

# Основи системного аналізу

Ієрархічне цільове оцінювання  
альтернатив

Савченко Ілля Олександрович  
ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ ім. Ігоря Сікорського”

# Обмеження мультикритеріальних методів

- Альтернативи оцінюються за одним набором критеріїв
- Між критеріями (цілями) можуть існувати як позитивні, так і негативні зв'язки, а також зворотні зв'язки, цикли
- Всі критерії (цілі) вважаються сумісними
- ОПР повинен вміти оцінити альтернативи по кожному із критеріїв, що буває складно для великих міжгалузевих проектів

# Комплексна цільова програма

Комплексна цільова програма (КЦП) являє собою сукупність заходів, що надалі називатимемо “проектами”, об’єднаних єдністю глобальної мети і спільними ресурсами.

Наприклад: “Програма боротьби із бідністю”

# Основні задачі розробки КЦП

- Відбір проектів, що включаються у КЦП
- Розподіл ресурсів між проектами

Розв'язання задачі розподілу ресурсів між проектами КЦП потребує визначення відносних показників їх ефективності.

# Постановка задачі

## Дано:

- Множина  $A$  альтернатив, причому  $\exists A_i, A_j \in A$ , які неможливо оцінити однією множиною критеріїв.
- Мета  $g_0$ , за ступенем впливу на яку оцінюються альтернативи.

## Потрібно:

- Ранжувати  $A_i \in A$  відповідно до кількісно виражених ступенів їх впливу на досягнення мети  $g_0$ .

# Суть підходу

Побудова ієрархії цілей (декомпозиція головної мети програми на підцілі, де на найнижчому рівні знаходяться цілі проектів).

Експерти кількісно оцінюють вплив підцілей, в тому числі проектів, на досягнення безпосередніх надцілей. На основі цієї інформації, а також структури ієрархії цілей, розраховуються показники ефективності проектів.

