

Notes on \bar{Q} Equation

Chi Zhang

September 30, 2019

$$1. R[i_1, i_2, (i_2, i_3) \cap (i_4, i_5, i_6), (i_2, i_3, i_4) \cap (i_5, i_6), i_6] R[i_2, i_3, i_4, i_5, i_6]$$

$$R[i_1, i_2, (i_2, i_3) \cap (i_4, n, n+1), (i_2, i_3, i_4) \cap (n, n+1), n+1] R[i_2, i_3, i_4, n, n+1] \rightarrow$$

$$\begin{cases} R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] \left(\bar{Q} \log \frac{\langle n(n-1) \rangle \langle i_1 i_2 \rangle \langle i_3 i_4 \rangle}{\langle \bar{n} i_1 \rangle \langle i_2 i_3 i_4 n \rangle} d \log \frac{\langle X i_1 i_2 \rangle}{\langle X i_3 i_4 \rangle} + \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_1 \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle} d \log \frac{\langle X i_1 i_4 \rangle}{\langle X i_3 i_4 \rangle} \right) & 1 < i_1 \text{ and } i_4 < n-1 \\ R[i_1, i_2, i_3, n-1, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_1 \rangle}{\langle \bar{n} i_3 \rangle} d \log \frac{\tau}{\langle X i_1 i_2 \rangle} & 1 < i_1 \text{ and } i_4 = n-1 \\ R[1, i_2, i_3, i_4, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_4 \rangle}{\langle \bar{n} i_2 \rangle} d \log \langle X i_3 i_4 \rangle & i_1 = 1 \text{ and } i_4 < n-1 \\ R[1, i_2, i_3, n-1, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} 2 \rangle}{\langle \bar{n} i_2 \rangle} d \log \tau & i_1 = 1 \text{ and } i_4 = n-1 \end{cases}$$

$$R[i_2, i_3, (i_3, i_4) \cap (n, n+1, i_1), (i_3, i_4, n) \cap (n+1, i_1), i_1] R[i_3, i_4, n, n+1, i_1] \rightarrow$$

$$R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] R[i_1, i_3, (i_3, i_4) \cap (i_1, i_2, n), n, n+1]$$

$$R[i_3, i_4, (i_4, n) \cap (n+1, i_1, i_2), (i_4, n, n+1) \cap (i_1, i_2), i_2] R[i_3, i_4, n, n+1, i_1] \rightarrow$$

$$R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] R[i_1, (i_1, i_2) \cap (i_3, i_4, n), i_4, n, n+1]$$

$$R[i_4, n, (n, n+1) \cap (i_1, i_2, i_3), (n, n+1, i_1) \cap (i_2, i_3), i_3] R[i_1, i_2, i_3, n, n+1] \rightarrow$$

$$R[i_1, i_2, (i_2, i_3) \cap (i_4, n, n+1), (i_2, i_3, i_4) \cap (n, n+1), n+1] R[i_2, i_3, i_4, n, n+1]$$

$$R[n, n+1, (n+1, i_1) \cap (i_2, i_3, i_4), (n+1, i_1, i_2) \cap (i_3, i_4), i_4] R[i_1, i_2, i_3, i_4, n+1] \rightarrow$$

$$R[(n, i_1) \cap (i_2, i_3, i_4), (n, i_1, i_2) \cap (i_3, i_4), i_4, n, n+1] R[i_1, i_2, i_3, i_4, n]$$

$$R[n+1, i_1, (i_1, i_2) \cap (i_3, i_4, n), (i_1, i_2, i_3) \cap (i_4, n), n] R[i_1, i_2, i_3, i_4, n]$$

$$2. R[i_1, i_2, (i_3, i_4) \cap (i_5, i_6, i_7), (i_3, i_4, i_5) \cap (i_6, i_7), i_7] R[i_3, i_4, i_5, i_6, i_7]$$

$$R[i_1, i_2, (i_3, i_4) \cap (i_5, n, n+1), (i_3, i_4, i_5) \cap (n, n+1), n+1] R[i_3, i_4, i_5, n, n+1] \rightarrow$$

$$\bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} (i_1 i_2) \cap (i_3 i_4 i_5) \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle \langle i_1 i_2 i_3 i_4 \rangle} R[i_1, i_2, i_3, i_4, i_5] d \log \frac{\langle X i_5 (i_1 i_2) \cap (i_3 i_4 i_5) \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle} + \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_1 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle} R[i_1, i_3, i_4, i_5, n] d \log \frac{\langle X i_1 i_5 \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle}$$

