

Στην συγκεκριμένη άσκηση, σκοπός είναι η παραλληλοποίηση 2 διαφορετικών εκδόσεων των αλγορίθμων K-means και Floyd-Warshall. Χρησιμοποιούμε πιο "εξειδικευμένες" τεχνικές στο OpenMP και για πρώτη φορά συναντάμε και την ιδέα του task based parallelism.

## 0.1 Αλγόριθμος K-means

Ο αλγόριθμος k-means διαχωρίζει N αντικείμενα σε k μη επικαλυπτόμενες ομάδες. Ο παρακάτω ψευδοκώδικας περιγράφει τον αλγόριθμο.

---

```
until convergence (or fixed loops)
  for each object
    find nearest cluster
  for each cluster
    calculate new cluster center coordinates.
```

---

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα μελετάμε 2 διαφορετικές εκδόσεις. Στην 1η, ο πίνακας των συντεταγμένων μοιράζεται από τα νήματα (shared cluster). Στην 2η υλοποίηση, δίνουμε στο κάθε νήμα μια τοπική έκδοση του πίνακα. Έτσι, τα νήματα μπορούν να κάνουν πράξεις χωρίς να υπάρχουν προβλήματα διαμοιρασμού (cache invalidation e.t.c.). Στο τέλος, κάθε νήμα ενημερώνει το master thread με τα δικά του αποτελέσματα (reduction).

### 0.1.1 K-means - Shared Clusters

Το μειονέκτημα της συγκεκριμένης υλοποίησης είναι ότι εφόσον λειτουργούμε πάνω σε διαμοιραζόμενα δεδομένα, υπάρχει ανάγκη η ανανέωση των shared variables **newClusterSize** και **newClusters** να γίνεται ατομικά.

Τα κλειδώματα για την ανανέωση των μεταλητών έγινε με την χρήση του **atomic** pragma.

Το πρόγραμμα λήγει για δοσμένα iterations ή μέχρι να συγκλίνει. Τα παρακάτω δεδομένα είναι για τον συνδυασμό {Size, Coords, Clusters, Loops} = {256, 16, 16, 10}.

---

```
#pragma omp parallel for default(shared) shared(newClusterSize, newClusters)
  private(i, j, index)
  for (i=0; i<numObjs; i++){
    /*
     *
    */
    #pragma omp atomic
    newClusterSize[index]++;
    /*
     *
    */
    #pragma omp atomic
    newClusters[index*numCoords + j] += objects[i*numCoords + j];
  }
```

---

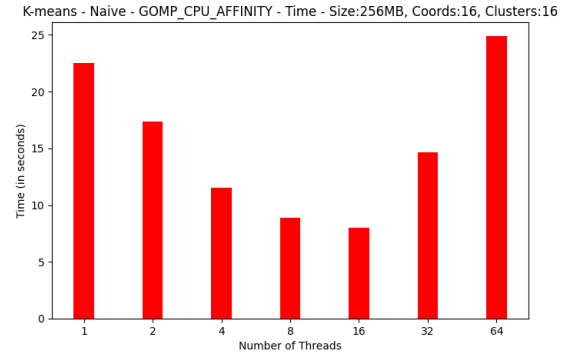
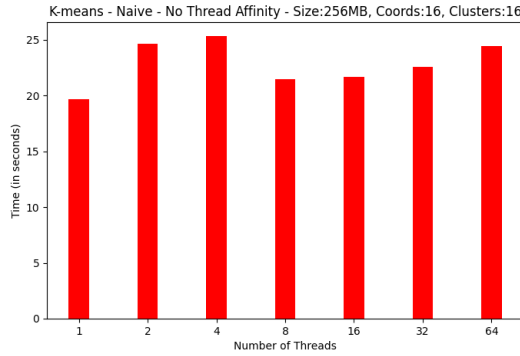


Figure 1: Χρόνος Εκτέλεσης K-Means Naive

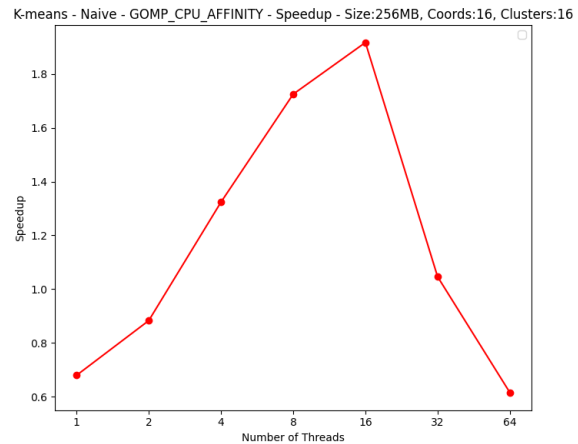
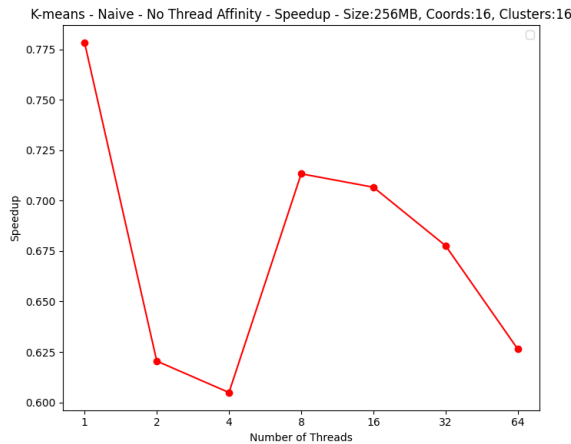


Figure 2: Speedup K-Means Naive

**Σημείωση:** Για το speedup θεωρούμε σειριακό χρόνο εκτέλεσης την έκδοση ΧΩΡΙΣ κλειδώματα. Εδώ το speedup με 1 νήμα είναι μικρότερο της μονάδας γιατί έχουμε κλειδώματα.

Το άμεσο συμπέρασμα είναι ότι το πρόγραμμα δεν βελτιώνεται με χρήση παραπάνω νημάτων. Συγκεκριμένα, η αύξηση των διαθέσιμων νημάτων αυξάνει τον χρόνο εκτέλεσης.

Η ύπαρξη κλειδωμάτων και η συχνή αλλαγή διαμοιραζόμενων μεταβλητών σημαίνει ότι χάνεται πολύς χρόνος σε συγχρονισμό και σε θέματα συνάφειας μνήμης.

Σαν προσπάθεια να βελτιώσουμε τα αποτελέσματα, χρησιμοποιήσαμε την μεταβλητή περιβάλλοντος GOMP\_CPU\_AFFINITY. Η λειτουργία αυτής της μεταβλητής είναι ότι προσδένει τα "λογικά" νήματα σε hardware νήματα των επεξεργαστών βάσει μιας ακολουθίας. Γνωρίζοντας ότι οι επεξεργαστές του Sandman θεωρούν ότι π.χ. στο Physical Core 0 υπάρχουν τα Logical Cores (0,32), επιλέξαμε τα νήματα να προσδένονται ακολουθιακά στους φυσικούς πυρήνες των επεξεργαστών.