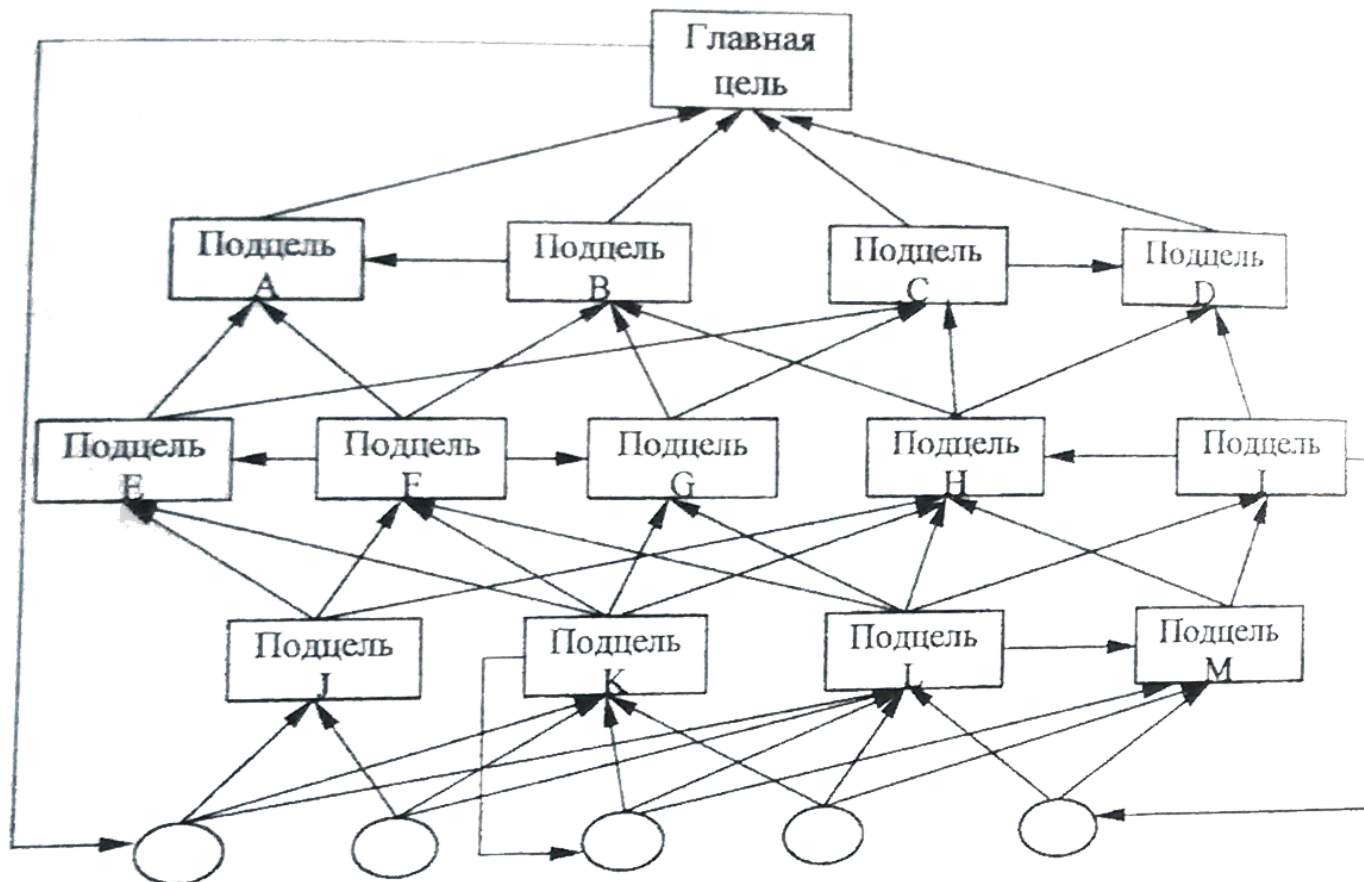
# Статична і динамічна задачі

Оцінки ефективності проектів можуть розраховуватись як для конкретного моменту часу  $t$ , так і на проміжку часу  $[0; \theta]$ .

В другому випадку підцілі можуть впливати на надцілі не миттєво, а з затримкою (лагом).

# Ієрархія цілей

Орієнтований граф, вершинами якого є цілі.





# Ієрархія цілей

Кожна вершина графа є ціллю  $g_i$ .

$d_i \in [0; 1]$  – ступінь досягнення цілі  $g_i$ .

$d_i = f(P_i, D_i, W_i)$ , де

$P_i$  – множина параметрів цілі  $g_i$ ;

$D_i$  – множина значень ступенів досягнення  
безпосередніх підцілей цілі  $g_i$ ;

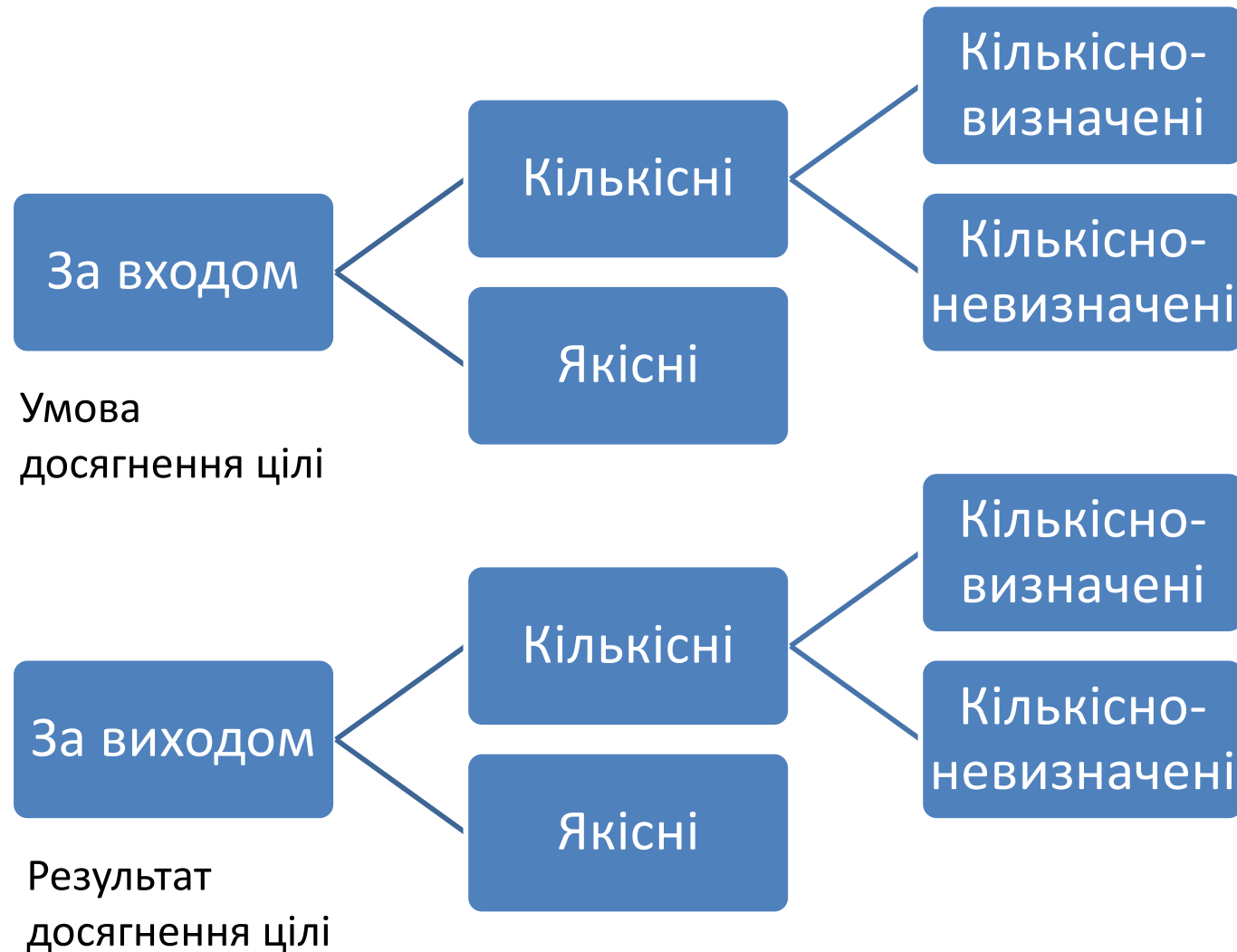
$W_i$  – множина значень часткових коефіцієнтів  
впливу безпосередніх підцілей цілі  $g_i$ .

