

# 基于 <sup>PID</sup> 自动控制的暖气房屋控温模型

## 摘要

摘要

**关键词:** 元胞自动机   边缘检测   形状匹配

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

我国具有悠久的玻璃制作历史，玻璃是丝绸之路历史的重要物证，在考古工作中，需要对玻璃的成分进行分析，并对其种类进行鉴别。

玻璃以石英砂（主要成分为  $\text{SiO}_2$ ）作为主要原料，在制造的过程中为了降低熔点，添加不同的助熔剂进行炼制，并加入氧化钙等作为稳定剂。根据所加入助熔剂的不同，玻璃化学成分产生差异，这使得古代玻璃产生了不同的种类。例如添加铅矿石作为助熔剂的玻璃含有较高的氧化钡和氧化铅含量，常被称作铅钡玻璃；添加草木灰等作为助熔剂的玻璃，具有较高的钾含量，被称作是钾玻璃。

古代玻璃经由漫长的埋藏过程而导致风化。风化的本质是玻璃与外界环境之间产生了元素交换，导致成分发生变化。风化过程的程度不同，导致玻璃的成分，颜色发生较大变化，给考古工作带来了一定困难。我们需要利用古代玻璃采样的化学检测数据，探究风化与物质成分的变化关系，以及分类标准与成分之间的相关关系。

### 1.2 问题重述

经过分析整理，我们需要解决以下问题：

1. 分析表面风化同玻璃类型、纹饰和颜色之间的关系进行分析，并就类别分析其风化前后的化学含量统计规律，最后根据风化点的检测数据预测未风化前的物质含量。
2. 分析高钾玻璃和铅钡玻璃之间的类别划分规律，对每个类别选择合适的指标进行亚类的划分，给出划分的结果，并对结果进行敏感性分析。
3. 对所给附件中未知类别的玻璃文物化学成分进行分析，鉴定所属类别，并对分类结果进行敏感性分析。
4. 针对不同类别的玻璃文物样品，在不同的化学成分中分析关联关系，对这一关系的差异程度进行分析。

## 二、问题分析

### 2.1 问题一的分析

为了解决第一小问，我们首先对原始数据进行清洗，对不满足成分性要求的数据进行剔除。为了分析表面风化与类型，纹饰，颜色之间的关系，考虑使用皮尔逊的拟合优度检验法<sup>[2]</sup>或是方差分析<sup>[7]</sup>等方法，分析三个因素与风化之间的关系。

### 2.2 问题二的分析

分析

## 2.3 问题三的分析

## 三、模型假设

### 1. 原因：

## 四、名词解释与符号说明

### 4.1 名词解释

#### 1. dada

dsadw

#### 2. dsadc

dasdsas

### 4.2 符号说明

以下是本文使用的符号以及含义：

符号	说明	单位
$L_0$	仓库长度	$m$

## 五、模型的建立与求解

以下将对提出的四个问题进行建模求解。

### 5.1 数据清洗与可视化分析

在这一部分，我们进行了一些数据预处理工作。首先对剔除不满足要求的数据，随后对缺失的数据进行填补，最后将数据进行分析统计，以更好的进行建模活动。

#### 5.1.1 剔除异常数据

根据题目信息，需要对不满足成分性的数据进行剔除。成分性的定义为各个成分之间的加和应该是等于 100%，但是由于种种因素这一性质不能达到。规定各个组分的加和处于 85% ~ 105% 之间的数据作为有效数据。对表单 2 中的 69 条数据进行统计，得到图（1）所示的结果。

可见数据总体分布在 87.09% ~ 102.29% 这一区间中，只有两条记录不能满足成分性，分别是 17 号采样点 71.89% 以及 15 号采样点 79.47%，将其剔除。

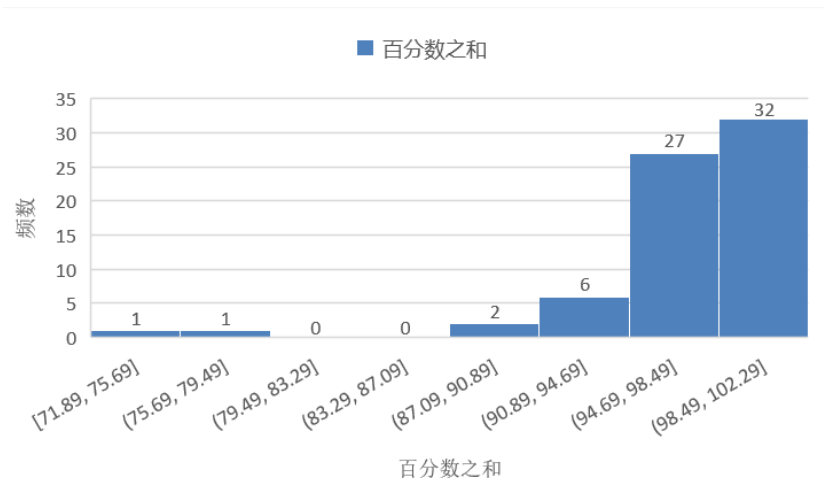


图 1: 附件二各采样点成分的求和

### 5.1.2 数据填补

在 58 份样本数据中分别说明了其编号、纹饰、类型、颜色与风化程度五项数据，其中颜色一项有四条缺失，分别位于编号 19、40、48 和 58 处。为了便于后续的分析处理，将缺失项用“未知”填补，补全了数据缺口。

