potensial listrik
- Potensial referensi
- Elemen panjang lintasan
- Rentang perhitungan
- Potensial dan medan listrik
- Potensial listrik bola isolator pejal homogen
- Latihan

# Medan listrik

- Suatu bola konduktor pejal homogen bermuatan  $q_j$  yang pusatnya berhimpit dengan pusat koordinat  $(0, 0, 0)$  akan memberikan medan listrik pada setiap posisi  $r$  dalam bentuk

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r \hat{r}, & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2} \hat{r}, & R \leq r, \end{cases}$$

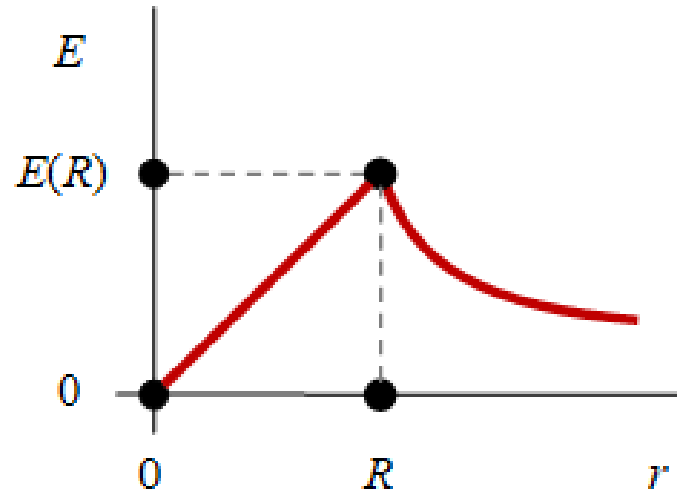
dengan radius bola adalah  $R$



# Medan listrik (lanj.)

- Nilai  $E(R)$  dapat diperoleh dari persamaan sebelumnya, yang akan memberikan

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^2}$$



# Pontensial listrik

- Potensial listrik dengan batas-batas integral memiliki bentuk

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

dengan lintasan  $d\vec{s}$  yang dipilih dari posisi awal  $\vec{r}_0$  ke posisi akhir  $\vec{r}$

- Memerlukan informasi potensial referensi  $V(\vec{r}_0)$

# Potensial referensi

- Potensial referensi dapat diambil pada  $r = R$  atau  $r = \infty$
- Bila digunakan  $r = \infty$  maka  $V(\infty) = 0$
- Bila digunakan  $r = R$  maka dapat dipilih  $V(R) = V_0$
- Walaupun tidak lazim dapat dipilih pada sembarang jarak  $L$  dari pusat koordinat, misalnya  $V(L) = V_L$

# Elemen panjang lintasan

- Bentuk medan listrik  $\vec{E} = E\hat{r}$
- Dipilihlah elemen panjang lintasan berbentuk  $d\vec{s} = \hat{r}dr$
- Operasi perkalian titik ( $\cdot$ ) dalam integral untuk menghitung potensial listrik mudah dihitung

$$\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$



# Rentang perhitungan

- Medan listrik  $E(r)$  memiliki fungsi yang berbeda untuk rentang  $0 \leq r \leq R$  dan  $R \leq r$
- Potensial listrik  $V(r)$  dihitung mulai dalam rentang yang memiliki syarat batas
- Bila digunakan  $V(\infty) = 0$ , maka perhitungan dimulai dalam rentang  $R < r$

# Potensial dan medan listrik

- Medan listrik  $E$  dalam 1-d, hanya fungsi  $r$ , dapat dituliskan dalam bentuk

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

yang menghubungkannya dengan potensial listrik  $V$

- Agar terdapat  $E$  (turunan  $V$ ) maka  $V$  haruslah kontinu
- Dengan demikian  $V(R)$  harus sama untuk rentang  $0 \leq r \leq R$  dan  $R \leq r$

# Potensial listrik bola isolator pejal homogen

- Untuk  $R \leq r$

$$V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{s}$$

$$V(r) = V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$V(r) - V(r_0) = - \int_{r_0}^r E \hat{r} \cdot \hat{r} dr = - \int_{r_0}^r E dr$$

$$= V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_0}^r$$

$$V(r) = V(r_0) - \int_{r_0}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2} dr$$

$$= V(r_0) - \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} - \left( -\frac{1}{r_0} \right) \right]$$

# Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Dengan demikian akan diperoleh

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r} + \left[ V(r_0) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r_0} \right]$$