# Частковий коефіцієнт впливу

Частковий коефіцієнт  $w_{ij}$  впливу (ЧКВ) підцілі  $g_i$  на досягнення її безпосередньої надцілі  $g_j$  є приріст ступеню досягнення надцілі  $g_j$ , обумовлений досягненням підцілі  $g_i$  за умови, що ступені досягнення всіх інших безпосередніх сумісних підцілей цієї надцілі дорівнюють одиниці.

ЧКВ є коефіцієнтом значимості певної підцілі для досягнення відповідної надцілі.

# Типи цілей за входом і виходом



# Сумісні і несумісні цілі

Безпосередні підцілі  $g_i$  і  $g_j$  деякої надцілі  $g_s$  називаються сумісними, якщо досягнення однієї з них не виключає необхідності і можливості досягнення іншої.

Множина  $G_z$  безпосередніх підцілей називається сумісною, якщо кожна пара її підцілей сумісна.

У загальному випадку підмножина безпосередніх цілей несумісна.

# Алгоритм визначення множин сумісних підцілей

Дано:

- Множина  $G_z$  безпосередніх підцілей
- Підмножина  $P_z^+$  пар сумісних і підмножина  $P_z^-$  пар несумісних підцілей

Потрібно:

- Знайти підмножини  $G_{z1}, G_{z2}, \dots, G_{zn}$  сумісних підцілей максимальної потужності кожне.

# Алгоритм визначення множин сумісних підцілей

1. Побудувати ненаправлений граф  $S$ .

Вершинами графа є підцілі  $g_i \in G_z$ . Вершини  $g_i, g_j$  з'єднуються ребром, якщо пара  $(g_i, g_j) \in P_z^+$ .

2. Для кожної пари  $(g_i, g_j) \in P_z^+$  знайти множину  $L_{ij}$  простих шляхів, що з'єднують початкову вершину пари з кінцевою.

3. З кожної підмножини виключити шляхи, що містять пари вершин із підмножини  $P_z^-$ .

