

基于 ^{PID} 自动控制的暖气房屋控温模型

摘要

摘要

关键词: 元胞自动机 边缘检测 形状匹配

一、问题重述

1.1 问题背景

我国具有悠久的玻璃制作历史，玻璃是丝绸之路历史的重要物证，在考古工作中，需要对玻璃的成分进行分析，并对其种类进行鉴别。

玻璃以石英砂（主要成分为 SiO_2 ）作为主要原料，在制造的过程中为了降低熔点，添加不同的助熔剂进行炼制，并加入氧化钙等作为稳定剂。根据所加入助熔剂的不同，玻璃化学成分产生差异，这使得古代玻璃产生了不同的种类。例如添加铅矿石作为助熔剂的玻璃含有较高的氧化钡和氧化铅含量，常被称作铅钡玻璃；添加草木灰等作为助熔剂的玻璃，具有较高的钾含量，被称作是钾玻璃。

古代玻璃经由漫长的埋藏过程而导致风化。风化的本质是玻璃与外界环境之间产生了元素交换，导致成分发生变化。风化过程的程度不同，导致玻璃的成分，颜色发生较大变化，给考古工作带来了一定困难。我们需要利用古代玻璃采样的化学检测数据，探究风化与物质成分的变化关系，以及分类标准与成分之间的相关关系。

1.2 问题重述

经过分析整理，我们需要解决以下问题：

1. 分析表面风化同玻璃类型、纹饰和颜色之间的关系进行分析，并就类别分析其风化前后的化学含量统计规律，最后根据风化点的检测数据预测未风化前的物质含量。
2. 分析高钾玻璃和铅钡玻璃之间的类别划分规律，对每个类别选择合适的指标进行亚类的划分，给出划分的结果，并对结果进行敏感性分析。
3. 对所给附件中未知类别的玻璃文物化学成分进行分析，鉴定所属类别，并对分类结果进行敏感性分析。
4. 针对不同类别的玻璃文物样品，在不同的化学成分中分析关联关系，对这一关系的差异程度进行分析。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

为了解决第一小问，我们首先对原始数据进行清洗，对不满足成分性要求的数据进行剔除。为了分析表面风化与类型、纹饰、颜色之间的关系，考虑使用皮尔逊的拟合优度检验法^[2]或是方差分析^[7]等方法，分析三个因素与风化之间的关系。

2.2 问题二的分析

分析

2.3 问题三的分析

三、模型假设

1. 原因：

四、名词解释与符号说明

4.1 名词解释

1. **dada**

dsadw

2. **dsadc**

dasdsas

4.2 符号说明

以下是本文使用的符号以及含义：

符号	说明	单位
L_0	仓库长度	m

五、模型的建立与求解

以下将对提出的四个问题进行建模求解。

5.1 数据清洗与可视化分析

在这一部分，我们进行了一些数据预处理工作。首先对剔除不满足要求的数据，随后对缺失的数据进行填补，最后将数据进行分析统计，以更好的进行建模活动。

5.1.1 剔除异常数据

根据题目信息，需要对不满足成分性的数据进行剔除。成分性的定义为各个成分之间的加和应该是等于 100%，但是由于种种因素这一性质不能达到。规定各个组分的加和处于 85% ~ 105% 之间的数据作为有效数据。对表单 2 中的 69 条数据进行统计，得到图（1）所示的结果。

可见数据总体分布在 87.09% ~ 102.29% 这一区间中，只有两条记录不能满足成分性，分别是 17 号采样点 71.89% 以及 15 号采样点 79.47%，将其剔除。

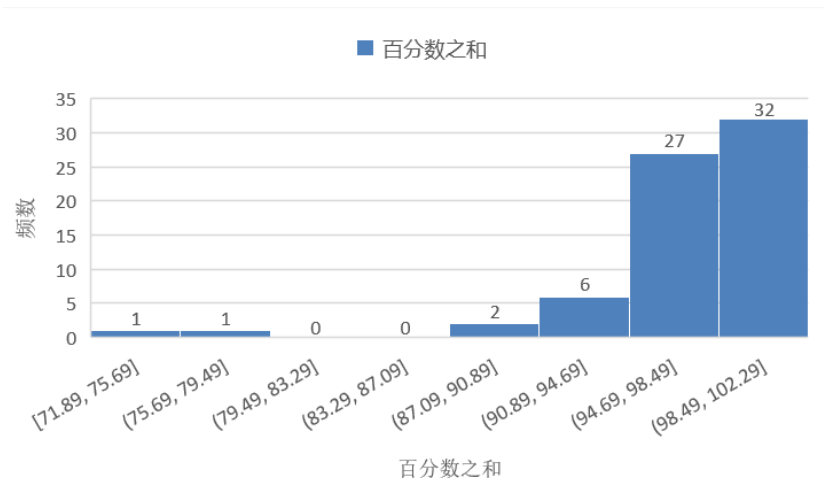


图 1: 附件二各采样点成分的求和

5.1.2 数据填补

在 58 份样本数据中分别说明了其编号、纹饰、类型、颜色与风化程度五项数据，其中颜色一项有四条缺失，分别位于编号 19、40、48 和 58 处。为了便于后续的分析处理，将缺失项用“未知”填补，补全了数据缺口。

