

**Exercise 1: Ô tô bay [FLYCAR.\*]**

Hãng xe ô tô BT đang thử nghiệm một loại ô tô bay. Mỗi khi gặp một chướng ngại vật có độ cao  $h$ , ô tô có thể đi qua chướng ngại vật này bằng cách "nâng" độ cao của mình cách mặt đất một khoảng  $l \geq h$ . Tất nhiên "nâng" độ cao càng lớn thì nhiên liệu sử dụng càng nhiều. Do đó BT định nghĩa "độ lãng phí" khi nâng ô tô lên chiều cao  $l$  để đi qua chướng ngại vật chiều cao  $h$  là  $l - h$ .

Trong ngày thử nghiệm loại ô tô mới này, BT cho ô tô đi qua  $n$  chướng ngại vật theo thứ tự có chiều cao là  $h_1, h_2, \dots, h_n$ . Tất nhiên khi đi qua chướng ngại vật nào ô tô phải duy trì chiều cao tối thiểu bằng chướng ngại vật đó. Do đang là phiên bản thử nghiệm nên trong suốt quá trình đi qua  $n$  chướng ngại vật ô tô chỉ có thể thay đổi độ cao không quá  $k$  lần.

**Yêu cầu:** Viết chương trình lên lịch thay đổi độ cao của ô tô sao cho tổng "độ lãng phí" khi đi qua  $n$  chướng ngại vật là nhỏ nhất? Ô tô có thể khởi hành với độ cao ban đầu bất kỳ và việc xuất phát đưa ô tô lên độ cao ban đầu này không được tính vào  $k$  lần thay đổi độ cao.

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản FLYCAR.INP gồm

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $n, k$  ( $1 \leq k < n \leq 400$ )
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $h_1, h_2, \dots, h_n$  ( $0 \leq h_i \leq 10^9$ ) là độ cao của các chướng ngại vật lần lượt xuất hiện trên hành trình.

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản FLYCAR.OUT - In ra một số nguyên là "tổng độ lãng phí" nhỏ nhất khi thay đổi độ cao của ô tô một cách hợp lý.

**Example:**

FLYCAR.INP	FLYCAR.OUT
<b>6 2</b>	<b>3</b>
<b>7 9 8 2 3 2</b>	

**Giải thích:** Ô tô xuất phát với độ cao 7. Sau khi vượt qua chướng ngại vật thứ nhất nó tăng độ cao lên 9, giữ nguyên độ cao này cho đến khi vượt qua chướng ngại vật thứ ba thì giảm xuống độ cao 3 bay cho đến khi vượt qua chướng ngại vật thứ sáu. Tổng "độ lãng phí" là:

$$(7-7)+(9-9)+(9-8)+(3-2)+(3-3)+(3-2)=3$$

**Exercise 2: Tô màu [FLOODFILL.\*]**

Trên một đường thẳng cho  $n$  hình vuông xếp thành một hàng đánh số  $1, 2, \dots, n$  từ trái qua phải. Hình vuông thứ  $i$  có màu là  $c_i$ .

Ta nói rằng một dãy hình vuông từ vị trí  $i$  đến vị trí  $j$  là một mảng màu nếu như  $c_i = c_j$  và  $c_i = c_k$  với mọi  $i < k < j$ . Nói cách khác tất cả các hình vuông từ vị trí  $i$  đến vị trí  $j$  là cùng một màu. Mỗi thao tác bạn có thể tô lại màu cho các hình vuông trong một mảng màu thành màu mới. Hỏi rằng số thao tác ít nhất cần thực hiện để đưa tất cả  $n$  hình vuông về cùng một màu là bao nhiêu

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản FLOODFILL.INP gồm

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 5000$ ) - số hình vuông
- Dòng thứ hai ghi  $n$  số nguyên dương  $c_1, c_2, \dots, c_n$  ( $1 \leq c_i \leq 5000$ ) - màu ban đầu của các hình vuông.

