

# 这里换成你的论文的标题

## 摘要

开头段：需要充分概括论文内容，一般两到三句话即可，长度控制在三至五行。

问题一中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

问题二中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

问题三中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

结尾段：可以总结下全文，也可以介绍下你的论文的亮点，也可以对类似的问题进行适当的推广。

**关键词：**关键词一 关键词二 关键词三

# 一、问题重述

## 1.1 问题背景

粉碎矿料被广泛运用于建筑，矿业，化工等领域。在生产过程中，矿料被运送到不同的仓库中，每个仓库中矿料种类是唯一的。管理平台可以通过仓库中的摄像头对矿料情况进行监督，并且利用大小型号的自卸车堆放矿料。自卸车通过倒车卸下矿料，但卸下矿料具有不规则的形状。在这一背景下，我们需要研究矿料堆放的调度策略，提出合理的指派方案。

## 1.2 问题重述

经过分析整理，我们需要解决以下问题：

1. 考虑到卸下的矿料形状是不规则的，我们需要利用摄像头采集的照片信息，估计仓库中堆放矿料的体积，以及剩余空间。在此基础上估计堆满矿料需要的车型以及对应的次数。
2. 在自卸车种类一定，数量一定，矿料种类一定的情况下，合理调度自卸车，使得仓库中堆放矿料的体积尽可能大。我们需要给出具体调度策略。
3. 在第二问的基础上，我们需要将六个仓库都尽量堆放满，且优先满足低标号仓库。我们需要给出最优指派方案，使得总发车次数最小。

# 二、问题分析

## 2.1 问题一的分析

针对矿料等形状不确定物体在仓库中的堆放体积，目前国内外有许多研究。主流解决方案有以下两种：使用 Lidar 扫描获得点云数据 [?]，基于多角度摄像头捕获关键点坐标 [?]

首先介绍第一种方法，该方法使用 Lidar 采样，从而构建堆放物体的点云模型，确定材料体积。这种方法优点在于采样精度高，可以对复杂的堆放形状精确建模。但是缺点也十分显著，Lidar 采样需要无人机搭载采样设备，以特定路径飞行，以进行多角度采样。这导致采样成本高，操作复杂，难以自动化管理。

基于多角度摄像机采样的方法采用了多对 CCD 照相机捕捉装料形状点特征，从而确定装料体积。该方法优点在于使用计算机视觉方式解决装料问题，具有较好的精准度。不足之处在于使用专业 CCD 相机采样，且事先定标后才可以计算相关镜头参数，不能满足灵活运用要求。

基于上述研究的启发，我们将利用俯视照相机以及水平照相机，以及仓库边缘处的基线分别对堆料边缘形状以及高度进行估计。再结合堆料种类对应的静止角等物理性质，估计矿料体积。之后我们可以通过原有仓库体积以及问题二中的具体调度策略，计算堆放矿料需要的车型以及对应次数。

## 2.2 问题二的分析

利用问题一所得堆料体积情况，我们需要调配自卸车使得尽可能装满仓库。这要求我们建立矿料的物理模型，模拟出矿料堆放在不同的地点时的形状特点。

由于矿料颗粒较小，稳定性不佳，在没有外界限制的条件下会坍塌为一定形状。其中最为典型的是锥形，细颗粒物在不断积累过程中会最终保持到一个特定的角度，该角被称为休止角。休止角定义为无侧限材料在可堆叠水平面上所能达到的最陡坡度。[?] 不同材料由于微粒的形状大小，摩擦力的差异，存在不同的休止角，因此考虑粗料和细料的休止角也有所不同。

自卸车卸货过程中也应当考虑矿料的上述特性，以及卸货方式，设计卸下矿料的基本物理模型，从而使用元胞自动机等手段进行模拟，得到单次卸货的矿料形状。

在这一基础上，我们根据大小自卸车的参数，以及车辆的限制条件，在摄像头实施探测，得到现有体积的过程中，设计合理的堆放策略，使仓库中矿料体积占仓库体积比例最大，也就是尽可能装满仓库。