- Gunakan syarat batas yang ditetapkan sebelumnya

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}$$

$$\left[ \underbrace{V(r_0)}_0 - \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{\infty}}_0 \right]$$

# Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Untuk  $r = R$  dari rentang  $R \leq r$  dapat diperoleh

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R}$$

yang akan digunakan untuk rentang  $0 \leq r \leq R$

# Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Untuk  $0 \leq r \leq R$

$$V(r) - V(R) = - \int_R^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{s}$$

$$V(r) - V(R) = - \int_R^r E \hat{r} \cdot \hat{r} dr = - \int_R^r E dr$$

$$V(r) = V(R) - \int_R^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r dr$$

$$V(r) = V(R) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} \int_R^r r dr$$

$$= V(R) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} \left[ \frac{1}{2} r^2 \right]_R^r$$

$$= V(R) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} (r^2 - R^2)$$

# Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Persaman sebelumnya dapat dituliskan kembali menjadi

$$V(r) = V(R) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} R^2$$

- Gunakan  $V(R)$  yang telah diperoleh sehingga menghasilkan

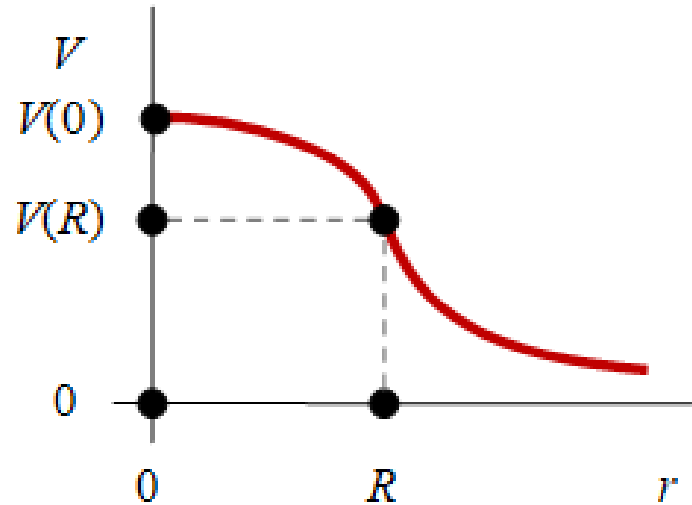
$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R} \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r^2 \end{aligned}$$

# Pot. listr. bola isolat. pejal homogen (lanj.)

- Dengan demikian dapat dituliskan kembali

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}, & R \leq r, \end{cases}$$

- Perhatikan bahwa  $V(0)$  merupakan titik maksimum



Gerhard Müller, "Electric Potential of a Uniformly Charged Solid Sphere", Department of Physics, University of Rhode Island, url <http://www.phys.uri.edu/~gerhard/PHY204/tsl94.pdf> [20210223].



# Latihan

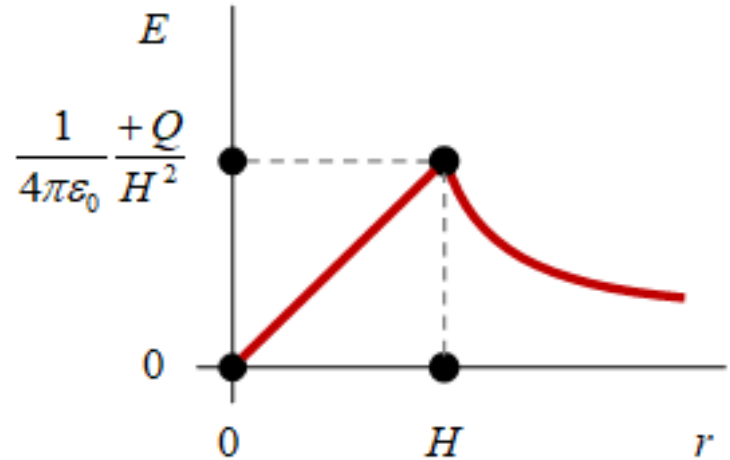
1. Terdapat suatu bola isolator pejal homogen bermuatan  $+Q$  dengan radius  $H$  dengan  $V(H) = V_H$  suatu konstanta bernilai positif
  - a) Tuliskan fungsi medan listrik  $E(r)$  dan gambarkan kurvanya
  - b) Tuliskan fungsi potensial listrik  $V(r)$  dan gambarkan kurvanya
  - c) Tentukan nilai  $V_H$
  - d) Tentukan  $r$  saat potensial memiliki nilai maksimum  $V_{\max}$  dan tentukan pula nilai  $V_{\max}$

