

Espacios vectoriales

UNIDAD 3

RESPUESTAS

Nota. Si no entendés alguna respuesta o alguna de las tuyas no coincide con las aquí presentadas, no dudes en consultarlo en el foro.

SUBESPACIOS DE \mathbb{R}^n

Ejercicio 1.

- a) Sí: $(1, 2) = \frac{3}{5}\vec{v} - \frac{1}{5}\vec{w}$
- b) No.
- c) No.

Ejercicio 2.

- a) Sí: $\vec{v} = \frac{3}{5}(1, 2, 3)$
- b) Sí: $\vec{v} = -5(1, 2, 3)$.
- c) No.

Ejercicio 3.

- a) Por ejemplo, $S = \langle (1, 2, 3), (0, 1, 0) \rangle$ y $T = \langle (1, 2, 3), (0, 0, 1) \rangle$
- b) Por ejemplo, $S = \langle (1, 1, 0), (1, 0, 0) \rangle$ y $T = \langle (1, 1, 0), (0, 1, 0) \rangle$
- c) Por ejemplo, $S = \langle (1, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0) \rangle$ y $T = \langle (1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0) \rangle$ y $W = \langle (1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0) \rangle$

Ejercicio 4.

- a) Sí.
- b) Sí.
- c) No.
- d) Sí.
- e) Sí.

Ejercicio 5.

- a) Es linealmente independiente.
- b) No es linealmente independiente.
- c) No es linealmente independiente.
- d) No es linealmente independiente
- e) Es linealmente independiente.

Ejercicio 6.

Por ejemplo, $\vec{v} = (1, 0, 0)$, $\vec{w} = (0, 1, 0)$ y $\vec{u} = (1, 1, 0)$.

Ejercicio 7.

- a) No (el conjunto no genera \mathbb{R}^3). Una base de \mathbb{R}^3 tiene exactamente tres vectores.
- b) No (el conjunto no es linealmente independiente).
- c) Sí.
- d) No (el conjunto no es linealmente independiente). Una base de \mathbb{R}^3 tiene exactamente tres vectores.
- e) No (el conjunto no genera \mathbb{R}^5). Una base de \mathbb{R}^5 tiene exactamente cinco vectores.

Ejercicio 8.

- a) Una posible base es $\{(-1, 1, 1)\}$. La dimensión de S es, por lo tanto, 1.

- b) Una posible base es $\{(2, 0, 1, -4, 0), (-1, 0, 0, 4, 1), (0, 1, 0, 0, 0)\}$. La dimensión de S es, por lo tanto, 3.
- c) Una posible base es $\{(1, 1, -1), (0, 1, 1)\}$. La dimensión de S es, por lo tanto, 2.

Ejercicio 9.

- a) Basta con verificar que los vectores que generan T satisfacen todas las ecuaciones que definen S .
- b) $\dim(S) = 2$ y $\dim(T) = 2$. Sí, T y S son iguales pues T está contenido dentro de S y tienen la misma dimensión.

Ejercicio 10.

- a) $(0, 0) \notin S$.
- b) $L = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : (x_1, x_2) = \lambda(1, -1)\}$.

Ejercicio 11.

- a) $a = -\frac{1}{10}$.
- b) No es posible hallar valores de a que cumplan la condición pedida.
- c) Se cumple para todo $a \in \mathbb{R}$.