## 2.3 问题三的分析

在第二问的基础上，我们需要在大车和小车数量一定的情况下合理调度，使得六个仓库尽可能装满，而且使得发车次数最小。我们注意到仓库装填可以同步进行，也就是说，不必在当前仓库都装满的情况下才去装填下一个仓库，可以根据六个仓库的堆放情况动态决定放置在哪个仓库以及哪个位置。我们还需要注意优先满足标号低的仓库，在满足标号高的仓库，两类仓库区别在于装料种类不同。

当仓库无法再进行装载的情况下，我们认为该仓库已经装满。当所有仓库都装满时，统计大车小车的发车次数，作为结果输出。

## 三、模型假设

1. 矿料与仓库之间的界限明晰，颜色差异较大。

**原因：**本文采用边缘检测的方式估计矿料体积，当矿料与仓库颜色差异较大时才可以采集计算边缘信息，从而完成后续工作。

2. 矿料顶部较为平整，可以根据正面投影计算矿料高度信息。

**原因：**考虑到现实中取用矿料都是从仓库正面进行的，取用矿料只影响前方边缘形状。尽管仓库中会有零散的矿料散落在地上，这部分我们不予考虑。因为这些矿料的体积太小且特别分散，所以不会对我们的矿料总体积、自卸车的卸货位置产生很大影响。该简化工作可以保证模型简洁明了。

3. 自卸车卸货时货箱与地面垂直，相当于一个垂直放置的、位置固定的开口为矩形的“漏斗”。

**原因：**大多数自卸车的最大倾角都能达到 70 度，且我们所选的粗砂和细砂与货箱的摩擦因子都较小，所以可以认为货箱逐渐达到 70 度后，货物全都可以落下；且在没有到最大倾角时，因为卸货时间较短，所以货物不会碰到货车及货箱，货物只受重力的影响。经过查阅资料，因货车的载重较大，所以卸货时移动会带来危险，并且货车完全有能力在不移动的前提下完成货物的卸载，因此可认为漏斗位置不变。

4. 假设 3 中所述的“漏斗”高度大于 3m

**原因：**无论大车还是小车，当其倾角达到最大时，货箱的最高点都比 3m 高，说明土堆的最高点都可以达到 3m，而且卸货的高度是随着卸货的时间而增加的，所以一开始货箱顶端没有到达 3m 时，货物只受重力影响，卸货高度并不影响货物形态分布。

5. 仓库某时刻的矿料形状是基本规整的，即地面边缘  $E_G$  处与水平面的倾角都是等于角。并且地面边缘的参差不会超过两个大型卸货车车厢的宽度。

**原因：**仓库管理者在使用这些矿料时，应该从出口位置向仓库后方使用，且每次取完矿料，矿料都会自然滑动成一个平稳的状态，即满足休止角的约束。按照仓库的正常使用，人们会优先应用较靠外的矿料可能性更大，也就不会使边界的参差度超过 2 个大车车厢宽度。

6. 在卸下矿料的过程中，自卸车的货箱、轮子不能触碰到矿料。

**原因：**自卸车货箱触碰到矿料会阻碍自卸车的倾倒，轮子触碰到矿料会增加卸货时的不稳定性，易造成危险。

## 四、符号说明

符号	说明	单位
$\int$	积分符号	
$W_0$	区分高峰和低峰的一个临界值	
$M_t$	简单移动平均项	

本部分是对模型中使用的重要变量进行说明，一般排版时要放到一张表格中。

注意：第一：不需要把所有变量都放到这个表里面，模型中用到的临时变量可以不放。第二：下文中首次出现这些变量时也要进行解释，不然会降低文章的可读性。

## 五、模型的建立与求解

以下将对提出的三个问题进行建模求解。

### 5.1 问题一模型的建立与求解

#### 5.1.1 矿料体积模型

传统的摄像机只能捕捉图像的色彩，以及对应的通道信息，就相机本身而言不具有采集距离信息的能力。在没有事先标定点的情况下，通过图片信息确定空间中某个点的位置坐标较为困难。但是在矿料和地面或是墙壁的交界处具有明暗对比，可以通过边缘检测算法提取边缘信息，再结合矿料的物理性质建立矿料体积模型。