Παρατηρήσαμε βελτίωση των χρόνων για τα πρώτα 32 νήματα. Μετά από αυτό το σημείο, τα πλέον καινούργια νήματα θα προσδένονται στα logical cores (Hyperthreading) και δεν θα δούμε

κάποια μείωση χρόνου εκτέλεσης. Προσδένοντας νήματα σε συγκεκριμένους πυρήνες αποτρέπει το Λειτουργικό Σύστημα από το να αλλάζει θέση τα νήματα (λόγω χρονοδρομολόγησης) και να απαιτείται μεταφορά cache lines από πυρήνα σε πυρήνα.

Το thread affinity εξασφαλίζει τα νήματα να βρίσκονται όσο πιο κοντά γίνεται στα δεδομένα που επεξεργάζονται. Πραγματοποιούν μια πιο "NUMA Aware" εκτέλεση του προγράμματος. Οι συγκεκριμένες βελτιστοποιήσεις είναι low level στην φύση τους και αλλάζει η ταχτική που πρέπει να ακολουθήσουμε αναλόγως το πρόβλημα. Στην συγκεκριμένη υλοποίηση, είδαμε βέλτιστη απόδοση έχοντας πάντα νήματα στα πιο κοντινά NUMA nodes μεταξύ τους.

### 0.1.2 K-means - Copied Clusters and Reduce

Η έκδοση αυτή καταργεί το πρόβλημα των κλειδωμάτων και των διαμοιραζόμενων δεδομένων. Έχοντας δει τα πλεονεκτήματα του thread affinity στην προηγούμενη έκδοση, συνεχίζουμε την εφαρμογή του και εδώ.

Αρχικά παρουσιάζονται τα δεδομένα από την εκτέλεση έχοντας αγνοήσει τα tips για την αποφυγή του false-sharing.

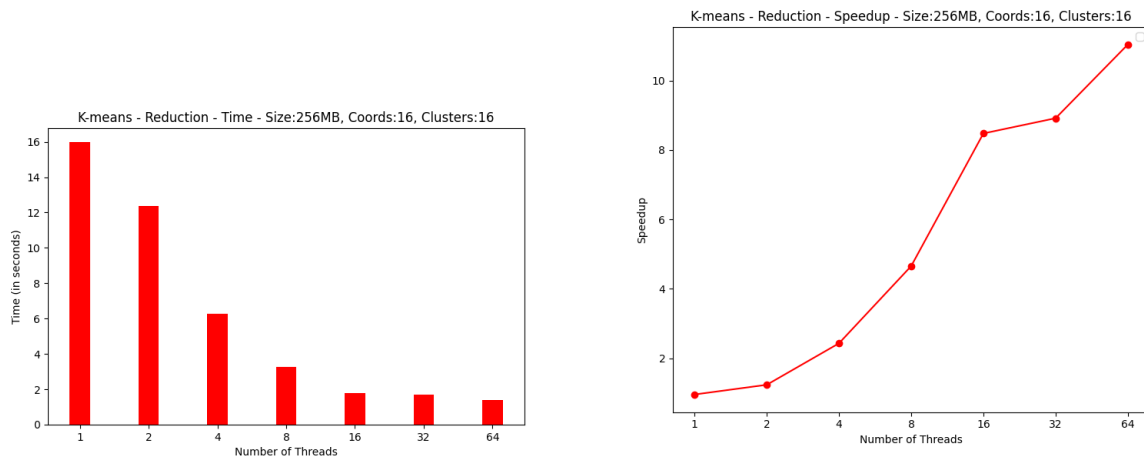


Figure 3: Γραφήματα K-Means Reduction - Simple

Η συγκεκριμένη έκδοση επιτυγχάνει πολύ καλύτερη επίδοση από την Shared Cluster. Χάνεται το μεγάλο overhead του συγχρονισμού που είχε η προηγούμενη. Το κυριότερο μειονέκτημα όμως είναι η μεγαλύτερη ανάγκη από μνήμη αφού δουλεύουμε με copied δεδομένα. Η ανάγκη για μνήμη είναι πολλαπλάσια της αρχικής έκδοσης, αναλόγως τα πόσα νήματα χρησιμοποιούμε. Για μεγαλύτερα προβλήματα μπορεί να ήταν και απαγορευτική η χρήση πολλών νημάτων.

Εξετάζοντας τα γραφήματα, παρατηρούμε σχεδόν γραμμικό speedup. Άρα, η έκδοση αυτή έχει πολύ ικανή δυνατότητα για παραλληλοποίηση.

Προχωράμε σε επόμενο configuration,  $\{\text{Size, Coords, Clusters, Loops}\} = \{256, 1, 4, 10\}$ . Πλέον αναφερόμαστε σε αυτό το configuration ως "Hard".

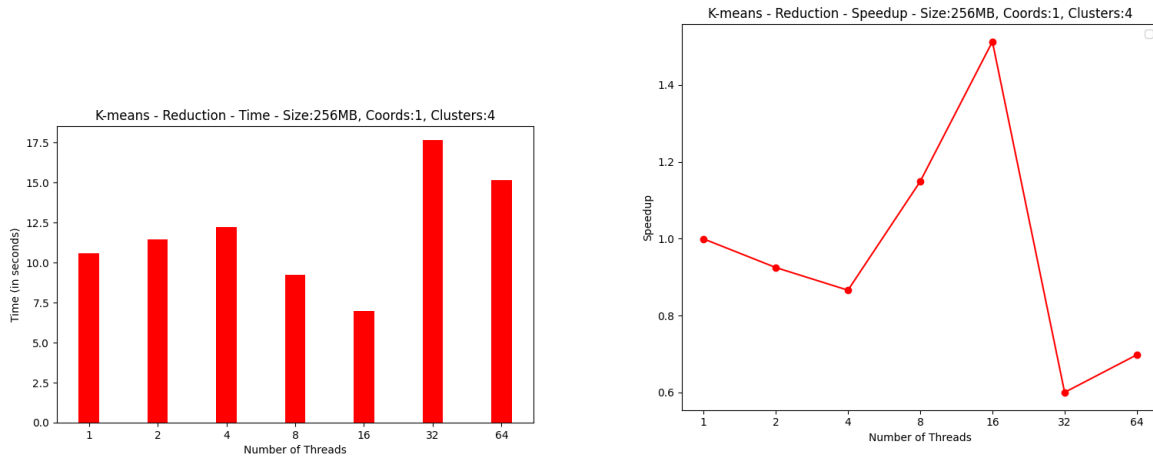


Figure 4: Γραφήματα K-Means Reduction - Hard

Το configuration αυτό έχει πολλά περισσότερα δεδομένα και μεγαλύτερο πίνακα objects, ο οποίος διαβάζεται από όλα τα νήματα. Αν 2 ή παραπάνω νήματα επεξεργάζονται **ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ** δεδομένα στην ίδια Cache Line τότε έχουμε φαινόμενο false sharing.

Πλέον, πρέπει να βρούμε πιο έξυπνη λύση για να αποφύγουμε τέτοια προβλήματα. Τα Linux λειτουργούν με κάτι που ονομάζεται **First Touch Placement Policy**. Δηλαδή, όταν ένα νήμα καταχωρεί μνήμη (και αρχικοποιεί), η θέση αυτής της μνήμης θα είναι όσο πιο κοντά στο νήμα γίνεται. Η πολιτική αυτή είναι ορθότατη για σειριακές εφαρμογές.

