Основні тригонометричні тотожності

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = 1$$
$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$
$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \operatorname{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формули подвійного аргументу (вугла)

$$\sin 2x = 2\cos x \sin x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x} = \frac{2\operatorname{ctg} x}{1+\operatorname{ctg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}$$
$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$
$$\cos 2x = \frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+tg^2 x} = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} = \frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x}$$
$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - tg^2 x} = \frac{2\operatorname{ctg} x}{\operatorname{ctg}^2 x - 1} = \frac{2}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}$$
$$\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2\operatorname{ctg} x} = \frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{2}$$

Формули потрійного аргументу (вугла)

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x \qquad \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$
$$\operatorname{tg} 3x = \frac{3\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3\operatorname{tg}^2 x} \qquad \operatorname{ctg} 3x = \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 3}{3\operatorname{ctg}^2 x - 1}$$

Формули половинного аргументу (вугла)

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$$
$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x} \qquad \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$
$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{sinx}{1+\cos x} \qquad \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1-\cos x}$$

Формули квадратів тригонометричних функцій

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$
$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} \qquad \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}$$
$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$$
$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x} \qquad \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$

Формули 4-тої степені тригонометричних функцій

$$\sin^4 x = \frac{3 - 4\cos 2x + \cos 4x}{8} \qquad \cos^4 x = \frac{3 + 4\cos 2x + \cos 4x}{8}$$

Формули кубів тригонометричних функцій

$$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 4x}{4} \qquad \cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4}$$

$$\operatorname{tg}^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x} \qquad \operatorname{ctg}^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{3\sin x - \sin 3x}$$

Формули додавання тригонометричних функцій

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \qquad \operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \qquad \operatorname{ctg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta + 1}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta}$$

Формули суми тригонометричних функцій

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta} \qquad \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$$

Формули різниці тригонометричних функцій

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta} \qquad \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$$

Формули добутку тригонометричних функцій

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)}{2}$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)}$$