CAPÍTULO II

1) $f(a+b) = f(a) + f(b)$
2) $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$
3) $f(1_A) = 1_B$

$f: A \longrightarrow B$ hom.

i) f inyectiva $\iff \operatorname{Ker} f = \{0\}$
ii) A cuerpo $\implies f$ inyectiva
iii) f biyectiva $\implies f^{-1}$ hom. anillos &

$f|_{\mathcal{U}(A)}: \mathcal{U}(A) \longrightarrow \mathcal{U}(B)$ isom.

(p.34) extra sobre grupos

$\mathbb{N} \ni m, n$ coprimos $\implies \mathbb{Z}^*_{mn} \simeq \mathbb{Z}^*_m \times \mathbb{Z}^*_n$ ¡grupos!

Si f sobre $\implies f(\mathfrak{a}) = \mathfrak{b}$ ideal

(p.24)

$f^{-1}(\mathfrak{a}) = \mathfrak{b} = \mathfrak{a}^c$ ideal | $\mathfrak{b} \neq B \implies \mathfrak{a} \neq A$

$f^{-1}(\mathfrak{p}) = \mathfrak{b}$ primo

$f: \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ es id.

ejercicios congruencias

(p.26)

$f \circ g = h$
hom $A \to B$, hom $B \to C$, hom $A \to C$

A noetheriano $\implies A/\mathfrak{a}$ noetheriano

CUERPO FRACCIONES

Dado A anillo, tenemos que $(A \times A^*)/\sim$ es cuerpo $\equiv qf(A)$.

$(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2) \iff a_1 b_2 = a_2 b_1$

(p.27)

inclusión canónica
$j: A \to qf(A)$
$a \to a/1$
hom. inyectivo

cuerpo
$j_K: K \to qf(K)$
$a \to a/1$
isomorfismo.

+ en pag. 28-29

Tmas. Isomorf (p.29)

TEOREMA CORRESPONDENCIA

A anillo, $\mathfrak{a} \subseteq A$ ideal. X conjunto de ideales de A que contienen a $\mathfrak{a}$.
Y conjunto de ideales de $A/\mathfrak{a} \implies$

$\Gamma: X \longrightarrow Y$
$\mathfrak{b} \longmapsto \mathfrak{b}/\mathfrak{a} := \{x + \mathfrak{a} : x \in \mathfrak{b}\}$

es biyectiva.

(p.25)

TH. CHINO RESTOS

(p.33)

- A anillo, $r \geq 2$, $r \in \mathbb{Z}$.
- $\mathfrak{a}_1, \dots, \mathfrak{a}_r$ comax. 2a2.

$\Downarrow$

(1) $\mathfrak{a}_1 + (\mathfrak{a}_2 \cdots \mathfrak{a}_r) = A$
(2) $\mathfrak{a} := \mathfrak{a}_1 \cap \dots \cap \mathfrak{a}_r = \mathfrak{a}_1 \cdots \mathfrak{a}_r$
(3) $f: A \to A/\mathfrak{a}_1 \times \dots \times A/\mathfrak{a}_r$
$x \longmapsto (x + \mathfrak{a}_1, \dots, x + \mathfrak{a}_r)$
es sobreyectivo
(4) $A/\mathfrak{a} \simeq A/\mathfrak{a}_1 \times \dots \times A/\mathfrak{a}_r$
1er Th. hom.

Dado A anillo, $\exists!\, f_A: \mathbb{Z} \to A$ homomorfismo. $(f(n) = n \cdot 1_A)$ (p.31)

Como $\mathbb{Z}$ DIP, $\exists\, n \in (\mathbb{Z}^+ \cup \{0\})$ t.q. $\operatorname{Ker} f = n\mathbb{Z}$, $\operatorname{char}(A) = n$ es la característica de A (p.31)

- Si A dom, $\operatorname{Ker} f_A$ primo
- Si A cuerpo : $\operatorname{char}(A) = 0 \implies$ A contiene a $\mathbb{Q}$.
- Si A cuerpo : $\operatorname{char}(A) = p \implies$ A contiene a $\mathbb{Z}_p$

(p.31)

($\mathbb{Q}, \mathbb{Z}_p$ son el cuerpo primo de A)

A dom, $K = qf(A)$, $u \in K$ es entero sobre A si: $\exists$ pol. mónico $f(t) \in A[t]$: $f(u) = 0$.

A es integramente cerrado (en K) si: $\forall u \in K$ entero sobre A $u \in A$.

- $\mathbb{Z}$ es integramente cerrado (en $\mathbb{Q}$)

nos primos 1-1000 (para la parte de grupos)

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881	883	887	907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997