



# Цифровая обработка сигналов и изображений

Разработка цифровых фильтров

**Перцев Дмитрий**

March 13, 2025



Белорусский государственный  
университет  
информатики и радиоэлектроники



# Table of Contents

## 1 Введение в цифровые фильтры

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ Преимущества и недостатки цифровых фильтров
- ▶ Характеристики фильтров
- ▶ Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры
- ▶ КИХ- и БИХ-фильтры
- ▶ Разработка и проектирование фильтра



# Введение в цифровые фильтры

## 1 Введение в цифровые фильтры

- Цифровой фильтр (ЦФ)
  - аппаратная или программная реализация математического алгоритма
  - вход - цифровой сигнал
  - выход - другой цифровой сигнал с определенным образом **модифицированной** формой и/или амплитудной и фазовой характеристикой
- Цель фильтрации:
  - улучшение качества сигнала (например, устранение или снижение помех)
  - извлечение из сигналов информации или разделение нескольких сигналов, объединенных ранее для, например, эффективного использования доступного канала связи



# Введение в цифровые фильтры

## 1 Введение в цифровые фильтры

Упрощенная блок-схема цифрового фильтра реального времени с аналоговым входом и выходом.



# Введение в цифровые фильтры

## 1 Введение в цифровые фильтры

Упрощенная блок-схема цифрового фильтра реального времени с аналоговым входом и выходом.





# Введение в цифровые фильтры

## 1 Введение в цифровые фильтры

- Узкополосный аналоговый сигнал периодически выбирается и конвертируется в набор цифровых выборок,  $x(n)$ ,  $n = 0, 1, 2$  и т.д.
- Цифровой процессор производит фильтрацию, отображая входную последовательность  $x(n)$  в выходную  $y(n)$  согласно вычислительному алгоритму фильтра.
- ЦАП конвертирует отфильтрованный цифровым образом выход в аналоговые значения, которые затем проходят аналоговую фильтрацию для сглаживания и устранения нежелательных высокочастотных компонентов.



# Table of Contents

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ **Преимущества и недостатки цифровых фильтров**
- ▶ Характеристики фильтров
- ▶ Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры
- ▶ КИХ- и БИХ-фильтры
- ▶ Разработка и проектирование фильтра



# Преимущества цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров



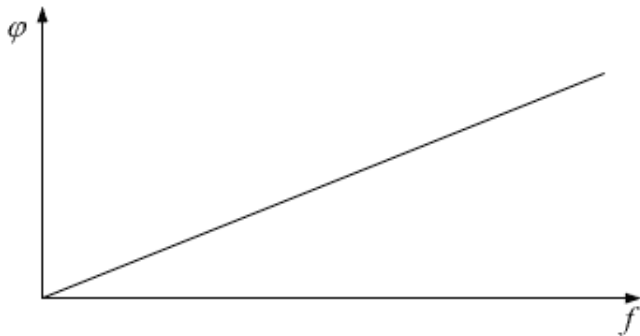




# Преимущества цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

цифровые фильтры могут иметь характеристики, получить которые на аналоговых фильтрах невозможно, например, *действительно линейную фазовую характеристику*





## Преимущества цифровых фильтров

### 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- производительность цифровых фильтров не зависит от изменений среды, например, от колебаний температуры. Таким образом, цифровые фильтры *не требуют периодической калибровки*
- если фильтр построен с использованием программируемого процессора, его *частотная характеристика может настраиваться автоматически* (поэтому такие процессоры широко применяются в адаптивных фильтрах)



# Преимущества цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- один цифровой фильтр может обрабатывать **несколько входных сигналов** или каналов без дублирования аппаратных блоков
- как фильтрованные, так и нефильтрованные данные можно сохранить для последующего использования
- можно легко использовать достижения из области технологий СБИС и получать небольшие цифровые фильтры с пониженной потребляемой мощностью и более низкой ценой
- на практике точность, которой можно добиться при использовании аналоговых фильтров, ограничена
  - например, затухание в полосе подавления нельзя поднять выше 60-70 дБ (если использовать стандартные аналоговые компоненты)