考虑仓库中的矿料堆放情况，如图（1）所示。仓库后侧为墙体，左右两侧为高为  $h_0$  的隔墙，左右围墙之间距离为  $d$ ，前方为矿料流动形成的斜坡，斜坡底部与地面形成地面边缘  $E_G$ 。由于存在采用矿料的情况，地面边缘  $E_G$  可能呈现不规则的形状。

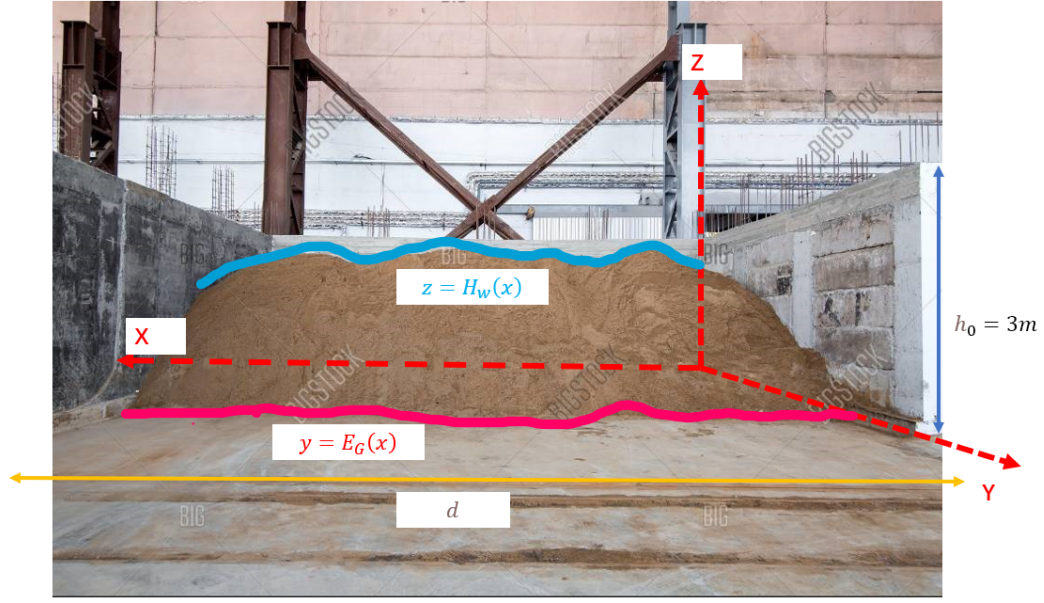


图 1: 矿料仓库示意图

首先我们需要指定摄像头在仓库中的位置。为了实时检测仓库的矿料体积，我们使用两个摄像头获取图像信息，上传至管理平台。两个摄像头分别位于仓库顶部以及仓库正面，分别拍摄仓库的俯视图与正视图。如图（2）中所示：

在得到正视图以及俯视图后，我们需要进行边缘提取工作。边缘提取是计算机视觉领域较为成熟的一个领域，相当多边缘检测的算法被投入使用。考虑到现有条件下建立精确三维模型的困难之处，我们利用俯视图以及正视图中的边缘信息，还原矿料堆放的形状。从正视图中可以提取出矿料在后方墙体上的边缘投影  $z = H_w(x)$ ，这有利于我们得到矿料整体高度。从俯视图中可以提取矿料的地面边缘信息  $y = E_G(x)$ 。

常见的边缘检测算法 [?] 有：使用 Robort, Laplace, Sobel 算子作为卷积核，在图像上进行滑动从而提取出边缘响应。此外还有若干基于模糊推理以及小波检测的方法，鉴于计算复杂性，我们采用 Sobel 算子（如图 3）进行边缘信息提取。

在提取矿料边缘之后，我们将利用矿料地面边缘  $E_G$ ，矿料墙体边缘  $E_w$  建立矿料体积模型。考虑到矿料位于四个平面之间，有两个面形状不规则，但利用矿料地面边缘  $E_G$  与墙壁信息可以计算出矿料的底面积大小，利用矿料墙体边缘  $H_w$  可以估计矿料堆放高度。再利用已知矿料的休止角  $\theta$  大小，可以建立以下体积计算公式：

$$V = 0.5 * \int_0^d H_w(x) * (2E_G(x) - \frac{H_w(x)}{\tan(\theta)}) \quad (1)$$

