



# VNOI ONLINE 2021

## Ngày 1

*Thời gian làm bài: 180 phút*

### Tổng quan về đề thi

Tên bài	Giới hạn bộ nhớ	Điểm
COOLMAC	512 MiB	7
GIFT11	512 MiB	7
SOCKS	512 MiB	6
<b>Tổng</b>		20

# Bài 1. COOLMAC - Đồ bảo hộ

Để chuẩn bị cho chuyến đi chơi Giáng sinh  $n$  ngày  $n$  đêm của mình với Chủ tịch Miyuki, Kaguya đã xem dự báo thời tiết trên website <http://vnoi.info/> của cơ quan dự báo khí tượng VNOI, họ cho biết trong  $n$  ngày tới, nhiệt độ có thể lên tới  $10^5$  độ C!!!! Chính xác hơn là ngày thứ  $i$  sẽ có nhiệt độ là một số thực không nhỏ hơn  $t_i$  và không lớn hơn  $10^5$ . Đúng là một mùa đông không lạnh!!! Có thể bạn đang thắc mắc tại sao nhiệt độ có thể lớn đến thế, đó là do hiện tượng nóng lên toàn cầu.

Kaguya là một người sợ nhiệt độ cao nên sau khi nhận được thông tin này bạn đã quyết định sẽ đặt mua một số món đồ bảo hộ để bảo vệ bản thân mình. Năm bắt được tình hình này, hãng sản xuất đồ bảo hộ CoolMac đã tung ra thị trường  $m$  loại đồ bảo hộ có thể chống chịu được nhiệt độ cao, thông tin thêm là tất cả đều được sản xuất 100% tại Việt Nam. Phía CoolMac cho biết, loại đồ thứ  $i$  sẽ chịu được nhiệt độ từ  $L_i$  tới  $R_i$  và đều được bán với giá là 1 đồng.

Tuy vậy, do không biết chính xác được nhiệt độ của từng ngày nên Kaguya phải mua rất nhiều loại đồ để chuẩn bị mọi trường hợp có thể xảy ra. Chẳng hạn, nếu như thông báo của VNOI về nhiệt độ của ngày 1 là  $[100, 10^5]$  và CoolMac chỉ bán 2 loại đồ với mức chống chịu là  $[1, 200]$  và  $[150, 10^5]$  thì Kaguya phải mua cả 2 loại đồ này để đề phòng. Nếu chỉ mua loại đồ thứ hai và nhiệt độ rơi vào khoảng  $[100, 150)$  thì Kaguya sẽ không có đồ bảo hộ phù hợp để mặc để đi chơi Noel.

Dù là con gái của gia tộc giàu có bậc nhất Nhật Bản nhưng Kaguya có lối sống rất tiết kiệm, do đó thay vì mua hết tất cả món đồ từ CoolMac (hoặc là mua cả CoolMac luôn) thì Kaguya muốn tối thiểu số lượng đồ bảo hộ cần mua. Do đang bận lên kế hoạch đi chơi với chủ tịch, Kaguya đã nhờ một con cá nóc giấu tên đem câu hỏi này vào đề thi VNOI Online 2021 để nhờ các bạn thí sinh trả lời.

## Dữ liệu

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $m$  ( $1 \leq m \leq 10^5$ ) là số lượng loại đồ bảo hộ mà phía CoolMac tung ra thị trường.
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  gồm 2 số nguyên  $L_i$  và  $R_i$  ( $0 \leq L_i \leq R_i \leq 10^5$ ) biểu thị cho khả năng chống chịu của món đồ thứ  $i$ .
- Dòng tiếp theo chứa số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) chính là số lượng ngày mà VNOI đã dự đoán nhiệt độ.
- Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên không âm, số thứ  $i$  là  $t_i$  ( $0 \leq t_i \leq 10^5$ ) – nhiệt độ thấp nhất của ngày  $i$ .

## Kết quả

In ra một số nguyên duy nhất là số lượng đồ bảo hộ ít nhất mà Kaguya cần mua để có thể đảm bảo an toàn của mình trong mọi trường hợp. Nếu như không có cách nào đảm bảo, in ra  $-1$ .

## Ví dụ

COOLMAC.INP	COOLMAC.OUT
3 250 100000 150 200 10 300 2 1000 200	2
2 250 100000 90 248 1 100	-1

## Subtask

- 30% số điểm có  $1 \leq n \leq 10$  và  $1 \leq m \leq 16$
- 30% số điểm tiếp theo có  $1 \leq n \leq 3000$  và  $1 \leq m \leq 3000$
- 40% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm

## Giải thích

Ở ví dụ đầu tiên, Kaguya sẽ mua 2 đồ bảo hộ chịu lần lượt là  $[250; 100\ 000]$  và  $[10; 300]$ .