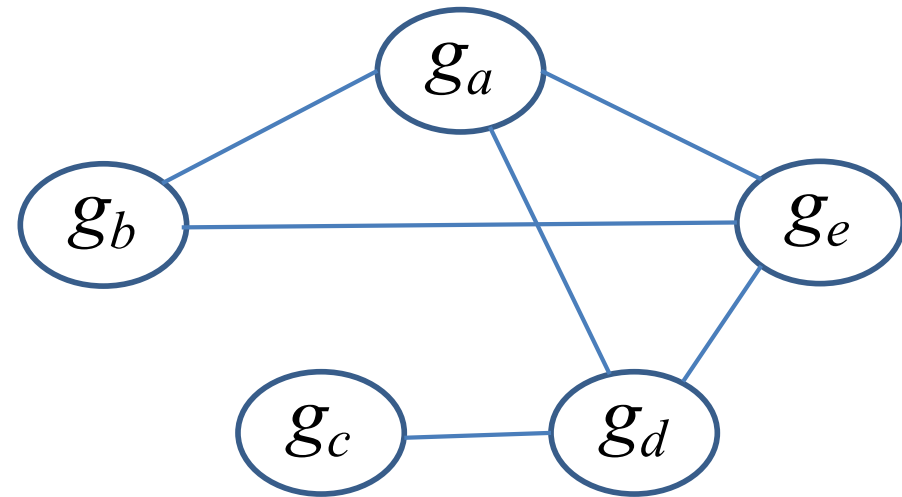
# Алгоритм визначення множин сумісних підцілей

4. Розглядаючи кожний шлях як підмножину сумісних підцілей, виконати спочатку всі можливі операції поглинання спочатку всередині кожної підмножини  $L_{ij}$ , потім між елементами різних множин  $L_{ij}$ .

При визначенні ступеню досягнення надцілі необхідно незалежно оцінювати ступені досягнення підцілей кожної альтернативної підмножини сумісних безпосередніх підцілей.

# Приклад

	a	b	c	d	e
a		+	-	+	+
b	+		-	-	+
c	-	-		+	-
d	+	-	+		+
e	+	+	-	+	



$L_{ab} = \{ab, aeb, \text{adeb}\}$   $L_{ad} = \{ad, aed, \text{abed}\}$   $L_{ae} = \{ae, abe, ade\}$   $L_{be} = \{be, bae, \text{bade}\}$   
 $L_{cd} = \{cd\}$   $L_{de} = \{de, dae, \text{dabe}\}$

Після поглинання:  $G_{z1} = \{a, b, e\}$ ,  $G_{z2} = \{a, d, e\}$ ,  $G_{z3} = \{c, d\}$



# Лінійні і порогові цілі

Лінійною називається ціль, для якої будь-який, відмінний від нуля, ступінь досягнення впливає на ступінь досягнення головної мети програми.

$$d_i = \begin{cases} \sup_h \sum_s w_{shj} d_{shj}, & \text{якщо } \sup_h \sum_s w_{shj} d_{shj} \leq 1 \\ 1, & \text{якщо } \sup_h \sum_s w_{shj} d_{shj} > 1 \end{cases}$$

$h$  – номер підмножини  $G_{hj}$  сумісних безпосередніх підцілей надцілі  $g_j$ .

# Лінійні і порогові цілі

Пороговою називається ціль, яка здійснює вплив на досягнення головної цілі тільки за умови її повного досягнення.

$$d_i = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \sup_h \sum_s w_{shj} d_{shj} \geq 1 \\ 0, \text{ інакше} \end{cases}$$

$h$  – номер підмножини  $G_{hj}$  сумісних безпосередніх підцілей надцілі  $g_j$ .

# Кон'юнктивні і диз'юнктивні цілі

Підтипи порогових цілей:

- Кон'юнктивною називається ціль, що має тільки підцілі зі стимулюючим впливом, для досягнення якої необхідно і достатньо досягнення всіх її безпосередніх підцілей.
- Диз'юнктивною називається ціль, що має тільки підцілі зі стимулюючим впливом, для досягнення якої достатньо досягнення будь-якої однієї з її безпосередніх підцілей.