，其中  $V$  是矿料体积， $x$  轴沿垂直于两面隔墙的方向， $\theta$  是不同矿料的休止角。

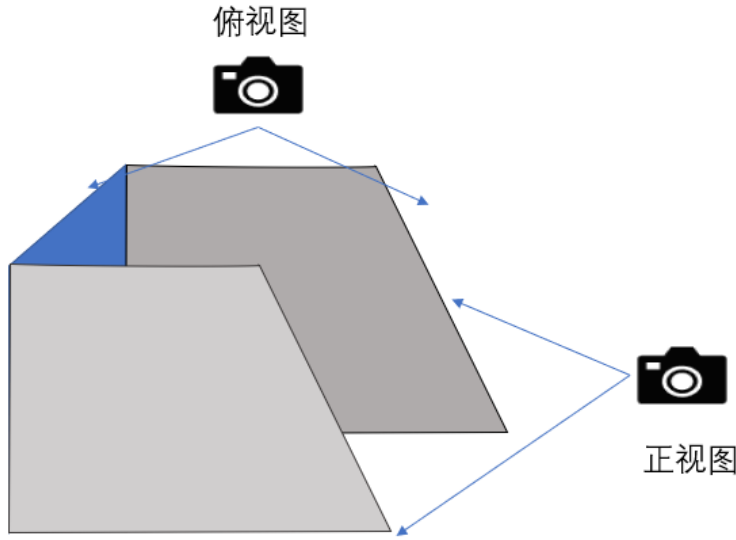


图 2: 相机放置示意图

-1		1	1	2	1
-2		2			
-1		1	-1	-2	-1

图 3: sobel 算子示意图

### 5.1.2 堆放余量模型建立

我们首先考虑仓库中没有任何矿料的情况，此时  $V = 0$ 。在这一情况下，矿料装满后仓库侧视图如图（4 a）所示，此时  $H_W(x) = h_0$  且  $E_G(x) = L_0$ ， $L_0$  是仓库长度。

在仓库不空的情况下，由于已有的矿料占据了仓库空间，使得已经堆放的矿料上方的空间得不到利用。此时仓库剩余体积  $V_{remain}$  不能使用总体积  $V_0$  与矿料体积  $V$  相减获得。此时剩余体积如图（4 b）中的红色部分所示。矿车在地面边缘  $E_G$  部分下料，填补原有矿料角度（部分 1），在填平之后继续堆放高度至  $h_0$ ，此时产生高低界面之间的斜坡（部分 2），最终将仓库靠近出口处的剩余体积补齐（部分 3），此时装填整个仓库。

综合上述分析，我们提出矿料剩余体积计算公式：

$$V_{remain} = \begin{cases} V_0 = 0.5 * d * h_0 * (2L_0 - \frac{h_0}{\tan(\theta)}), \\ \frac{h_0^2}{2 * \tan \theta} + 0.5 * \int_0^d H_W(x) * (2(L_0 - E_G(x)) - \frac{h_0}{\tan \theta}) * \end{cases} \quad (2)$$