Στην δική μας υλοποίηση, η καταχώρηση της μνήμης γινόταν από ένα νήμα, πριν μπούμε σε παράλληλη περιοχή. Για να γίνει το πρόβλημα περισσότερο **Operating System Aware**, καταχωρούμε την μνήμη πλέον ανά νήμα.

---

```
#pragma omp parallel private(k)
{
    k = omp_get_thread_num();
    local_newClusterSize[k] = (typeof(*local_newClusterSize))
        calloc(numClusters, sizeof(*local_newClusterSize));
    local_newClusters[k] = (typeof(*local_newClusters)) calloc(numClusters *
        numCoords, sizeof(*local_newClusters));
}
/*
*
*/
#pragma omp parallel default(shared) private(k)
{
    k = omp_get_thread_num();
    memset(local_newClusterSize[k], 0, numClusters * sizeof(float));
    memset(local_newClusters[k], 0, numClusters * numCoords * sizeof(float));
}
```

---

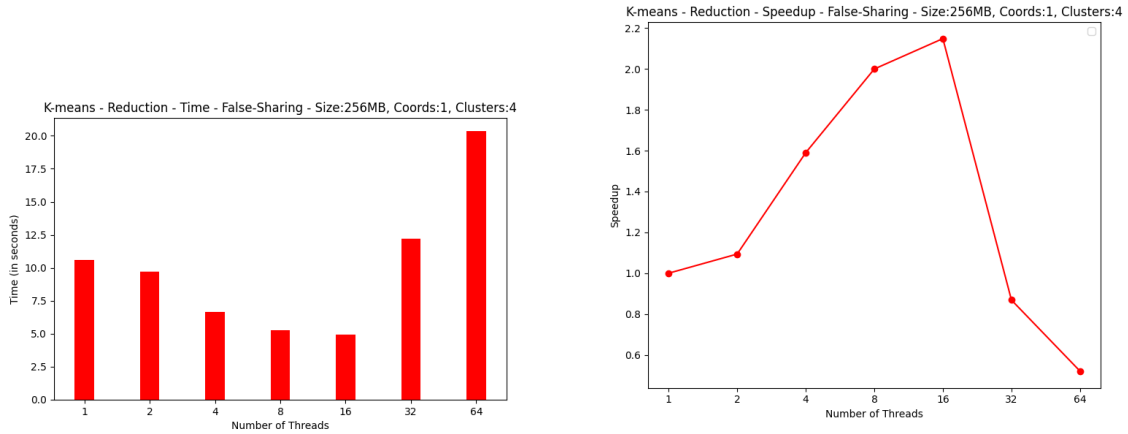


Figure 5: Γραφήματα K-Means Reduction - Hard - False Sharing Aware

Βελτιώνοντας την τοπικότητα των δεδομένων στα εκάστοτε νήματα λύνει κάποια από τα προβλήματα του false sharing για το συγκεκριμένο πρόβλημα, αλλά τα αποτελέσματα δεν θεωρούνται ικανοποιητικά. Συγκριτικά με πριν, τα αποτελέσματα είναι αρκετά καλύτερα, καθώς βλέπουμε βελτίωση με αύξηση των νημάτων σε αντίθεση με πριν. Χρειάζεται όμως περισσότερη παρέμβαση από εμάς για να βελτιωθεί ο χρόνος.

Ο καλύτερος χρόνος που καταφέρνουμε είναι 4.9294s για 16 νήματα. Παραπάνω από 16 νήματα, παρατηρούμε χειροτέρευση της απόδοσης.

Η παρέμβαση αυτή θα γίνει κάνοντας ακόμα καλύτερα καταχώρηση των δεδομένων στα νήματα. Ο πίνακας objects είναι κρίσιμο μέρος του προβλήματος αφού γίνεται ανάγνωση μέρους αυτού, ξεχωριστό από όλα τα νήματα. Έχουμε ήδη λύσει το πρόβλημα με την τοπικότητα των local πινάκων.

Η τελευταία βελτιστοποίηση είναι η αρχικοποίηση του πίνακα objects ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που έγινε και η αρχικοποίηση των τοπικών πινάκων, δηλαδή σε παράλληλη περιοχή, ανά νήμα.

---

```
#pragma omp parallel for private(i, j)
for (i=0; i<numObjs; i++)
{
    unsigned int seed = i;
    for (j=0; j<numCoords; j++)
    {
        objects[i*numCoords + j] = (rand_r(&seed) / ((float) RAND_MAX)) *
            val_range;
        if (_debug && i == 0)
            printf("object[i=%ld][j=%ld]=%f\n", i, j, objects[i*numCoords + j]);
    }
}
```

---

Το κάθε νήμα θα κάνει αρχικοποίηση του slice του οποίου τα δεδομένα θα επεξεργαστεί αργότερα.