### 5.1.3 可视化分析

为了便于后续的分析处理，我们对数据进行可视化分析。为了判断类别分布的规律，首先对文物样本在各个指标的分布情况进行分析，得到图（2）所示的结果。可见古代玻璃样本以 C 类型的纹饰为主，其次是 A 纹饰，B 纹饰的占比最小，仅占 10.34%。在类型分布上，铅钡玻璃的占比超过了三分之二，成为数量较多的一类。在颜色分布上，颜色以蓝、绿为主，可能是由于其中的  $Fe^{3+}$ ， $Cu^{2+}$  等离子存在而显色<sup>[2]</sup>。其中颜色由显现出不同的深浅，可能代表显色物质的组合以及浓度差异。

## 5.2 古代玻璃风化预测模型

在本部分，我们首先对古代玻璃的种类、纹饰和颜色，同风化的相关关系进行分析，利用多种方法分析出与风化关系密切的因素。随后我们就玻璃种类和风化与否来划分成分含量指标，给出成分的统计规律，随后建立模型，对古代玻璃的未风化前的元素含量做出预测。

### 5.2.1 古代玻璃各指标相关性分析

为了探究古代玻璃的纹饰种类、类型与颜色等因素的差异对于玻璃风化程度的影响，对这三个因素进行相关性分析。我们首先使用方差分析<sup>[2]</sup>检验相关性。下面以检验纹饰同风化之间的关系叙述计算过程。

我们若将纹饰视作考察的因素，那么不同的纹饰  $\{A, B, C\}$  则可以视为  $r$  个不同的水平，这里  $r = 3$ ，若用附件所给 58 个玻璃样本数据进行分析，在各个样本独立同分布的条件下，记录第  $k$  种

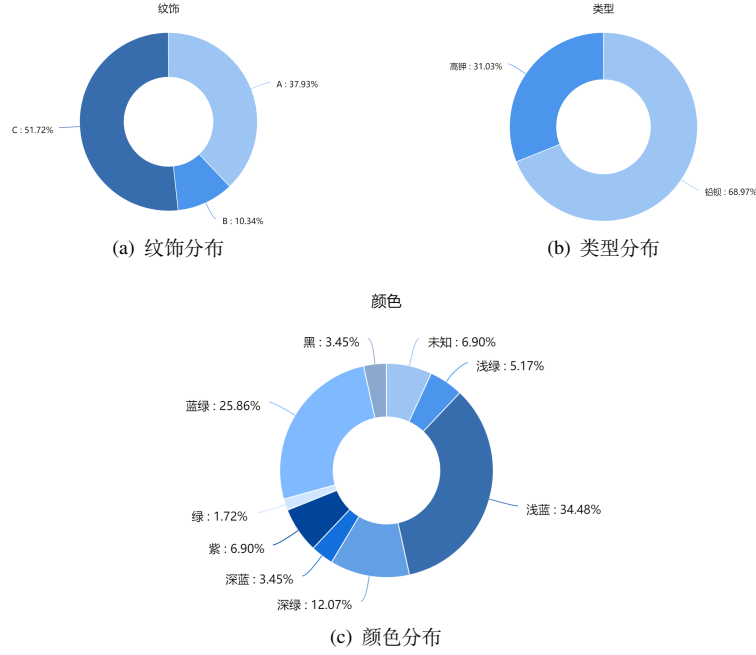


图 2: 玻璃样本基本信息的分布情况

纹饰中第  $i$  个样本的风化程度为  $X_{ik}$ , 每种纹饰的样本数量为  $n_A, n_B, n_C$ 。根据上述信息, 可以得到水平项离差平方和 (SSA)、误差项离差平方和 (SSE) 的统计量  $SS_A$  与  $SS_E$ :

$$SS_A = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^r n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad (1)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (2)$$

方差分析的基本思想是通过水平项离差平方和 (SSA)、误差项离差平方和 (SSE) 的统计量判断假设  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_r$  是否成立。这里的  $\mu$  代表风化程度的均值。当上述假设成立时满足下式:

$$\frac{SS_A}{\sigma^2} \sim \chi^2(r-1), \quad \frac{SS_E}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-r)$$

样本的方差是未知的变量, 构造检验量  $F$  进行处理, 将其消去, 得到下式:

$$F = \frac{SS_A/df_A}{SS_E/df_E} = \frac{MS_A}{MS_E} \sim F(r-1, n-r) \quad (3)$$

其中  $MS_A$  与  $MS_E$  称作是均方和, 以  $F$  的显著性大小来检验纹饰种类同风化情况之间的关联程度。在给定的显著性水平  $\alpha$  下, 原假设  $H_0$  的拒绝域为  $F \geq F_\alpha(r-1, n-r)$ 。而对于颜色和类型的水平与风化程度的分析方面, 我们可以使用相似的方法进行分析。下面将给出三个指标相关性分析的结果。经过计算, 三个因素的重要参数罗列在表 (1) 中。

对三个因素在显著性水平  $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1$  的条件下, 查表<sup>[7]</sup>可知, 类型、纹饰和颜色三个因素所得  $F$  值在如下对应范围内。注意到由于部分  $F_\alpha$  的数值没有直接查到, 我们利用  $F_\alpha$  的单调

表 1: 根据类型、纹饰和颜色的方差分析结果

因素 指标	类型	纹饰	颜色
$SS_A$	1.669	1.2023	2.288
$SS_E$	12.4	12.8667	11.781
$MS_A$	1.669	0.6011	0.2542
$MS_E$	0.2214	0.2339	0.2454
$F$	7.5373	2.5697	1.0358