5.1.3 可视化分析

为了便于后续的分析处理，我们对数据进行可视化分析。为了判断类别分布的规律，首先对文物样本在各个指标的分布情况进行分析，得到图（2）所示的结果。可见古代玻璃样本以 C 类型的纹饰为主，其次是 A 纹饰，B 纹饰的占比最小，仅占 10.34%。在类型分布上，铅钡玻璃的占比超过了三分之二，成为数量较多的一类。在颜色分布上，颜色以蓝、绿为主，可能是由于其中的 Fe^{3+} ， Cu^{2+} 等离子存在而显色^[2]。其中颜色由显现出不同的深浅，可能代表显色物质的组合以及浓度差异。

5.2 古代玻璃风化预测模型

在本部分，我们首先对古代玻璃的种类、纹饰和颜色，同风化的相关关系进行分析，利用多种方法分析出与风化关系密切的因素。随后我们就玻璃种类和风化与否来划分成分含量指标，给出成分的统计规律，随后建立模型，对古代玻璃的未风化前的元素含量做出预测。

5.2.1 古代玻璃各指标相关性分析

为了探究古代玻璃的纹饰种类、类型与颜色等因素的差异对于玻璃风化程度的影响，对这三个因素进行相关性分析。我们首先使用方差分析^[2]检验相关性。下面以检验纹饰同风化之间的关系叙述计算过程。

我们若将纹饰视作考察的因素，那么不同的纹饰 $\{A, B, C\}$ 则可以视为 r 个不同的水平，这里 $r = 3$ ，若用附件所给 58 个玻璃样本数据进行分析，在各个样本独立同分布的条件下，记录第 k 种

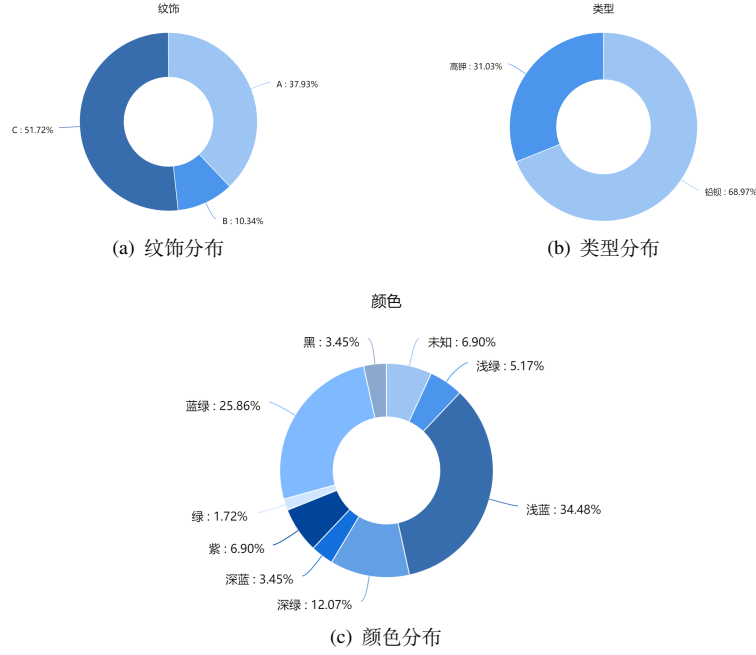


图 2: 玻璃样本基本信息的分布情况

纹饰中第 i 个样本的风化程度为 X_{ik} , 每种纹饰的样本数量为 n_A, n_B, n_C 。根据上述信息, 可以得到水平项离差平方和 (SSA)、误差项离差平方和 (SSE) 的统计量 SS_A 与 SS_E :

$$SS_A = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^r n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad (1)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (2)$$

方差分析的基本思想是通过水平项离差平方和 (SSA)、误差项离差平方和 (SSE) 的统计量判断假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_r$ 是否成立。这里的 μ 代表风化程度的均值。当上述假设成立时满足下式:

$$\frac{SS_A}{\sigma^2} \sim \chi^2(r-1), \quad \frac{SS_E}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-r)$$

样本的方差是未知的变量, 构造检验量 F 进行处理, 将其消去, 得到下式:

$$F = \frac{SS_A/\text{df}_A}{SS_E/\text{df}_E} = \frac{MS_A}{MS_E} \sim F(r-1, n-r) \quad (3)$$

其中 MS_A 与 MS_E 称作是均方和, 以 F 的显著性大小来检验纹饰种类同风化情况之间的关联程度。而对于颜色和类型的水平与风化程度的分析方面, 我们可以使用相似的方法进行分析。下面将给出三个指标相关性分析的结果。

经过计算, 三个因素的重要参数罗列在表 (1) 中。

查表^[2]可知, 类型、纹饰和颜色三个因素所得 F 值在如下对应范围内, 对三个因素, 我们分别给定假设检验水平

$$F_{0.01}(1, 40) = \quad (4)$$

表 1: 根据类型、纹饰和颜色的方差分析结果

因素 指标	类型	纹饰	颜色
SS_A	1.669	1.2023	2.288
SS_E	12.4	12.8667	11.781
MS_A	1.669	0.6011	0.2542
MS_E	0.2214	0.2339	0.2454
F	7.5373	2.5697	1.0358

六、敏感性分析

七、模型的评价

7.1 模型的优点

1. 采用

7.2 模型的缺点

- 利用较

附件

附件清单：

- da