Vorlesung Multidimensionale und Multimodale Signale, SoSe 2010

Sebastian Rockel (6095961)
Vitali Amann (5788408)

23. Juni 2010

8. Übung (Abgabe: 23.06.2010, 8.30 Uhr, schriftlich)

1.Begründen Sie anhand des abgebildeten Grauwertgebirges, dass das Prinzip der Kausalität für einen linearen homogenen isotropen Diffusionsprozess streng genommen nicht gilt.

Die Diffusion des abgebildeten Grauwertgebirges (und anderer Signale) entspricht einer Glättung dieser (Faltung mit der Gauss-Normalverteilung im Ortsraum bzw. Zeitraum). Ferner legt man diesen Diffusionsprozess hier als linear (also unabhängig vom Ort im Signal), homogen (also gleichmäßig über dem Skalenraum) und isotrop (also lokal gleich in alle Richtungen) fest (1).
Nun betrachtet man die Faltung zweier Gauß-verteilungen als invariant in der Hinsicht, dass wieder eine Gaußverteilung entsteht (mit größerem Sigma und kleinerer Amplitude).
Fasst man die lokalen und globalen Maxima und Sattelpunkte als lokale Gauß-verteilungen im originalem Grauwertgebirge auf, entsteht wegen (1) wieder ein Grauwertgebirge (mit kleinerer Amplitude und größerer Bandbreite).
Dies lässt sich streng genommen beliebig oft wiederholen und man bekommt immer wieder ein, zwar sehr geglättetes, aber immer noch topologisch korrektes Signal(d.h. gleiche Anzahl Maxima/Sattelpunkte). Leider führt die notwendige Quantisierung in der digitalen Verarbeitung zu einer stetigen Auslöschung "zu kleiner" Extrema aufgrund der nur diskreten (Fließkomma-) Genauigkeit.

2. Gibt es nicht-konstante Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, bei denen die Zahl der lokalen Maxima bei einem solchen Diffusionsprozess niemals auf 1 fällt?

Ja, es gibt nicht-konstante Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, bei denen die Zahl der lokalen Maxima nach einer linearen homogenen isotropen Diffusionsprozess niemals auf 1 fällt. Ein Beispiel für so eine Funktion wäre: $f(x, y) = \sin x + \sin y$. Egal wie oft der Diffusionsprozess auf diese Funktion angewandt wird, bleibt die Anzahl der lokalen Maxima konstant.

3. Wie kann man den Nachteil, dass der Gradientenbetrag an Ecken abnimmt, mit Hilfe von Diffusionsmethoden verbessern?

Gradientenbetrag: $\sqrt{x^2 + y^2}$
Idee: Gradientenbetrag nimmt an Ecken ab, da sich die zwei Richtungen (gleichstark) gegenseitig stören. (aber wie?)
Ansätze:
Edge-enhancing diffussion: Diffussion entlang des Kontrastes
Coherence-enhancing diffusion: Große Kohärenz bei geriechteten (anisotropen) Strukturen