Ở ví dụ thứ 2, dù có mua cách nào cũng không có gì để mặc ở trường hợp nhiệt độ ngày thứ 2 là 249 độ.

## Bài 2. GIFT11 - Món quà của Thức

Nhân dịp lễ giáng sinh năm 2012, Thức được anh trai Kiên tặng cho  $T$  món quà, mỗi món quà chứa  $n$  lá bài và các con số, lá bài thứ  $i$  sẽ được ghi số  $a_i$  ở trên mặt lá bài.

Sau khi đặt  $n$  lá bài lên trên bàn, Thức nhận ra các con số ghi trên các lá bài có thể ghép thành những số lớn hơn. Ví dụ Thức có các lá bài với các số là 1, 31 và 12, Thức có thể đặt chúng lên bàn và nhận được số 13112.

Thấy Thức đang xếp các lá bài nên Kiên đã hỏi Thức xem có bao nhiêu cách xếp các lá bài như thế. Với trí thông minh của mình, dù chỉ 11 tuổi nhưng Thức biết được có tất cả  $n!$  cách để đặt  $n$  lá bài lên bàn rồi ghép chúng lại.

Tuy có nhiều cách xếp nhưng Thức chỉ thích những cách xếp mà con số nhận được là bội của 11. Chẳng hạn cách xếp 3 lá bài 1, 31 và 12 đã được đề cập trên kia chính là một cách xếp thỏa mãn vì  $13112 = 1192 \times 11$  nhưng nếu ta xếp thành 31112 thì số nhận được sẽ không là bội của 11.

Tới đây thì Thức băn khoăn không biết trong  $n!$  cách xếp thì có bao nhiêu cách xếp  $n$  lá bài để số nhận được là một bội của 11.

Suy nghĩ một hồi lâu Thức vẫn không tìm được đáp án, thấy vậy Kiên đã dạy cho Thức cách xác định một số có chia hết cho 11 hay không: ta lấy tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn, nếu kết quả này chia hết cho 11 thì số đó chia hết cho 11. Ví dụ số 13112 có các tổng các chữ số ở hàng lẻ là  $1 + 1 + 2 = 4$ , tổng các chữ số ở hàng chẵn là  $3 + 1 = 4$ , do  $4 - 4 = 0$  chia hết cho 11 nên 13112 chia hết cho 11. Với số 31112, do  $(3 + 1 + 2) - (1 + 1) = 4$  không chia hết cho 11 nên số này không là bội của 11.

Tuy biết được dấu hiệu chia hết cho 11 nhưng Thức vẫn chưa thể tìm được đáp án, là một thí sinh của VNOI Online 2021, bạn có thể giúp Thức tìm đáp án cho bài toán này được không?

### Dữ liệu

Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $T$  ( $1 \leq T \leq 10$ ) chính là số lượng món quà mà Kiên tặng cho Thức.

Tiếp theo gồm có  $T$  nhóm dòng biểu diễn các món quà, mỗi nhóm dòng sẽ có dạng sau đây:

- Dòng đầu tiên sẽ chứa số nguyên dương  $n$  là số lượng lá bài của món quà này.
- Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên dương  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ) là số được ghi lên các lá bài.

### Kết quả

Với mỗi món quà, in ra số lượng cách xếp để nhận được một số mà Thức yêu thích trên một dòng, do kết quả rất lớn nên chỉ cần in ra kết quả trong modulo 998244353.

## Ví dụ

GIFT11.INP	GIFT11.OUT
4	2
2	2
1 1	2
3	31680
1 31 12	
3	
12345 67 84	
9	
1 2 3 4 5 6 7 8 9	

## Subtask

Gọi  $S$  là tổng  $n$  của mọi test trong một input. Trong mọi input ta có  $1 \leq S \leq 2000$ .

- 10% số điểm có  $1 \leq S \leq 8$
- 10% số điểm tiếp theo, mọi số ghi trên lá bài đều là số có chẵn chữ số.
- 30% số điểm tiếp theo, mọi số ghi trên lá bài đều là số có lẻ chữ số.
- 50% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

## Bài 3. SOCKS - Vớ giáng sinh

Giáng sinh này, Minato đã mua một cây thông Noel siêu to khổng lồ đặt trong nhà mình. Cây thông Noel mà Minato mua có dạng một đồ thị  $n$  đỉnh và  $n - 1$  cạnh sao cho hai đỉnh bất kì đều có thể đến được nhau thông qua một số cạnh.