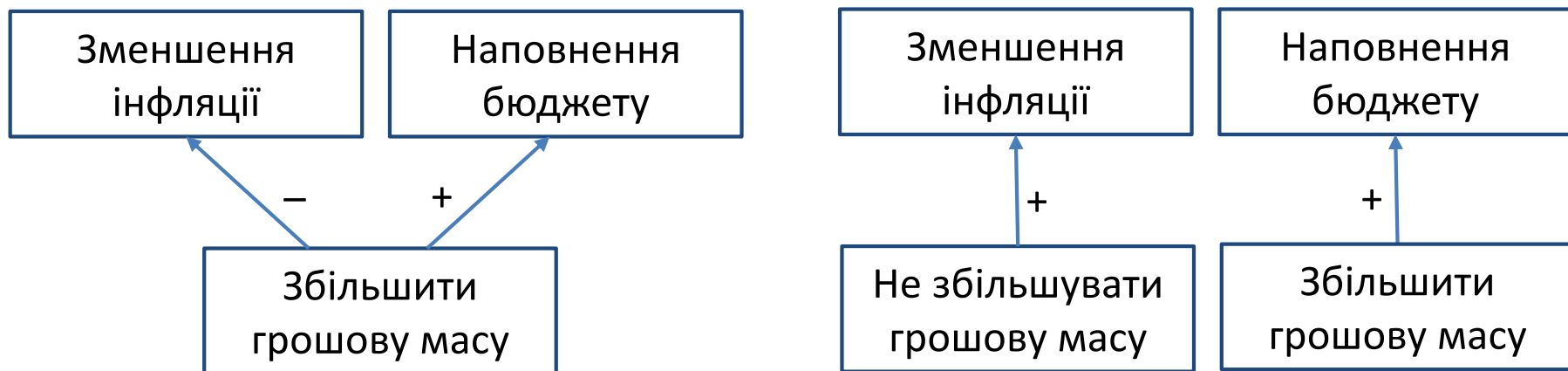
# Проектування ієрархії підцілей

“Зверху-вниз”: для головної мети програми визначаються підцілі, для них іще підцілі, і так далі, до рівня проектів.

“Знизу-вгору”: для проектів визначаються надцілі, для них іще надцілі, і так далі, до головної мети програми.

# Заміна цілей з негативними впливами

Підцілі, що мають негативний вплив, замінюються на їх логічне заперечення, для того, щоб всі впливи залишались ПОЗИТИВНИМИ.



## Кількісні за виходом визначені підцілі

Підціль такого типу може бути безпосередньою підціллю тільки кількісної за входом цілі  $g_j$  з ресурсом  $Q_j$ . Ненормоване значення ЧКВ такої цілі з відомим ефектом  $E_i$  визначається таким чином:

$$w_{ij} = \begin{cases} E_i / Q_j, & \text{якщо } E_i / Q_j \leq 1 \\ 1, & \text{якщо } E_i / Q_j > 1 \end{cases}$$

## Кількісні за виходом невизначені підцілі

Підхід до обчислення ЧКВ підцілей такого типу базується на попередньому експертному оцінюванні (методом безпосередньої оцінки) кількісного вираження ефектів досягнення підцілей. Таким чином ціль перетворюється на кількісну за виходом, визначену.

# Якісні підцілі

Для визначення ЧКВ підцілей такого типу використовується метод парних порівнянь ступеней впливу досягнення підцілей на досягнення цілі безпосередньо вищого рівня, яка для них є надціллю.

Попарне порівняння слід проводити тільки серед множини сумісних підцілей однієї безпосередньої надцілі.



# Обчислення показників відносної ефективності альтернатив (проектів)

Відносний показник потенційної ефективності (ППЕ)  $v_a$  проекту  $p_a$  є приріст ступеню досягнення головної мети КЦП, обумовлений повним виконанням цього проекту.

$$v_a = d_{(0)a} - d_{(0)\neg a}$$

Для обчислення  $d_{(0)a}$  усім проектам КЦП надаються ступені виконання, що дорівнюють 1, після цього поступово обчислюються ступені досягнення надцільей, і так далі, до головної мети.

Величина  $d_{(0)\neg a}$  обчислюється аналогічно, за винятком того, що проекту  $p_a$  відповідає рівень виконання 0.

# Врахування зворотніх зв'язків

В загальному випадку граф ієрархії може містити цикли, що призводить до нескінченної кількості ітерацій для обчислення ППЕ. Тому визначається кількість необхідних ітерацій, виходячи з необхідної точності обчислень:

$$\delta(t + 1) = \max_a |v_a(t + 1) - v_a(t)| \leq \varepsilon$$

де  $t$  – номер ітерації.

# Умова збіжності

Відношення приросту ступеню досягнення цілі  $g_i$ , обумовленого ступенем досягнення  $d_j$  її надцілі  $g_j$ , до величини  $d_j$  називається коефіцієнтом зворотнього зв'язку  $w_{ji}$  надцілі  $g_j$  і цілі  $g_i$ .

Відношення приросту ступеню досягнення надцілі  $g_j$ , отриманого внаслідок виконання проекту  $p_i$  зі ступенем  $d_i$  за умови, що зворотній зв'язок надцілі  $g_j$  з проектом  $p_i$  розірвано, до величини  $d_i$  називається коефіцієнтом безпосереднього впливу  $v_{ij}$  проекту  $p_i$  на досягнення надцілі  $g_j$ .

Умова збіжності:  $w_{ba} v_{ab} < 1$