# Latihan (lanj.)

- Medan listrik memiliki fungsi

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{R^3} r, & 0 \leq r \leq H, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r^2}, & H \leq r, \end{cases}$$

dan bentuk kurvanya  
adalah seperti di sam-  
ping kanan ini

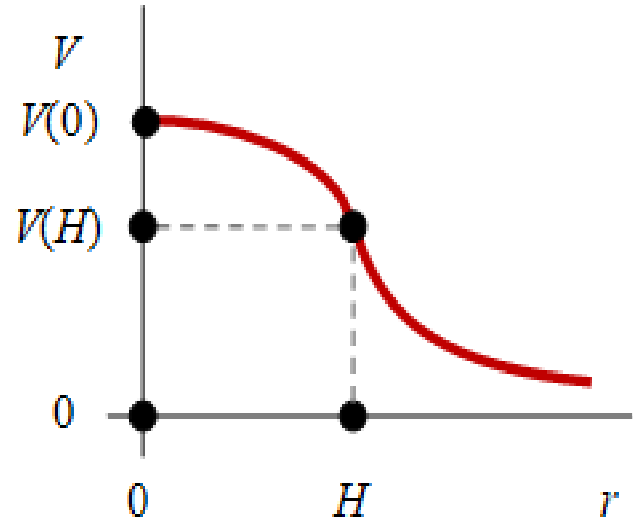


# Latihan (lanj.)

- Potensial listrik memiliki fungsi

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & 0 \leq r \leq R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r}, & R \leq r, \end{cases}$$

dan bentuk kurvanya adalah seperti di samping kanan ini dengan  $q_j = +Q$



# Latihan (lanj.)

- Dengan menggunakan persamaan dan kurva fungsi potensial listrik pada slide sebelumnya dapat diperoleh bahwa

$$V(H) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+Q}{H}$$

# Latihan (lanj.)

- Potensial maksimum diperoleh dengan mencari  $\frac{dV}{dr} = 0$  dalam rentang  $0 \leq r \leq R$
- Akan diperoleh bahwa
- Dengan demikian  $V_{\max}$  diperoleh saat  $r = 0$
- Dan nilainya adalah

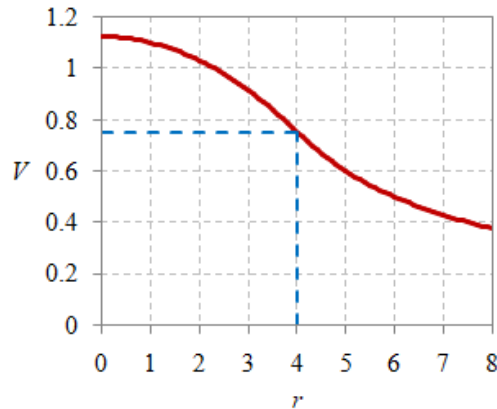
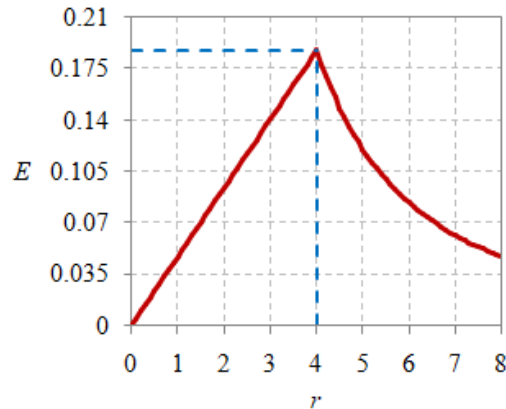
$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{q_j}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right] = 0$$

$$\frac{q_j r}{4\pi\epsilon_0 R^3} = 0$$

$$V_{\max} = \frac{3q_j}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{+3Q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

