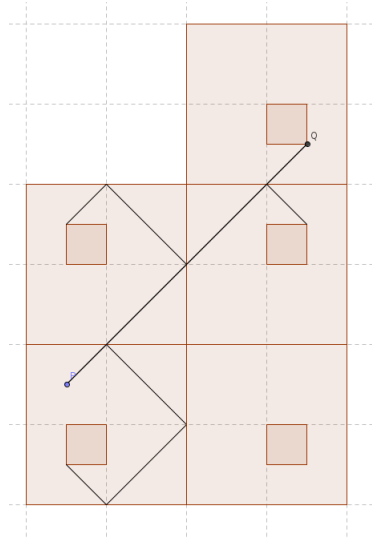


CAROM

Nguồn bài: NWRRC 2019 - Bài G - Golf Time

- Ta có thể sử dụng các phép đối xứng trục để lật bàn carom qua các cạnh, từ đó biến được đường đi chuyển của bi cái thành một đường thẳng \rightarrow dễ xử lý hơn. Khi lật bàn như vậy, ta thấy:
 - Bàn carom lặp lại theo hướng nằm dọc với chu kỳ $2h$ và theo hướng nằm ngang với chu kỳ $2w$.
 - Mỗi cạnh của bàn carom ban đầu tạo ra bốn phiên bản khác nhau, mỗi phiên bản lặp lại theo chu kỳ như trên.



- Ta thấy cần giải quyết (nhanh) bài toán tìm điểm giao đầu tiên giữa đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = x_s + t \\ y = y_s + t \end{cases} \quad (t \geq 0)$ và một đoạn thẳng "lặp lại" dạng $\begin{cases} x = x_i + 2kw \\ y_1 + 2hl \leq y \leq y_2 + 2hl \end{cases}$ ($k, l \in \mathbb{N}$). Từ việc giải quyết bài toán này, ta có thể tìm được thời điểm đầu tiên mà bi cái chạm vào một cạnh nào đó của lỗ thùng, từ đó tìm được thời điểm đầu tiên mà bi cái chạm vào lỗ thùng.
- Để tìm thời điểm t nhỏ nhất để bi cái chạm vào một đoạn thẳng, ta cần giải hệ sau:

$$\begin{cases} x_s + t = x_i + 2kw \\ y_1 + 2hl \leq y_s + t \leq y_2 + 2hl \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = (x_i - x_s) + 2kw \\ y_1 + 2hl \leq (x_i - x_s) + 2kw \leq y_2 + 2hl \end{cases}$$
 Từ $t = (x_i - x_s) + 2kw$, ta thấy t nhỏ nhất khi k nhỏ nhất.

Từ $y_1 + 2hl \leq (x_i - x_s) + 2kw \leq y_2 + 2hl$, ta có $y_1 - (x_i - x_s) + 2hl \leq 2kw \leq y_2 - (x_i - x_s) + 2hl$. Bài toán tìm k nhỏ nhất thỏa mãn bất đẳng thức này tương đương với bài toán tìm k nhỏ nhất sao cho $L \leq ak \% m \leq R$ với $m = 2h$, $a = 2w$, $L = [y_1 - (x_i - x_s)] \% m$, $R = [y_2 - (x_i - x_s)] \% m$. Ta có thể giải được bài toán này trong thời gian $O(\log m)$ (xem code).

Từ k nhỏ nhất, ta tìm được t nhỏ nhất, (x, y) và cuối cùng là (x_f, y_f)