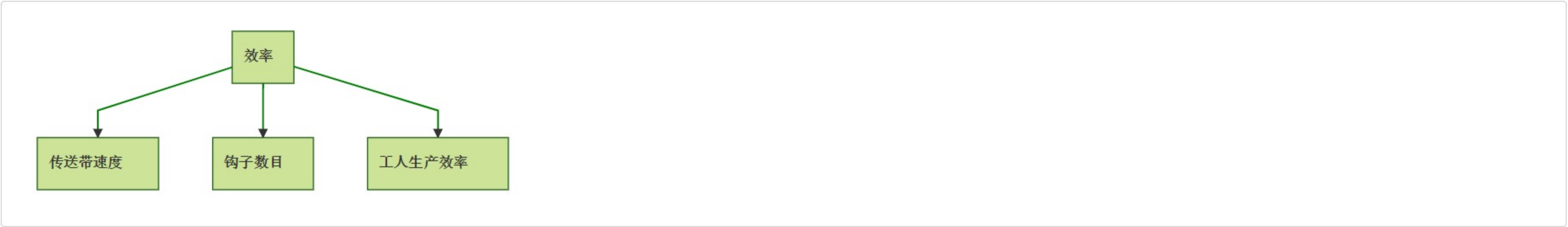


1. 目标：构造一个衡量传送系统效率的指标

2. 变量：



3. 定量：  
工人生产周期  
生产周期的任何时刻生产出来的商品的概率为均匀的  
生产完之后假如工人无法将商品挂上钩子，该商品退出传送系统（投入下一件产品的制作）  
传送带长期运转的效率等同于一个周期内的生产效率

4. 因此效率可用一个周期内挂上钩子的商品除以生产出来的总商品来衡量

5. 变量标识

- 一个周期内生产出来的总商品：D
- 带走的产品数：s
- 挂钩数量：m

6. 站在工人角度考虑，某个产品能不能挂上与工人位置有关，因此问题较复杂。从挂钩的角度考虑，任意挂钩地位等同。因此，任意挂钩被触碰的概率是 $1/m$ ，不被触碰是 $1 - 1/m$ ，则整个周期挂钩不被触碰的概率时  $p' = (1 - \frac{1}{m})^n$ ，则任意钩子非空的概率  $p = 1 - p'$

7. 所以挂钩效率为

这样，传送系统效率指标为

$$D = \frac{mp}{n} = \frac{m}{n} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{m} \right)^n \right] \tag{1}$$

为了得到比较简单的结果，在钩子数  $m$  相对于工人数  $n$  较大，即  $\frac{n}{m}$  较小的情况

下，将多项式  $\left( 1 - \frac{1}{m} \right)^n$  展开后只取前 3 项，则有

$$D \approx \frac{m}{n} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{n}{m} + \frac{n(n-1)}{2m^2} \right) \right] = 1 - \frac{n-1}{2m} \tag{2}$$

8. 敏感性分析

**评注** 这个模型是在理想情况下得到的，它的一些假设，如生产周期不变，挂不上钩子的产品退出传送系统等可能是不现实的。但是模型的意义在于，一方面利用基本合理的假设将问题简化到能够建模的程度，并用很简单的方法得到结果；另一方面所得的简化结果(3)式具有非常简明的意义：指标  $E = 1 - D$ （可理解为相反意义的“效率”）与  $n$  成正比，与  $m$  成反比。通常工人数目  $n$  是固定的，一周期内通过的钩子数  $m$  增加 1 倍，可使“效率”  $E$ （未被带走的产品数与全部产品数之比）降低 1 倍。