性，使用临近的值进行判断。

$$F_{\text{类型}} = 7.5373 > F_{0.01}(1, 40) = 7.314 > F_{0.01}(1, 57) \tag{4}$$

$$F_{\text{纹饰}} = 2.5697 < F_{0.05}(2, 60) = 3.150 < F_{0.05}(2, 55) \tag{5}$$

$$F_{\text{颜色}} = 1.0358 < F_{0.1}(8, 60) = 1.7745 < F_{0.01}(8, 49) \tag{6}$$

分析其结果，可知类型这一因素的差异极显著 ( $\alpha = 0.01$ )，而其余两个因素的差异性不强，特别是颜色这一因素，没有显著影响。因此我们认为玻璃的种类是影响风化的重要因素，纹饰种类对风化有影响，但是程度不高，颜色与风化之间的关系没有显著关系。

为了验证所得结果的正确性，使用卡方分布来验证三个因素同风化之间是否呈现出显著性。借助求解器<sup>[2]</sup>，统计了三因素同表面风化的交叉图（图 3），此外还计算出  $\chi^2$  和差异性指标  $p$  的结果，如表（2）所示。

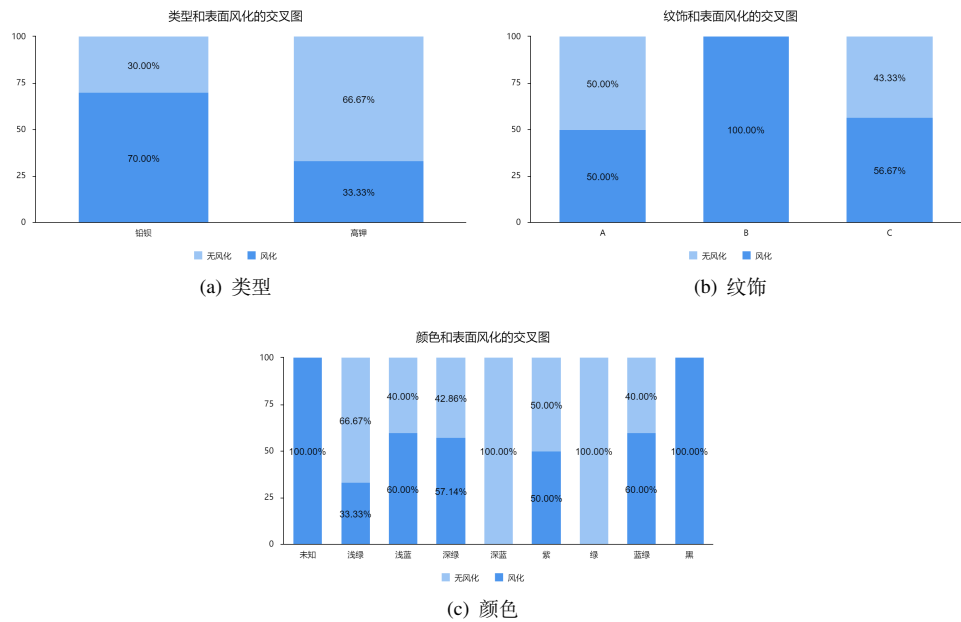


图 3: 三个因素同风化程度的交叉图

表 2: 三个因素的卡方分析结果表

表面风化因素	$\chi^2$	$p$	显著性
类型	6.880	0.009**	高显著性
纹饰	4.957	0.084	无显著性
颜色	9.432	0.307	无显著性

注: \* 代表  $p < 0.05$ , 说明具有显著性, \*\* 代表  $p < 0.01$  说明具有高显著性。

分析结果, 可以观察到在三个因素中只有类型产生了高显著性, 而纹饰颜色两个因素并未得出显著性结论, 分析图 (3a) 也可直观看出玻璃类型对于风化的结果有明显差异, 故可以认为我们所使用的方法具有合理性。

### 5.3 古代玻璃样品统计规律分析

考虑到风化过程产生了元素的交换, 玻璃风化与否影响着成分含量; 与此同时, 玻璃的种类也会造成所含物质的差异性。为此, 我们将附件表单二中的 69 条数据按类型和风化程度两个因素, 划分为 5 组: 高钾玻璃未风化、高钾玻璃风化、铅钡玻璃未风化、铅钡玻璃风化和铅钡玻璃严重风化。没有出现高钾玻璃的严重风化这一组别是因为原始数据中不存在, 故不予记录。

随后计算各个组别的条目数量, 均值与方差, 最大值和最小值, 还有变异系数<sup>[2]</sup>, 得出基本的统计结果。计算均值的目的在于统计元素组成的普遍相似性, 同时降低那些由于古代工艺所限导致的含量误差。方差反映的是成分的波动程度, 由于各个指标的绝对占比有很大不同, 其波动程度的衡量可以用变异系数  $c_v$  这一指标进行衡量, 计算式如下。

$$c_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (7)$$

其中  $\sigma$  代表标准差,  $\mu$  代表均值。最大值最小值反应的是指标占比的分布范围, 对于后续分类预测的工作具有较大作用。

由于全部表的详细信息所占篇幅太大, 仅仅选取未风化的高钾玻璃指标条目 (表 3) 在正文中展示, 其余几类表将在附录中给出。分析这些指标, 注意到最小值不为 0 的成分有两个, 意味着在所有的该类样本的中都有出现该成分。存在四个成分的中位数为 0, 反映出大量样本未检出该成分。

