

# Контрольна # 1

## Задача 1.1

Нехай деталі А, В, С можуть виготовлятися на трьох верстатах 1, 2, 3. Витрати часу на виготовлення деталі і на верстаті j є випадковими величинами, рівномірно розподіленими в інтервалі ( $t_{ji}, t_{ij}$ ) і приводяться в таблиці 1.1, де також зазначена середня продажна ціна одиниці деталі  $c_i$  та собівартість однієї години роботи кожного верстата. Нехай сумарний плановий фонд часу роботи верстата –  $\Phi_j$  рівномірно розподілена випадкова величина в інтервалі  $[\phi_{jmin}, \phi_{jmax}]$ .

Потрібно знайти оптимальну виробничу програму випуску деталей, яка б була реалізована з імовірністю не менше  $\alpha \geq 0.90$  та забезпечувала б екстремум одного з таких критеріїв витрат:

1. максимум товарної продукції T;
2. ~~максимум сумарного прибутку П;~~

Таблиця 1.1

Станки	Деталі						Вартість однієї години	Час роботи верстата	
	Норми часу								
	А		В		С				
	$t_{1j}$	$\bar{t}_{1j}$	$t_{2j}$	$\bar{t}_{2j}$	$\bar{t}_{3j}$	$\bar{t}_{3j}$			
1	0.2	0.3	0.1	0.2	0.05	0.1	30	20	60
2	0.5	1	0.2	0.4	0.2	0.4	10	60	90
3	0.1	0.2	0.15	0.3	0.3	0.5	20	20	40
Ціна деталі	10		16		12		—	—	—

## Максимум доходу

Нехай:

- $x_{ij}$  - кількість виробів і на верстаті j
- $\Phi_j$  - ресурс роботи верстата j (визнаємо як математичне сподівання випадкової величини)
- $a_{ij}$  - час затрачений на виготовлення виробу і на верстаті j
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання норми часу на виробництво деталі
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія  $\mu_{ij}$

## Математична модель

$$\max M\left\{\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 C_i x_{ij}\right\}$$

Обмеження  $P\left\{\sum_{j=1}^3 a_{ij} x_{ij} \leq b_j\right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad j = \overline{1, 3}$

## Детермінований еквівалент задачі

Математична модель

max M{ \sum\_{j=1}^3 \sum\_{i=1}^3 C\_i x\_{ij} }

Обмеження (в загальному вигляді)

\sum\_{i=1}^3 \mu\_{ij} x\_{ij} + \Phi^{-1}(0.9)(\sum\_{i=1}^3 \sigma\_{ij}^2 x\_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \leq \Phi\_j \quad j = \overline{1,3}

\Phi\_j = \frac{\phi\_{jmin} + \phi\_{jmax}}{2} \quad \mu\_{ij} = \frac{t\_{ijmin} + t\_{ijmax}}{2} \quad \sigma\_{ij}^2 = \frac{(t\_{ijmax} - t\_{ijmin})^2}{12}

Обмеження

\sum\_{i=1}^3 \frac{t\_{ijmin} + t\_{ijmax}}{2} + \Phi^{-1}(0.9)(\sum\_{i=1}^3 \frac{(t\_{ijmax} - t\_{ijmin})^2}{12} x\_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{\phi\_{jmin} + \phi\_{jmax}}{2} \quad j = \overline{1,3}

Задача 1.2

Завод при виготовленні трьох типів деталей використовує токарські, фрезерні і стругальні верстати. При цьому виготовлення кожної деталі можна проводити трьома різними технологічними способами ( 1 , 2 , 3 ). У табл. 1.2 зазначені наявні ресурси по кожній і -тій групі верстатів (у верстато-год)  $\phi_i$ ,  $i = 1, 3$ , норми витрати часу при обробці деталей  $j(j = 1, 2, 3)$  на верстаті  $i$  є нормально розподіленими випадковими величинами з параметрами  $\mu_{ij}$  і  $\sigma_{ij}$ . Нехай прибуток від випуску одиниці деталі кожного виду складає відповідно 12, 18 і 30 грн/шт.

Скласти оптимальний план навантаження виробничих потужностей, що забезпечує максимальний очікуваний прибуток, за умови фізичної реалізованості плану з ймовірністю 0.90.

