

# 基于元胞自动机的矿料仓库系统

## 摘要

摘要

**关键词:** 元胞自动机   边缘检测   形状匹配

## 一、问题重述

暖气在我国北方地区被广泛使用，在寒冷的气候条件下，暖气可以调节室内温度，带来舒适的室内环境。在使用暖气的过程中，人们常常希望把温度控制在舒适的范围内。因此如何通过控制供热水流的大小来调节室内温度成为广大研究者关注的问题。

一种智能温控器被用于完成调节温度的任务。这一工具具有调节流量的作用，可以主动调节水流大小，以满足升高温度的需求，对于降低温度而言，只能关闭阀门留待暖气片中的水流自然冷却，温度回落到室温。该装置存在温度调节不智能，过度加热或冷却，温度波动变化大的缺点。

经过分析整理，我们需要解决以下问题：

1. 分析一个房间的采暖过程中的热量从供热管道到加热房间的过程，并建立模型来描述供热的水温与热水流量与房间内温度的关系。
2. 在给定波动的室外温度条件下，针对室内某个位置设定的目标温度，设计对供热水流的调节方法。以尽可能少的次数来调节水流大小，使得室内温度最快达到目标温度。并利用附件中的数据给出控制的结果，说明方法的合理性。
3. 假设温度控制器能记录下过去的调节结果，比如室外温度，用户设定温度，供热水阀门开闭程度，热水温度等。房间大小、房间中的属性、封闭程度、墙窗门的比例、墙壁保温程度等相对固定的。在上述条件下，对第二问中的控制方法进行优化。

## 二、问题分析

### 2.1 问题一的分析

问题一我们需要分析房间采暖过程的热量转移过程，要求我们就暖气这一供热装置的原理有所了解。为此需要查阅资料与相关参数，分析暖气片的热交换方式，以及分析进水温度  $T_{wi}$  和出水温度  $T_{wo}$  与热量传递  $Q$  之间的关系。为了建立模型，描述供热水温与热水流量同房间内温度的关系问题，需要就房间的整体结构进行分析。房间由墙体，窗户，以及天花板构成，部分墙体属于外墙与室外相接触，而有的墙体又属于内墙，内外墙之间的传热能量具有差异。此外，考虑空气导热性质不佳的特点，需要结合传热学知识，建立全屋的空气热量模型。