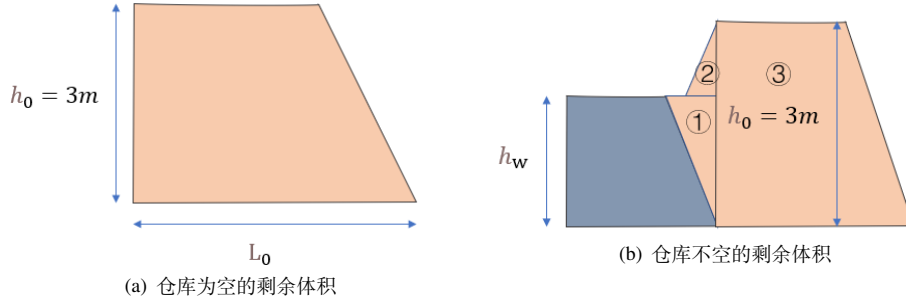


图 4: 不同情况下的矿料剩余体积（侧视图）

### 5.1.3 数量调配模型建立

我们利用矿料体积的估计结果，在不考虑矿料堆放形状的情况下，计算给定  $V_{remain}$  下所需要的车辆数  $M$ 。

$$V_{remain} = V_{big} * M_{big} + V_{small} * M_{small} \quad (3)$$

其中车子数量满足以下约束条件：

$$0 \leq M_{big} \leq M_{big,max}$$

$$0 \leq M_{small} \leq M_{small,max}$$

， $M_{max}$  为最大车辆数目。

### 5.1.4 模型的求解

## 5.2 问题二模型的建立与求解

### 5.2.1 矿料形态模型建立

考虑自卸车卸下矿料的过程，在模型假设中，我们将自卸车看作是一个高度大于 3 米的漏斗。我们若是考虑矿料为刚性材料，那么卸下后形状不会发生变化，此时矿料形状为一个均匀的长方体，如图（5）所示。事实上，考虑矿料的静止角等因素，该状态可以作为矿料堆放的初始状态。也就是说，在矿料倾倒下来的瞬间，矿料是长方体，在随后的一小段时间内遵循物理规律下落坍塌，形成坡面。

该长方体的几何尺寸取决于大小自卸车的货厢参数，我们将在模型求解中给出具体尺寸。

前人在矿料等微粒集合体现出的宏观形状做出了许多研究，Yamakita[?] 等人使用挖掘机模型转移土壤的过程中，利用二维高斯函数拟合现实中沙子的堆放形状，Nuca[?] 等人提出退化的抛物线模型，对模拟沙子流动的行为做出了较好的建模，Song[?] 等人考虑了在河流冲刷外力作用的情况下沙子堆放形状问题。