表 3: 未风化高钾玻璃统计量

名称	样本量	最小值	最大值	平均值	标准差	中位数	变异系数 (CV)
二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	12	59.01	87.05	67.984	8.755	65.53	12.878%
氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	12	0	3.38	0.695	1.287	0	185.168%
氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	12	0	14.52	9.331	3.92	9.83	42.014%
二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	12	0	0.47	0.102	0.186	0	182.472%
氧化钙 (CaO)	12	0	8.7	5.332	3.092	6.095	57.993%
氧化镁 (MgO)	12	0	1.98	1.079	0.676	1.165	62.654%
氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	12	3.05	11.15	6.62	2.492	6.185	37.636%
氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	12	0	6.04	1.932	1.667	2.11	86.283%
氧化铜 (CuO)	12	0	5.09	2.453	1.66	2.345	67.686%
氧化铅 (PbO)	12	0	1.62	0.412	0.589	0.155	143.074%
氧化钡 (BaO)	12	0	2.86	0.598	0.982	0	164.140%
五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	12	0	4.5	1.402	1.434	1.02	102.243%
氧化锶 (SrO)	12	0	0.12	0.042	0.048	0.02	116.157%
氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	12	0	2.36	0.197	0.681	0	346.410%

注：表中除变异系数外的数据单位为百分比 (%)



为了更好的判断风化前后的成分变化，对风化前后的两类玻璃的均值进行分析得到图（4）。

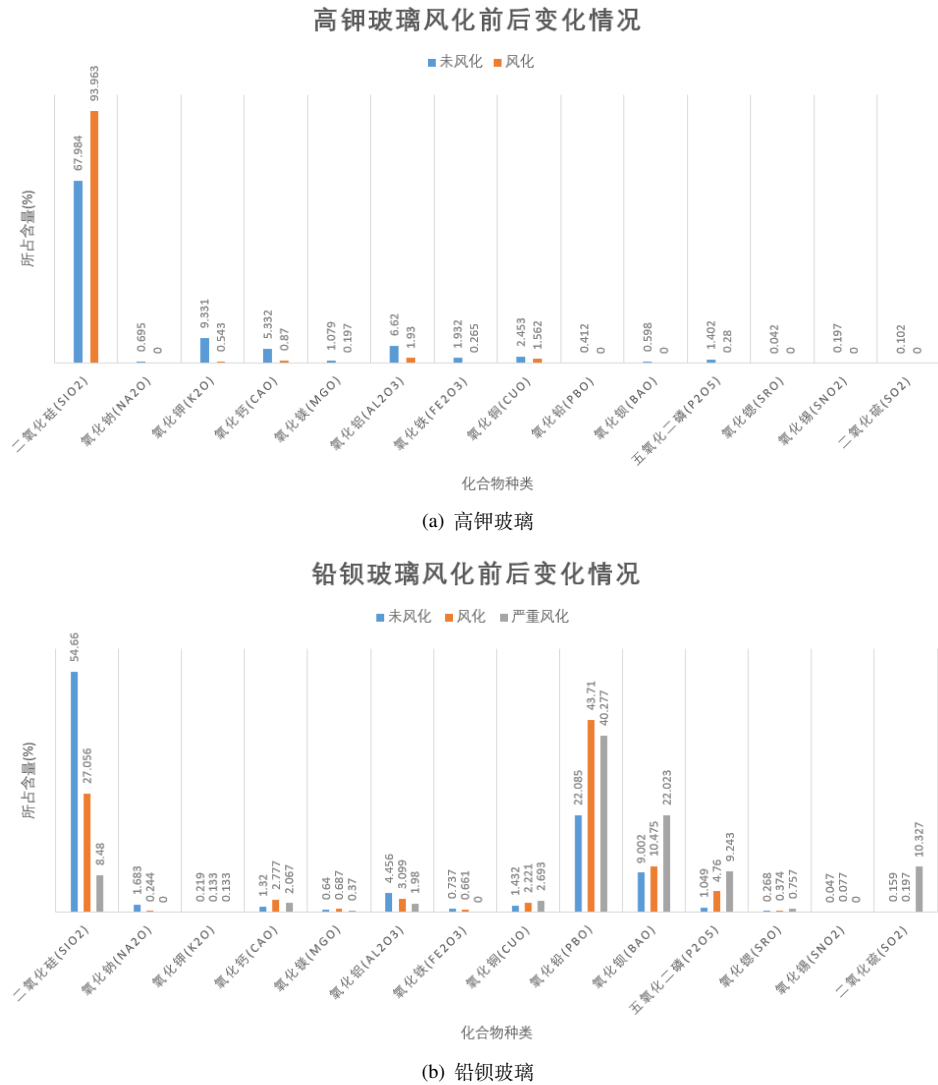


图 4: 元素变化情况同风化程度的关系

分析数据，得出玻璃在风化过程中元素占比的变化情况：

1. 物质占比在风化过程中随过程的推进，占比呈增加或是减少态势。在风化时玻璃和外界产生物质交换，导致部分物质进入玻璃样品，或是在其余物质流失的情况下，这一物质的占比大大增加。与此同时伴随着随物质流失或是总元素含量增加，部分占比又在随风化程度减少而减少。
2. 就类间差异而论，高钾玻璃随风化过程的推进，二氧化硅一项的占比在上升，最终达到百分之九十以上，而其余成分都在下降。高钾玻璃的风化过程物质变化较为单一。而铅钡玻璃各项物质的占比变化情况多样，二氧化硅的占比逐步下降，而其余物质如氧化铅，氧化钡，五氧化二磷等在上升。