### 2.2 问题二的分析

分析

### 2.3 问题三的分析

## 三、模型假设

1. 流水之间的温度没有传递
2. 房屋墙壁绝热的思想

3. 不开窗
4. 热传导形式
5. 室内定压
6. 忽略暖气片的几何尺寸，视作是墙面

原因：

## 四、名词解释与符号说明

### 4.1 名词解释

#### 1. **dada**

dsadw

#### 2. **dsadc**

dasdsas

### 4.2 符号说明

以下是本文使用的符号以及含义：

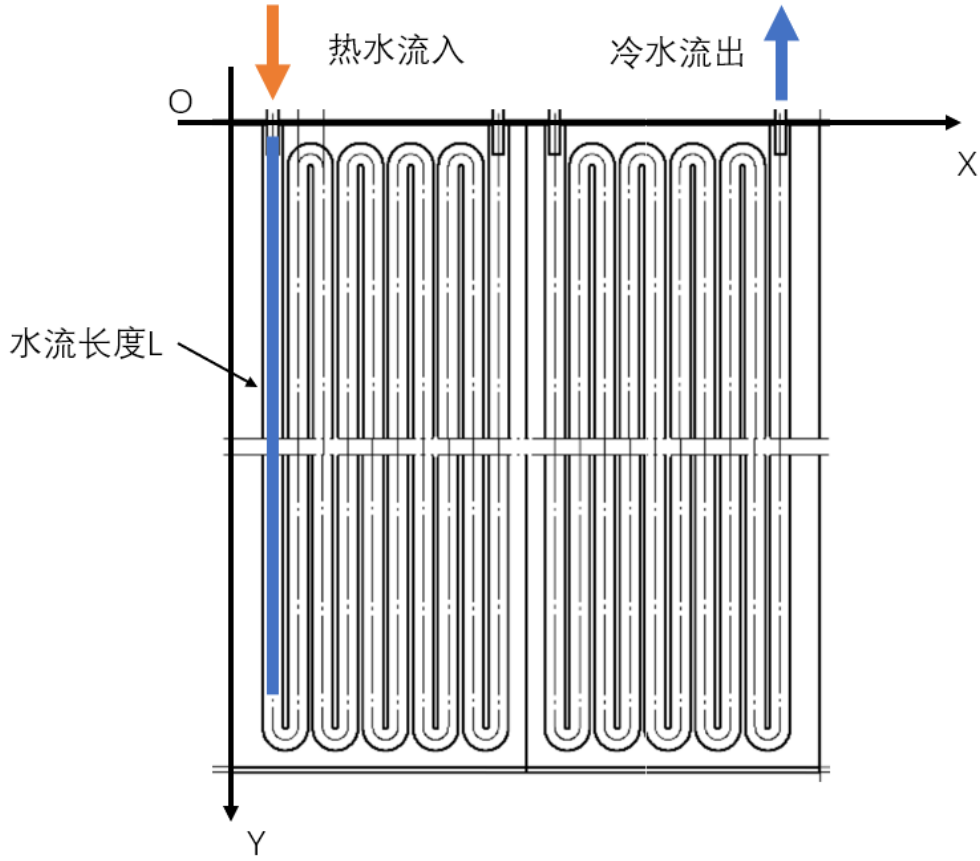
符号	说明	单位
$L_0$	仓库长度	$m$

## 五、模型的建立与求解

以下将对提出的三个问题进行建模求解。

### 5.1 热水调控的房间温度模型

为了解决问题一，我们提出一种以房间热水流量和热水温度为输入，以最终房屋每处温度随时间的变化为输出的模型。为此，我们对暖气片的工作原理，房间的结构和传热特性进行分析。在得到房屋的热量传递模型后，结合牛顿冷却定律、傅里叶传热定律以及热量守恒定律，建立离散化的屋内温度模型。



说明：为展示方便，z 轴垂直纸面向内，隐去不画。

图 1: 暖气片内部水流示意图

### 5.1.1 暖气片供热模型

暖气片利用热水在管中流动的过程，加热其周围的空气，并传递热量到周围，是一种典型的间壁式散热器 [?]。在工作过程中，暖气片的热热水从一端流入，并且从另一端流出较冷的水，在内部为相连的若干 U 形管相连，如图（1）所示：

在  $t = 0$  时，热水还未流入管内，此时管内水流温度等于室内温度  $T$ ；

在经过时间  $t_0$  后，热水流入管中，此时管中热水长度  $l$  为：

$$l_0 = \int_0^{t_0} \frac{v(t)}{S} dt \quad (1)$$

其中  $v(t)$  为热水流量，随调节过程随时间变化， $S$  为暖气管的横截面积。在水流长度为  $l$  的情况下，对应在图（1）中的直角坐标系，有唯一的坐标表示  $(x, y, z) = f(l)$ ，即：

$$\begin{cases} x = f_x(l) \\ y = f_y(l) \\ z = f_z(l) \end{cases} \quad (2)$$

取时间微元  $t \rightarrow t + dt$  进行分析, 此时长度变化为  $dl$ , 使用水流速度  $v(t)$ , 横截面积  $S$  计算而出。

$$dl = \frac{v(t) * dt}{S} \quad (3)$$

考虑该段微元处的管道导热影响, 我们画出其截面图 (图??), 对于该段柱体而言, 可以假设管内的温度为  $T_1$  而管外温度为  $T_2$ , 观察暖气管的物理结构可知, 满足长度远远大于其直径, 可以看作是等温面共轴。在这一条件下, 建立热传导微分方程:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \quad (4)$$