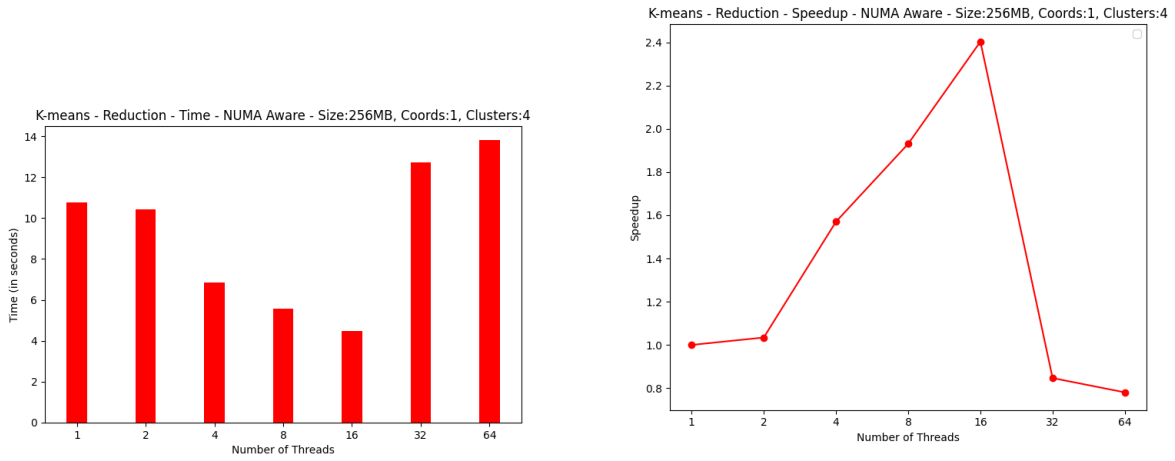


Figure 6: Γραφήματα K-Means Reduction - Hard - NUMA Aware

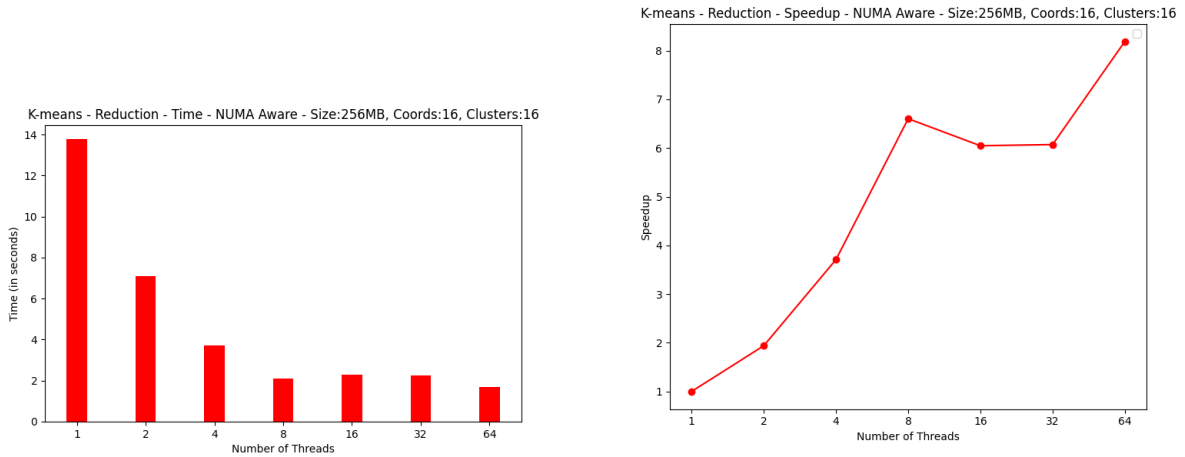


Figure 7: Γραφήματα K-Means Reduction - NUMA Aware

Η βελτίωση που υπέστει η "δύσκολη" περίπτωση είναι μικρή αλλά αξιοσημείωτη. Στο συγκεκριμένο σύστημα, δεν υπάρχει λόγος να χρησιμοποιήσουμε πάνω από 16 νήματα για την εκτέλεση του προγράμματος. Η πιο εύκολη περίπτωση ευνοήθηκε περισσότερο από τις αλλαγές, ειδικά για μικρότερο αριθμό νημάτων. Πάλι όμως, βγαινουμε στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει λόγος να χρησιμοποιηθούν πάνω από 8 ή 16 νήματα γιατί η διαφορά στον χρόνο είναι μηδαμινή.

### Best Times - Reduction

{Size, Coords, Clusters, Loops} = {256, 1, 4, 10}: 4.4818s - 16 Threads

{Size, Coords, Clusters, Loops} = {256, 16, 16, 10}: 1.6809s - 64 Threads

## 0.2 Αλγόριθμος Floyd-Warshall

Έστω πίνακας "γειτνίασης"  $A$ . Ο κώδικας σε C για τον αλγόριθμο Floyd-Warshall είναι ο εξής:

---

```
for (k=0; k<N; k++)
  for (i=0; i<N; i++)
    for (j=0; j<N; j++)
      A[i][j] = min(A[i][j], A[i][k]+A[k][j]);
```

---

Το κομμάτι το οποίο μπορεί να παραλληλοποιηθεί είναι οι 2 εσωτερικά-φωλιασμένοι βρόγχοι.

### 0.2.1 Floyd-Warshall - Standard Edition

Η standard έκδοση του αλγορίθμου (σε C με OpenMP) είναι ως εξής:

---

```
for(k=0;k<N;k++)
  #pragma omp parallel for shared(A) private(i,j)
  for(i=0; i<N; i++)
    for(j=0; j<N; j++)
      A[i][j]=min(A[i][j], A[i][k] + A[k][j]);
```

---

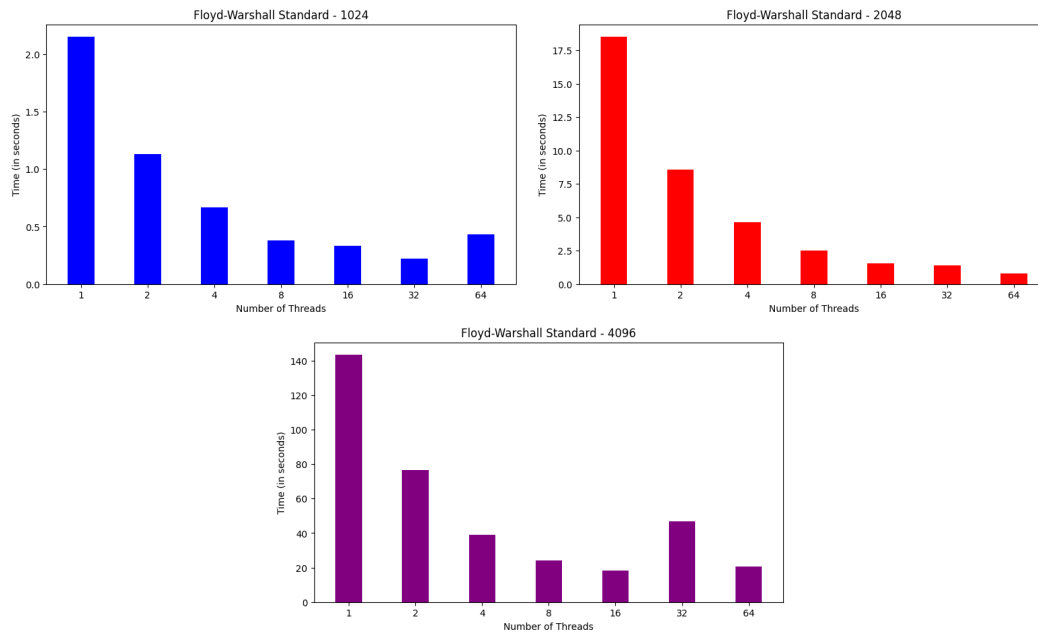


Figure 8: Χρόνος Εκτέλεσης FW Standard

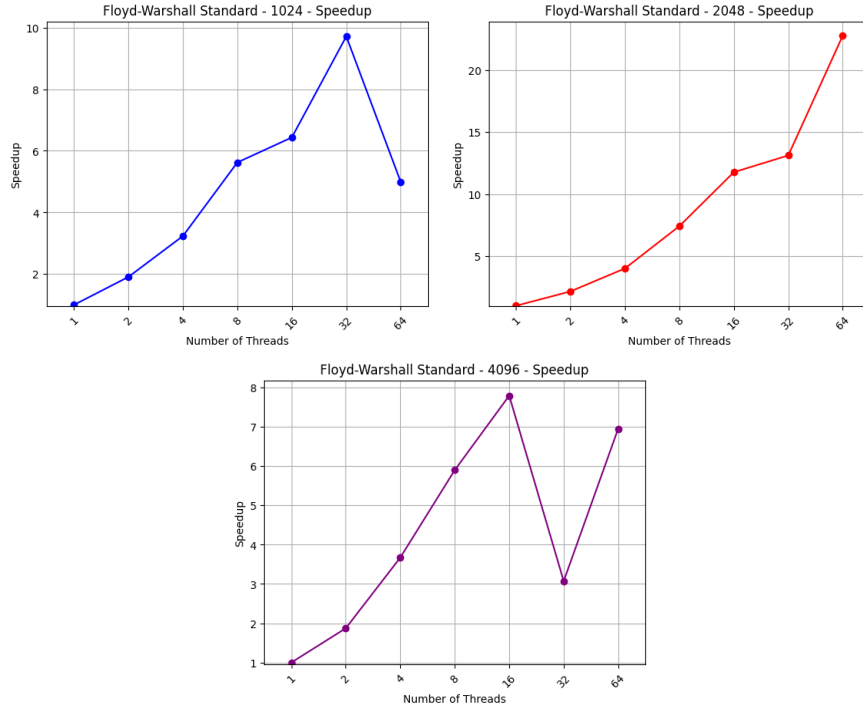


Figure 9: Speedup FW Standard

## Best Times - Standard

Size 1024: 0.2213s - 32 Threads

Size 2048: 0.8121s - 64 Threads

Size 4096: 18.4082s - 16 Threads

Παρατηρούμε ότι τα συμπεράσματα περί κλιμάκωσης είναι ολόιδια με το πρόβλημα του Game Of Life. Για μικρούς πίνακες, υπάρχει μεγάλη δυνατότητα για κλιμάκωση, αλλά αυξάνοντας τα νήματα, το overhead που εισάγεται λόγω της επικοινωνίας μεταξύ τους περιορίζει την αύξηση της απόδοσης.

