

# Kinematyka

Bartosz Węgrzyn

23 grudnia 2023

## 1 Wprowadzenie

Ta notatka opisuje w najważniejsze zagadnienia w kinematyce: ruchy jednostajne i zmienne, w jednym i dwóch wymiarach, ruch po okręgu oraz względność ruchów.

## 2 Ruch w jednym wymiarze

### 2.1 Wiadomości wstępne

#### 2.1.1 Położenie

Położeniem  $\vec{x}$  punktu<sup>1</sup> w danym momencie nazywamy wektor rozpoczynający się w początku układu, a kończący się na tym punkcie (wektor wodzący).

Położeniem  $\vec{x}$  ciała w danym momencie nazywamy wektor wodzący do środka masy tego ciała.

Położenie jest funkcją czasu.

#### 2.1.2 Przemieszczenie

Przemieszczeniem nazywamy wektor:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0, \quad (1)$$

gdzie  $\vec{x}_0$  to położenie początkowe ciała, a  $\vec{x}_1$  to położenie końcowe ciała.

#### 2.1.3 Droga

Droga  $s$  to wielkość skalarna opisująca dystans pokonany w pewnym określonym czasie.

Zawsze zachodzą następujące zależności:

$$s \geq 0 \wedge s(t_1) \geq s(t_0), t_1 > t_0 \quad (2)$$

---

<sup>1</sup>W dwóch i trzech wymiarach położenie i przemieszczenie są oznaczane literą  $r$ , aby nie mylić ich z osią  $x$ . Jednak w ruchu w jednym wymiarze poruszamy się po jednej osi (zazwyczaj  $x$  lub  $y$ ) i wektor wodzący oznaczamy taką samą literą jak oś.

Pierwsza zależność mówi, że droga zawsze jest dodatnia - nie możemy pokonać ujemnego dystansu. Druga zależność mówi nam, że droga nigdy nie maleje - tak jak pokonany dystans na liczniku samochodu.

#### 2.1.4 Prędkość średnia i chwilowa, szybkość

Prędkość średnia  $\vec{v}_s$  jest równa:

$$\vec{v}_s = \frac{\Delta \vec{x}}{t}, \quad (3)$$

gdzie  $t$  to pewien przedział czasowy, w którym nastąpiło przemieszczenie  $\Delta \vec{x}$ .

Prędkość chwilowa  $\vec{v}$  jest funkcją czasu i wynosi:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \dot{\vec{x}} \quad (4)$$

Szybkość średnia  $v_{sr}$  to wielkość skalarna:

$$v_s = \frac{s}{t}, \quad (5)$$

gdzie  $t$  to czas, w którym została przebyta droga  $s$ .

Szybkość chwilowa  $v$  to wielkość skalarna:

$$v = \left| \frac{dx}{dt} \right| = |\dot{x}| = |\vec{v}| \quad (6)$$

Szybkość może dowolnie zmieniać swoją wartość, ale musi być zawsze  $\geq 0$ , ponieważ jest modulem wektora.

#### 2.1.5 Przyspieszenie

Przyspieszenie chwilowe  $\vec{a}$  to wektor:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{\vec{x}} \quad (7)$$

lub skalar:

$$a = \left| \frac{dv}{dt} \right| = |\ddot{x}| = |\vec{a}| \quad (8)$$

Przyspieszenie średnie  $a_s$ :

$$a_s = \left| \frac{\Delta v}{t} \right|, \quad (9)$$

gdzie  $t$  to czas, w którym nastąpiła zmiana prędkości  $\Delta v = v_1 - v_0$ .

### 2.1.6 Wzory całkowe

Z powyższych wzorów wynikają następujące:

$$\boxed{s = \int_0^t v dt}$$
$$\boxed{v = \int_0^t \pm a dt}$$
(10)

Stałymi w tych całkach będą  $s_0$  i  $v_0$  (wartości początkowe). Znaczenie znaku  $\pm$  zostanie omówione w następnym podrozdziale.

### 2.1.7 Wyższe pochodne położenia po czasie

Zryw  $\vec{z}$  to trzecia pochodna położenia po czasie, można nazwać go "przyspieszeniem przyspieszenia":

$$\vec{z} = \dot{\vec{a}} = \ddot{\vec{v}} = \dddot{\vec{x}}$$
$$z = \dot{a} = \ddot{v} = \ddot{x}$$
(11)

Udar  $\vec{u}$  to czwarta pochodna położenia po czasie, "przyspieszenie zrywu":

$$\vec{u} = \dot{\vec{z}} = \ddot{\vec{a}} = \ddot{\vec{v}} = \ddot{\vec{x}}$$
$$u = \dot{z} = \ddot{a} = \ddot{v} = \ddot{x}$$
(12)

Potraktujmy te wielkości jednak jako ciekawostki, ponieważ bardzo rzadko znajdują zastosowanie w fizyce.

## 2.2 Ruch jednostajny prostoliniowy

### 2.2.1 Definicja ruchu jednostajnego prostoliniowego

Ruch jednostajny prostoliniowy to taki ruch, gdzie torem ciała jest linia prosta oraz  $v(t) = \text{const.}$

### 2.2.2 Wzory w ruchu jednostajnym prostoliniowym

Wyprowadźmy wzory opisujące ruch jednostajny prostoliniowy:

$$\boxed{s = \int_0^t v dt = s_0 + vt}$$
(13)

$$v = \text{const.} \implies a = 0$$

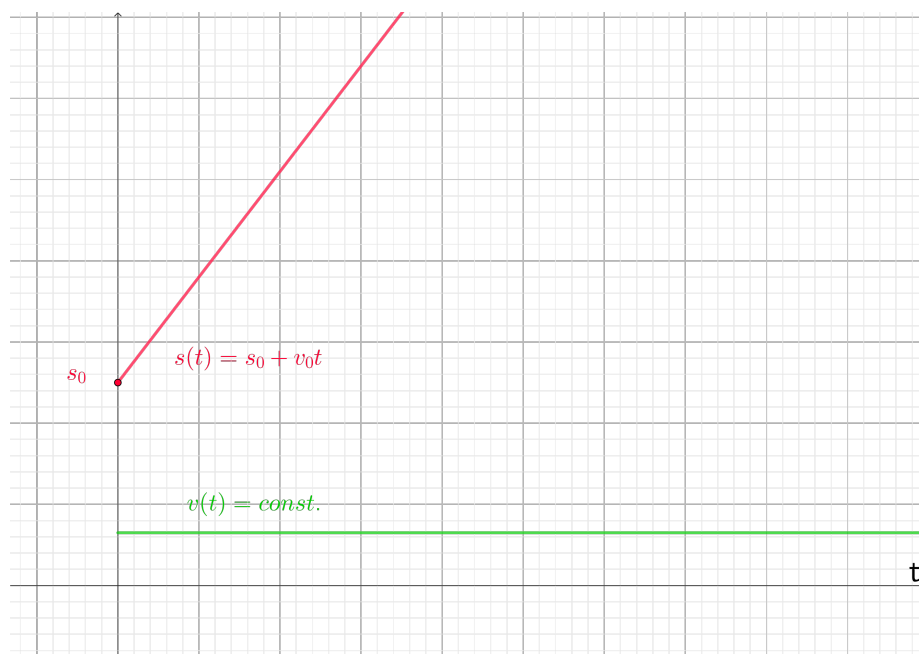
$$\implies \boxed{\Delta v = \int_0^t a dt - v_0 = 0}$$
(14)

Równanie ruchu ma postać:

$$\boxed{x(t) = x_0 \pm vt}, \quad (15)$$

gdzie gdy mamy  $+$ ,  $\vec{v}$  jest skierowany zgodnie z osią, a gdy mamy  $-$ ,  $\vec{v}$  jest skierowany przeciwnie do osi.

Na rysunku 1 widać wykres drogi oraz prędkości od czasu w ruchu jednostajnym prostoliniowym.



Rysunek 1: Wykres  $s(t)$  i  $v(t)$  w ruchu jednostajnym prostoliniowym.

## 2.3 Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny

### 2.3.1 Definicja ruchu prostoliniowego jednostajnie zmiennego

Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny to taki ruch, gdzie torem ciała jest linia prosta oraz  $a = \text{const.} \wedge a \neq 0$ .

### 2.3.2 Wzory w ruchu prostoliniowym jednostajnie zmiennym

Wyprowadzając wzory dla ruchu jednostajnie zmiennego, mamy:

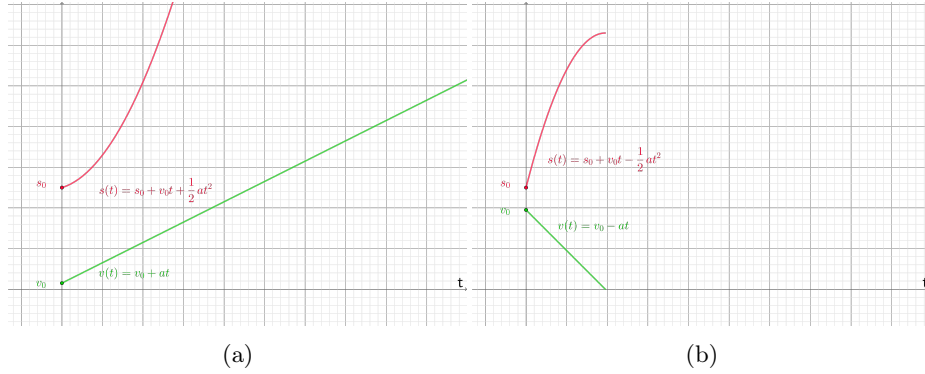
$$\boxed{v_1 = \int_0^t \pm a \, dt = v_0 \pm at} \quad (16)$$

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{t} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} s &= \int_0^t v dt = \int_0^t v_0 + at dt = \\ &= s_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Pojawiają się tu znaki  $\pm$ , dlatego że w zależności czy ruch jest przyspieszony, czy opóźniony, musimy przyspieszeniu nadać znak dodatni lub ujemny. Ruch nazywamy przyspieszonym, kiedy zwroty  $\vec{v}$  i  $\vec{a}$  są zgodne, a opóźnionym, kiedy ich zwroty są przeciwne. Zauważmy, że przez to dziedziną funkcji  $v(t)$  i  $s(t)$  w ruchu opóźnionym będą tylko takie nieujemne wartości  $t$ , dla których  $v_0 - at \geq 0$  (do tego momentu droga będzie rosła, a nie malała, co byłoby niezgodne z założeniami (2)).

Drogę i prędkość jako funkcję czasu w tym ruchu pokazuje rysunek 2.



Rysunek 2: Wykresy  $v(t)$  i  $s(t)$  w ruchu prostoliniowym jednostajnie (a) przyspieszonym (b) opóźnionym. Zauważmy, że wykres (b) ucina się od razu, gdy  $v(t) = 0$ , czyli wektor  $\vec{v}$  zmienia swój zwrot. Wtedy droga zaczęłaby maleć, co jest niezgodne ze wcześniejszymi założeniami.

Równanie ruchu ma postać:

$$x(t) = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2, \quad (19)$$

gdzie znaki zależą od zwrotów  $\vec{v}$  i  $\vec{a}$  względem osi.

W ruchu przyspieszonym bez drogi początkowej:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Wyciągnijmy  $t$  przed nawias i podstawmy  $at = \Delta v$ :

$$s = t \left( v_0 + \frac{1}{2}at \right)$$

$$s = t \left( v_0 + \frac{1}{2}\Delta v \right)$$

Jak wiemy, w czasie  $t$ ,  $\Delta v = v - v_0$ :

$$s = t \left( v_0 + \frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_0 \right)$$

$$s = \frac{1}{2}t(v_1 + v_0)t = \frac{2s}{(v_1 + v_0)}$$

Wiemy również, że:

$$t = \frac{v_1 - v_0}{a}$$

Przyrównajmy zatem te dwa równania:

$$\frac{v_1 - v_0}{a} = \frac{2s}{(v_1 + v_0)}$$

$$2sa = (v_1 - v_0)(v_1 + v_0)$$

Prawa strona tego równania to nic innego, jak wzór skróconego mnożenia. Mamy więc nasz ostateczny wzór:

$$\boxed{2sa = v_1^2 - v_0^2} \quad (20)$$

### 2.3.3 Rzut pionowy w dół i spadek swobodny

Ruch w rzucie pionowym w dół jest niczym innym, jak ruchem prostoliniowym jednostajnie przyspieszonym, gdzie  $a = g$  ( $g \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ).

Zatem opiszmy ten ruch poznanymi wcześniej równaniami:

$$h(t) = h_0 - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2, \quad (21)$$

gdzie  $h(t)$  to wysokość ciała nad powierzchnią ziemi w danym momencie w czasie,  $h_0$  to wysokość, z jakiej zostało rzucone ciało, a  $v_0$  to prędkość, z jaką rzucono ciało. Zakładamy tutaj że wszystkie wektory są skierowane równolegle do osi  $y$ , której początkiem (zerem) jest ziemia oraz jest ona skierowana w górę (stąd minusy w równaniu - wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{a}$  są skierowane w dół).

W przypadku szczególnym, kiedy  $v_0 = 0$ :

$$h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad (22)$$

Taki ruch nazywamy wtedy spadkiem swobodnym.

W rzucie pionowym w dół oraz w spadku swobodnym, prędkość ciała tuż przed uderzeniem w ziemię możemy wyprowadzić ze wzoru (20):

$$v_1 = \sqrt{2h_0g + v_0^2} \quad (23)$$

dla rzutu pionowego oraz:

$$v_1 = \sqrt{2h_0g} \quad (24)$$

dla spadku swobodnego.

Przekształcając wzory, mamy:

$$h_0 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} \quad (25)$$

oraz:

$$h_0 = \frac{v_1^2}{2g} \quad (26)$$

### 2.3.4 Rzut pionowy w górę

Rzut pionowy w górę jest po prostu ruchem prostoliniowym jednostajnie opóźnionym. Zatem możemy go opisać równaniem:

$$h(t) = h_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2, \quad (27)$$

gdzie  $h$  to wysokość ciała nad ziemią w danym momencie  $t$  w czasie,  $h_0$  to wysokość nad ziemią, z jakiej ciało zostało rzucone, a  $v_0$  to prędkość jaka została nadana ciału przy wyrzucie.

Aby obliczyć  $h_{max}$ , obliczmy maksimum funkcji  $h(t)$ :

$$\dot{h} = v_0 - gt$$

$$v_0 - gt = 0$$

$$v_0 = gt \implies \text{funkcja osiąga ekstremum, kiedy } t = \frac{v_0}{g}$$

$$\ddot{h} = -g < 0 \implies \text{tym ekstremum jest maksimum}$$

Podstawmy więc nasz wynik do równania (27):

$$h_{max} = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} \quad (28)$$

Jak pamiętamy, w tym przypadku  $v_0 = gt_{max}$ . Podstawmy to więc do powyższego równania:

$$h_{max} = h_0 + \frac{1}{2}gt_{max}^2$$

$$t_{max} = \sqrt{\frac{2(h_{max} - h_0)}{g}} \quad (29)$$

W tym ruchu całkowity czas lotu  $t$  jest równy:

$$t = t_{max} + t_s, \quad (30)$$

gdzie  $t_s$  jest czasem spadania ciała, który można łatwo wyliczyć ze wzorów w spadku swobodnym. Jest on równy czasowi wznoszenia ( $t_{max}$ ), jeśli wysokość z jakiej zostało rzucone ciało i na jakiej ono wylądowało są równe. Wtedy  $t = 2t_{max}$ .

## 2.4 Ruchy niejednostajnie zmienne

Jeśli mamy dane położenie, prędkość lub przyspieszenie jako dowolną funkcję czasu, nie koniecznie wpasowującą się w poprzednie ruchy, możemy z łatwością dokonać obliczeń używając wzorów z paragrafów 2.1.4, 2.1.5 i 2.1.6.

## 3 Ruch w dwóch wymiarach

W przypadku, gdy mamy do czynienia z ruchem w dwóch wymiarach, najłatwiej jest rozdzielić wektory na poszczególne składowe i traktować je jako niezależne od siebie.

### 3.1 Rzut poziomy

#### 3.1.1 Podział ruchu na dwie składowe

W rzucie poziomym mamy do czynienia z dwoma ruchami - jednostajnym prostoliniowym w osi  $x$  oraz spadkiem swobodnym w osi  $y$ . Zatem:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad (31)$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} \quad (32)$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}, \quad (33)$$

gdzie  $\hat{i}$  oraz  $\hat{j}$  to wersory w kierunku odpowiednio osi  $x$  i  $y$ .

Dzięki takiemu podziałowi, możemy oddzielnie analizować ruch w osi  $x$  oraz  $y$ , a następnie nałożyć je na siebie.

#### 3.1.2 Składowa $x$ w rzucie poziomym

W rzucie poziomym prędkość nadana ciału na początku ma tylko składową  $x$ . Pomijamy też opory powietrza, więc składowa  $x$  naszej prędkości pozostaje bez zmian. Zatem mamy do czynienia z ruchem jednostajnym prostoliniowym



(prostoliniowy, ponieważ rozważamy ruch jedynie wzdłuż jednej osi). Przyjmujemy, że ciało zostało rzucone z zera osi  $x$ , więc pozbywamy się  $x_0$ . Wtedy:

$$\boxed{v_x = v_0 = \text{const.}} \quad (34)$$

$$\boxed{x = v_x t} \quad (35)$$

### 3.1.3 Składowa $y$ w rzucie poziomym

W rzucie poziomym prędkość początkowa ciała nie posiada składowej  $y$ . Nadaje ją dopiero grawitacja, zatem mamy do czynienia ze spadkiem swobodnym. Zakładamy, że ciało zostało rzucone na wysokości  $h_0$  nad ziemią. Zatem:

$$\boxed{v_y = gt} \quad (36)$$

$$\boxed{y = h_0 - \frac{1}{2}gt^2} \quad (37)$$

Możemy stosować tu wszystkie wzory poznane w paragrafie 2.3.3.

### 3.1.4 Łączenie dwóch składowych

Zasięgiem  $d$  rzutu poziomego (oraz później ukośnego) nazywamy odległość, jaką podczas lotu przebędzie ciało w osi  $x$ :

$$d = v_0 t \quad (38)$$

Mając dany zasięg i prędkość początkową, możemy wyliczyć czas:

$$\boxed{t = \frac{d}{v_0}} \quad (39)$$

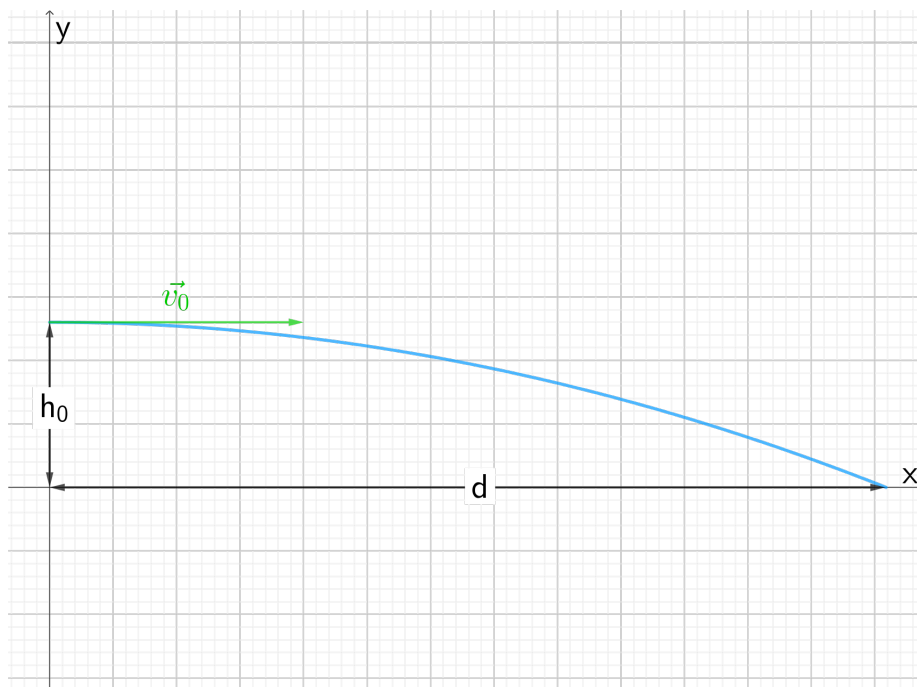
Teraz możemy np. obliczyć wysokość, na jakiej rzucono ciało:

$$\boxed{h_0 = \frac{1}{2} \frac{gd^2}{v_0^2}} \quad (40)$$

Możemy również połączyć dwie składowe położenia w jeden wektor:

$$\boxed{\vec{r} = (v_0 t) \hat{i} + \left( h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \right) \hat{j}} \quad (41)$$

Tor ciała w rzucie poziomym widać na rysunku 3.