# Latihan (lanj.)

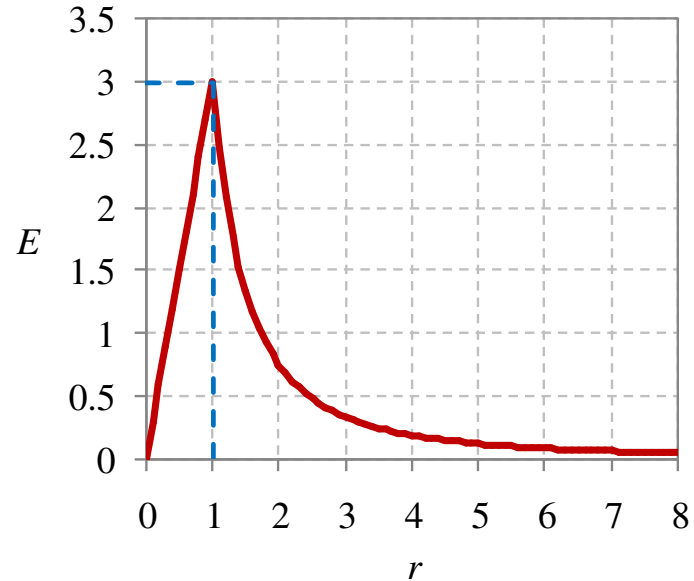
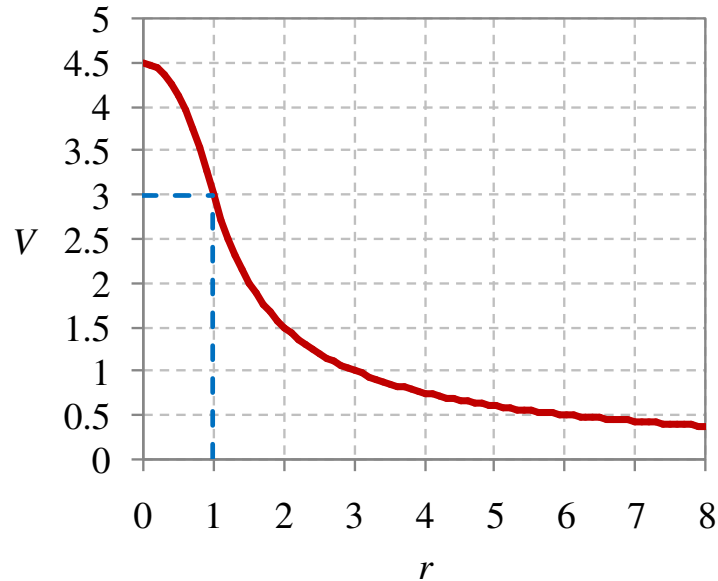
2. Dengan menggunakan nilai-nilai  $k = 1$ ,  $Q = 3$ ,  $R = 4$  (untuk memudahkan menggambar) dapat diperoleh hasil berikut



ubahlah nilai  $R$  dan  $Q$  ( $Q > 0$ ) untuk melihat pengaruhnya terhadap kedua kurva  $E(r)$  dan  $V(r)$  [[Buka berkas 0002\\_0.xlsx](#)]

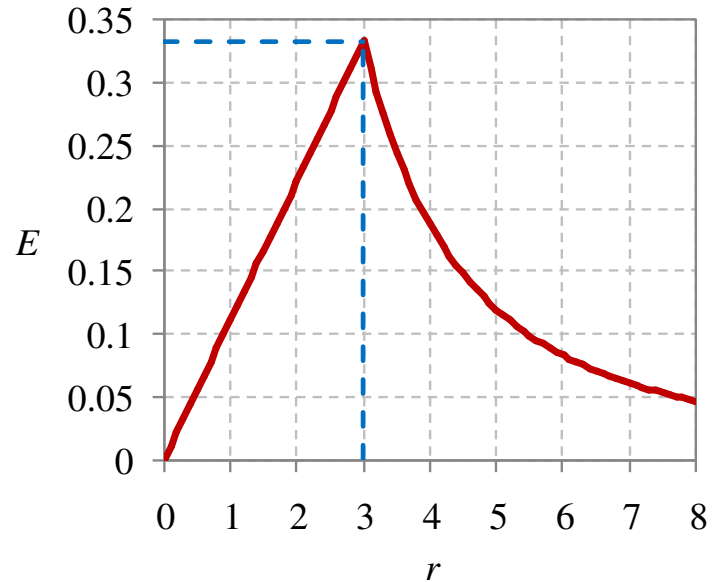
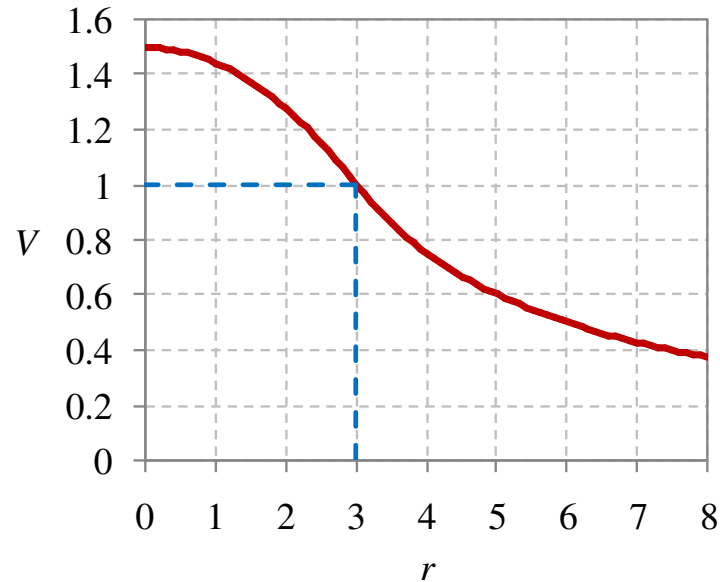
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $R = 1$  dapat diperoleh