Για μεσαίους πίνακες, οι οποίοι χωράνε στην cache των πυρήνων, έχουμε ακόμα μεγαλύτερη δυνατότητα για κλιμάκωση.

Για μεγάλους πίνακες, το πρόβλημα γίνεται πιο περίπλοκο καθώς πλέον δεν χωράει ο πίνακας στις cache μνήμες του επεξεργαστή. Αυξάνονται οι ανάγκες για μεταφορά cache lines. Άρα πλέον το πρόβλημα είναι memory bound.

### 0.2.2 Floyd-Warshall - Recursive/Task Based

Το νόημα της συγκεκριμένης έκδοσης του αλγορίθμου είναι να τρέχει αναδρομικά μέχρι να συναντήσει πίνακα μεγέθους, επιλεγμένο από εμάς, βολικό για τον επεξεργαστή. Το μέγεθος αυτό ονομάζουμε block size. Δηλαδή, προσπαθούμε να χωρέσουμε ολόκληρο τον πίνακα στην cache. Παρακάτω παρουσιάζουμε το task graph της συνάρτησης αυτής για την πρώτη φορά που καλείται.



```

// Task 1: FWR(A00, B00, C00)
FW_SR(A,arow, acol,B,brow, bcol,C,crow, ccol, myN/2, bsize);

// Task 2: FWR(A01, B00, C01) and FWR(A10, B10, C00)
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow, acol+myN/2,B,brow, bcol,C,crow, ccol+myN/2, myN/2, bsize);
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow+myN/2, acol,B,brow+myN/2, bcol,C,crow, ccol, myN/2, bsize);
#pragma omp taskwait

// Task 3: FWR(A11, B10, C01)
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow+myN/2, acol+myN/2,B,brow+myN/2, bcol,C,crow, ccol+myN/2,
        myN/2, bsize);
#pragma omp taskwait

// Task 4: FWR(A11, B10, C01)
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow+myN/2, acol+myN/2,B,brow+myN/2, bcol+myN/2,C,crow+myN/2,
        ccol+myN/2, myN/2, bsize);
#pragma omp taskwait

// Task 5: FWR(A10, B10, C00) and FWR(A01, B00, C01)
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow+myN/2, acol,B,brow+myN/2, bcol+myN/2,C,crow+myN/2, ccol,
        myN/2, bsize);
#pragma omp task shared(A,B,C)
    FW_SR(A,arow, acol+myN/2,B,brow, bcol+myN/2,C,crow+myN/2, ccol+myN/2,
        myN/2, bsize);
#pragma omp taskwait

// Task 6: FWR(A00, B00, C00)
FW_SR(A,arow, acol,B,brow, bcol+myN/2,C,crow+myN/2, ccol, myN/2, bsize);

```

---

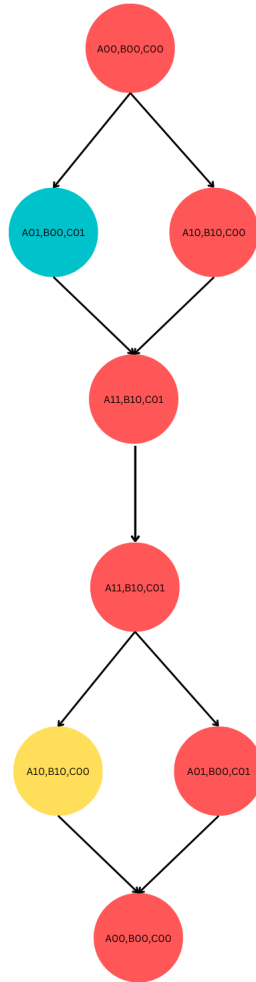
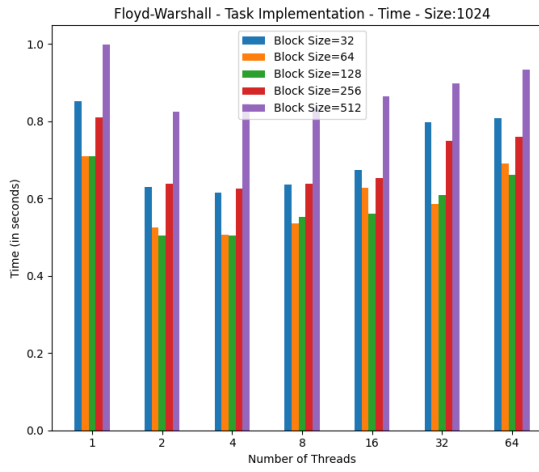
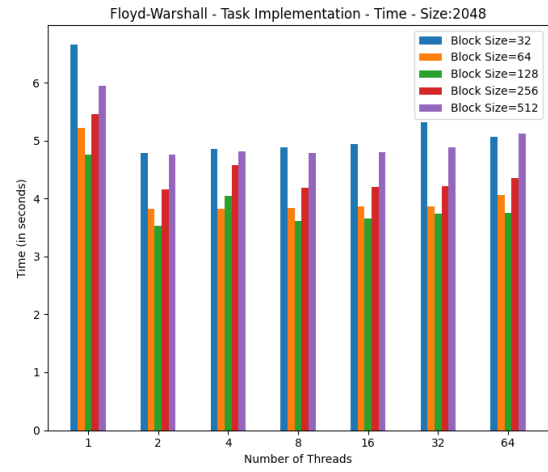


Figure 10: FW Recursive Task Graph - 1st iteration

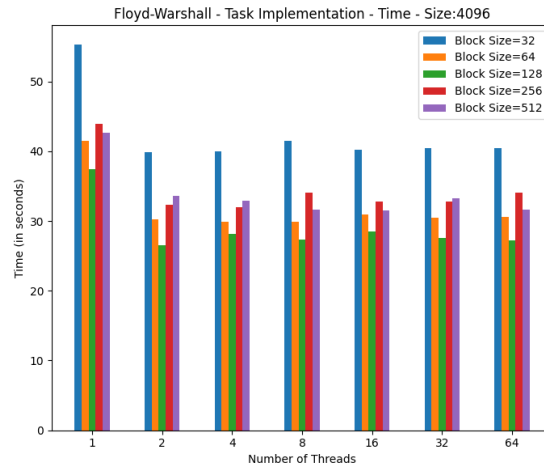
Η παραλληλοποίηση αυτής της έκδοσης γίνεται με χρήση task, ώστε να μπορεί να είναι αναδρομική.



