ベイズ推定

長島 貴之

February 21, 2017

目次

- 🕕 ベイズと頻出
- ② ベイズ理論のための確率論入門
 - 確率の定義
 - 確率の記号
 - 確率の記号
 - 条件付きの確率
 - 確率の乗法定理
- ③ ベイズの定理
 - 導出
 - 例題
 - 番号付きのリスト
- 4 セクション 3
 - テーブル
- むクション 4
 - ブロック

確率の定義

つつつ

 naga
 Basye
 February 21, 2017
 3 / 22

確率の記号

P(A): 事象 A の起こるか確率

naga Basye February 21, 2017 4 / 22

確率の記号

2 つの事象 A,B があり , 同時に起こる事象この事象が起こる確率 $A \cap B$ この事象が起こる確率

$$P(A \cap B)$$
 or $P(A, B)$

と記される(本によってまちまちだが後者多い)

条件付きの確率

ある事象 A がおこった元で事象 B が起こる確率 $P(A \mid B)$ 例題

1組のトランプから1枚抜くとする.抜いたカードがハートである事象を A,絵札である事象 B としたとき,条件付き確率 $P(A \mid B)$, $P(B \mid A)$, 同時確率 $P(A \cap B)$ を求めよ.

> Basye February 21, 2017 6 / 22

条件付きの確率2

P(A | B) 抜いたカードが♡のとき,それが絵札である確率 ♡は13通りで,その中で絵柄3枚なので 3/13 $P(B \mid A)$ 抜いたカードが絵札のとき , それが \heartsuit である確率 絵札が 12 通りで , その中で \heartsuit は 3 枚なので $\frac{1}{4}$ $P(A \cap B)$ 抜いたカードが \heartsuit かつ絵札の確率 $=\frac{3}{52}=\frac{1}{14}$

> February 21, 2017 7 / 22 Basye

条件付きの確率2

条件付き確率は次の式で表現できる.

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{1}$$

例題

1 組のトランプから 1 枚抜くとする. 抜いたカードがハートである事象を A , 絵札である事象 B としたとき , 条件付き確率 $P(A \mid B)$, $P(B \mid A)$ を 求めよ.

$$P(A) = \frac{13}{52}$$
, $P(B) = \frac{12}{52}$, 先のページより $P(A \cap B) = \frac{3}{52}$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{52}}{\frac{13}{52}} = \frac{3}{13}$$
 (2)

P(A | B) も同様なので省略

1aga Basye February 21, 2017 8 / 22

確率の乗法定理

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{3}$$

両辺に P(A) を掛けて

$$P(A \cap B) = P(B \mid A)P(A) \tag{4}$$

naga Basye February 21, 2017 9 / 22

導出

$$P(A \cap B) = P(B \mid A)P(A) \tag{5}$$

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B) \tag{6}$$

以上 より P(A | B) について解くと

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid AP(A))}{P(B)} \tag{7}$$

これが ベイズの定理.導出は意外と簡単.

naga Basye February 21, 2017 10 / 22

変更

前のページのままだとイメージしづらいので,少し書き換える.

$$P(H \mid D) = \frac{P(D \mid HP(H))}{P(D)} \tag{8}$$

A を原因と仮定 (hypotheis),B を A のもとで得られる結果やデータとして 置き換えた.

naga Basye February 21, 2017 11 / 22

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた.男子の喫煙者は 5 , 女 3 である. 部屋に入ったら吸い殻が一本 , 灰皿の上にあった.この時のタバコを 吸った人が女性である確率を求めよ.

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた.男子の喫煙者は 5 ,女 3 である. 部屋に入ったら吸い殻が一本,灰皿の上にあった.この時のタバコを 吸った人が女性である確率を求めよ.

H:女性である

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた.男子の喫煙者は 5 , 女 3 である. 部屋に入ったら吸い殻が一本 , 灰皿の上にあった.この時のタバコを 吸った人が女性である確率を求めよ.

H:女性である

D:(タバコを吸った人すなわち) 喫煙者である.

P(H) はパーティーの中で女性である確率, P(D) は喫煙者である確率, $P(D \mid H)$ は女性の中で喫煙者である確率

> Basye February 21, 2017 13 / 22

P(H) はパーティーの中で女性である確率,P(D) は喫煙者である確率, $P(D \mid H)$ は女性の中で喫煙者である確率 $P(H) = \frac{7}{17}, P(D) = \frac{8}{17}, P(D \mid H) = \frac{3}{7}$ 式?に代入すると

$$P(H \mid D) = \frac{\frac{7}{17} \times \frac{3}{7}}{\frac{8}{17}} = \frac{3}{8}$$
 (9)

タバコを吸った人が女性である確率 $=\frac{3}{8}$ この図はベン図から容易に求められる.

 naga
 Basye
 February 21, 2017
 13 / 22

ベイズの展開公式

データ D を得ることができる原因だが普通 1 つではない . 原因が n 個あれば $H_1, H_2 ... H_n$ とかける . 原因 H_1 に注目してみる . ベイズの定理の H_1 とき置き換える .

$$P(H_1 \mid D) = \frac{P(D \mid H_1)P(H_1)}{P(D)}$$
 (10)

P(D) は同時確率の和で表現できるので

$$P(D) = P(D, H_1) + P(D, H_2) + \dots + P(D, H_n)$$
 (11)

と書ける。

naga Basye February 21, 2017 14 / 22

ベイズの展開公式2

乗法の定理より

$$P(D) = P(D|H_1)P(H_1) + P(D|H_2)P(H_2) + \dots + P(D|H_n)P(H_n) \quad (12)$$

(乗法定理より) これを一般化すると

$$P(H_i|D) = \frac{P(D|H_i)P(H_i)}{\sum_{i=0}^{n} P(D|H_i)P(H_i)}$$
(13)

naga Basye February 21, 2017 15 / 22

用語の確認

- P(H—D)P(D—H

用語の確認

- P(H—D)
- P(D—H
- P(Hu)

用語の確認

- P(H—D)
- P(D—H
- P(Hu)
- 涅槃寂静

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我
- 一切皆苦

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我
- 一切皆苦
- 涅槃寂静

四法印 (with number)

- 諸行無常
- ② 諸法無我
- ③ 一切皆苦
- 涅槃寂静

Basye February 21, 2017 18 / 22

● 諸行無常

Basye February 21, 2017 19 / 22 naga

- 諸行無常
- ② 諸法無我

Basye February 21, 2017 19 / 22 naga

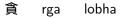
- 諸行無常
- ② 諸法無我
- ③ 一切皆苦

Basye February 21, 2017 19 / 22

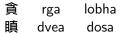
- 諸行無常
- ② 諸法無我
- ③ 一切皆苦
- 涅槃寂静

Basye February 21, 2017 19 / 22

三毒	Sanskrit	Pli
貪	rga	lobha
瞋	dvea	dosa
癡	moha	moha



naga Basye February 21, 2017 21 / 22



 naga
 Basye
 February 21, 2017
 21 / 22

貪 rga lobha 瞋 dvea dosa 癡 moha moha

naga Basye February 21, 2017 21 / 22

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に赤色をつけます。

 naga
 Basye
 February 21, 2017
 22 / 22

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に赤色をつけます。

 naga
 Basye
 February 21, 2017
 22 / 22

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

Basye February 21, 2017 22 / 22

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

応身

人々の前に現れる釈迦の姿。代表 = 釈迦牟尼仏

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

応身

人々の前に現れる釈迦の姿。代表 = 釈迦牟尼仏