Таблиця 1.2															
Верстати	Норми витрати часу														Ресурс часу
	Деталь 1				Деталь 2				Деталь 3						
	Технологічні способи виробництва														
	1		2		1		2		3		1		2		
	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\phi_i$
Токарний	0.4 0.2		0.5 0.2		0.4 0.2		0.3 0.2		0.8 0.5		0.7 0.3		— —		300
Фрезерний	0.3 0.15		— —		0.5 0.4		0.2 0.1		0.3 0.2		0.4 0.2		1.0 0.5		200
Стругальний	0.5 0.3		0.9 0.45		0.6 0.3		0.4 0.5		0.5 0.3		— —		1.5 0.8		400
Прибуток	18				30				20						

Нехай

- $x_{ij}$  - кількість виробів  $i$  на верстаті  $j$
- $b_j$  - ресурс часу верстата  $j$

- $a_{ij}$  - нормовитрати ресурсу  $j$  на виріб  $i$
- $C_i$  прибуток за одиницю виробу  $i$
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання витрат часу на виробництво виробу
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія  $\mu_{ij}$

## Математична модель

$$\max M \left\{ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_i x_{ij} \right\}$$

### Обмеження

$$P \left\{ \sum_{i=1}^3 a_{ij} x_{ij} \leq b_j \right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad j = \overline{1, 3}$$

## Детермінований еквівалент задачі

### Математична модель

$$\max M \left\{ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_i x_{ij} \right\}$$

Обмеження (оскільки  $\mu_{ij}$  та  $\sigma_{ij}^2$  подані в умові задачі)

$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ij} x_{ij} + \Phi^{-1}(0.9) \left( \sum_{i=1}^3 \sigma_{ij}^2 x_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq b_j \quad j = \overline{1, 3}$$

## Задача 1.3

Три сорти взаємозамінної сировини ( $i=1, 2, 3$ ) в кількості 200, 100 та 300 кг використовується для виробництва чотирьох виробів ( $j=1, 2, 3, 4$ ). Норми витрат  $a_{ij}$  сировини  $i$  на виробництво виробу  $j$  є нормально розподіленими випадковими величинами з середній та дисперсію  $\sigma_{ij}^2$ , а виробничі витрати рівномірно розподілені випадкові величини на інтервалі  $[\gamma_{ij}, \delta_{ij}]$ .

Вихідні дані наведені в таблицях 1.3 (а) і 1.3 (б).

Скласти такий план виробництва виробів, щоб з ймовірністю 0,9 випустити 25 одиниць першого виробу, 45 одиниць другого виробу, 30 одиниць третього та 70 одиниць четвертого при мінімальних очікуваних сумарних виробничих витратах.

Таблиця 1.3(а)

Сорт сировини $i$	Норми витрат на виріб $j$							
	$1$		$2$		$3$		$4$	
	$\mu_{i1}$	$\sigma_{i1}^2$	$\mu_{i2}$	$\sigma_{i2}^2$	$\mu_{i3}$	$\sigma_{i3}^2$	$\mu_{i4}$	$\sigma_{i4}^2$
1	2	3	0/5	1	3	2	1	2
2	1	3	2	3	2	3	2	4
3	2	5	1	2	2	4	2	3

Таблиця 1.3(б)

Сорт сировини $i$	Виробничі витрати на одиницю продукції $C_{ij}$							
	$1$		$2$		$3$		$4$	
	$\gamma_{i1}$	$\delta_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\delta_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\delta_{i3}$	$\gamma_{i4}$	$\delta_{i4}$
1	20	60	15	45	10	20	20	50
2	15	45	20	30	40	50	30	50
3	10	30	30	60	10	30	25	45

Нехай:

- $b_i$  ресурс сировини  $i$
- $x_{ij}$  виріб  $j$  з сировини  $i$
- $a_{ij}$  нормовитрати на виріб  $j$  з сировини  $i$
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія нормовитрат
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання нормовитрат
- $C_{ij}$  виробничі витрати (обчислюється як математичне сподівання величина на інтервалі  $|\gamma_{ij}, \delta_{ij}|$ )

## Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 C_{ij} x_{ij}\right\}$$

Обмеження

$$P\left\{\sum_{j=1}^4 a_{ij} x_{ij} \leq b_i\right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad i = \overline{1, 3}$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{i1} = 25 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i2} = 45 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i3} = 30 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i4} = 70$$

## Детермінований еквівалент задачі

### Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 \frac{\gamma_{ij} + \delta_{ij}}{2} x_{ij}\right\}$$

Обмеження

$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ij} x_{ij} + \Phi^{-1}(0.9) \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{ij}^2 x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq b_j \quad j = \overline{1, m}$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{i1} = 25 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i2} = 45 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i3} = 30 \quad \sum_{i=1}^3 x_{i4} = 70$$

## Задача 1.4

В кормову суміш входять три продукти: сіно, силос і концентрати, які містять поживні речовини: білок, кальцій і вітаміни. Кількість поживних речовин (таблиця 1.4) представляє собою нормально розподілені випадкові величини із середній  $\mu_{ij}$  і дисперсією  $\sigma_{ij}^2$ . Мініально необхідні норми споживання білка — 2000г., кальцію — 120г., вітамінів — 40г.

- Визначити оптимальний раціон харчування мініальної вартості, який забезпечується з ймовірністю не менше 0.8 добової норми споживання всіх поживних речовин, якщо ціна 1 кг сіна дорівнює 30 коп., силосу — 20 коп., концентратів — 50 коп.
- Розв'язати цю ж задачу при умові, що відомі граничні норми споживання добової видачі: сіна — не більше 12 кг., силосу — не більше 20 кг., концентратів — 16 кг.

Таблиця 1.4

Продукт	Склад поживних речовин $\mu_{ij} / \sigma_{ij}^2$		
	1	2	3
Сіно	30/20	4/8	3/2
Силос	20/10	6/4	1/2
Концентрати	150/100	4/2	2/3

Нехай:

- $C_i$  ціна 1кг сировини  $i$
- $a_{ij}$  кількість поживних речовин  $j$  у сировині  $i$
- $b_j$  мініально необхідна кількість речовин  $j$
- $x_i$  кількість продуктів  $i$  в кг

## Математична модель

$$\min \quad M \left\{ \sum_{i=1}^3 C_i x_i \right\}$$

Обмеження

$$P \left\{ \sum_{i=1}^3 a_{ij} x_i \geq b_j \right\} \geq \alpha_i \quad \alpha = 0.8 \quad j = \overline{1, 3}$$

## Детермінований еквівалент задачі

## Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 C_i x_i\right\}$$

### Обмеження

$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ij} x_i - \Phi^{-1}(0.8) \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{ij}^2 x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq b_j \quad j = \overline{1, 3}$$

## Задача 1.5

На трьох ділянках колгоспного поля ( $k=1, 2, 3$ ) можна вирощувати три культури: жито, пшеницю і ячмінь ( $i=1, 2, 3$ ). Урожайність  $\lambda_{ik}$  цих культур нормально розподілені із середнім  $\mu_{ik}$  і дисперсією  $\sigma_{ik}^2$  (табл. 1.5).

Нехай планове завдання із зібрання урожаю кожної культури складає відповідно 500 ц., 600 ц. і 400 ц., а площі ділянок дорівнюють відповідно 30 га., 50 га., 20 га.

- Визначити оптимальну структуру посівів, які мінімізують сумарні очікувані витрати при умові виконання плану з ймовірністю не менше 0.90.
- Визначити оптимальну структуру посівів, які забезпечують максимальну ймовірність перевиконання плану при збереженні планового асортименту 5:2:4.