(a) FW Recursive Size 1024

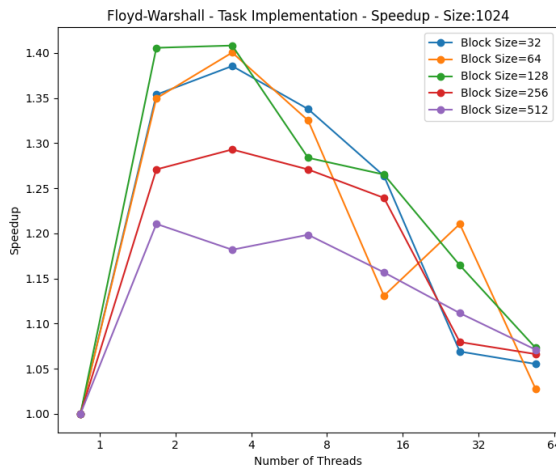


(b) FW Recursive Size 2048

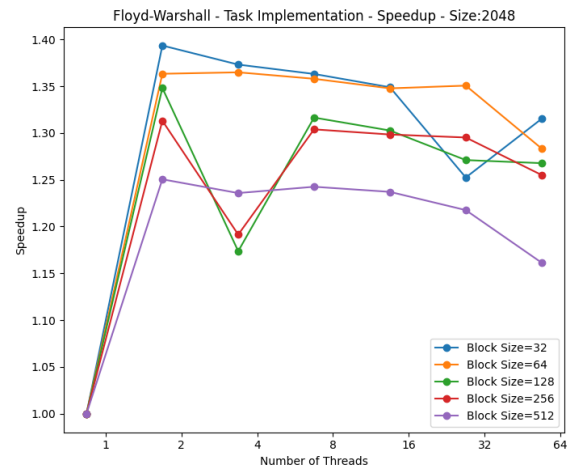


(c) FW Recursive Size 4096

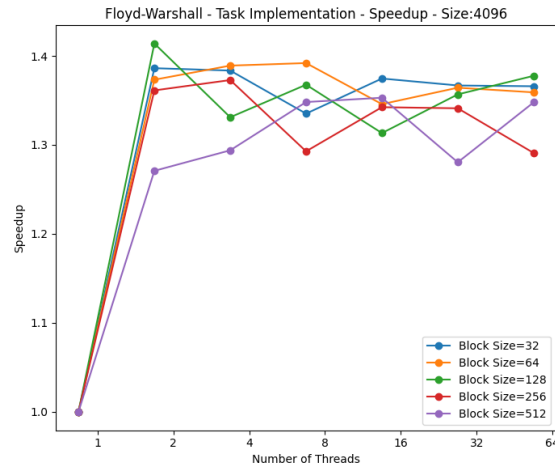
Figure 11: Χρόνος Εκτέλεσης FW Recursive



(a) FW Recursive Size 1024



(b) FW Recursive Size 2048



(c) FW Recursive - Size 4096 - Speedup

Figure 12: Speedup FW Recursive

### Best Times - Task - No Nested

Size 1024: 0.5034s - 4 Threads - Block Size 128

Size 2048: 3.5248s - 4 Threads - Block Size 128

Size 4096: 26.4761s - 2 Threads - Block Size 128

Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι το speedup δεν ξεπερνάει το 1.4. Σύμφωνα και με το task graph, η μέγιστη παραλληλοποίηση γίνεται με 2 νήματα σε κάθε επίπεδο αναδρομής. Ως προεπιλογή, το OpenMP  $\Delta\text{EN}$  επιτρέπει φωλιασμένη παραλληλοποίηση. Όταν ένα νήμα εισέρχεται σε παράλληλη περιοχή μέσα σε άλλη παράλληλη περιοχή, τότε δεν καλεί παραπάνω νήματα για την εκτέλεση αυτής της περιοχής. Άρα υπάρχουν περιοχές στο πρόγραμμα που εκτελούνται με το πολύ 1 εργάτη.

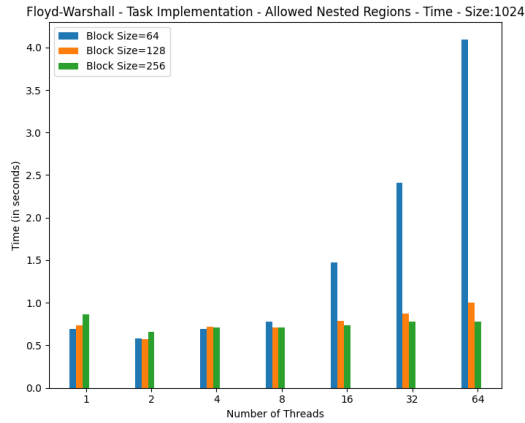
Η λύση για το παραπάνω είναι να αλλάζουμε την συμπεριφορά του OpenMP. Γίνεται να προσπεράσουμε αυτόν τον περιορισμό θέτοντας ένα environmental variable, το **OMP\_NESTED** σε **TRUE**.

Η λύση αυτή δεν επαρκεί καθώς μετά μπορεί να επιφέρει αντίθετα αποτελέσματα από τα επιθυμητά. Επιτρέποντας την εκτέλεση φωλιασμένων παράλληλων περιοχών, υπάρχει ο κίνδυνος να καλέσουμε πολλά νήματα για την δημιουργία των task αλλά να μην υπάρχουν διαθέσιμα νήματα για την ίδια την εκτέλεση των πράξεων.

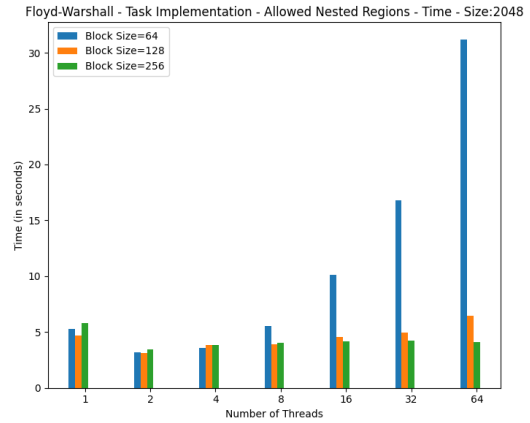
Χρειάζονται περαιτέρω περιορισμοί. Αυτοί δίνονται από το OpenMP με την μορφή μεταβλητών περιβάλλοντος.

Οι **SUNW\_MP\_MAX\_POOL\_THREADS** και **SUNW\_MP\_MAX\_NESTED\_LEVELS** περιορίζουν τον αριθμό των διαθέσιμων νημάτων/δούλων (δηλαδή όλων εκτός του νήματος αφέντη) και το μέγιστο βάθος που επιτρέπονται από τα νήματα να καλούν άλλα νήματα αντίστοιχα.