在前人研究的启发之下，我们提出一种基于离散迭代的元胞自动机方法，建立矿料形状的物理模型。其理论基础如下：



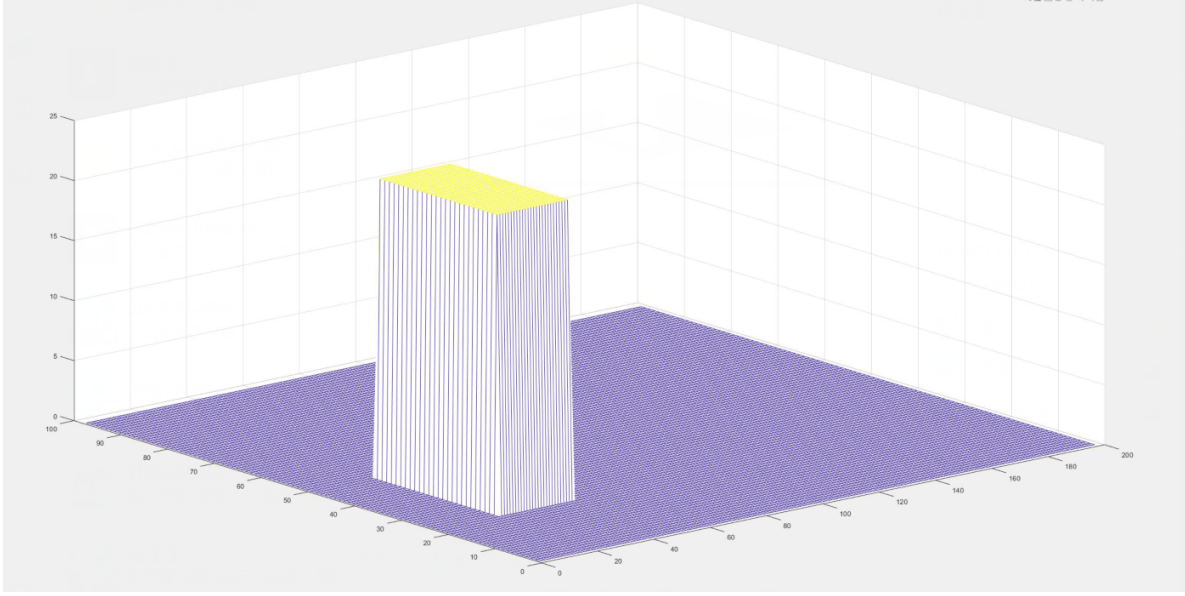


图 5: 矿料堆放瞬间示意图

矿料某点处的矿料稳定与否，取决于矿料在这点处的方向导数  $\frac{\partial h}{\partial l}$  与休止角正切值的大小关系  $\tan\theta$ 。若方向导数值大于休止角正切值，则该点不稳定，会发生坍塌。

$$\frac{\partial h}{\partial l} \leq \tan\theta \quad (4)$$

我们定义坍塌为矿料不稳定点与相邻矿料点之间的物质转移情况。该转移过程中保持矿料体积不变，转移的方向沿该点高度值的负梯度方向。每次转移直到该点不会向周围再次滑动为止。而且在转移过程中需要保持矿料体积恒定，转移之后转移点不会比周围点都低。

我们对目前矿料上的每个点计算方向导数，按照方向导数从大到小的顺序进行坍塌结果计算。上述步骤称为一次形状迭代，形状迭代之后可能仍然不能使所有点都满足休止角的条件。因此迭代过程可能还需要再进行数次。

在迭代终止之后，我们便获得矿料堆放的最终形状。

考虑连续模型计算的困难性，我们结合元胞自动机的基本理论，提出离散的矿料物理模型。该模型将连续的矿料立方体网格化，将其分割为离散格点，格点上具有高度信息。我们利用格点高度矩阵  $H$  存储高度信息，如图 (6a)。对于每个格点，根据其周围格点的相对高度，具有以下行为特征：

离散化梯度计算，使用差分代替求导。某个格点  $V_0$  在各个方向的梯度使用各个方向上的高度差  $\Delta h$  与网格边长  $a$  之比计算，我们称之为离散梯度  $p$  格点是否发生坍塌，依然取决于下式：

$$p = \frac{\Delta h}{a} \leq \tan\theta \quad (5)$$

在网格边界处设置边界高度为无穷，此时离散梯度  $\frac{\Delta h}{a}$  恒小于休止角  $\tan\theta$ ，也就是不会坍塌至边界以外。

考虑到元胞自动机的有限行为特点，坍塌时候发生物质转移只在当前网格的四邻域方向进行。



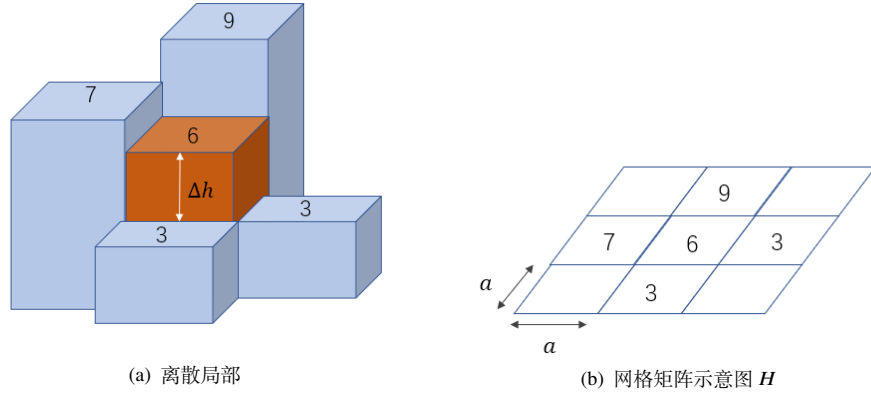


图 6: 离散矿料模型示意图

基于当前点和周围点的高度信息，我们可以计算并记录四个方向的离散梯度，我们使用梯度数组  $P$  维护：

$$P = \left[ \frac{\Delta h_{up}}{a}, \frac{\Delta h_{down}}{a}, \frac{\Delta h_{left}}{a}, \frac{\Delta h_{right}}{a} \right] \quad (6)$$