±Таблиця 1.5

Ділянка $k$	Урожайність $i$ -тої культури						Середні витрати		
	$\mu_{k1}$	$\sigma_{k1}$	$\mu_{k2}$	$\sigma_{k2}$	$\mu_{k3}$	$\sigma_{k3}$	$\bar{c}_{k1}$	$\bar{c}_{k2}$	$\bar{c}_{k3}$
1	10	15	12	6	8	4	2	3	4
2	12	8	14	10	18	12	3	6	8
3	20	10	16	8	24	8	4	7	10

Нехай:

- $\lambda_{ik}$  урожайність культури  $i$  на полі  $k$
- $\mu_{ik}$  математичне очікування  $\lambda_{ik}$
- $\sigma_{ik}^2$  дисперсія  $\lambda_{ik}$
- $s_k$  посівна площа поля  $k$
- $x_{ik}$  площа під засів урожай культури  $i$  на полі  $k$
- $b_i$  план збору врожаю культури  $i$
- $c_{ik}$  середні витрати на культуру  $i$  на полі  $k$

## Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} x_{ij}\right\}$$

### Обмеження

$$P\left\{\sum_{i=1}^3 \lambda_{ik} x_{ik} \geq b_i\right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad k = \overline{1,3}$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{ik} \leq s_k \quad k = \overline{1,3}$$

## Детермінований еквівалент задачі

### Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} x_{ij}\right\}$$

### Обмеження

$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ik} x_{ik} - \Phi^{-1}(0.9) \left(\sum_{i=1}^3 \sigma_{ik}^2 x_{ik}^2\right)^{\frac{1}{2}} \geq b_j \quad k = \overline{1,3}$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{ik} \leq s_k \quad k = \overline{1,3}$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 x_{ik} \geq 0 \quad k = \overline{1,3}$$

## Задача 1.6

Нехай три підприємства ( $i=1, 2, 3$ ), використовують для випуску  $j$ -ї продукції ( $j=A, B, C$ ) два види ресурсів ( $1, 2$ ) об'єми яких складають для першого підприємства 250 і 150 одиниць, для другого — 100 і 200 і для третього — 240 і 300. Нехай норми витрат кожного ресурсу на  $i$ -му підприємстві для виробництва  $j$ -ї одиниці продукції  $g_{ij}$  — рівномірно розподілені випадкові величини в інтервалі  $[a_{ij}^1, b_{ij}^1]$ , а собівартість виробництва одиниці  $j$ -ї продукції на  $i$ -му підприємстві  $c_{ij}$  — випадкова величина із середнім  $\overline{c_{ij}}$ . Початкові дані наводяться в таблицях 1.6(а) і 1.6(б). Нехай виробничий план випуску продукції складає відповідно 300, 170 і 250 одиниць. Необхідно визначити оптимальну спеціалізацію виробництва, при якій мінімізується сумарна очікувана собівартість випуску при умові, що ймовірність виконання плану складає не менше 0.90.

Таблиця 1.6(а)

Підприємство $i$	Норми витрат сировини виду 1 і 2 на одиницю продукції $g_{ij}$											
	$A$				$B$				$C$			
	1		2		1		2		1		2	
1	1	3	2	6	0.5	1.5	2	3	2	3	2	4
2	1	2	3	7	1	3	1.5	3	2	2.5	1	4
3	1	3.5	2	4	1	1.5	1	2	1	4	3	5

Таблиця 1.6(б)

Підприємство	Собівартість випуску одиниці продукції		
	$A$	$B$	$C$
1	2	8	5
2	3	6	6
3	3	9	5

Нехай:

- $r_k^i$  Запаси ресурсу  $k$  (на підприємстві  $i$ )
- $c_{ij}$  собівартість товару  $j$  на підприємстві  $i$
- $x_{ij}$  кількість товару  $j$  виготовленого на підприємстві  $i$
- $g_{ij}^k$  ( $a_{ij}^k$ ) нормовитрати ресурсу  $k$  на виготовлення товару  $j$  на підприємстві  $i$
- $b_i$  План виробництва продукції  $i$
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання нормовитрат
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія нормовитрат

## Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} x_{ij}\right\}$$

Обмеження

$$P\left\{\sum_{j=1}^3 g_{ij}^k x_{ij} \leq r_k^i\right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad k = \overline{1,2} \quad i = \overline{1,3}$$

$$P\left\{\sum_{j=1}^3 x_{ij} \geq b_i\right\} \quad i = \overline{1,3}$$

## Детермінований еквівалент задачі

### Математична модель

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} x_{ij}\right\}$$

Обмеження (загальний вигляд)



