Parte Teórica

a)

Cálculos:

a) $\left.\begin{array}{l} \hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \\ y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i + E_i \end{array}\right\} \therefore E_i = y_i - \hat{y}_i$

Para estimar $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ será usado o método dos mínimos quadrados, sendo que esses valores devem ser escolhidos de modo a minimizar a soma dos erros ao quadrado (SEQ).

$$SEQ = \sum_{i=1}^{n} E_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

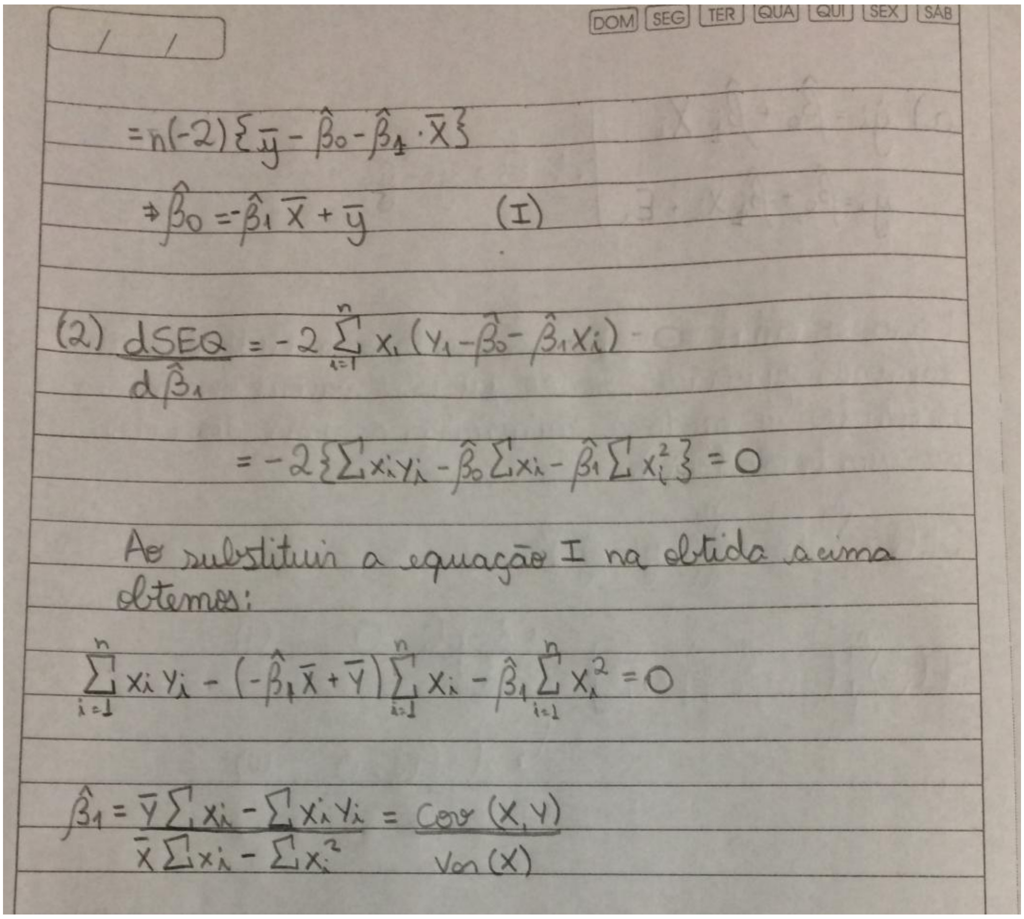
$$SEQ = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)^2 \Bigg\} \begin{array}{ll} \to \dfrac{dSEQ}{d\hat{\beta}_0} = 0 & (1) \\ \to \dfrac{dSEQ}{d\hat{\beta}_1} = 0 & (2) \end{array}$$

$$(1)\ \frac{dSEQ}{d\hat{\beta}_0} = 2(y_1 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1)^{2-1}(-1) + \cdots + 2(y_n - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_n)^{2-1}(-1)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-2)\cdot(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)$$

$$= (-2)\left\{\sum_{i=1}^{n} y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum x_i\right\}$$

$$= (-2)\cdot m \left\{\frac{\sum y_i}{n} - \frac{n\hat{\beta}_0}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum x_i}{n}\right\} =$$


DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB

/ /

$= n(-2)\{\bar{y} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{X}\}$

$\Rightarrow \hat{\beta}_0 = -\hat{\beta}_1 \bar{X} + \bar{y}$ (I)

(2) $\frac{dSEQ}{d\hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)$

$= -2\{\sum x_i y_i - \hat{\beta}_0 \sum x_i - \hat{\beta}_1 \sum x_i^2\} = 0$

Ao substituir a equação I na obtida acima obtemos:

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (-\hat{\beta}_1 \bar{X} + \bar{Y}) \sum_{i=1}^{n} x_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0$

$\hat{\beta}_1 = \frac{\bar{Y}\sum x_i - \sum x_i y_i}{\bar{X}\sum x_i - \sum x_i^2} = \frac{Cov(X,Y)}{Var(X)}$

Obtemos então que $\hat{\beta}_0 = -\hat{\beta}_1\bar{X} + \bar{Y}$ e que $\hat{\beta}_1 = \frac{cov(X,Y)}{Var(X)}$.

Agora então podemos calcular as incógnitas, usando os valores obtidos no trabalho, chegando aos resultados:

Mortalidade infantil por PIB:

$\hat{\beta}_0 \approx$ 64.547666689166832

$\hat{\beta}_1 \approx$ -0.0012103438689686622

Mortalidade Infantil por Porcentagem de Acesso a Saneamento Básico:

$\hat{\beta}_0 \approx$ 135.19024447344322

$\hat{\beta}_1 \approx$ -1.2690667803656133

b)

c)

$\mathbf{H_0}$ **:** $\hat{\beta}_1 = 0$

$\mathbf{H_A}$**:** $\hat{\beta}_1 \neq 0$

A hipótese nula não ser rejeitada significa que existe uma relação entre as variáveis X (variável independente ou explicativa) e Y (variável dependente ou resposta).

d) Sim, é possível realizar regressão com mais de uma variável explicativa (regressão múltipla) e a diferença na fórmula principal é que agora, como existe mais de uma variável, fica:

$$Y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \cdots + \hat{\beta}_w X_w + E$$

Onde $X_1, \dots, X_w$ são as variáveis explicativas.