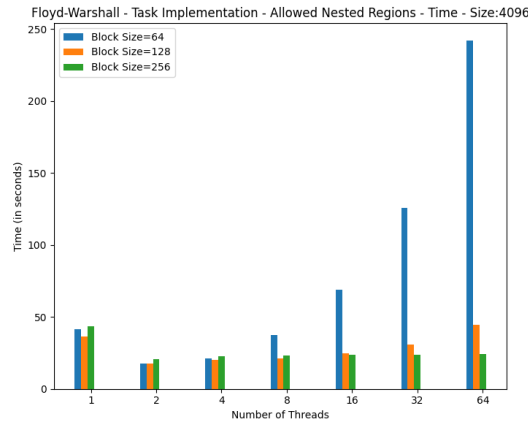
Εφαρμόζοντας τα παραπάνω, βγάζουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:



(a) FW Recursive + Nested Size 1024



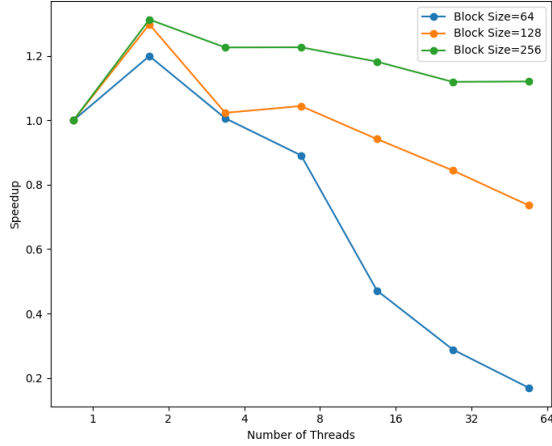
(b) FW Recursive + Nested Size 2048



(c) FW Recursive + Nested Size 4096

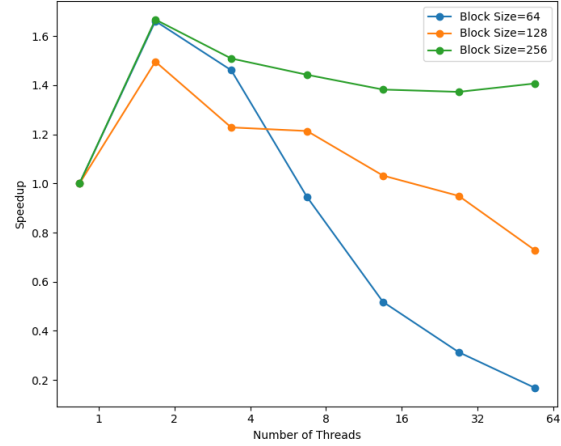
Figure 13: Χρόνος Εκτέλεσης FW Recursive/Nested

Floyd-Warshall - Task Implementation - Allowed Nested Regions - Speedup - Size:102



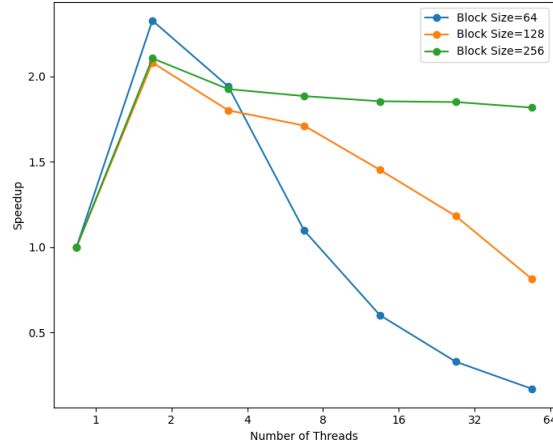
(a) FW Recursive - Size 1024 - Speedup

Floyd-Warshall - Task Implementation - Allowed Nested Regions - Speedup - Size:2048



(b) FW Recursive - Size 2048 - Speedup

Floyd-Warshall - Task Implementation - Allowed Nested Regions - Speedup - Size:4096



(c) FW Recursive - Size 4096 - Speedup

Figure 14: Speedup FW Recursive/Nested

### Best Times - Task - With Nesting

Size 1024: 0.5688s - 2 Threads - Block Size 128

Size 2048: 3.1347s - 4 Threads - Block Size 128

Size 4096: 17.3402s - 2 Threads - Block Size 128

**Σημείωση:** Για το speedup θεωρούμε σειριακό χρόνο εκτέλεσης για κάθε έκδοση τον χρόνο εκτέλεσης με ένα νήμα.

Και οι 2 εκδόσεις του recursive αλγορίθμου δεν φτάνουν σε απόδοση τον standard αλγόριθμο, σε ζήτημα scaling. Χρειάζεται περισσότερη μελέτη από το μέρος μας για να φτάσουμε καλύτερες επιδόσεις, κυρίως με καλύτερη χρήση των μεταβλητών περιβάλλοντος της OpenMP.

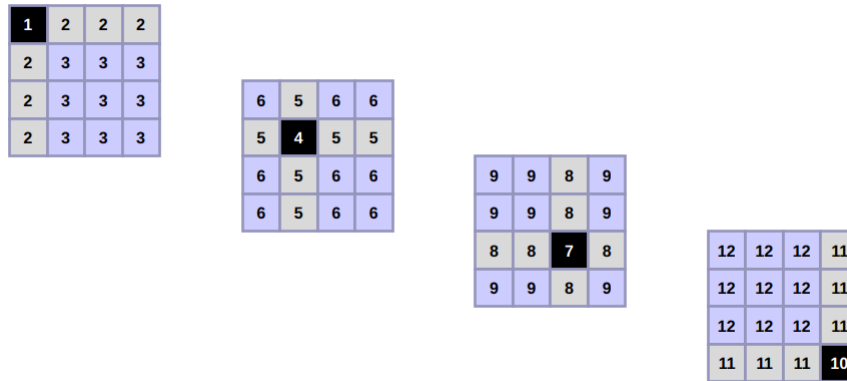
Η κατάλληλη επιλογή block size εξαρτάται κάθε φορά από τον επεξεργαστή που χρησι-

μπορούμε. Σημαντικό να μην χρησιμοποιηθούν μικρά block sizes στην έκδοση που επιτρέπονται οι φωλιασμένες παράλληλες περιοχές γιατί γρήγορα υπερφορτώνεται το pool απο task όμως δεν υπάρχουν διαθέσιμα νήματα να δεχθούν task.

### 0.2.3 Floyd-Warshall - Tiled

Στην συγκεκριμένη έκδοση, εκμεταλλευόμαστε το παρακάτω σχήμα/ακολουθία πράξεων.

Figure 15: Βήματα Παράλληλισμού FW Tiled



Σε κάθε βήμα, υπολογίζουμε πρώτα το διαγώνιο στοιχείο του πίνακα (k-οστό), μετά υπολογίζουμε τα στοιχεία της ίδιας γραμμής και στήλης και μετά τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα. Αυτές οι 3 ενέργειες πρέπει να γίνουν διαδοχικά μεταξύ τους με αυτή την σειρά. Αυτό σημαίνει ότι οι 2 τελευταίες ενέργειες μπορούν να γίνουν ταυτόχρονα (μεταξύ τους).

Υλοποιήσαμε 2 διαφορετικές εκδόσεις, μία με παράλληλισμό βρόγχων και μια με παράλληλισμό βρόγχων και tasks.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζουμε είναι από την έκδοση με τον παράλληλισμό βρόγχων.

