

Algorithm Design and Analysis

Week14: Longest Increasing Subsequence (Cont.), Knapsack, NP-Completeness

Adisak Supeesun

17 March 2022

Longest Increasing Subsequence (Cont.)

Knapsack

NP-Completeness

Longest Increasing Subsequence (LIS)

ให้ $A = a_1, a_2, \dots, a_n$ เป็นลำดับของตัวเลข n ตัว

ต้องการหา ลำดับย่อย (subsequence) ของ A ที่ยาวที่สุด โดยที่ทุกคู่ของตัวเลขในลำดับย่อยนั้น ตัวเลขทางซ้ายต้องน้อยกว่าตัวเลขทางขวา

เช่น $A = 8, 3, 11, 7, 9, 15, 2, 20, 12, 10$

Dynamic Programming for LIS Problem

- ▶ นิยาม objective function

ให้ $OPT(i)$ แทนความยาวของ LIS ของลำดับ $A = a_1, a_2, \dots, a_n$ ที่ลงท้ายด้วย a_i

- ▶ Recurrence

- ▶ ตารางเก็บค่าของคำตอบ และการวนลูปเติมค่าลงในตาราง

-

Running Time

- ▶ สร้างตาราง
- ▶ เติมตาราง
- ▶ หาคำตอบจากตาราง
 - ความยาวของของ LIS
 - LIS

Knapsack

มีของ n ชิ้น ประกอบด้วยชิ้นที่ $i = 1, 2, \dots, n$ โดยชิ้นที่ i ใดๆ มีมูลค่า v_i บาท และมีน้ำหนัก w_i กิโลกรัม และมีกระเป๋าหนึ่งใบที่รับน้ำหนักได้ W กิโลกรัม

ต้องการหาเลือกของมาใส่กระเป๋าให้ได้มูลค่ารวมมากที่สุด โดยน้ำหนักรวมต้องไม่เกินที่กระเป๋ารับได้

Ex.1 มีของ 5 ชิ้นซึ่งมีมูลค่าและน้ำหนักดังที่แสดงในตาราง และมีกระเป๋าซึ่งรับน้ำหนักได้ $W = 10$ กิโลกรัม

i	v_i	w_i
1	3	6
2	5	2
3	2	3
4	9	9
5	7	5

Designing Algorithm

Dynamic Programming for Knapsack Problem

- ▶ นิยาม objective function

► Recurrence

- ▶ ตารางเก็บค่าของคำตอบ และการวนลูปเติมค่าลงในตาราง

▶ **หาคำตอบจากตาราง**

- **มูลค่ารวมที่มากที่สุด**
- **เซตของของซึ่งมีมูลค่ารวมมากที่สุด**

Running Time

- ▶ สร้างตาราง
- ▶ เติมตาราง
- ▶ หาคำตอบจากตาราง
 - มูลค่ารวมที่มากที่สุด
 - เซตของของซึ่งมีมูลค่ารวมมากที่สุด

NP-Completeness

- ▶ NP-Complete คือกลุ่มของปัญหาที่ ณ ขณะนี้ยังไม่มีใครบอกได้ว่า มันสามารถถูกแก้ได้อย่างมีประสิทธิภาพหรือไม่
- ▶ ตัวอย่างปัญหา NP-Complete:
 - Travelling Saleman
 - Graph Coloring
 - Knapsack

► Classes of Problems:

- P : กลุ่มของปัญหาที่สามารถ “หาคำตอบ” ได้ใน polynomial time
- NP : กลุ่มของปัญหาที่สามารถ “ตรวจสอบคำตอบ” ได้ใน polynomial time
- NP-Hard : กลุ่มของปัญหาที่มีความยากอย่างน้อย เท่ากับปัญหาในกลุ่ม NP
- NP-Complete : กลุ่มของปัญหาที่ยากที่สุดของ NP (อยู่ในทั้ง NP และ NP-Hard)

► Challenge:

