

问题：赛艇人数和成绩之间的关系

给出的条件：长度与宽度比值恒定，重量与人数比值恒定（ 设为常数）

假设：

- 假设比赛过程速度恒定，则问题转化为人数和速度之间的关系
 - 人数决定重量，重量决定排水体积和浸没面积，排水体积和浸没面积决定阻力。
 - 人数还决定功率
- 各种艇的几何形状相同, l/b 为常数;艇重 w_0 与桨手数 n 成正比. 这是艇的静态特性.
 - 艇速 v 是常数,前进时受的阻力 f 与 sv^2 成正比(s 是艇浸没部分面积). 这是艇的动态特性.
 - 所有桨手的体重都相同,记作 w ;在比赛中每个桨手的划桨功率 p 保持不变,且 p 与 w 成正比.

构建模型：

模型构成 有 n 名桨手的艇的总功率 np 与阻力 f 和速度 v 的乘积成正比,即

$$np \propto fv \tag{1}$$

由假设 2,3,

$$f \propto sv^2, \quad p \propto w$$

代入(1)式可得

$$v \propto \left(\frac{n}{s}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2}$$

由假设 1,各种艇几何形状相同,若艇浸没面积 s 与艇的某特征尺寸 c 的平方成正比($s \propto c^2$),则艇排水体积 A 必与 c 的立方成正比($A \propto c^3$),于是有

$$s \propto A^{\frac{2}{3}} \tag{3}$$

又根据艇重 w_0 与桨手数 n 成正比,所以艇和桨手的总质量 $w' = w_0 + nw$ 也与 n 成正比,即

$$w' \propto n \tag{4}$$

而由阿基米德定律,艇排水体积 A 与总质量 w' 成正比,即

$$A \propto w' \tag{5}$$

(3),(4),(5)式给出

$$s \propto n^{\frac{2}{3}} \tag{6}$$

将(6)式代入(2)式,当 w 是常数时得到

$$v \propto n^{\frac{1}{9}} \tag{7}$$

因为比赛成绩 t (时间)与 v 成反比,所以

$$t \propto n^{-\frac{1}{9}} \tag{8}$$

模型检验 为了用表 1 中各种艇的平均成绩检验(8)式,设 t 与 n 的关系为

$$t = \alpha n^{\beta} \tag{9}$$

其中 α, β 为待定常数. 由(9)式

$$\log t = \alpha' + \beta \log n, \alpha' = \log \alpha \tag{10}$$

利用最小二乘法,根据所给数据拟合上式^①,得到

$$t = 7.21n^{-0.111} \tag{11}$$

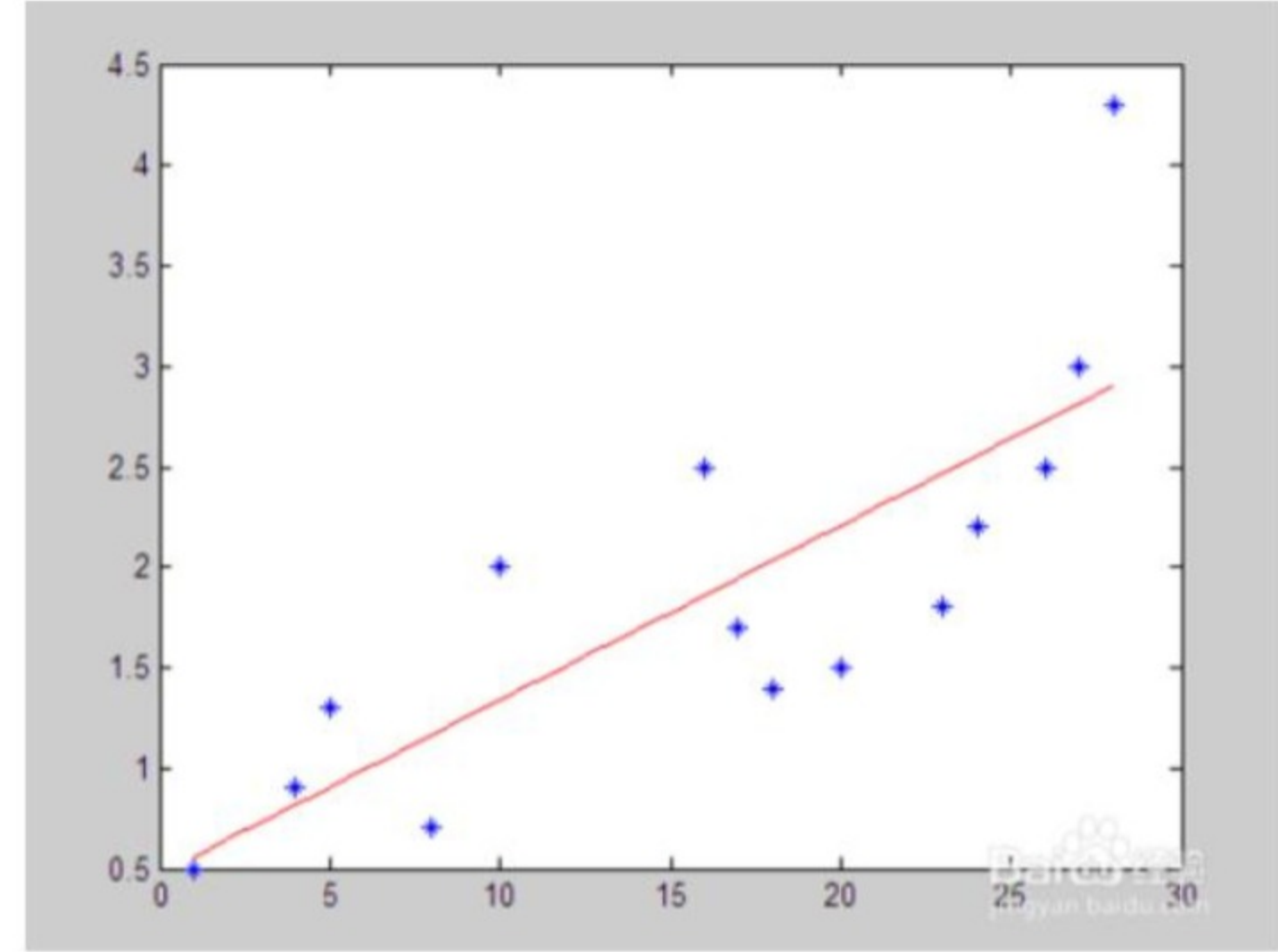
可以看出(8)式与这个结果吻合得相当好.

用matlab实现最小二乘法曲线拟合

```
a=polyfit(x,y,1);
x1=1:0.5:28;
y1=a(1)*x1+a(2);
plot(x,y,'*',x1,y1,'r')
```

显示如下

(该图是线性回归拟合图)，反应了函数整体上升时的趋势，但具体细节部分并没有反映出来。



这是个求多项式的函数

p = polyfit(x,y,n)

有一组y，和一组x，拟合成一个一元N次多项式

满足 $y=P_1x^n+P_2x^{(n-1)}+...+P_nx+(P_{(n+1)})$ 式a)

比如

```
1 n = 2;
2 x = [1:10];
3 y = [2:2:18];
4 p = polyfit(x,y,n);% 求这个一元二次多项式
```

p里包含的结果就是

p(1) 为式a)里的P_1, p(2)是式 a) 里的P_2, p(3)就是式 a) P_n+1。

- 第一行：
- "指用"做点
- "R"指红色