$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ij} x_{ij} + \Phi^{-1}(0.9) \left( \sum_{i=1}^n \sigma_{ij}^2 x_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq r_k^i \quad k = \overline{1, 2} \quad i = \overline{1, 3}$$

$$\mu_{ij} = \frac{(a_{ij} + b_{ij})}{2} \quad \sigma_{ij}^2 = \frac{(b_{ij}^k - a_{ij}^k)^2}{12}$$

$$P\left\{ \sum_{j=1}^3 x_{ij} \geq b_i \right\} \quad i = \overline{1, 3}$$

Обмеження (загальний вигляд)

$$\sum_{i=1}^3 \left( \frac{(a_{ij} + b_{ij})}{2} \right) x_{ij} + \Phi^{-1}(0.9) \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{(b_{ij}^k - a_{ij}^k)^2}{12} \right) x_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq r_k^i \quad k = \overline{1, 2} \quad i = \overline{1, 3}$$

## Задача 1.7

Підприємство володіє ресурсами сировини, робочої сили і обладнання, які необхідні для виробництва чотирьох видів виробів. Нехай питомі витрати ресурсів типу  $j$  є випадковими величинами, рівномірно розподіленими у інтервалі  $[a_{ij}, b_{ij}]$ , а прибуток на одиницю виробу  $i$  складає  $C_{ij}$  одиниць. Початкові дані наведені в таблицях 1.7(а) і 1.7(б).

Визначити оптимальний асортимент виробів, який забезпечує:

- максимум очікуваного прибутку, при умові реалізованості плану із ймовірністю 0.95;
- ~~максимум очікуваного прибутку при асортименті 3:2:1:2;~~
- ~~максимум числа компонентів, яке включає один виріб типу 1, два вироби типу 2, три вироби типу 3 і один виріб типу 4.~~

Таблиця 1.7(а)

Вид ресурсу $j$	Норми витрат ресурсу $j$				Об'єм ресурсів
	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	
Сировина	2-4	3-6	1-2	2-5	160
Робоча сила	15-20	10-15	15-20	30-50	400
Обладнання	6-12	10-18	6-10	12-20	200
Матеріал	8-16	10-20	4-8	12-16	300

Таблиця 1.7(б)

Вид виробу $i$	1	2	3	4
Прибуток $C_i$	30	25	56	48

Нехай:

- $x_i$  - кількість виробів  $i$
- $b_j$  - ресурс  $j$
- $a_{ij}$  - нормовитрати ресурсу  $j$  на виріб  $i$
- $C_i$  прибуток за одиницю виробу  $i$
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання витрат часу на виробництво виробу
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія  $\mu_{ij}$

## Математична модель

$$\max M \left\{ \sum_{i=1}^4 C_i x_i \right\}$$

$$\text{Обмеження} \quad P \left\{ \sum_{i=1}^4 a_{ij} x_i \leq b_j \right\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.95 \quad j = \overline{1, 4}$$

## Детермінований еквівалент задачі

### Математична модель

$$\max \quad M \left\{ \sum_{i=1}^4 C_i x_i \right\}$$

#### Обмеження (в загальному вигляді)

$$\sum_{i=1}^3 \mu_{ij} x_i + \Phi^{-1}(0.95) \left( \sum_{i=1}^4 \sigma_{ij}^2 x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq b_j \quad j = \overline{1, 4}$$

$$\mu_{ij} = \frac{a_{ijmin} + a_{ijmax}}{2} \quad \sigma_{ij}^2 = \frac{(a_{ijmax} - a_{ijmin})^2}{12}$$

#### Обмеження

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_{ijmin} + a_{ijmax}}{2} x_i + \Phi^{-1}(0.95) \left( \sum_{i=1}^n \frac{(a_{ijmax} - a_{ijmin})^2}{12} x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq b_j \quad j = \overline{1, 4}$$

