**微分建模教学模块**

**题目1 爆款产品的周销售额增速保持策略问题**

当前的市场营销模式丰富多样，某件产品如果受到消费者认可，就会很容易受到热捧，甚至成为“爆款”，这对商家、对生产厂家或公司来说都是有利的。但同时，市场上也会很快出现别的公司设计的“同款”产品，让“爆款”出现竞争而直接影响到销售额，严重的甚至会造成“滞销”，使“爆款”走下神坛。

某公司新研发了某款产品，市场调研和经验预判，该产品投放市场必受热捧，附录1是给出了40周内的部分周次产品在初始营销情况下的周销售额（单位：万元）调研统计数据。请完成下列问题：

问题1：基于数据的插值或拟合等方法，构建恰当的微分方程模型，确定增速开始变缓的周次，并分析可能原因；

问题2：预测该产品在一年后（第52周）的周销售额，并根据模型的长时间行为分析，确定产品的最大周销售额。

假设在“爆款”初期，市场上就立刻出现了“同款”竞争，并且该“同款”产品直接降低了爆款产品销售增长速率，即增长速率要减去周销售额平方的0.5%，请完成下列问题：

问题3：重新建模，再次确定增速开始变缓的周次，并分析原因；

问题4：预测该产品在一年后（第52周）的周销售额，并根据模型的长时间行为分析，确定产品的最大周销售额。

如果公司预判到“爆款”会有“同款”竞争，公司从一开始就通过投入宣传广告费，使得周销售额的增长速率能增加周销售额平方的0.75%，那么请完成下列问题：

问题5：通过模型再次改进并进行长时间行为分析，确定产品的最大周销售额；

问题6：除了投入宣传广告费之外，还有怎样的策略可使“爆款”产品维持周销售额增速呢？

**附表1: 公司“爆款”产品初始营销情况的周销售额的调研统计数据**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 周次 | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 | 11 | 17 | 20 | 22 |
| 周销售额 （万元） | 5.29 | 5.71 | 6.63 | 7.09 | 8.61 | 9.51 | 10.21 | 12.97 | 14.31 | 15.17 |
| 周次 | 23 | 25 | 26 | 28 | 29 | 32 | 34 | 37 | 38 | 40 |
| 周销售额 （万元） | 15.45 | 16.15 | 16.61 | 16.91 | 17.19 | 17.82 | 18.18 | 18.62 | 18.74 | 18.95 |