# Latihan (lanj.)

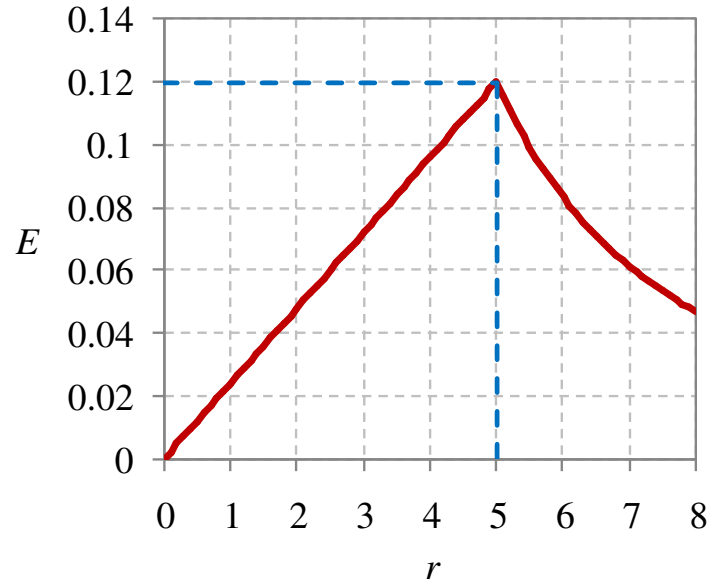
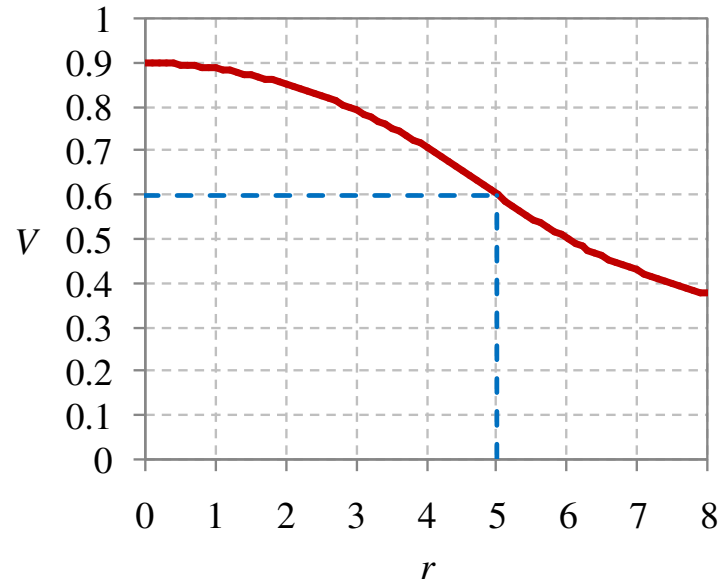
- Untuk  $R = 3$  dapat diperoleh