## Преимущества цифровых фильтров

### 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

могут использоваться при **очень низких** частотах, характерных, например, для многих биомедицинских приложений, где применять аналоговые фильтры непрактично. Кроме того, цифровые фильтры могут использоваться в **большом диапазоне** частот, для чего достаточно просто менять частоту дискретизации



# Недостатки цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- *влияние конечной разрядности.* Цифровые фильтры подвержены шуму АЦП, происходящему от квантования непрерывного сигнала, и шуму округления, который вводится при вычислениях
  - при использовании рекурсивных фильтров высоких порядков накопление шума округления может привести к неустойчивости фильтра



# Недостатки цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- *ограничение скорости.* Максимальная ширина полосы сигналов, которые в реальном времени способны обработать цифровые фильтры, значительно уже, чем у аналоговых фильтров
  - в приложениях реального времени процесс преобразования “аналоговый-цифровой-аналоговый” вводит ограничение по скорости на производительность цифрового фильтра
  - наивысшую частоту дискретизации, с которой может работать фильтр, ограничивает время конвертации АЦП и время установления сигнала ЦАП
  - скорость работы цифрового фильтра зависит от скорости работы используемого цифрового процессора и числа арифметических операций, которые надлежит выполнить в алгоритме фильтрации, и повышается, когда характеристика фильтра становится более сжатой



# Недостатки цифровых фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

*значительное время разработки и внедрения.* Разработка и внедрение цифровых фильтров, особенно внедрение аппаратного обеспечения, могут выполняться гораздо дольше, чем подобные процедуры для аналоговых фильтров. В то же время, однажды разработанное аппаратное и/или программное обеспечение может использоваться в других задачах цифровой обработки сигналов с незначительной модификацией или вообще без изменений



# Классификация фильтров

## 2 Преимущества и недостатки цифровых фильтров

- **По области применения:**
  - фильтры временной обработки
  - фильтры частотной обработки
  - специальные фильтры
- **По внутренне структуре построения :**
  - КИХ-фильтры (на основе свертки)
  - БИХ-фильтры (с рекурсивной структурой)





# Table of Contents

## 3 Характеристики фильтров

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ Преимущества и недостатки цифровых фильтров
- ▶ **Характеристики фильтров**
- ▶ Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры
- ▶ КИХ- и БИХ-фильтры
- ▶ Разработка и проектирование фильтра



## Не рекурсивные фильтры. Фильтры с конечной импульсной характеристикой

### 3 Характеристики фильтров

- самый простой способ реализации цифрового фильтра
- в основе - операция *свёртка* входного сигнала с импульсной характеристикой
- позволяет построить любой практически реализуемый линейный фильтр
- каждый отсчет выходного сигнала получается в результате *умножения задержанных* отсчетов входного сигнала на соответствующие весовые коэффициенты и последующего суммирования полученных результатов
- представляют собой более широкий класс фильтров
- кроме отсчетов входного сигнала, **учитывают** также **отсчеты выходного** сигнала, полученные на предыдущих итерациях



# Основные характеристики фильтров

## 3 Характеристики фильтров

- импульсная
  - является реакцией системы на единичный импульс
- переходная
  - реакция на «единичный скачек» (единичную ступенчатую функцию)
    - подать на вход фильтра сигнал в виде «единичного скачка» и зафиксировать его выходную реакцию
    - проинтегрировать импульсную характеристику
- частотная
  - ДПФ, БПФ



## Основные характеристики фильтров

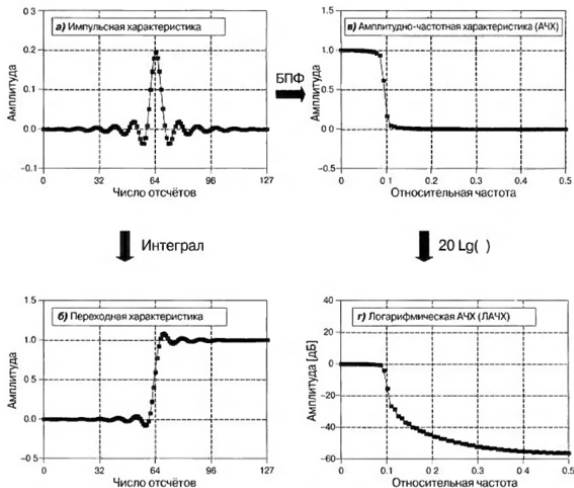
### 3 Характеристики фильтров

Каждая из указанных характеристик полностью определяет свойства линейного фильтра. Отличаются они лишь формой представления информации. Если задана одна из характеристик, то всегда можно рассчитать две другие. Данные характеристики позволяют определить реакцию фильтра при различных исходных данных