### Κώδικας FW Tiled

```
for(k=0; k<N; k+=B){
    FW(A,k,k,k,B);
    #pragma omp parallel shared(A,k,B)
    {
        #pragma omp for nowait
        for(i=0; i<k; i+=B)
            FW(A,k,i,k,B);

        #pragma omp for nowait
        for(i=k+B; i<N; i+=B)
            FW(A,k,i,k,B);
    }
}
```

```

#pragma omp for nowait
for(j=0; j<k; j+=B)
    FW(A,k,k,j,B);

#pragma omp for nowait
for(j=k+B; j<N; j+=B)
    FW(A,k,k,j,B);
}

#pragma omp parallel shared(A,k,B)
{
    #pragma omp for collapse(2) nowait
    for(i=0; i<k; i+=B)
        for(j=0; j<k; j+=B)
            FW(A,k,i,j,B);

    #pragma omp for collapse(2) nowait
    for(i=0; i<k; i+=B)
        for(j=k+B; j<N; j+=B)
            FW(A,k,i,j,B);

    #pragma omp for collapse(2) nowait
    for(i=k+B; i<N; i+=B)
        for(j=0; j<k; j+=B)
            FW(A,k,i,j,B);

    #pragma omp for collapse(2) nowait
    for(i=k+B; i<N; i+=B)
        for(j=k+B; j<N; j+=B)
            FW(A,k,i,j,B);
}
}

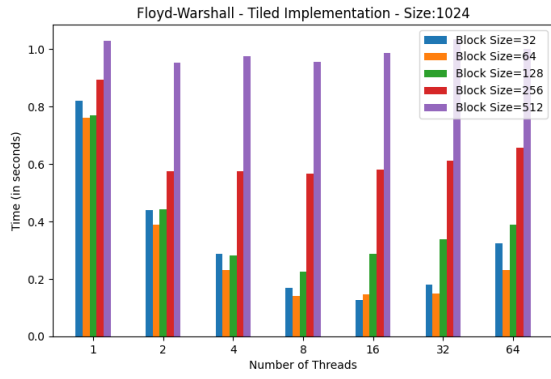
```

---

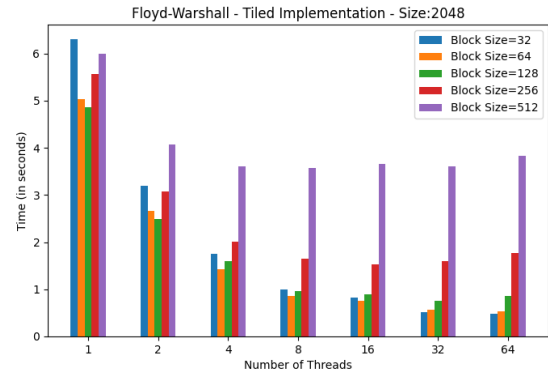
Η επιλογή `nowait` χρησιμοποιείται αφού μεταξύ τους οι βρόγχοι της κάθε παράλληλης περιοχής μπορούν να τρέξουν ταυτόχρονα.

Η επιλογή `collapse(2)` χρησιμοποιείται καθώς χωρίς αυτήν, ο 2ος βρόγχος θα έτρεχε μονονηματικά, από το νήμα που εκτελεί το `for` loop. Με το συγκεκριμένο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλα τα νήματα του συστήματος για να παραλληλοποιηθεί ο τέλει φωλιασμένος βρόγχος.

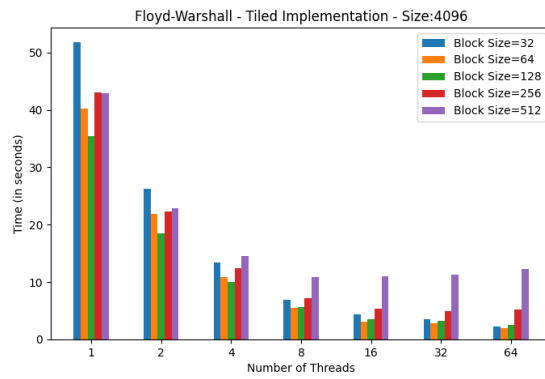




(a) FW Tiled - Size 1024

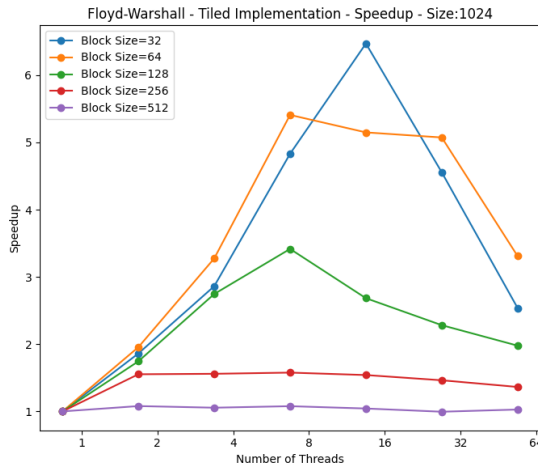


(b) FW Tiled - Size 2048

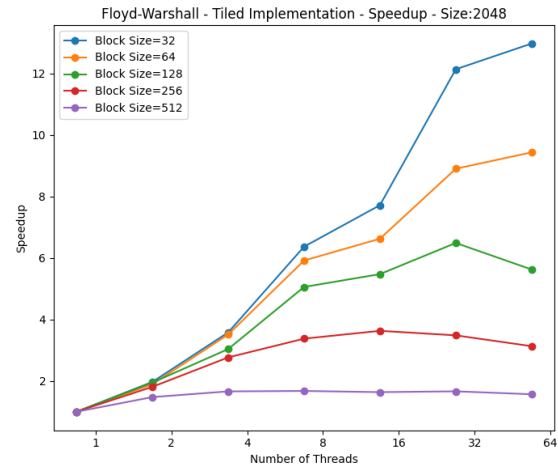


(c) FW Tiled - Size 4096

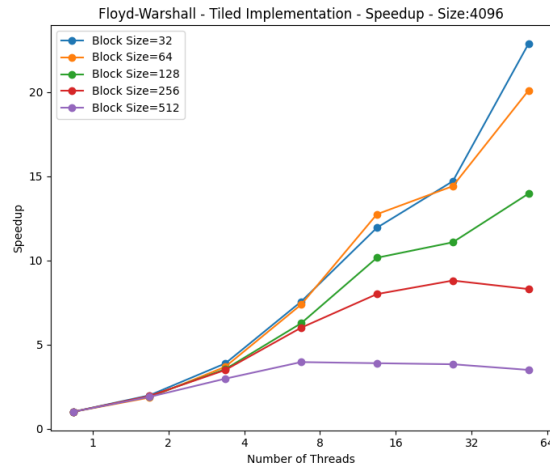
Figure 16: Χρόνος Εκτέλεσης FW Tiled



(a) FW Tiled - Size 1024 - Speedup



(b) FW Tiled - Size 2048 - Speedup



(c) FW Tiled - Size 4096 - Speedup

Figure 17: Speedup FW Tiled

### Best Times - Tiled - ParFor

Size 1024: 0.1267s - 16 Threads - Block Size 32

Size 2048: 0.4858s - 64 Threads - Block Size 32

Size 4096: 1.9965s - 64 Threads - Block Size 64

Οι χρόνοι εκτέλεσης είναι πλέον πολύ καλύτεροι και από τις 2 εκδόσεις. Συγκριτικά με την αρχική έκδοση, όπου ο καλύτερος χρόνος ήταν 20.6s (με 64 νήματα) για τον πίνακα μεγέθους 4096, πλέον βέλτιστος χρόνος είναι 1.99s για block size=64.

Η Tiled έκδοση φαίνεται να κλιμακώνει πολύ καλύτερα από την standard για μεγάλους πίνακες. Για μεσαίους και μικρούς, τα αποτελέσματα είναι αρκετά παρόμοια. Είναι καλύτερη επιλογή από άποψη αξιοποίησης πόρων καθώς ακόμα και με μικρότερο αριθμό νημάτων, πετυχαί-

νουμε πολύ καλύτερους χρόνους.