使用变量代换法, 将上式变形:

$$u = \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{du}{dr} = \frac{d^2T}{dr^2} \quad (5)$$

之后将原始微分方程变化为以下形式:

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0 \quad (6)$$

可以通过分离变量法和两部积分法, 可以求出对数形式的同届:

$$\begin{cases} \ln u + \ln r = \ln C_1 \\ T(r) = C_1 \ln r + C_2 \end{cases} \quad (7)$$

通过给定第一类边界条件 [?], 即表面温度分布, 如下所示:

$$\begin{cases} r = r_1, & T = T_1 \\ r = r_2, & T = T_2 \end{cases} \quad (8)$$

可以计算出柱体内的最终温度场形式:

$$T(r) = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{\ln r - \ln r_1}{\ln r_2 - \ln r_1} \quad (9)$$

利用傅里叶传热定律计算出表面的热流密度  $\phi$ :

$$\phi = -\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{\lambda}{r} \frac{T_1 - T_2}{\ln r_1 - \ln r_2} \quad (10)$$

经过上述分析, 我们建立了水流经由暖气管向外散发热量的过程, 在完成上述过程后分析一段微元  $dl$  处的热交换情况。由于微元处的长度很小, 该段微元的温度可以由微元开始处的温度  $T_n(l, t_0)$  所确定。我们利用牛顿冷却定律 [?], 在水柱微元和空气之间建立如下所示的传热关系:

$$\begin{aligned} q &= k_0 * (T(x, y, z, t_0) - T_n(l, t_0)) \\ &= k_0 * (T(f_x(l), f_y(l), f_z(l), t_0) - T_n(l, t_0)) \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $T, T_n$  分别代表室内空气温度和暖气温度,  $q$  代表热流密度, 含义是单位时间内单位面积处发出或接受的热量。  $k_0$  是综合传热系数, 将会在求解过程中给出。我们利用  $q$  可以求得一段水柱微元内的热量变化  $dQ$ , 以及由于热量变化所导致的温度变化  $dT_n$ :

$$dQ = q * C * dl * dt \quad (12)$$

$q$  代表热流密度,  $C$  为暖气管的截面周长, 又依据比热容的计算公式, 算出一段水柱的温度变化:

$$dT_n(l, t_0) = \frac{dQ}{c * s * dl * \rho} \quad (13)$$

在这里  $c$  代表水的比热容,  $S$  代表管道截面积。由于水管中水流不断移动, 相邻两段微元之间的温度差很小, 近似认为不发生热交换, 故在我们的模型中, 该暖水微元的温度变化数值  $dT$  为后一时刻的同一段水柱温度变化, 因此式 (13) 被解释为:

$$dT_n(l, t_0) = T_n(l + dl, t_0 + dt) - T_n(l, t_0) \quad (14)$$

也就是说在  $dt$  的时间间隔内, 暖水微元移动了  $dl$  距离, 但是在分析温差变化时, 还是计算同一段水柱的变化数值。至此, 我们已经阐述了流水在暖气管道中的热交换问题, 在下面的内容中, 我们将同样使用微分的方法, 以能量守恒定律, 牛顿冷却定律, 傅里叶传热定律建立屋内空气变化模型。

### 5.1.2 房屋的传热学分析

对于一间房屋而言, 其内部空气的温度受到墙壁种类, 开窗的情况, 以及天花板与外界接触情况影响, 我们将对这些因素逐一进行分析。

#### 1. 对墙面的分析

注意到墙面依据所处的位置被分为内墙和外墙 [?], 划分的依据在于是否和室外空间相接触, 我们将与室外空间接触的墙体视作为外墙, 而不接触的称为内墙。对于外墙而言, 外侧同室外的冷空气直接接触, 造成温度较低, 即使墙体具有部分阻隔冷气的作用, 仍然会导致室内的墙体温度较低, 带走室内的空气热量。对于内墙而言, 内墙两侧都是室内空气, 温度差值不大, 可以近似认为内墙时绝热的, 不会传导室内空气热量。

