Vorlesung Multidimensionale und Multimodale Signale, SoSe 2010

Sebastian Rockel (6095961)
Vitali Amann (5788408)

16. April 2010

2 Übung (Abgabe: 22.04.2010, 8.30 Uhr, schriftlich)

1. Gegeben sei eine periodische Funktion über die Zeit, wie lauten die Fourierkoeffizienten?

a) $f(t) = \sin(t)$ für $t \in (-\pi, \pi)$
$a_0 = 0;\ a_k = 0;\ b_k = 1;\ k = 1$

b) $f(t) = \cos(t)$ für $t \in (-\pi, \pi)$
$a_0 = 0;\ a_k = 1;\ b_k = 0;\ k = 1$

c) $f(t) = \cos(2t)$ für $t \in (-\pi, \pi)$
$a_0 = 0;\ a_k = 1;\ b_k = 0;\ k = 2$

d) $f(t) = 1$ für $t \in (-\pi, \pi)$
$a_0 = 2;\ a_k = 0;\ b_k = 0;\ k = 1, 2, 3...$

2. Gegeben seien die Fourierkoeffizienten einer Funktion über die Zeit. Wie lautet die Funktion?

Siehe Abbildungen 1, 2 und 3.

3. Welche der Funktionen entspricht den Dirichletschen Bedingungen im Intervall $(-\pi, \pi)$

a) $f(t) = sgn(t)$
Diese Funktion erfüllt nicht die Dirichletschen Bedingungen, da die Regel ii verletzt werden. Es existieren keine links- oder rechtsseitigen Grenzwerte in den Punkt $t = 0$.

b) $f(t) = 1$ falls $t \in \mathbb{Z}$, sonst $f(t) = 0$
Diese Funktion erfüllt nicht die Dirichletschen Bedingungen, da die Regel i verletzt wird. Die Funktion stellt einzelne Punkte dar, die weder stetig noch monoton sind.

c) $f(t) = 1$ falls $t \in \mathbb{Q}$, sonst $f(t) = 0$

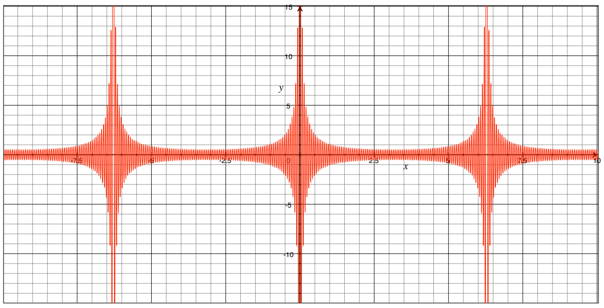

Abbildung 1: $f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n} cos(kx), n = 100$

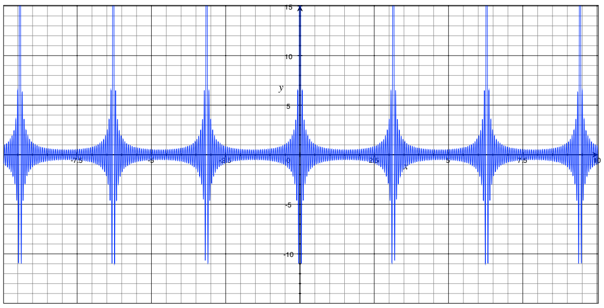

Abbildung 2: $f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{k=2i}^{n} cos(kx), n = 100, i = 1, 2, 3...$

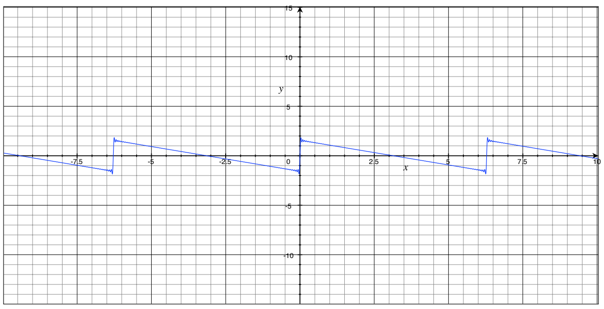

Abbildung 3: $f(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} sin(kx), n = 100$

Diese Funktion erfüllt nicht die Dirichletschen Bedingungen, da die Regel i verletzt wird. Die Funktion stellt einzelne Punkte dar, die weder stetig noch monoton sind.

d) $f(t) = \frac{1}{t}$
Diese Funktion erfüllt die Dirichletschen Bedingungen. Die Funktion lässt sich in zwei Teilintervalle aufteilen, die stetig und monoton sind und für den Punkt $t_0 = 0$ gilt die Regel ii, für die Funktion $f(t)$ existieren der links- und rechtsseitigen Grenzwert.

e) $f(t) = \cos(\frac{1}{t})$
Diese Funktion erfüllt nicht die Dirichletschen Bedingungen, da die Regel i verletzt wird. Die Funktion kann zwar in Intervalle aufgeteilt werden, die stetig und monoton sind, allerdings ist die Anzahl dieser Intervalle unendlich.

f) $f(t) = t \bmod 1$
Diese Funktion erfüllt die Dirichletschen Bedingungen. Diese Funktion liefert immer 0 als Ergebnis. Somit erfüllt sie beide Bedingungen.