3. 由于玻璃所添加的助熔剂不同，在风化前的指标中可以明显看出钾、钡、铅三种氧化物的占比具有很大差异，为后续分类工作提供基础。

#### 5.4 玻璃样品风化前含量预测模型

要预测风化样本数据之前的成分占比，在最理想的情况下，需要通过同一样本的风化数据与未风化数据构成一对正反样本。在若干对正反样本中分析风化前后的数据变化，得到稳定结果。鉴于附件数据的特点，风化数据和未风化数据的记录往往位于不同的文物样本，仅有属于铅钡玻璃的 49 和 50 号样本满足要求，难以形成成对数据。为此，根据前面分析所得的统计规律，我们提出一种基于均值的原始含量预测模型。

##### 1. 跨样本变化比例 $\Delta_1$

首先分析不同样本上的风化前后的元素对比，这是因为该部分可利用的数据较多。为了减弱不同古代玻璃样本的成分含量差异，使用均值来计算某一类型的玻璃元素含量多少。若使用  $c_{ij}$  代表某一类别中第  $i$  条记录中的第  $j$  项化学成分的占比，那么对于该指标的均值可以使用以下公式计算：

$$\mu_j = \frac{\sum_{j=1}^{14} c_{ij}}{n} \quad (8)$$

，这里  $n$  代表采样点记录的数量。如果使用  $\mu, \mu'$  分别代表风化前与风化后的均值，那么可以计算出跨样本变化比例  $\Delta_1$ 。

$$\Delta_1 = \frac{\mu - \mu'}{\mu'}, \mu' > 0 \quad (9)$$

在这里需要处理  $\mu' = 0$  的情况，分析数据可知，高钾玻璃的氧化钠 ( $\text{Na}_2\text{O}$ )、氧化铅 ( $\text{PbO}$ )、氧化钡 ( $\text{BaO}$ )、氧化锶 ( $\text{SrO}$ )、氧化锡 ( $\text{SnO}_2$ ) 和二氧化硫 ( $\text{SO}_2$ ) 五个指标在风化过程中完全流失，无法推知其变化之前的比例。同样地，对于待预测数据中那些流失到 0 的数据也不能预测其风化前的比例。

##### 2. 样本内变化比例 $\Delta_2$

对于同一样本上的不同风化程度数据，同样可以计算其化学成分变化比例，令风化前后的比例分别为  $c, c'$ ，那么可以计算样本内变化比例  $\Delta_2$ ：

$$\Delta_2 = \frac{\sum_{i=1}^m (c_{ij} - c'_{ij})}{m * c'_{ij}} \quad (10)$$

其中  $m$  为具有正反对比的样本数目，在附件数据中，高钾玻璃  $m = 0$ ，铅钡玻璃  $m = 2$ 。

##### 3. 综合变化比例 $\Delta_0$

最后我们将综合上述两个指标：跨样本变化比例  $\Delta_1$  与样本间变化比例  $\Delta_2$ ，将二者以一定比例相加。

$$\begin{aligned} \Delta_{K0} &= \omega_1 \cdot \Delta_{K1} + \omega_2 \cdot \Delta_{K2} \\ \Delta_{B0} &= \Delta_{B1} \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\omega$  代表权重,  $\Delta_K$ ,  $\Delta_B$  分别代表高钾玻璃和铅钡玻璃的变化比例

在得到综合变化比例  $\Delta_0$  后, 给出风化前成分的计算方法。

$$c_{ij}^k = \begin{cases} (1 + \Delta_{K0}) * c_{ij}^k, & k = K \\ (1 + \Delta_{B0}) * c_{ij}^k, & k = B \end{cases}, \quad (c_{ij} > 0, \Delta_0 > 0) \quad (12)$$

#### 5.4.1 模型求解

经过上述分析和计算, 在给定  $\omega_1 = 0.7$  和  $\omega_2 = 0.3$  的情况下, 计算出高钾玻璃和铅钡玻璃各个化学元素的综合变化比例, 列出表 (4)。

表 4: 各化学成分的变化趋势

化学成分	二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)
$D_{K0}$	-0.2765	Inf	16.1842	5.1287	4.4772
$D_{B0}$	1.0203	5.8980	0.6466	-0.5247	-0.0684
化学成分	氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)
$D_{K0}$	2.4301	6.2906	0.5704	Inf	Inf
$D_{B0}$	0.4379	0.1150	-0.3552	-0.4947	-0.1406
化学成分	五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	
$D_{K0}$	4.0071	Inf	Inf	Inf	
$D_{B0}$	-0.7796	-0.2834	-0.3896	-0.1929	

依据化学成分的变化趋势, 可以对风化前的化学成分进行预测, 通过式 (12) 计算出原有化学成分的数据, 摘录五条高钾玻璃和铅钡玻璃预测结果展示于表 (5), 其余部分在附录中 (表 10) 给出。编号后的字母代表样本种类, K 代表高钾玻璃, B 代表铅钡玻璃。

表 5: 预测风化前的化学成分结果 (单位: %)