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản FLOODFILL.OUT - In ra một số nguyên là số thao tác nhỏ nhất cần thực hiện

**Example:**

FLOODFILL.INP	FLOODFILL.OUT
4 5 2 2 1	2
8 4 5 2 2 1 3 5 5	4

Giải thích: Trong ví dụ thứ nhất biến đổi:

$[5, \underline{2}, \underline{2}, 1] \rightarrow [\underline{5}, \underline{5}, \underline{5}, 1] \rightarrow [1, 1, 1, 1]$

**Exercise 3: Rút gọn đoạn [CUTSEQ.\*]**

Cho một dãy gồm  $N$  chữ số thuộc đoạn  $0..9$  ( $N \leq 200$ ). Ở mỗi bước, ta có thể lấy ra từ dãy này một đoạn liên tiếp các chữ số giống nhau và nhận được một số tiền bằng bình phương độ dài của đoạn được lấy ra. Nếu sau khi lấy, dãy đã cho bị tách làm 2 dãy con, 2 dãy con này lập tức được sát nhập lại thành 1 (giữ nguyên thứ tự).

Hãy tính số lượng tiền lớn nhất có thể thu được.

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản CUTSEQ.INP gồm

- Dòng đầu ghi số  $N$ .
- Dòng thứ hai ghi  $N$  chữ số thể hiện dãy.

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản CUTSEQ.OUT - Ghi ra số lượng tiền lớn nhất có thể thu được

**Example:**

CUTSEQ.INP	CUTSEQ.OUT
6	18
100011	

**Exercise 4: Chia kẹo [CANDY.\*]**

Hùng và Dũng là hai anh em, Hùng là anh và Dũng là em. Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi, mẹ mua  $n$  gói kẹo cho hai anh em. Vấn đề hóc búa là chia các gói kẹo này. Để kiểm tra độ thông minh của hai con, mẹ đưa ra yêu cầu chia theo qui tắc: Hai anh em chọn một số gói kẹo sao cho có thể chia thành hai phần với số lượng kẹo trong mỗi phần bằng nhau và tổng số kẹo trong các gói không được chia là nhỏ nhất có thể. Số kẹo trong các gói không được chia mẹ sẽ dành cho Dũng (em - bé hơn!!!).

Hỏi rằng tổng số kẹo mà Dũng nhận được là bao nhiêu?

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản CANDY.INP gồm

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 500$ ) số gói kẹo mà mẹ mua
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  ghi  $c_i$  là số kẹo có trong gói thứ  $i$ . Tổng số kẹo trong  $n$  gói kẹo không vượt quá 100000.

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản CANDY.OUT - Số kẹo mà Dũng nhận được.

**Example:**

CANDY.INP	CANDY.OUT
5	18
2	
3	
5	
8	
13	

**Subtasks:**

- Subtask 1:  $n \leq 13$  [50%]
- Subtask 2:  $n \leq 50$ , tổng số kẹo  $\leq 1000$  [70%]

**Exercise 5: Cải tạo vườn [LAND.\*]**

BT muốn cải tạo lại khu vườn của mình và anh ta cần di chuyển một lượng đất lớn từ chỗ này sang chỗ khác.

Khu vườn của BT có  $N$  chậu cảnh ( $1 \leq N \leq 100$ ) và ở chậu cảnh thứ  $i$  hiện có lượng đất là  $A_i$ . BT muốn làm lại đất cho các chậu cảnh sao cho ở chậu cảnh thứ  $i$  có lượng đất là  $B_i$ .

Để làm công việc này, BT có ba sự lựa chọn:

1. Anh ta mua 1 đơn vị đất từ bên ngoài vườn đổ vào các chậu cảnh với chi phí  $\$X$
2. Anh ta bỏ 1 đơn vị đất từ chậu cảnh đem ra ngoài vườn với chi phí là  $\$Y$
3. Anh ta chuyển 1 đơn vị đất từ chậu  $i$  sang chậu  $j$  với chi phí là  $\$Z|i - j|$

**Yêu cầu:** Hãy tính toán chi phí tối thiểu để BT hoàn thành dự án của mình

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản LAND.INP gồm

- Dòng đầu tiên ghi 4 số nguyên  $N, X, Y, Z$  ( $0 \leq X, Y, Z \leq 1000$ )
- $N$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  ghi hai số  $A_i, B_i$  ( $0 \leq A_i, B_i \leq 10$ )

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản LAND.OUT Một số nguyên duy nhất là chi phí tìm được

**Example:**

LAND.INP	LAND.OUT
4 100 200 1	210
1 4	
2 3	
3 2	
4 0	

**Giải thích**

1 đơn vị đất bỏ đi (từ chậu 4) có chi phí 200. Chuyển 3 đơn vị đất từ 4 sang 1, 1 đơn vị từ 3 sang 2) mất chi phí là  $3 \cdot 1 \cdot (4-1) + 1 \cdot 1 \cdot (3-2) = 10$

**Exercise 6: Bộ số của K [KMULT.\*]**

Cho dãy  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  và số nguyên dương  $k$ . Hãy điền các dấu '+', '-' vào giữa các số  $(a_1, a_2), (a_2, a_3), \dots, (a_{n-1}, a_n)$  để thu được biểu thức có giá trị là một số nguyên chia hết cho  $k$ .