$$- \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_2 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle} R[i_2, i_3, i_4, i_5, n] d \log \frac{\langle X i_2 i_5 \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle} + \bar{Q} \log \frac{\langle n(n-1) \rangle \langle i_1 i_2 \rangle \langle i_3 i_5 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle \langle i_1 i_2 i_3 n \rangle} R[i_1, i_2, i_3, i_5, n] d \log \frac{\langle X i_3 i_5 \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle}$$

$$- \bar{Q} \log \frac{\langle n(n-1) \rangle \langle i_1 i_2 \rangle \langle i_4 i_5 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle \langle i_1 i_2 i_4 n \rangle} R[i_1, i_2, i_4, i_5, n] d \log \frac{\langle X i_4 i_5 \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle}$$

$$- \bar{Q} \log \frac{\langle n(n-1) \rangle \langle i_1 i_2 \rangle \langle i_3 i_4 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle \langle i_1 i_2 i_3 i_4 \rangle} R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] d \log \frac{\langle X i_5 (i_1 i_2) \cap (i_3 i_4 n) \rangle}{\langle X i_1 i_2 \rangle}$$

$$\begin{aligned}
& R[i_1, i_2, (i_3, i_4) \cap (n-1, n, n+1), (i_3, i_4, n-1) \cap (n, n+1), n+1] R[i_3, i_4, i_5, n, n+1] \rightarrow \\
& d \log \frac{\tau}{\langle X i_1 i_2 \rangle} \left(\bar{Q} \log \frac{\langle n(n-1) (i_1 i_2) (i_3 i_4) \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle \langle i_1 i_2 i_3 n \rangle} R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] - \bar{Q} \log \frac{\langle n-1(n) (i_1 i_2) (i_3 i_4) \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle \langle i_1 i_2 i_3 n-1 \rangle} R[i_1, i_2, i_3, i_4, n-1] \right. \\
& \left. - R[i_1, i_2, i_3, n-1, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_3 \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle} - R[i_1, i_3, i_4, n-1, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_1 \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle} + R[i_2, i_3, i_4, n-1, n] \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_2 \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R[1, i_2, (i_3, i_4) \cap (i_5, n, n+1), (i_3, i_4, i_5) \cap (n, n+1), n+1] R[i_3, i_4, i_5, n, n+1] \rightarrow \\
& \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} i_2 \rangle}{\langle \bar{n} i_5 \rangle} \left(R[1, i_2, i_3, i_4, i_5] d \log \langle X i_5 (1 i_2) \cap (i_3 i_4 i_5) \rangle - R[1, i_2, i_3, i_4, n] d \log \langle X i_5 (1 i_2) \cap (i_3 i_4 n) \rangle \right. \\
& \left. - R[i_2, i_3, i_4, i_5, n] d \log \langle X i_2 i_5 \rangle + R[1, i_2, i_3, i_5, n] d \log \langle X i_3 i_5 \rangle - R[1, i_2, i_4, i_5, n] d \log \langle X i_4 i_5 \rangle \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R[1, i_2, (i_3, i_4) \cap (n-1, n, n+1), (i_3, i_4, n-1) \cap (n, n+1), n+1] R[i_3, i_4, n-1, n, n+1] \rightarrow \\
& \bar{Q} \log \frac{\langle \bar{n} 2 \rangle}{\langle \bar{n} i_4 \rangle} R[1, i_3, i_4, n-1, n] d \log \tau
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R[i_2, i_3, (i_4, i_5) \cap (n, n+1, i_1), (i_4, i_5, n) \cap (n+1, i_1), i_1] R[i_1, i_4, i_5, n, n+1] \rightarrow \\
& R[i_1, i_2, i_3, i_4, n] R[i_1, i_4, i_5, n, n+1] + R[i_1, (i_4, i_5) \cap (i_2, i_3, n), i_5, n, n+1] R[i_2, i_3, i_4, i_5, n] \\
& - R[i_1, (i_4, i_5) \cap (i_1, i_2, i_3), i_5, n, n+1] R[i_1, i_2, i_3, i_4, i_5] + R[i_1, (i_4, i_5) \cap (i_1, i_2, n), i_5, n, n+1] R[i_1, i_2, i_4, i_5, n] \\
& - R[i_1, (i_4, i_5) \cap (i_1, i_3, n), i_5, n, n+1] R[i_1, i_3, i_4, i_5, n]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R[i_3, i_4, (i_5, n) \cap (n+1, i_1, i_2), (i_5, n, n+1) \cap (i_1, i_2)] R[i_1, i_2, i_5, n, n+1] \rightarrow \\
& R[i_1, (i_1, i_2) \cap (i_3, i_4, n), i_5, n, n+1] R[i_1, i_2, i_3, i_4, n]
\end{aligned}$$