化学成分	二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)
2(B)	64.004	0.000	1.297	1.090	0.950
8(B)	43.901	0.000	0.000	0.852	0.000
11(B)	63.971	0.000	0.280	1.765	0.617
7(K)	73.009	0.757	0.000	7.144	0.000
9(K)	71.777	0.726	10.585	3.967	0.000
化学成分	氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)
2(B)	7.414	1.345	0.142	22.552	0.000
8(B)	2.142	0.000	7.009	16.849	25.280

11(B)	3.758	0.000	2.900	13.032	10.333
7(K)	7.398	1.350	5.543	0.449	0.651
9(K)	4.727	2.436	2.541	0.430	0.624

化学成分	五氧化二磷 (P2O5)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO2)	二氧化硫 (SO2)
2(B)	1.101	0.105	0.000	0.000
8(B)	1.368	0.253	0.000	2.345
11(B)	3.123	0.221	0.000	0.000
7(K)	3.327	0.046	0.215	0.111
9(K)	1.830	0.044	0.206	0.106

得到预测结果后需要对结果进行合理性分析，在机器学习等领域常见的方法是划分训练集与测试集，在训练集上获得较好效果后在测试集上验证所得结果的正确性。但是由于古代玻璃样品的特殊性，每件样品的制作工艺不同，导致成分具有差异，流失情况也各有不同，因此不能随意搭配预测的数据同原始未风化的数据验证正确性。

在这一前提条件下，我们提出一种检验相关性的方法，将附件二中原始未风化的化学成分记录  $r$  与预测出的数据中的化学成分记录  $r'$  相混合，得到未风化数据集合  $R$ 。并且使用“是否预测”这一 0-1 标签  $f$  分别标注数据来源为  $r$  或是  $r'$ 。通过探究各个化学成分占比同数据来源的相关性，判断该预测模型的性能。

使用相关性分析的理论依据在于：若相关各个化学成分的占比  $c_j$  这一指标不能够揭示数据是否被预测而来，那么就相当于是该预测数据“隐藏”在原始数据中，同是否预测之间没有显著的相关关系。这样可以推知预测出数据同原始数据之间的差异不大，认为预测有效。若所有指标均同“是否预测”之间没有显著性关联，那么就可以认为预测效果较好。

经过权衡，使用皮尔逊相关系数<sup>[2]</sup>来检测  $R$  中各化学成分占比  $c_j$  与是否预测指标  $f$  之间的相关性进行分析，利用 SPSSAU 求解器<sup>[2]</sup>求解，最终得到以下结果：

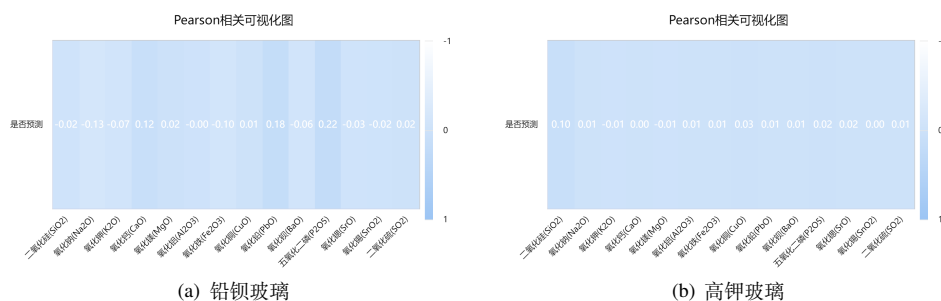


图 5: 不同种类玻璃成分同预测之间的相关系数结果

可知各化学成分占比同是否预测之间相关系数值  $p$  均大于 0.05 说明没有相关性，也就验证了我们的预测方法是行之有效的。

## 5.5 古代玻璃类型及亚类划分模型

在本部分我们需要解决古代玻璃的类型划分问题，即给出铅钡玻璃和高钾玻璃之间的分类关系；在这一基础上，要对两种玻璃进一步划更细的亚类，并做敏感性分析，解释其合理性。针对大类划分模型，利用问题 1 种得到预测风化前的样本数据，统计高钾玻璃与铅钡玻璃间各个化学元素的分界点，以投票方式决定一个样本的种类。

针对亚类划分问题，使用相关文献的知识以及变异系数，挑选重要指标，使用 `kmeans++` 聚类方法，利用相关系数确定最佳类中心数目。在得出聚类结果后，**具体方法**进行敏感度分析。

### 5.5.1 古代玻璃大类划分模型

古代玻璃的类型不同，是由于其在制造过程中添加了不同的助熔剂，导致其化学成分有所差异，这是我们进行分类的依据所在。考虑到样本风化后带来相关元素的流失，可能会带来误判，因此利用风化后的数据条目预测其风化前的化学成分比例，利用预测结果进行分类。

我们根据指标  $c_{ij}$  的与划分界限  $h_j$  相对大小，判断玻璃在这一指标上倾向于哪一类  $v_j$ 。

## 六、敏感性分析

## 七、模型的评价

### 7.1 模型的优点

1. 采用

### 7.2 模型的缺点

- 利用较



## 附件

### 附件清单:

#### 附录 i 统计规律分析结果

- 高钾玻璃风化数据统计 (表 6)