Rysunek 3: Tor ciała w rzucie poziomym z zaznaczonym zasięgiem, wysokością początkową i prędkością początkową.

## 3.2 Rzut ukośny

### 3.2.1 Składowa $x$ w rzucie ukośnym

Podobnie jak w rzucie poziomym, składowa  $x$  prędkości pozostaje stała przez cały czas. To oznacza, że mamy do czynienia z ruchem jednostajnym prostoliniowym w osi  $x$ . Dlatego tutaj obliczenia będą wyglądały tak samo jak w rzucie poziomym. Jednak pamiętajmy, że  $v_x \neq v_0$ , ponieważ  $v_x$  nie jest jedyną składową wektora  $\vec{v}_0$ .

### 3.2.2 Składowa $y$ w rzucie ukośnym

Teraz w osi  $y$  mamy do czynienia z rzutem pionowym w górę z prędkością początkową  $v_{0y}$ . Jeśli ciało zostało rzucone z wysokości  $h_0$ , to:

$$y = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (42)$$

Jeżeli ciało ląduje na takiej samej wysokości, z jakiej zostało rzucone (np.

na płaskiej polanie):

$$t = 2t_{max} = 2\sqrt{\frac{2(h_{max} - h_0)}{g}} \quad (43)$$

Możemy też obliczyć maksymalną wysokość, na jaką wzniesie się to ciało:

$$h_{max} = h_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g} \quad (44)$$

### 3.2.3 Łączenie składowych

Skoro  $v_x$  i  $v_{0y}$  są składowymi wektora  $\vec{v}_0$ , mamy:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \theta_0 \\ v_{0y} &= v_0 \sin \theta_0, \end{aligned} \quad (45)$$

gdzie  $\theta_0$  to kąt zawarty między osią  $x$  a wektorem  $\vec{v}_0$ . Stąd mamy również:

$$\theta_0 = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_x}\right) \quad (46)$$

Jeżeli ciało ląduje na takiej samej wysokości jak  $h_0$ ,  $v_y = v_{0y}$  oraz  $\theta = -\theta_0$ . Czas ponownie możemy wyliczyć nie tylko z  $y$ , ale też z  $x$ :

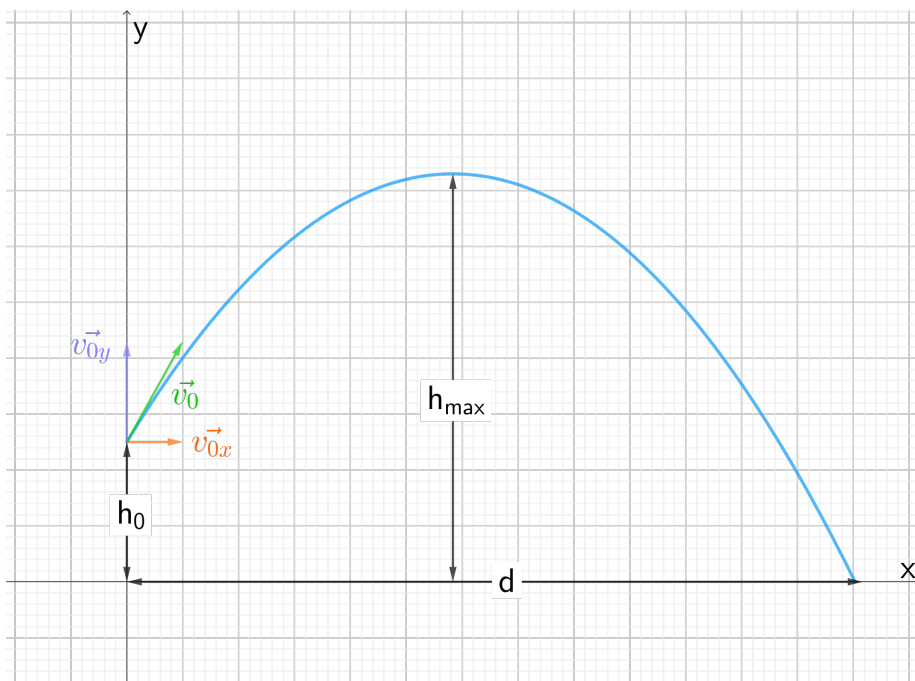
$$t = \frac{d}{v_0 \cos \theta_0} \quad (47)$$

Łącząc obie składowe w jeden wektor, mamy:

$$\vec{r} = (v_0 t \cos \theta_0) \hat{i} + \left(h_0 + v_0 t \sin \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2\right) \hat{j} \quad (48)$$

Tor w rzucie ukośnym został przedstawiony na rysunku 4 (następna strona).