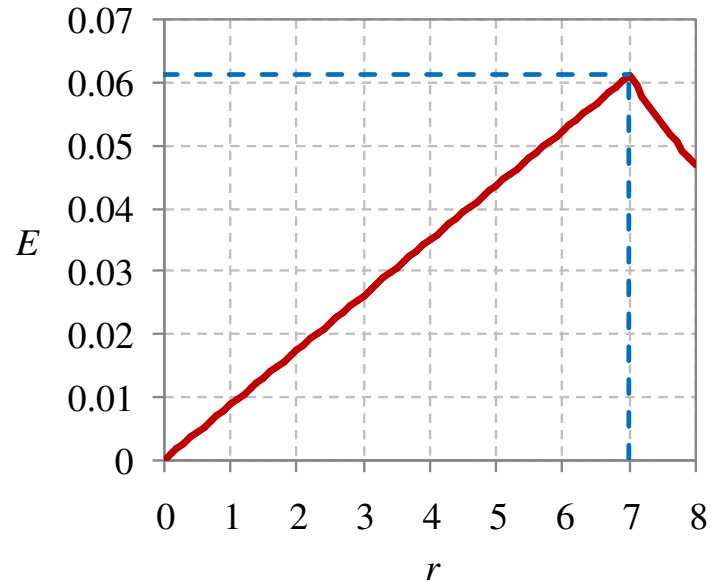
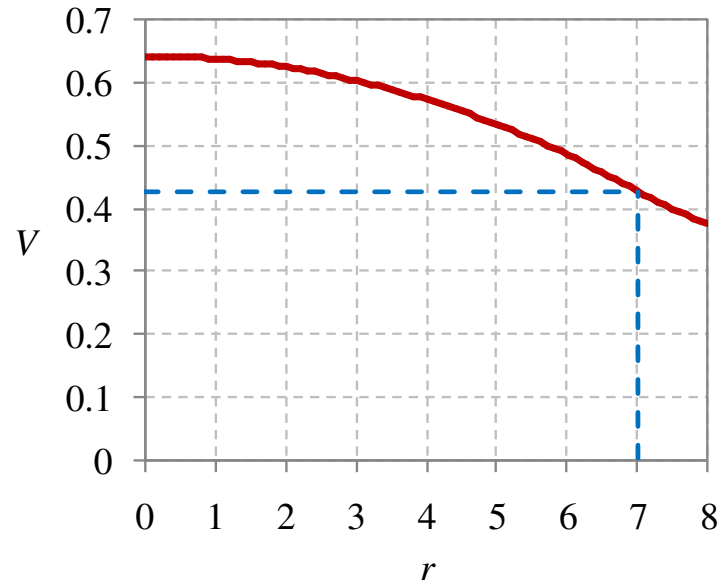
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $R = 5$  dapat diperoleh



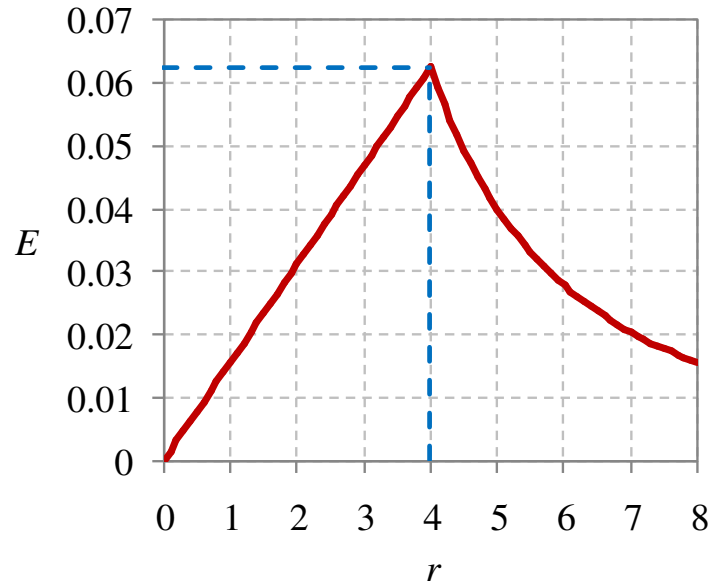
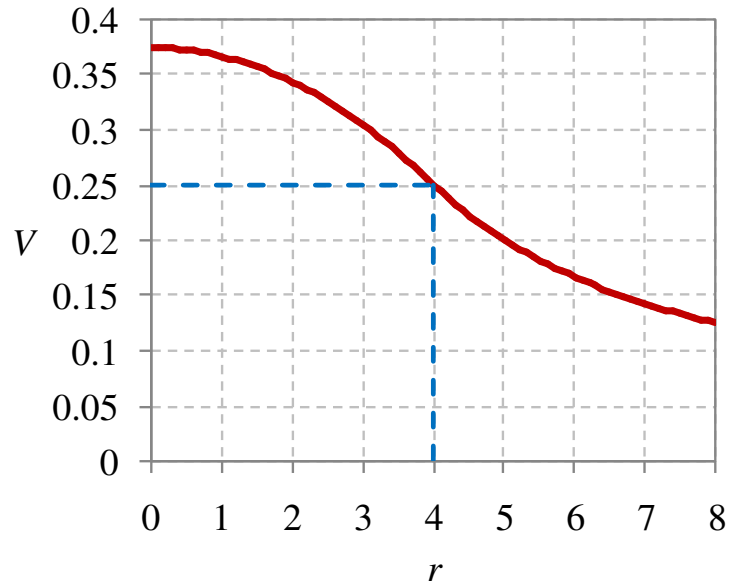
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $R = 7$  dapat diperoleh