表 6: 风化高钾玻璃统计量

名称	样本量	最小值	最大值	平均值	标准差	中位数	变异系数 (CV)
二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	6	92.35	96.77	93.963	1.734	93.505	1.845%
氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	6	0	0	0	0	0	null
氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	6	0	1.01	0.543	0.445	0.665	81.935%
氧化钙 (CaO)	6	0.21	1.66	0.87	0.488	0.83	56.066%
氧化镁 (MgO)	6	0	0.64	0.197	0.306	0	155.752%
氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	6	0.81	3.5	1.93	0.964	1.72	49.974%
氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	6	0.17	0.35	0.265	0.069	0.275	26.226%
氧化铜 (CuO)	6	0.55	3.24	1.562	0.935	1.545	59.861%
氧化铅 (PbO)	6	0	0	0	0	0	null
氧化钡 (BaO)	6	0	0	0	0	0	null
五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	6	0	0.61	0.28	0.21	0.28	74.983%
氧化锶 (SrO)	6	0	0	0	0	0	null
氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	6	0	0	0	0	0	null
二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	6	0	0	0	0	0	null

注: 表中除变异系数外的数据单位为百分比 (%), null 代表无法计算变异系数。

- 铅钡玻璃未风化数据统计 (表 7)
- 铅钡玻璃风化数据统计 (表 8)
- 铅钡玻璃严重风化数据统计 (表 9)

表 7: 未风化铅钡玻璃统计量

名称	样本量	最小值	最大值	平均值	标准差	中位数	变异系数 (CV)
氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	23	0	7.92	1.683	2.372	0	140.950%
氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	23	0	1.41	0.219	0.31	0.15	141.778%
氧化钙 (CaO)	23	0	4.49	1.32	1.285	0.84	97.294%
氧化镁 (MgO)	23	0	1.67	0.64	0.547	0.71	85.372%
氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	23	1.42	14.34	4.456	3.262	3.86	73.213%
氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	23	0	4.59	0.737	1.155	0	156.782%
氧化铜 (CuO)	23	0	8.46	1.432	1.97	0.65	137.586%
氧化铅 (PbO)	23	9.3	39.22	22.085	8.215	20.12	37.198%
氧化钡 (BaO)	23	2.03	26.23	9.002	5.825	8.99	64.713%
五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	23	0	6.34	1.049	1.847	0.19	176.056%
氧化锶 (SrO)	23	0	0.91	0.268	0.243	0.26	90.752%
氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	23	0	0.44	0.047	0.127	0	273.714%
二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	23	0	3.66	0.159	0.763	0	479.583%

注：表中除变异系数外的数据单位为百分比（%），null 代表无法计算变异系数。



表 8: 风化铅钡玻璃统计量

名称	样本量	最小值	最大值	平均值	标准差	中位数	变异系数 (CV)
二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	23	12.41	53.33	27.056	9.005	25.74	33.283%
氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	23	0	2.22	0.244	0.587	0	240.349%
氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	23	0	1.05	0.133	0.246	0	184.408%
氧化钙 (CaO)	23	0.37	6.4	2.777	1.667	2.82	60.007%
氧化镁 (MgO)	23	0	2.73	0.687	0.719	0.59	104.803%
氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	23	0.45	13.65	3.099	2.747	2.51	88.628%
氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	23	0	2.74	0.661	0.751	0.33	113.615%
氧化铜 (CuO)	23	0	10.57	2.221	2.981	0.88	134.180%
氧化铅 (PbO)	23	15.71	70.21	43.71	12.077	44.12	27.631%
氧化钡 (BaO)	23	0	32.25	10.475	7.966	8.64	76.048%
五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	23	0	12.83	4.76	3.989	3.59	83.793%
氧化锶 (SrO)	23	0	0.88	0.374	0.23	0.39	61.434%
氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	23	0	1.31	0.077	0.286	0	369.523%
二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	23	0	2.58	0.197	0.661	0	334.686%

注：表中除变异系数外的数据单位为百分比 (%)

## 附录 ii 铅钡玻璃和高钾玻璃风化前化学成分含量预测结果

注：序号后字母代表样本种类，K 代表高钾玻璃，B 代表铅钡玻璃。

表 10: 预测风化前的化学成分结果（全表）

样本序号	二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)
7(K)	73.009	0.757	0.000	7.144	0.000
9(K)	71.777	0.726	10.585	3.967	0.000
10(K)	73.583	0.730	16.615	1.353	0.000
12(K)	66.557	0.678	16.933	4.305	0.000
22(K)	59.802	0.622	11.381	9.106	3.137
27(K)	72.809	0.754	0.000	6.253	3.210
2(B)	64.004	0.000	1.297	1.090	0.950
8(B)	43.901	0.000	0.000	0.852	0.000
11(B)	63.971	0.000	0.280	1.765	0.617
19(B)	59.207	0.000	0.000	1.545	0.538
26(B)	43.601	0.000	0.000	0.837	0.000
34(B)	65.776	0.000	0.322	0.379	0.000
36(B)	63.733	8.840	0.158	0.157	0.000
38(B)	58.920	6.105	0.000	0.321	0.000