Ví dụ: Với dãy số  $A = (1, 2, 3, 4, 5)$  và  $k = 3$  ta có thể có cách điền:

$$1 + 2 - 3 + 4 + 5 = 9$$

Chia hết cho  $k = 3$

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản KMULT.INP gồm

- Dòng đầu ghi hai số nguyên dương  $n, k$  ( $n \leq 10^4, k \leq 100$ )
- Dòng thứ hai ghi  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $|a_i| \leq 10^4$ )

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản KMULT.OUT gồm

- Dòng đầu ghi 1/0 tùy theo có cách điền/không có cách điền dấu
- Nếu dòng đầu ghi 1 thì dòng thứ hai ghi  $n - 1$  dấu '+' hoặc '-' thể hiện cách điền dấu hợp lệ

**Example:**

KMULT.INP	KMULT.OUT
5 3	1
1 2 3 4 5	---+

Ghi chú: Có 50% số test có  $n \leq 20$

**Exercise 7: Dãy con tương thích [COMPSEQ.\*]**

Ta định nghĩa hai dãy số nguyên  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  và  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  được gọi là tương thích nếu thỏa mãn hai điều kiện:

- Với mọi  $i \neq j$  nếu  $a_i = a_j$  thì  $b_i = b_j$
- Với mọi  $i \neq j$  nếu  $a_i \neq a_j$  thì  $b_i \neq b_j$

Ví dụ các dãy (2, 1, 3, 1, 2) và (1, 100, 2, 100, 1) là các dãy tương thích.

**Bài toán:** Cho hai dãy số nguyên  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  và  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ . Hãy tìm hai dãy  $A, B$  thỏa mãn:

- $A$  là dãy con gồm các phần tử liên tiếp của  $X$
- $B$  là dãy con gồm các phần tử liên tiếp của  $Y$
- $A, B$  là hai dãy tương thích
- Độ dài của  $A, B$  là lớn nhất.

Đề đơn giản, bạn chỉ cần in ra độ dài lớn nhất này.

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản COMPSEQ.INP gồm

- Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương  $m, n$  ( $1 \leq m, n \leq 5000$ )
- Dòng thứ hai ghi dãy  $x_1, x_2, \dots, x_m$
- Dòng thứ ba ghi dãy  $y_1, y_2, \dots, y_n$

( $|x_i|, |y_i| \leq 10^9$ ;  $\forall 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ )

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản COMPSEQ.OUT - Một số nguyên duy nhất là độ dài lớn nhất của hai dãy con tương thích tìm được.

**Example:**

COMPSEQ.INP	COMPSEQ.OUT
<b>6 7</b> <b>5 2 3 5 4 4</b> <b>1 2 3 4 2 6 1</b>	<b>5</b>

Giải thích: Hai dãy tương thích được chọn là  $A=(5,2,3,5,4)$  và  $B=(2,3,4,2,6)$

**Exercise 8: Đếm mảng [CARRAYS.\*]**

Bài toán đơn giản: Hãy đếm xem có bao nhiêu mảng khác nhau  $a_1, a_2, \dots, a_n$  trong đó  $a_i$  nhận các giá trị nguyên dương trong đoạn  $[1, M]$  sao cho tồn tại ít nhất một đoạn  $K$  giá trị liên tiếp giống nhau?.

Ở đây hai mảng được gọi là khác nhau nếu như tồn tại ít nhất một vị trí mà giá trị phần tử hai mảng ở vị trí này là khác nhau.

**Dữ liệu vào:** Cho trong tệp văn bản CARRAYS.INP gồm một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương  $n, M, K$  ( $1 \leq n, M, K \leq 10^6$ )

**Kết quả ra:** Ghi ra tệp văn bản CARRAYS.OUT - Một số nguyên duy nhất là số lượng mảng khác nhau tìm được. Con số này có thể rất lớn nên bạn chỉ cần lấy phần dư của nó khi chia cho  $10^9+7$

**Example:**

CARRAYS.INP	CARRAYS.OUT
3 2 2	6

Giải thích: Các mảng tìm được là (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 2, 1), (2, 2, 2)