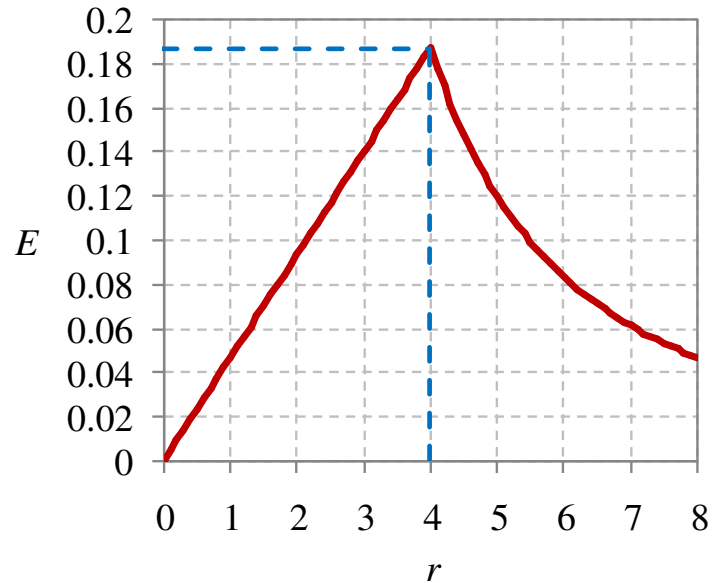
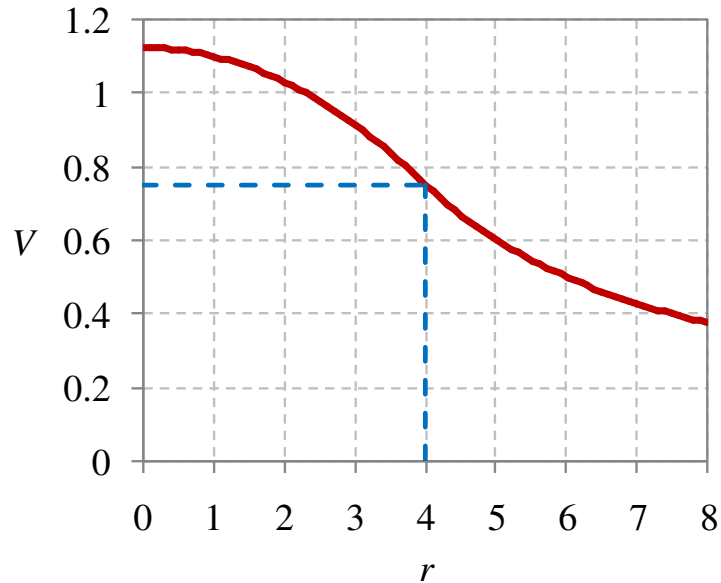
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $Q = 1$  dapat diperoleh



