DAY 1-30 《数学建模姜启源版》

CH9.2 概率模型——报童的诀窍

1、问题引入：报童每天清晨从报社购进报纸去卖，晚上再把没有卖完的报纸退回报社。

- 购进价b，零售价a，退回价c
- 卖出一份报纸赚a-b，退回一份报纸赔b-c
- 解题目标：确定每日最佳购进报纸量，使收入最大

2、情景假设：

- 市场每天的报纸需求量**随机**，需求量为r份的概率为f(r)【r=0，1，2，...】
- 角度1:假设每天购进n份，由于r随机，所以每天收入随机（弃）
- 角度2:算长期（几个月或一年）的日平均收入【即每天收入的期望值／平均收入】（取）

3、模型建立

- 记几个变量：
  - 每天购进n份报纸的平均收入是G（n）
  - 若这天需求量r小于等于n时，售出了r份，退回n-r份
  - 若这天需求量r大于n时，n份全部售出，无退回
- 给出收入函数离散的G(n):

$$G(n)=\sum_{r=0}^{n}[(a-b)r-(b-c)(n-r)]f(r)+\sum_{r=n+1}^{\infty}(a-b)nf(r) \qquad (1)$$

问题归结为在 $f(r)$，a，b，c 已知时，求 n 使 $G(n)$ 最大.

  - 由于实际生活中需求量r和购进量n都很大，故可将需求量r视为连续变量，则概率f(r)转化为概率密度函数p(r),
- 得到连续的G（n）

$$G(n)=\int_0^n[(a-b)r-(b-c)(n-r)]p(r)\mathrm{d}r+\int_n^{\infty}(a-b)np(r)\mathrm{d}r \qquad (2)$$

$$\frac{\int_0^n p(r)\mathrm{d}r}{\int_n^{\infty}p(r)\mathrm{d}r}=\frac{a-b}{b-c}$$

- 令dG／dn=0得到
- 又因为

$$\int_0^{\infty}p(r)dr=1$$

  ,求的出最后的值
- 用图形法可得出:
  - 购进后卖完和没卖完的概率之比=卖出一份赚的钱a-b和退回一份赔的钱b-c
  - $$\frac{P1}{P2}=\frac{a-b}{b-c}$$

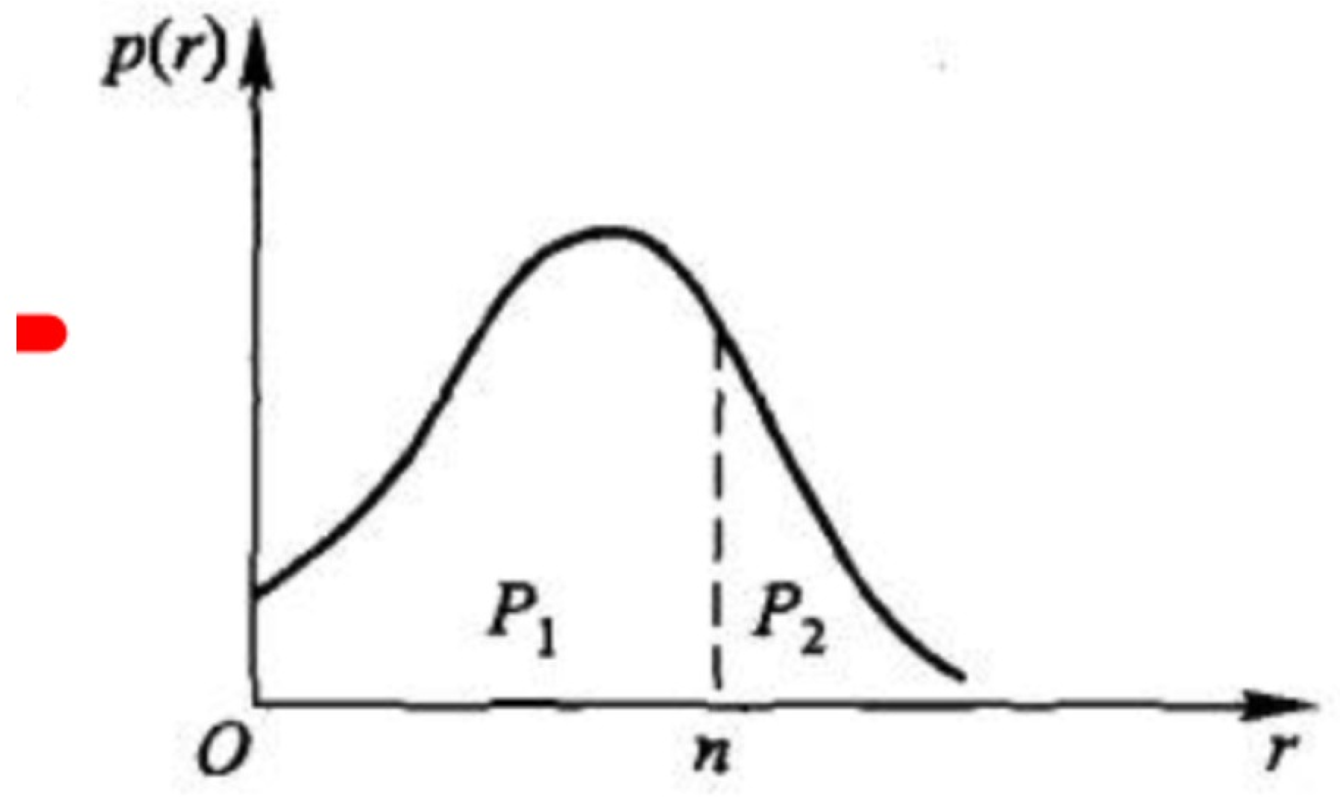

图 1　由 $p(r)$ 确定 n 的图解法

4、总结

- 当报童签约时每份报纸赚到的比赔的比例越大，他要购进的报纸数量就越大。
- 整个模型的巧妙之处：
  - 使用概率（密度）表示每天的需求量
  - 计算日平均收入
  - 将离散的收入函数G(n)转化为连续的G(n)
  - 求出卖出和退回的收益比例并用图形法表示