#### 2. 对窗户的分析

外墙上常常装有窗户, 与外界空气联通, 因此会带来室内的空气交换与热量传递。即使是在没有打开窗户的情况下, 热量交换也会透过玻璃进行。在分析房内温度的过程中, 也应当对窗户加以考虑。

#### 3. 对天花板和地面的分析

对于天花板而言, 其与外界直接接触, 本质同外墙没有区别, 会向屋外散发热量。而分析可知地面温度随气温的变化程度较之于大气变化速度较慢, 且有地基等因素的存在, 确定地面的温度变化较为困难, 因此将其认为绝热。

综合上述分析, 我们对给定的矩形房屋建模, 建立直角坐标系, 标注其内外墙面的顶点坐标和对应类别, 并以坐标形式呈现:

$$\begin{aligned}
&\text{内墙: } (x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \\
&\quad (x_{13}, y_{13}, z_{13}) \quad (x_{14}, y_{14}, z_{14}) \\
&\quad (x_{21}, y_{21}, z_{21}) \quad \dots \\
&\text{外墙: } (x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \\
&\quad (x_{13}, y_{13}, z_{13}) \quad (x_{14}, y_{14}, z_{14}) \\
&\quad (x_{21}, y_{21}, z_{21}) \quad \dots \\
&\text{窗户: } (x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \\
&\quad (x_{13}, y_{13}, z_{13}) \quad (x_{14}, y_{14}, z_{14}) \\
&\quad (x_{21}, y_{21}, z_{21}) \quad \dots \\
&\text{天花板: } (x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \\
&\quad (x_{13}, y_{13}, z_{13}) \quad (x_{14}, y_{14}, z_{14}) \\
&\text{地面: } (x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \\
&\quad (x_{13}, y_{13}, z_{13}) \quad (x_{14}, y_{14}, z_{14})
\end{aligned} \tag{15}$$

可以注意到，在房屋内的空气可以进行分析，对于那些直接同外壁接触的空气微元可能发生外部的热交换，而没有同外壁接触的空气微元则只进行空气微元的交换行为，这为我们分析空气传热问题提供了有利条件。

为了分析墙壁和玻璃窗的散热速率，我们计算其传热系数  $K$ ，其计算公式如下：

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \tag{16}$$

其中  $h_1$  和  $h_2$  是材料的热交换系数， $\sigma$  是材料的厚度， $\lambda$  是材料的导热系数，依据这一公式可以求解出每平方米墙面或玻璃传递热量能力的大小。 $K$  的量纲为  $W/m^2 \cdot K \cdot s$ ，含义为单位时间内单位面积在内外相差  $1K$ （开尔文温度）时，传递热量的多少。利用上式可以推知，墙体（或窗户）和外界温度差为  $\Delta T$  时，其热流密度为：

$$q = K * \Delta T \tag{17}$$

### 5.1.3 室内空气传热模型建立

在分析暖气片的工作原理以及房屋的传热分析后，我们就室内的空气进行传热分析，首先利用房屋中所建立的坐标系，分析在室内空气微元  $dV$  中的变化过程，其中  $dV$  表达如下，示意图如图（2）。

$$dV = [(x, y, z), (x + dx, y + dy, z + dz)] \tag{18}$$

在时间间隔  $[t, t + dt]$  内，任何一个气体微元都满足能量守恒原理，该定理描述为微元内的能量改变只取决于传入传出能量的多少。在不考虑空气膨胀对外做功的情形，空气微元内能的变化直接反映在温度的变化上。综合以上分析，我们得出以下表达式：