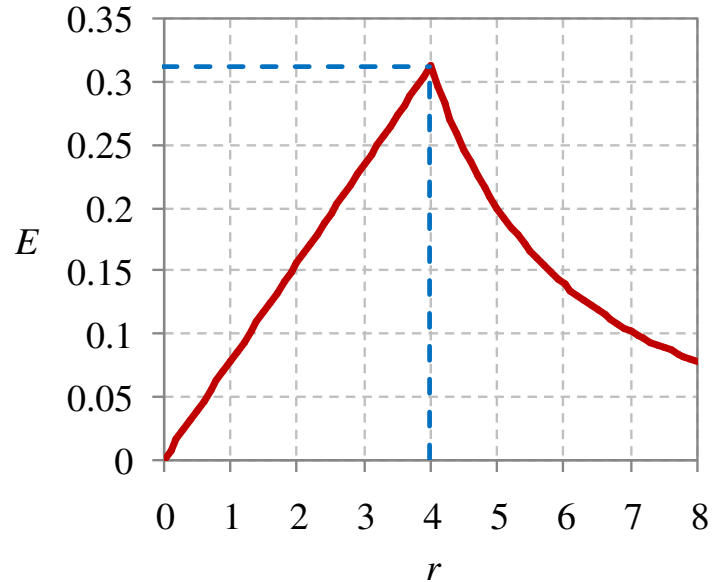
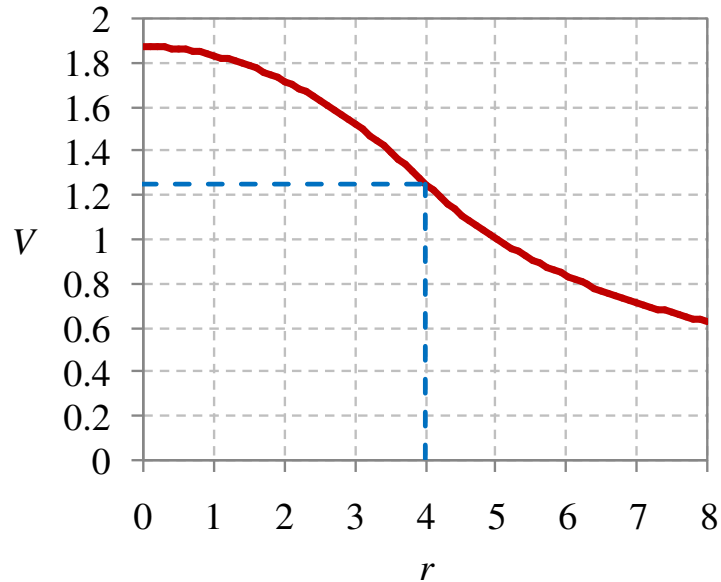
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $Q = 3$  dapat diperoleh



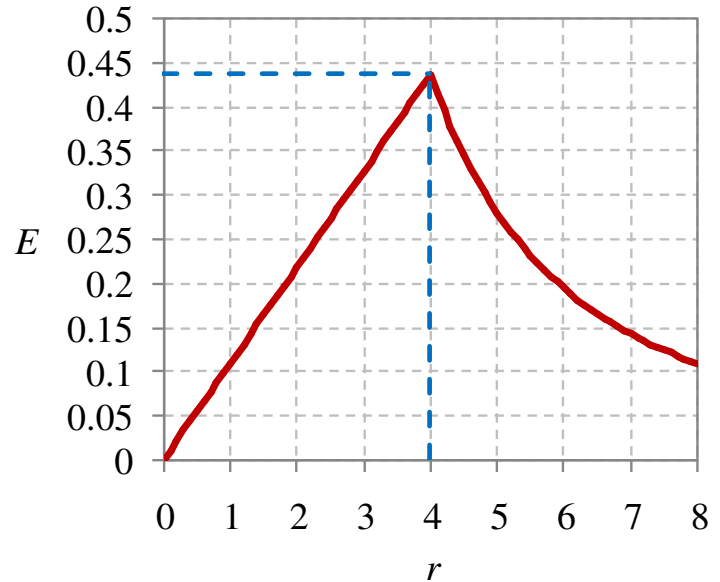
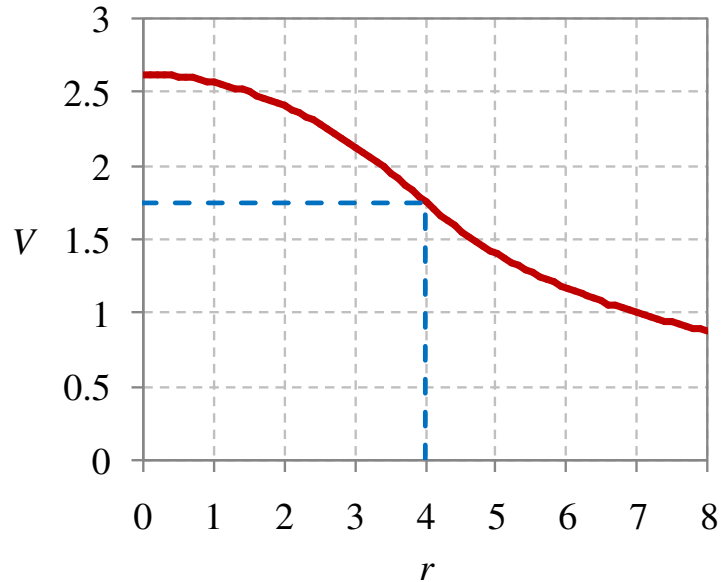
# Latihan (lanj.)

- Untuk  $Q = 5$  dapat diperoleh



# Latihan (lanj.)

- Untuk  $Q = 7$  dapat diperoleh





Terima kasih