我们对每个方向上的离散梯度  $p$  与休止角正切值  $\tan\theta$  比较，得到坍塌方向数  $N$ ：

$$N = |\{p | p > \tan\theta, p \in P\}| \quad (7)$$

若梯度数组中数值都小于休止角正切值  $\tan\theta$ ，也就是  $N = 0$  的情况下，该点不发生坍塌。下面重点讨论  $1 \leq N$  的情况：

此时约束条件有以下三条：

1. 当前格点处可能向周围不满足休止角的方向进行坍塌，坍塌至  $p < \tan\theta$ 。
2. 每个方向上都可能发生坍塌，且当前格点  $V_0$  的高度  $h_{v0}$  不会因为坍塌而低于周围格点。
3. 当前格点以及周围格点的高度之和不会发生改变，这是因为物质守恒原理。

在上述约束条件下，我们得到高度更新公式：

$$h_{v0} + a * \sum p = h_{v0}^* + N^*(h_{v0}^* - \tan\theta) \quad (8)$$

$$h^* = h_{v0}^* - \tan\theta \quad (9)$$

，其中  $h_{v0}^*$  代表坍塌后当前网格点的高度。

### 5.2.2 调度策略模型建立

### 5.3 问题三模型的建立与求解

## 六、模型的分析与检验

模型的分析与检验的内容也可以放到模型的建立与求解部分，这里我们单独抽出来进行讲解，因为这部分往往是论文的加分项，很多优秀论文也会单独抽出一节来对这个内容进行讨论。

模型的分析：在建模比赛中模型分析主要有两种，一个是灵敏度(性)分析，另一个是误差分析。灵敏度分析是研究与分析一个系统（或模型）的状态或输出变化对系统参数或周围条件变化的敏感程度的方法。其通用的步骤是：控制其他参数不变的情况下，改变模型中某个重要参数的值，然后观察模型的结果的变化情况。误差分析是指分析模型中的误差来源，或者估算模型中存在的误差，一般用于预测问题或者数值计算类问题。

模型的检验：模型检验可以分为两种，一种是使用模型之前应该进行的检验，例如层次分析法中一致性检验，灰色预测中的准指数规律的检验，这部分内容应该放在模型的建立部分；另一种是使用了模型后对模型的结果进行检验，数模中最常见的是稳定性检验，实际上这里的稳定性检验和前面的灵敏度分析非常类似。

## 七、模型的评价、改进与推广

注：本部分的标题需要根据你的内容进行调整，例如：如果你没有写模型推广的话，就直接把标题写成模型的评价与改进。很多论文也把这部分的内容直接统称为“模型评价”部分，也是可以的。

### 7.1 模型的优点

优缺点是必须要写的内容，改进和推广是可选的，但还是建议大家写，实力比较强的建模者可以在这一块充分发挥，这部分对于整个论文的作用在于画龙点睛。

### 7.2 模型的缺点

缺点写的个数要比优点少

### 7.3 模型的改进

主要是针对模型中缺点有哪些可以改进的地方 [?];

### 7.4 模型的推广

将原题的要求进行扩展 [?], 进一步讨论模型的实用性和可行性 [?].

(所有引用他人或公开资料(包括网上资料)的成果必须按照科技论文的规范列出参考文献,并在正文引用处予以标注。

常见的三种参考文献的表达方式(标准不唯一): 书籍的表述方式为: [编号] 作者, 书名, 出版地: 出版社, 出版年月。期刊杂志论文的表述方式为: [编号] 作者, 论文名, 杂志名, 卷期号: 起止页码, 出版年。网上资源(例如数据库、政府报告)的表述方式为: [编号] 作者, 资源标题, 网址, 访问时间。)

## 附录

<b>附录 1</b>
-------------

介绍：支撑材料的文件列表
--------------

<b>附录 2</b>
-------------

介绍：该代码是某某语言编写的，作用是什么
----------------------

除了支撑材料的文件列表和源程序代码外，附录中还可以包括以下内容：

- 某一问题的详细证明或求解过程；
- 自己在网上找到的数据；
- 比较大的流程图；
- 较繁杂的图表或计算结果