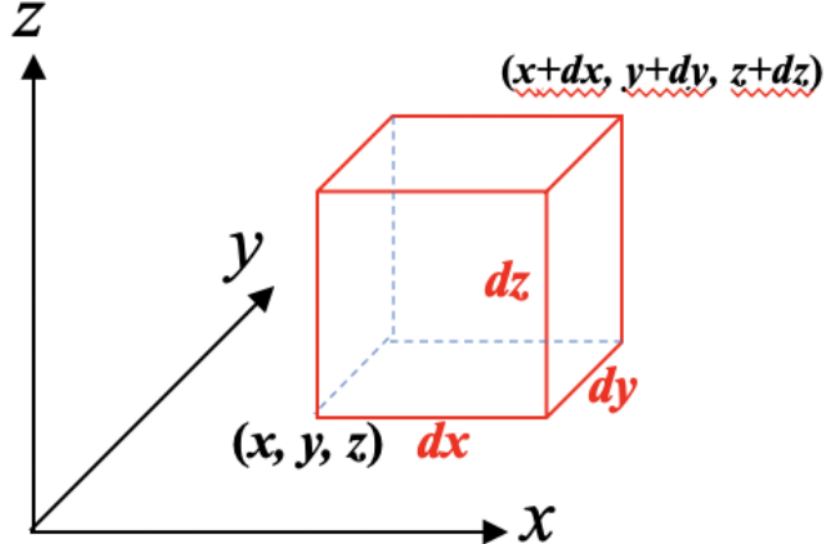


图 2: 气体微元示意图

$$Q_{in} - Q_{out} = \Delta Q \quad (19)$$

上式反映了气体微元内能变化，所带来的气体温度变化的关系，在此基础上，我们需要探究热量从高处向低处进行流动的过程，为此运用傅里叶传热定律 [?], 用于描述相邻热量的移动多少以及对应的传热率。

$$\vec{q} = -k \nabla T = \begin{cases} q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad (20)$$

$\vec{q}$  为热流密度矢量，表示单位时间内沿单位面积的法向流出的热量。利用上式对微元左右、前后、上下三个方向的热量变化情况进行研究，得到下式：

$$\begin{aligned} Q_{左右} &= k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dt dV \\ Q_{前后} &= k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dt dV \\ Q_{上下} &= k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dt dV \end{aligned} \quad (21)$$

考虑方向性，将式 (21) 中相加整理，即得到微元流入热量  $Q$ ：

$$Q_{in} - Q_{out} = Q_{左右} + Q_{前后} + Q_{上下} = k \cdot \nabla^2 T dt dV \quad (22)$$

随后将  $\Delta Q$  写为关于温度变化的形式：

$$\begin{aligned} \Delta Q &= c_p * \rho * dV * [T(t + dt, x, y, z) - T(t, x, y, z)] \\ &= c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt dV \end{aligned} \quad (23)$$



结合式 (19)，我们得到热量传递关于温度变化的公式：

$$k \cdot \nabla^2 T dt dV = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dt dV \quad (24)$$

在完成上述理论分析后，我们将对空气微元在房屋中的不同情况进行考虑，在空气微元处于房屋的内部，即微元相接触的仍然是空气，在这一情况可以认为微元在相邻的空气微元之间进行热交换，没有额外的热源进行吸放热。

而在房屋内侧边界处，也就是在式 (15) 中标注的坐标范围内，空气微元在同相邻微元进行热交换的同时，还受到边界的影响而从外部热源吸热和放热。这些热源包括放热的暖气片，吸热的外墙，窗户以及天花板，以及隔绝温度交换的内墙和地面。

我们利用 5.1.1 中的式 (11) 与式 (14) 分别描述了暖气片微元同空气之间的热流密度  $q$ ，以及微元处温度变化同时间  $t$  和空间  $l$  的变化关系。根据 5.1.2 中吸热的外墙等进行分析，我们使用式 (16,17) 进行计算。

借鉴有限元 [?] 的分析思想，房屋空气任意时刻的温度分布函数  $T = f(x, y, z, t)$  应当是一个连续的函数，但在热源房屋这一复杂情况下，难以求解其表达式。因此将室内空气划分为在房屋内部的单元，单元形状为长宽各为  $[dx, dy, dz]$  的正六面体，如图 (??) 所示。