# Основные характеристики фильтров

## 3 Характеристики фильтров





# Основные характеристики фильтров

## 3 Характеристики фильтров

- Переходная характеристика. Связана с импульсной характеристикой интегральной зависимостью.
- АЧХ рассчитывается как БПФ импульсной характеристики с последующим вычислением модуля преобразования.
- Логарифмическая АЧХ получается при переходе к логарифмическому масштабу по оси ординат.
- Для графического отображения зависимости амплитуды от частоты может быть использован как линейный масштаб - амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), так и логарифмический масштаб (в децибелах) - логарифмическая АЧХ или ЛАЧХ.



# Основные характеристики фильтров

## 3 Характеристики фильтров

- Бел - единица измерения логарифмической шкалы, которая соответствует изменению некоторой величины в 10 раз.  
Например, сигнал на выходе электронной схемы с коэффициентом усиления 3 бела превышает по мощности сигнал на ее входе в  $10 \times 10 \times 10 = 1000$  раз.
- Децибел (дБ) равен одной десятой бела, т.е. значения -20 дБ, -10 дБ, 0 дБ, 10 дБ и 20 дБ означают увеличение мощности в 0,01; 0,1; 1; 10 и 100 раз.  
Каждые десять децибел означают десятикратное увеличение мощности.



## Основные характеристики фильтров

### 3 Характеристики фильтров

- Допустим, коэффициент передачи усилителя по мощности равен 20 дБ. Тогда, по определению, сигнал усиливается по мощности в 100 раз.
- Поскольку амплитуда пропорциональна квадратному корню из мощности, то она увеличивается только в 10 раз.
- Т.е. 20 дБ соответствуют стократному увеличению мощности сигнала и лишь десятикратному увеличению амплитуды.
- Справедливы следующие уравнения ( $P$  - мощность,  $A$  - амплитуда):

$$dB = 10 \lg \frac{P_2}{P_1}$$

$$dB = 20 \lg \frac{A_2}{A_1}$$





# Формы представления информации в сигнале

## 3 Характеристики фильтров

- кодирование во временной области
  - в анализируемом сигнале нас интересует время наступления некоторого события и значение амплитуды сигнала в этот момент.
- кодирование в частотной области
  - требуется измерить частоту, фазу или амплитуду колебаний.



## Временные характеристики

### 3 Характеристики фильтров

#### Переходная характеристика

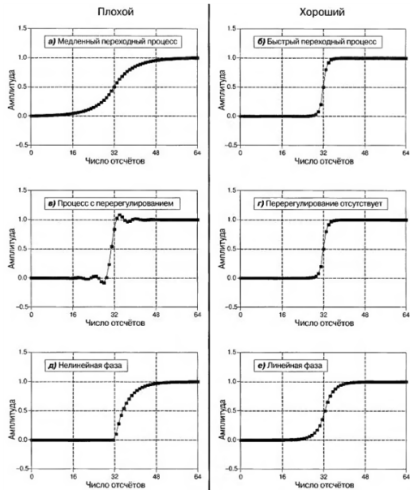
- Пусть имеется запись сигнала, требуется проанализировать сигнал.
- Выделяем в сигнале участки, на протяжении которых его параметры слабо изменяются. В результате такой сегментации выделяются граничные точки областей.
- Ступенчатая функция позволяет наиболее просто описать переход между двумя различающимися по своим параметрам областями. Она соответствует началу или окончанию какого-то события. Ступенчатая функция всегда указывает на существование некоторого различия между тем, что находится слева, и тем, что находится справа.

