ベイズ推定

長島 貴之

February 21, 2017

目次

確率の定義

つつつ

確率の記号

P(A) ：事象 A の起こるか確率

確率の記号

2 つの事象 A,B があり，同時に起こる事象この事象が起こる確率 $A \cap B$ この事象が起こる確率

$$P(A \cap B) or P(A, B)$$

と記される (本によってまちまちだが後者多い)

条件付きの確率

ある事象 A がおこった元で事象 B が起こる確率 $P(A \mid B)$
例題
1 組のトランプから 1 枚抜くとする．抜いたカードがハートである事象を A，絵札である事象 B としたとき，条件付き確率 $P(A \mid B)$，$P(B \mid A)$，同時確率 $P(A \cap B)$ を求めよ．

条件付きの確率 2

$P(A \mid B)$ 抜いたカードが $\heartsuit$ のとき，それが絵札である確率
$\heartsuit$ は 13 通りで，その中で絵柄 3 枚なので $\frac{3}{13}$
$P(B \mid A)$ 抜いたカードが絵札のとき，それが $\heartsuit$ である確率
絵札が 12 通りで，その中で $\heartsuit$ は 3 枚なので $\frac{1}{4}$
$P(A \cap B)$ 抜いたカードが $\heartsuit$ かつ絵札の確率$=\frac{3}{52} = \frac{1}{14}$

条件付きの確率 2

条件付き確率は次の式で表現できる．

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{1}$$

例題
1 組のトランプから 1 枚抜くとする．抜いたカードがハートである事象を A，絵札である事象 B としたとき，条件付き確率 $P(A \mid B)$，$P(B \mid A)$ を求めよ．
P(A)=$\frac{13}{52}$,P(B)=$\frac{12}{52}$, 先のページより $P(A \cap B) = \frac{3}{52}$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{52}}{\frac{13}{52}} = \frac{3}{13} \tag{2}$$

※ $P(A \mid B)$ も同様なので省略

確率の乗法定理

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{3}$$

両辺に P(A) を掛けて

$$P(A \cap B) = P(B \mid A)P(A) \tag{4}$$

導出

$$P(A \cap B) = P(B \mid A)P(A) \tag{5}$$

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B) \tag{6}$$

以上 より $P(A \mid B)$ について解くと

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid AP(A)}{P(B)} \tag{7}$$

これが ベイズの定理． 導出は意外と簡単.

変更

前のページのままだとイメージしづらいので，少し書き換える．

$$P(H \mid D) = \frac{P(D \mid HP(H)}{P(D)} \tag{8}$$

A を原因と仮定 (hypotheis),B を A のもとで得られる結果やデータとして置き換えた．

例題 1

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた．男子の喫煙者は５，女３である．部屋に入ったら吸い殻が一本，灰皿の上にあった．この時のタバコを吸った人が女性である確率を求めよ．

例題 1

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた．男子の喫煙者は 5，女 3 である．部屋に入ったら吸い殻が一本，灰皿の上にあった．この時のタバコを吸った人が女性である確率を求めよ．

H:女性である

例題 1

男 10 女 7 が一室でパーリーを開いた．男子の喫煙者は 5，女 3 である．部屋に入ったら吸い殻が一本，灰皿の上にあった．この時のタバコを吸った人が女性である確率を求めよ．

H:女性である
D:(タバコを吸った人すなわち) 喫煙者である．

例題 1

P(H) はパーティーの中で女性である確率，P(D) は喫煙者である確率，
$P(D \mid H)$ は女性の中で喫煙者である確率

例題 1

P(H) はパーティーの中で女性である確率，P(D) は喫煙者である確率，
$P(D \mid H)$ は女性の中で喫煙者である確率
P(H)=$\frac{7}{17}$,P(D)=$\frac{8}{17}$,$P(D \mid H)$ =$\frac{3}{7}$
式？に代入すると

$$P(H \mid D) = \frac{\frac{7}{17} \times \frac{3}{7}}{\frac{8}{17}} = \frac{3}{8} \tag{9}$$

タバコを吸った人が女性である確率=$\frac{3}{8}$ この図はベン図から容易に求められる.

ベイズの展開公式

データ D を得ることができる原因だが普通 1 つではない．原因が n 個あれば $H_1, H_2 \dots H_n$ とかける．原因 H_1 に注目してみる．ベイズの定理の H を H_1 とき置き換える．

$$P(H_1 \mid D) = \frac{P(D \mid H_1)P(H_1)}{P(D)} \tag{10}$$

P(D) は同時確率の和で表現できるので

$$P(D) = P(D, H_1) + P(D, H_2) + \cdots + P(D, H_n) \tag{11}$$

と書ける．

ベイズの展開公式 2

乗法の定理より

$$P(D) = P(D|H_1)P(H_1) + P(D|H_2)P(H_2) + \cdots + P(D|H_n)P(H_n) \quad (12)$$

(乗法定理より) これを一般化すると

$$P(H_i|D) = \frac{P(D|H_i)P(H_i)}{\sum_{i=0}^{n} P\left(D|H_i\right)P\left(H_i\right)} \quad (13)$$

用語の確認

- P(H—D)
- P(D—H

用語の確認

- P(H—D)
- P(D—H
- P(Hu)

用語の確認

- P(H—D)
- P(D—H
- P(Hu)
- 涅槃寂静

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我
- 一切皆苦

四法印 (with pause)

- 諸行無常
- 諸法無我
- 一切皆苦
- 涅槃寂静

四法印 (with number)

1. 諸行無常
2. 諸法無我
3. 一切皆苦
4. 涅槃寂静

四法印 (with number and pause)

1. 諸行無常

四法印 (with number and pause)

1. 諸行無常
2. 諸法無我

四法印 (with number and pause)

1. 諸行無常
2. 諸法無我
3. 一切皆苦

四法印 (with number and pause)

1. 諸行無常
2. 諸法無我
3. 一切皆苦
4. 涅槃寂静

三毒

三毒	Sanskrit	Pli
貪	rga	lobha
瞋	dvea	dosa
癡	moha	moha

三毒 (with pause)

貪	rga	lobha

三毒 (with pause)

貪	rga	lobha
瞋	dvea	dosa

三毒 (with pause)

貪	rga	lobha
瞋	dvea	dosa
癡	moha	moha

三身 (with pause)

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

三身 (with pause)

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に赤色 をつけます。

三身 (with pause)

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

三身 (with pause)

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

応身

人々の前に現れる釈迦の姿。代表 = 釈迦牟尼仏

三身 (with pause)

法身

真如そのもの。代表 = 毘盧遮那仏これは下線に 赤色 をつけます。

報身

真理のはたらき。あるいは修行して成仏する姿。代表 = 阿弥陀仏

応身

人々の前に現れる釈迦の姿。代表 = 釈迦牟尼仏