Na podstawie równań z ruchu jednostajnego prostoliniowego oraz z rzutu pionowego w górę jesteśmy w stanie wyprowadzać wiele równań i zależności, które są w pełni dostosowane do potrzeb problemu.



Rysunek 4: Tor ciała w rzucie ukośnym z zaznaczonym zasięgiem, wysokością początkową i maksymalną oraz prędkością początkową i jej składowymi.

### 3.3 Ruch po okręgu

#### 3.3.1 Prędkość i przyspieszenie kątowe

$\theta$  to kąt, jaki wektor wodzący ciała poruszającego się po okręgu tworzy z osią  $x$ .

$\omega$  to prędkość kątowna, czyli pierwsza pochodna  $\theta$  po czasie (szybkość jego zmian):

$$\boxed{\omega = \dot{\theta}} \quad (49)$$

$\varepsilon$  to przyspieszenie kątowne, czyli druga pochodna  $\theta$  po czasie:

$$\boxed{\varepsilon = \ddot{\theta}} \quad (50)$$

Częstość kołowa  $f$  to częstotliwość obrotów (tzn. ile razy ciało poruszające się po okręgu zatoczy kąt  $2\pi$  rad w danej jednostce czasu):

$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}} \quad (51)$$

### 3.3.2 Definicja ruchu jednostajnego po okręgu

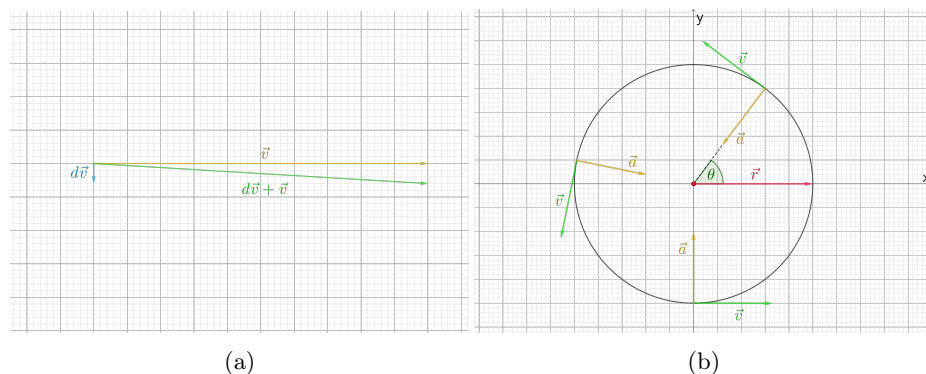
Ruch jednostajny po okręgu, to taki ruch, gdzie wartość wektora prędkości ciała pozostaje stała, a ciało zakreśla tor po okręgu. Ruch jednostajny po okręgu jest w pewnym sensie ruchem zmiennym - wektor prędkości zmienia swój kierunek, a więc musi działać na ciało przyspieszenie.

### 3.3.3 Przyspieszenie w ruchu jednostajnym po okręgu

Aby wektor prędkości ciała  $\vec{v}$  zmieniał swój kierunek bez zmiany swojej wartości, musimy dodawać do niego inny, nieskończenie mały oraz prostopadły wektor prędkości  $d\vec{v}$ . Jak pamiętamy:

$$\vec{v} = \vec{a}t \quad (52)$$

zatem aby nasz wektor był nieskończenie mały i prostopadły do  $\vec{v}$ , wektor przyspieszenia również prostopadły do wektora  $\vec{v}$  musimy pomnożyć przez nieskończenie mały czas  $dt$ . Z tego powodu wektor  $\vec{a}$  w ruchu jednostajnym po okręgu zawsze jest prostopadły do wektora  $\vec{v}$  - tylko wtedy  $\vec{v}$  będzie zmieniał swój kierunek bez zmiany swojej wartości (rysunek 5).