$$\max \quad 30x_1 + 25x_2 + 56x_3 + 48x_4$$

- $3x_1 + 4.5x_2 + 1.5x_3 + 3.5x_4 + \Phi^{-1}(0.95) \left( \frac{4}{12}x_1^2 + \frac{9}{12}x_2^2 + \frac{1}{12}x_3^2 + \frac{9}{12}x_4^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq 160$
- $17.5x_1 + 12.5x_2 + 17.5x_3 + 40x_4 + \Phi^{-1}(0.95) \left( \frac{25}{12}x_1^2 + \frac{25}{12}x_2^2 + \frac{25}{12}x_3^2 + \frac{400}{12}x_4^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq 400$
- $9x_1 + 14x_2 + 8x_3 + 16x_4 + \Phi^{-1}(0.95) \left( \frac{36}{12}x_1^2 + \frac{64}{12}x_2^2 + \frac{16}{12}x_3^2 + \frac{64}{12}x_4^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq 200$
- $12x_1 + 15x_2 + 6x_3 + 14x_4 + \Phi^{-1}(0.95) \left( \frac{64}{12}x_1^2 + \frac{100}{12}x_2^2 + \frac{16}{12}x_3^2 + \frac{16}{12}x_4^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq 300$

## Задача 1.8

Меблева фабрика випускає столи, крісла, бюро і книжкові шафи, використовуючи два типи дощок. Фабрика має 1000 дощок типу 1 і 500 дощок типу 2. Трудові ресурси фабрики складають 800 чоловік на тиждень. Витрати кожного виду ресурсів на виготовлення одного виробу є рівномірно розподіленими випадковими величинами в інтервалі  $[a_{ij}, b_{ij}]$  (табл. 1.8). Прибуток від реалізації одного стола — 12 гр., одного крісла — 5 гр., одного бюро — 15 гр., однієї книжкової шафи — 20 гр.

Визначити оптимальний асортимент випуску, який забезпечується при умові реалізованості плану з ймовірністю не менше 0.9:

- максимум очікуваного прибутку;
- максимум очікуваного прибутку при умові комплектності (кількість столів відноситься до кількості крісел як 1:6);
- максимум очікуваного прибутку при додаткових умовах: столів не менше 400 шт., бюро не менше 130 шт., книжкових шаф не більше 10 шт.;
- максимум очікуваної вартості товарної продукції при умові комплектності і наступних цінах на продукцію: стіл — 40 гр., крісло — 15 гр., бюро — 30 гр., шафа — 80 гр.

Таблиця 1.8

Вид ресурсу $i$	Стіл		Бюро		Крісло		Книжкова шафа	
	$a_{i1}$	$b_{i1}$	$a_{i2}$	$b_{i2}$	$a_{i3}$	$b_{i3}$	$a_{i4}$	$b_{i4}$
Дошки типу 1, м	4	6	8	12	1	2	9	15
Дошки типу 2, м	1	3	4	6	2	4	10	16
Трудові ресурси	2	5	5	8	1	3	8	12

Нехай:

- $x_{ij}$  столярний виріб  $i$  виготовлений за використання ресурсу  $j$
- $C_i$  ціна виробу  $i$
- $b_j$  ресурс  $j$
- $n_{ij}$  витрати ресурсу  $j$  на виріб  $i$
- $\mu_{ij}$  математичне сподівання витрат ресурсів  $j$  на виробництво виробу  $i$
- $\sigma_{ij}^2$  дисперсія  $\mu_{ij}$

Математична модель

$$\max M\{\sum_{i=4}^3 \sum_{j=1}^3 C_i x_{ij}\}$$

Обмеження  $P\{\sum_{i=1}^4 n_{ij} x_{ij} \leq b_j\} \geq \alpha \quad \alpha = 0.9 \quad j = \overline{1,3}$

Детермінований еквівалент задачі

Математична модель

$$\max M\{\sum_{i=4}^3 \sum_{j=1}^3 C_i x_{ij}\}$$

Обмеження (загальний вигляд)

$$\sum_{i=1}^4 \mu_{ij} x_{ij} + \Phi^{-1}(0.9) \left( \sum_{i=1}^4 \sigma_{ij}^2 x_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq b_j \quad j = \overline{1,3}$$

$$\mu_{ij} = \frac{a_{ij} + b_{ij}}{2} \quad \sigma_{ij}^2 = \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{12}$$

---

**Обмеження**

$$\sum_{i=1}^4 \frac{a_{ij} + b_{ij}}{2} x_{ij} + \Phi^{-1}(0.95) \left( \sum_{i=1}^n \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{12} x_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq b_j \quad j = \overline{1,3}$$