Mỗi đỉnh của cây thông có một cái vớ màu trắng hoặc màu đỏ. Cháu nội của Minato là Boruto lại rất thích được tặng quà giáng sinh, hơn nữa màu đỏ lại là màu yêu thích của cậu ấy.

Boruto muốn mọi người chú ý đến những chiếc vớ màu đỏ nhiều hơn, để mọi người đặt thật nhiều quà vào những chiếc vớ này. Vì vậy cậu ấy muốn với mỗi cặp vớ màu đỏ bất kì, tất cả các cạnh nằm giữa hai đỉnh chứa cặp vớ này đều phải được gắn đèn LED.

Biết được ước muốn của cháu nội mình, Minato đã nhờ Kushina mua rất nhiều sợi đèn LED. Với mỗi sợi dây, Boruto có thể chọn 2 đỉnh  $u$  và  $v$ , sau đó sẽ trải sợi đèn LED phủ tất cả các cạnh nằm giữa hai đỉnh này.

Minato đã thực hiện  $q$  lần thay đổi. Mỗi lần thay đổi, Minato sẽ chọn 1 đỉnh  $x$  ( $1 \leq x \leq n$ ), nếu đỉnh đó có vớ màu trắng, thì sẽ được thay bởi cái vớ màu đỏ và ngược lại.

Sau mỗi lần thay đổi, Minato yêu cầu Boruto trả lời xem cần ít nhất bao nhiêu sợi dây đèn để có thể thực hiện được ước muốn của mình.

### Dữ liệu

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n, q$  ( $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5$ ) là số lượng đỉnh của cây thông Noel và số lượng thay đổi mà Minato thực hiện.
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số, số thứ  $i$  mô tả màu sắc của chiếc vớ ở đỉnh  $i$ . (0 nếu là màu trắng, 1 nếu là màu đỏ)
- $n - 1$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $u, v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ ) mô tả cạnh nối hai đỉnh  $u$  và  $v$ .
- Tiếp theo gồm có  $q$  dòng biểu diễn các lần thay đổi, mỗi dòng sẽ có một số là chỉ số của đỉnh được thay loại vớ.

### Kết quả

Ghi ra  $q + 1$  dòng. Dòng đầu tiên ghi ra số lượng sợi đèn LED ít nhất để có thể Boruto thực hiện ước muốn của mình khi chưa thực hiện thay đổi nào. Dòng thứ  $i$  trong  $q$  dòng tiếp theo ghi ra số lượng sợi đèn LED ít nhất để có thể Boruto thực hiện ước muốn của mình sau lần thay đổi thứ  $i$ .

## Ví dụ

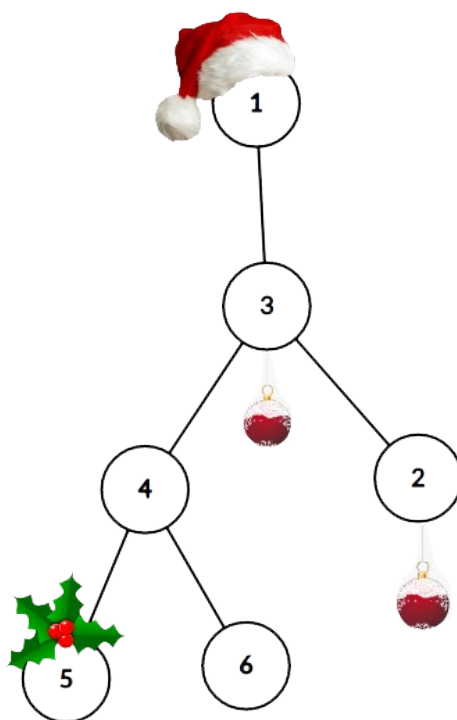
SOCKS.INP	SOCKS.OUT
6 4	1
1 0 0 0 0 1	1
1 3	1
3 2	2
3 4	2
4 5	
4 6	
3	
3	
2	
5	

## Subtask

- 10% số điểm: cây thông Noel có dạng đường thẳng.
- 10% số điểm: cây thông Noel có dạng hình chữ T.
- 30% số điểm:  $n, q \leq 10^3$ .
- 50% số điểm: không có giới hạn gì thêm.

## Giải thích

- Cây có dạng thẳng là cây có các đỉnh có bậc tối đa là 2. (Bậc của một đỉnh là số lượng cạnh nối với đỉnh đó)
- Cây hình chữ T là đồ thị có đúng một đỉnh có bậc bằng 3, và tất cả những đỉnh khác có bậc tối đa là 2.



**HẾT**