การบ้าน

สุพล ธนาวงศ์
6230300940
เลขที่ 21

ตัวอย่าง 6.4 จงหาผลเฉลยใกล้จุดสามัญ $x = 1$ ของสมการ

$$y'' + (x-1)^2 y' - 4(x-1)y = 0$$

$x=1$ เป็นจุดสามัญ

ให้ $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ คือผลเฉลย

ให้ $v = x-1 \mid x = v+1$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (v)^n$$

$$y'' + v^2 y' - 4vy = 0$$

$$y' = \sum_{n=0}^{\infty} a_n n v^{n-1}, \quad y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) a_n v^{n-2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + v^2 \sum_{n=0}^{\infty} n a_n v^{n-1} - 4v \sum_{n=0}^{\infty} a_n v^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n a_n v^{n+1} - \sum_{n=0}^{\infty} 4a_n v^{n+1} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} (n a_n v^{n+1} - 4a_n v^{n+1}) = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} v^{n+1}(n a_n - 4a_n) = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} v^{n+1}(n-4)a_n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n-3=0}^{\infty} v^{n-2}(n-7)a_{n-3} = 0$$

$$0a_0 v^{-2} + 0a_1 v^{-1} + 2a_2 v^0 + \sum_{n=3}^{\infty} n(n-1)a_n v^{n-2} + \sum_{n=3}^{\infty} v^{n-2}(n-7)a_{n-3} = 0$$

$$0a_0 v^{-2} + 0a_1 v^{-1} + 2a_2 v^0 + \sum_{n=3}^{\infty} v^{n-2}\left[n(n-1)a_n + (n-7)a_{n-3}\right] = 0$$

a_0, a_1 เป็นค่าโดยพลการ

สุพล มหาวงศ์

6230300940

เลขที่ 21

$$2a_2 v^0 + \sum_{n=3}^{\infty} v^{n-2}\left[n(n-1)a_n + (n-7)a_{n-3}\right] = 0$$

ค่าสัมพันธ์เวียนเกิดคือ

$$2a_2 = 0$$
$$a_2 = 0$$

$$n(n-1)a_n + (n-7)a_{n-3} = 0$$

$$a_n = \frac{-(n-7)a_{n-3}}{n(n-1)}$$

$$a_3 = \frac{-(-4)a_0}{3(2)} \qquad a_4 = \frac{-(-3)a_1}{4(3)} \qquad a_5 = \frac{-(-2)a_2}{5(4)} = 0, \quad a_2 = 0$$

$$= 0$$

$$a_6 = \frac{-(-1)a_3}{6(5)} \qquad a_7 = \frac{0a_4}{7(6)} = 0 \qquad a_8 = 0$$

$$= \frac{-(-1)-(-4)}{6(5)\times 3(2)}$$

$$a_9 = \frac{-(2)-(-1)-(-4)}{9(8)\times 6(5)\times 3(2)}$$

$3k \qquad 3k-1$

$\vdots$

$$a_{3k} = \frac{-(3k-7)}{3k(3k+1)}$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (v)^n$$

$$= a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + \ldots$$

$$= a_0 x^0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_{3k} v^{3k}$$

$$a_1 v^1 + a_4 v^4 + a_7 v^7$$

$$a_2 v^2 + a_5 v^5$$

$$y = a_0 \frac{-(3k-7)}{3k(3k+1)} v^{3k}$$

$v = x-1$;

$$y = a_0 \frac{-(3k-7)}{3k(3k+1)} (x-1)^{3k}$$

//