首先就房屋内部的微元进行分析，对于图 (3)，其热量转移方程 (式 23) 中的偏微分方程可以写作六个方向上的差分方程，在满足能量守恒定律的条件下，计算了空气单元处的温度变化：

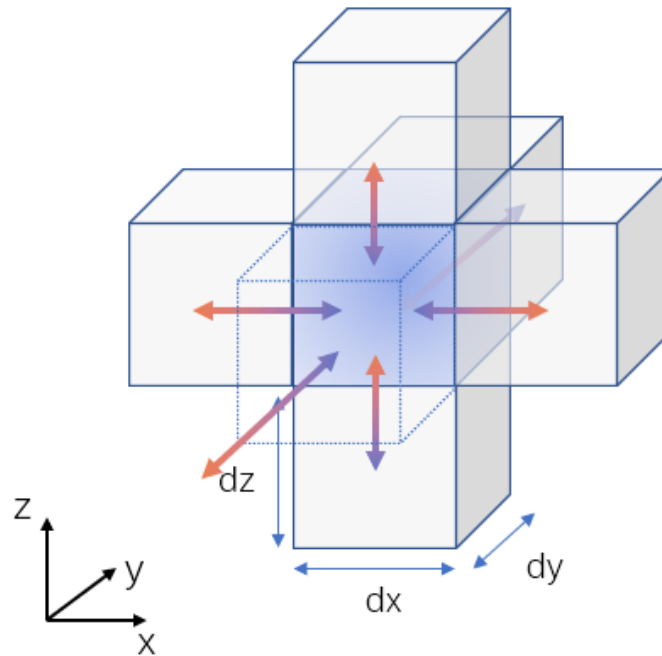


图 3: 室内微元分析

$$\begin{cases} Q_{x+} = k \cdot (T(x + dx, y, z, t) - T(z, y, z, t)) dydzdt \\ Q_{x-} = k \cdot (T(x - dx, y, z, t) - T(z, y, z, t)) dydzdt \\ Q_{y+} = k \cdot (T(x, y + dy, z, t) - T(z, y, z, t)) dx dz dt \\ Q_{y-} = k \cdot (T(x, y - dy, z, t) - T(z, y, z, t)) dx dz dt \\ Q_{z+} = k \cdot (T(x, y, z + dz, t) - T(z, y, z, t)) dx dy dt \\ Q_{z-} = k \cdot (T(x, y, z - dz, t) - T(z, y, z, t)) dx dy dt \end{cases} \quad (25)$$

对式 (25) 进行整理, 求解微元周围处热量变化综合求得任意一处微元在时间  $[t, t + dt]$  下的热量变化:

$$\Delta Q(x, y, z, t) = k \cdot \left( \sum_{i \in c} T_i - 6 \cdot T(x, y, z, t) \right) \cdot a^2 \cdot dt \quad (26)$$

$$c = \{x+, x-, y+, y-, z+, z-\}$$

热量变化时, 微元对应的温度变化情况为:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y, z, t) &= \frac{\Delta Q(x, y, z, t)}{c_p \cdot \rho \cdot a^3} \\ &= k \cdot \frac{(\sum_{i \in c} T_i - 6 \cdot T(x, y, z, t)) \cdot dt}{c_p \cdot \rho \cdot a} \end{aligned} \quad (27)$$