Rysunek 5: Na rysunku (a) przedstawiono dodawanie wektora  $d\vec{v}$  do  $\vec{v}$ . Jak  $|d\vec{v}| \rightarrow 0$ ,  $|\vec{v} + d\vec{v}| \rightarrow |\vec{v}|$ , ale wektor wypadkowy jest obrócony. Na rysunku (b) przedstawiono wektory przyspieszenia dośrodkowego i prędkości w ruchu jednostajnym po okręgu. Zaznaczono też kąt  $\theta$  i promień okręgu.

Przyspieszenie w tym ruchu można obliczyć ze wzoru:

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (53)$$

gdzie  $r$  jest zarówno długością wektora wodzącego ciała poruszającego się po okręgu, jak i promieniem okręgu.

### 3.4 Względność ruchu

Jeżeli układ  $R'$  porusza się ruchem jednostajnym z prędkością  $u$  względem układu  $R$ , a ciało porusza się z prędkością  $\vec{v}'$  względem układu  $R'$ , to ciało porusza się z prędkością  $\vec{v}$  względem układu  $R$ , która jest równa:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}} \quad (54)$$

Wtedy położenie tego ciała względem układu  $R$  wynosi:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_0' + \vec{v}t}, \quad (55)$$

gdzie  $\vec{r}_0$  to położenie początkowe układu  $R'$  względem układu  $R$ , a  $\vec{r}_0'$  to położenie początkowe ciała względem układu  $R'$ .

Układy nie przyspieszają, a więc są układami inercjalnymi, tzn. działają w nich zasady dynamiki Newtona. Przeciwnieństwem układów inercjalnych są układy nieinercjalne.

Powyższe zależności są prawdziwe jedynie, gdy:

$$v, v', u \ll c \quad (56)$$

oraz gdy czas płynie tak samo we wszystkich układach, tzn.  $t = t'$ .

Ruch ciał w przypadkach, gdy ich prędkości są porównywalne do  $c$  bada szczególna teoria względności.

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Ruch w jednym wymiarze</b>	<b>1</b>
2.1	Wiadomości wstępne . . . . .	1
2.1.1	Położenie . . . . .	1
2.1.2	Przemieszczenie . . . . .	1
2.1.3	Droga . . . . .	1
2.1.4	Prędkość średnia i chwilowa, szybkość . . . . .	2
2.1.5	Przyspieszenie . . . . .	2
2.1.6	Wzory całkowite . . . . .	3
2.1.7	Wyższe pochodne położenia po czasie . . . . .	3
2.2	Ruch jednostajny prostoliniowy . . . . .	3
2.2.1	Definicja ruchu jednostajnego prostoliniowego . . . . .	3
2.2.2	Wzory w ruchu jednostajnym prostoliniowym . . . . .	3
2.3	Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny . . . . .	4
2.3.1	Definicja ruchu prostoliniowego jednostajnie zmiennego . . . . .	4
2.3.2	Wzory w ruchu prostoliniowym jednostajnie zmiennym . . . . .	4
2.3.3	Rzut pionowy w dół i spadek swobodny . . . . .	6
2.3.4	Rzut pionowy w górę . . . . .	7
2.4	Ruchy niejednostajnie zmienne . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Ruch w dwóch wymiarach</b>	<b>8</b>
3.1	Rzut poziomy . . . . .	8
3.1.1	Podział ruchu na dwie składowe . . . . .	8
3.1.2	Składowa $x$ w rzucie poziomym . . . . .	8
3.1.3	Składowa $y$ w rzucie poziomym . . . . .	9
3.1.4	Łączenie dwóch składowych . . . . .	9
3.2	Rzut ukośny . . . . .	10
3.2.1	Składowa $x$ w rzucie ukośnym . . . . .	10
3.2.2	Składowa $y$ w rzucie ukośnym . . . . .	10
3.2.3	Łączenie składowych . . . . .	11
3.3	Ruch po okręgu . . . . .	12
3.3.1	Prędkość i przyspieszenie kątowe . . . . .	12
3.3.2	Definicja ruchu jednostajnego po okręgu . . . . .	13
3.3.3	Przyspieszenie w ruchu jednostajnym po okręgu . . . . .	13
3.4	Względność ruchu . . . . .	14