39(B)	56.203	0.000	0.000	0.627	0.000
40(B)	42.259	0.000	0.000	1.248	0.000
41(B)	44.454	0.000	0.742	3.153	3.001
48(B)	71.019	2.634	0.298	0.991	0.936
49(B)	58.141	0.000	0.000	2.442	1.355
50(B)	45.704	0.000	0.000	2.141	0.545
52(B)	53.744	6.298	0.000	1.251	0.524
54(B)	48.635	0.000	0.489	1.838	1.276
56(B)	60.265	0.000	0.000	0.660	0.000
57(B)	54.899	0.000	0.000	0.747	0.000
58(B)	59.696	0.000	0.468	1.810	0.708
43.1(B)	33.675	0.000	0.000	3.753	1.102
43.2(B)	50.439	0.000	0.000	3.927	1.008
51.1(B)	52.666	0.000	0.000	2.022	1.163
51.2(B)	52.101	0.000	0.000	3.305	1.615
样本序号	氧化铝 (Al2O3)	氧化铁 (Fe2O3)	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)
7(K)	7.398	1.350	5.543	0.449	0.651
9(K)	4.727	2.436	2.541	0.430	0.624
10(K)	2.920	1.992	1.386	0.433	0.628
12(K)	4.886	2.063	2.528	0.402	0.583
22(K)	10.745	2.284	0.773	0.369	0.535
27(K)	9.344	1.583	2.625	0.447	0.649
2(B)	7.414	1.345	0.142	22.552	0.000
8(B)	2.142	0.000	7.009	16.849	25.280
11(B)	3.758	0.000	2.900	13.032	10.333
19(B)	5.231	1.089	2.166	23.053	3.969
26(B)	1.131	0.000	7.193	17.535	26.386
34(B)	2.184	0.354	0.857	23.064	6.827
36(B)	1.890	0.211	0.338	18.063	6.478
38(B)	3.373	0.213	0.403	23.779	6.505
39(B)	0.785	0.000	0.582	35.218	5.741
40(B)	0.835	0.197	0.000	47.855	6.283
41(B)	5.882	1.766	0.141	28.636	8.728
48(B)	13.333	0.562	0.000	5.639	3.615
49(B)	7.969	2.267	0.437	18.604	4.575
50(B)	3.486	0.344	0.887	30.144	13.404
52(B)	1.777	0.197	0.451	26.685	6.699
54(B)	6.645	0.000	0.560	32.629	5.707
56(B)	2.805	0.000	0.504	22.985	11.862

57(B)	3.453	0.000	0.774	26.252	13.875
58(B)	5.072	0.692	1.899	20.833	5.588
43.1(B)	4.478	0.845	4.484	43.771	7.346
43.2(B)	5.814	1.324	1.084	28.034	2.814
51.1(B)	8.241	1.044	0.906	23.209	7.105
51.2(B)	4.493	0.420	0.565	33.767	0.000
样本序号	五氧化二磷 (P2O5)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO2)	二氧化硫 (SO2)	
7(K)	3.327	0.046	0.215	0.111	
9(K)	1.830	0.044	0.206	0.106	
10(K)	0.000	0.044	0.207	0.107	
12(K)	0.733	0.041	0.192	0.100	
22(K)	0.941	0.038	0.176	0.091	
27(K)	1.956	0.046	0.214	0.111	
2(B)	1.101	0.105	0.000	0.000	
8(B)	1.368	0.253	0.000	2.345	
11(B)	3.123	0.221	0.000	0.000	
19(B)	3.084	0.119	0.000	0.000	
26(B)	1.206	0.311	0.000	1.801	
34(B)	0.109	0.127	0.000	0.000	
36(B)	0.020	0.111	0.000	0.000	
38(B)	0.150	0.230	0.000	0.000	
39(B)	0.434	0.410	0.000	0.000	
40(B)	0.783	0.540	0.000	0.000	
41(B)	3.141	0.356	0.000	0.000	
48(B)	0.256	0.105	0.612	0.000	
49(B)	3.919	0.292	0.000	0.000	
50(B)	2.817	0.527	0.000	0.000	
52(B)	2.084	0.289	0.000	0.000	
54(B)	1.618	0.604	0.000	0.000	
56(B)	0.918	0.000	0.000	0.000	
57(B)	0.000	0.000	0.000	0.000	
58(B)	3.087	0.148	0.000	0.000	
43.1(B)	0.000	0.546	0.000	0.000	
43.2(B)	5.214	0.343	0.000	0.000	
51.1(B)	3.030	0.262	0.353	0.000	
51.2(B)	3.733	0.000	0.000	0.000	

表 9: 严重风化铅钡玻璃统计量

名称	样本量	最小值	最大值	平均值	标准差	中位数	变异系数 (CV)
二氧化硅 (SiO <sub>2</sub> )	3	3.72	17.11	8.48	7.487	4.61	88.291%
氧化钠 (Na <sub>2</sub> O)	3	0	0	0	0	0	null
氧化钾 (K <sub>2</sub> O)	3	0	0.4	0.133	0.231	0	173.205%
氧化钙 (CaO)	3	0	3.19	2.067	1.792	3.01	86.712%
氧化镁 (MgO)	3	0	1.11	0.37	0.641	0	173.205%
氧化铝 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	3	1.11	3.65	1.98	1.447	1.18	73.065%
氧化铁 (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	3	0	0	0	0	0	null
氧化铜 (CuO)	3	1.34	3.6	2.693	1.194	3.14	44.346%
氧化铅 (PbO)	3	29.92	58.46	40.277	15.798	32.45	39.224%
氧化钡 (BaO)	3	0	35.45	22.023	19.225	30.62	87.294%
五氧化二磷 (P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> )	3	6.04	14.13	9.243	4.3	7.56	46.517%
氧化锶 (SrO)	3	0.53	1.12	0.757	0.318	0.62	42.008%
氧化锡 (SnO <sub>2</sub> )	3	0	0	0	0	0	null
二氧化硫 (SO <sub>2</sub> )	3	0	15.95	10.327	8.955	15.03	86.717%

注：表中除变异系数外的数据单位为百分比（%），null 代表无法计算变异系数。