综合上述过程, 我们已经得出内部单元的温度变化情况, 其热量传递和温度变化的过程又周围六个面的微元决定。

在分析完毕内部单元后，就和房屋边界处单元进行分析，房屋边界处单元示意图如下所示：

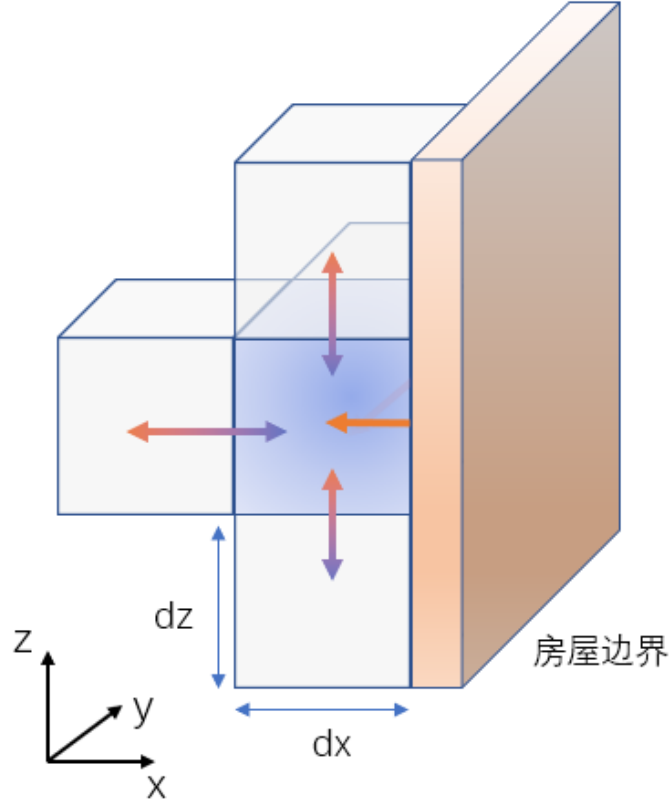


图 4: 房屋边界处空气单元示意图

外部单元在空间分布上处于式 (??) 划定的边界范围内，因此每个边界单元至少有一面不与空气接触，但是可能随着接触外壁种类的不同而发生不同的热交换行为，具体表现在接触面的热流密度  $q$  上，而在其余与空气接触的面中，热转移过程仍然满足式 (25) 中的部分规则。我们总结热量转移式如下：

$$\Delta Q(x, y, z, t) = [k \cdot (\sum_{i \in c-c'} T_i - |c'| \cdot T(x, y, z, t)) + \sum_{i \in c'} q_i] \cdot a^2 \cdot dt \quad (28)$$

$c = \{x+, x-, y+, y-, z+, z-\}$ ,  $c'$  代表与房屋边界接触的单元面

其中  $q$  的取值根据边界分别为吸热边界（外墙，玻璃），绝热（地面，内墙），以及放热边界（暖气片）所决定，表述为下式：

$$q = \begin{cases} k_0 \cdot (T(f_x(l), f_y(l), f_z(l), t_0) - T_n(l, t_0)), & \text{放热边界} \\ 0, & \text{, 绝热边界} \\ \Delta T \cdot \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}, & \text{, 吸热边界} \end{cases} \quad (29)$$

边界单元的温度变化计算公式与内部相同，由式 (27) 给出。综合上述分析，我们已经建立了房屋内各个部分的空气单元的热量温度模型。要得出在任意时刻房间内任意地点的温度，需要在确定边界条件的情况下，模拟房间整体的传热过程，进行迭代计算。我们描述迭代计算的步骤如下，具体的计算结果，将在下一小节中给出。

**步骤一：** 给定房屋内外的初始条件，包括以下几点：

- (a) 初始室温，设定为同外部温度一致；
- (b) 进水管的流量以及入水温度；
- (c) 房屋暖气，窗户，墙壁等几何尺寸，对应的放热系数等必要参数；
- (d) 空气单元的尺寸和更新的时间步长。

**步骤二：** 依据初始条件遍历，利用式 (26,29) 计算每个单元处的热量转移量。

**步骤三：** 计算热量转移后利用式 (27) 来计算传递热量后空气单元的温度变化。

**步骤四：** 重复步骤二，直至计算处所需的时间长度。

#### 5.1.4 屋内空气传热模型求解

#### 5.2

## 六、敏感性分析

## 七、模型的评价

### 7.1 模型的优点

1. 采用

### 7.2 模型的缺点

- 利用较



## 附件

附件清单：

- xxx 代码

**sobel** 边缘检测代码

**function** GAdsa