*Переходная характеристика необходима для описания изменения характера изменения сигнала в точках перехода при обработке фильтром.*



# Временные характеристики

## 3 Характеристики фильтров





## Временные характеристики

### 3 Характеристики фильтров

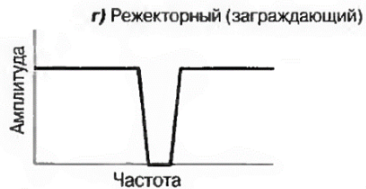
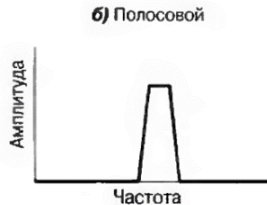
Показатели, характеризующие качество фильтра во временной области: быстродействие (время установления), перерегулирования и линейность фазы

- переходной процесс должен быть быстрым (*время установления*), подавление шума, устранение наложения спектра и др. причины;
- перерегулирование: предпочтительнее использовать фильтры с малым перерегулированием, чтобы уменьшить вносимые в сигнал амплитудные искажения;
- часто требуется обеспечить симметрию верхней и нижней частей переходной характеристики, чтобы передний и задний фронты импульсов получали искажения одинаковой формы.



# Частотные характеристики

## 3 Характеристики фильтров





## Частотные характеристики

### 3 Характеристики фильтров

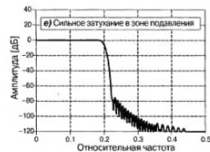
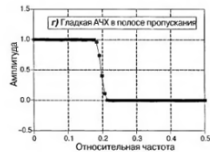
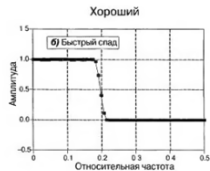
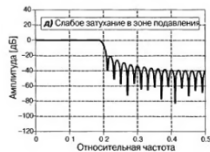
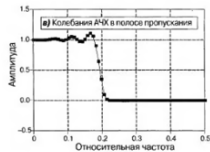
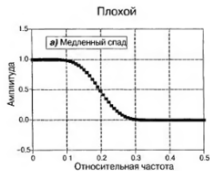
Четыре основных типа АЧХ цифровых фильтров. Предназначены для того, чтобы пропускать без изменения одни частоты и задерживать другие:

- Диапазон пропускаемых фильтром частот называется *полосой пропускания*.
- Диапазон задерживаемых частот - *зона подавления*.
- Между ними располагается *переходная зона*.
- Граничная частота, разделяющая полосу пропускания и переходную зону, называется *частотой среза*.



# Частотные характеристики

## 3 Характеристики фильтров





## Частотные характеристики

### 3 Характеристики фильтров

Показатели, характеризующие качество фильтра в частотной области:

- крутизна спада АЧХ в переходной зоне;
- неравномерность в полосе пропускания;
- уровень затухания в зоне непрозрачности.

Способность фильтра разделять близкие частоты называется *частотной избирательностью* и определяет крутизну спада АЧХ (а и б).

Для устранения искажений, вносимых в фильтр в пропускаемый им сигнал, необходимо, чтобы *неравномерность АЧХ* в полосе пропускания стремилась к нулю (в и г).

Для подавления частот в зоне непрозрачности необходим высокий уровень затухания (д и е).





## Table of Contents

### 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ Преимущества и недостатки цифровых фильтров
- ▶ Характеристики фильтров
- ▶ **Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры**
- ▶ КИХ- и БИХ-фильтры
- ▶ Разработка и проектирование фильтра



# Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

## 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

При проектировании *высокочастотных, полосовых и режекторных* фильтров предварительно рассчитывают *низкочастотный* фильтр. Именно по этой причине, говоря о расчете фильтров, чаще всего описывают только НЧ-фильтры.





## Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

### 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

Существует два метода преобразования НЧ-фильтра в высокочастотный (ВЧ-фильтр):

- инверсия АЧХ;
- обращение АЧХ.



# Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

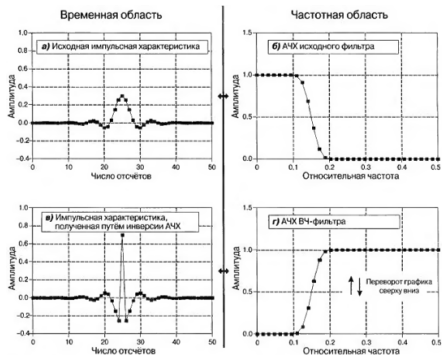
## 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

Пример инверсии АЧХ

Импульсная характеристика

ВЧ-фильтра получена из импульсной характеристики НЧ после изменения арифметических знаков при весовых коэффициентах на противоположные и добавления единицы к среднему коэффициенту, представляющему собой центр симметрии.

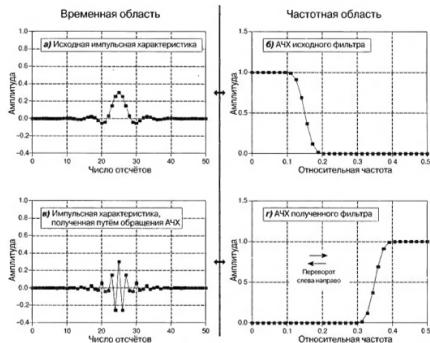
АЧХ полученного ВЧ-фильтра является отражением АЧХ исходного НЧ-фильтра «сверху вниз».





# Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

## 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры



Пример обращения АЧХ

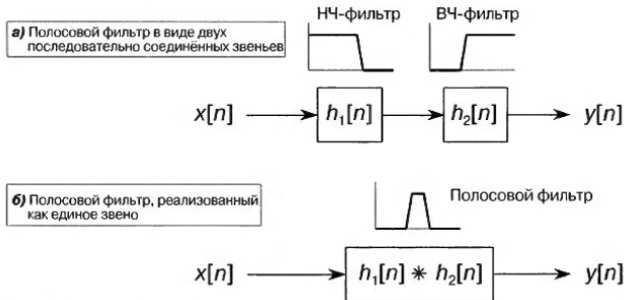
*Импульсная характеристика*

*ВЧ-фильтра* получена из импульсной характеристики НЧ-фильтра после изменения арифметического знака каждого второго отсчета импульсной характеристики на противоположный. АЧХ полученного ВЧ-фильтра является зеркальным отражением АЧХ исходного НЧ-фильтра (повернута слева направо).



# Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

## 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры



Полосовой фильтр.

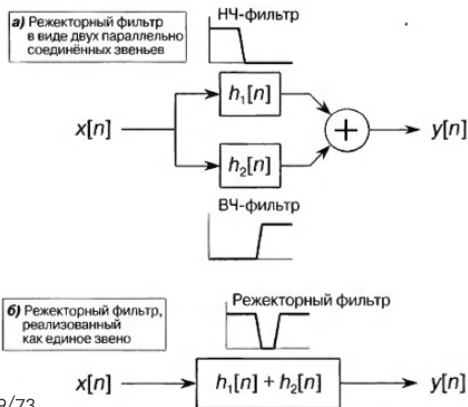
- может быть получен последовательным соединением НЧ- и ВЧ- фильтров;
- эти звенья можно объединить в одно звено, импульсная характеристика

38/73 которого образуется путем вычисления свертки.



# Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры

## 4 Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры



Режекторный фильтр.

- может быть получен параллельным соединением НЧ и ВЧ-фильтров;
- эти два звена можно соединить в одно, импульсная характеристика которого образуется сложением импульсных характеристик.



# Table of Contents

## 5 КИХ- и БИХ-фильтры

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ Преимущества и недостатки цифровых фильтров
- ▶ Характеристики фильтров
- ▶ Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры
- ▶ **КИХ- и БИХ-фильтры**
- ▶ Разработка и проектирование фильтра





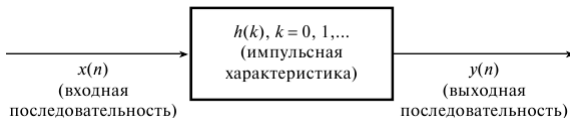
# Типы цифровых фильтров: КИХ- и БИХ-фильтры

## 5 КИХ- и БИХ-фильтры

Цифровые фильтры разделены на два обширных класса:

- фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры);
- фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры).

Фильтр каждого типа (в стандартной форме) можно представить через коэффициенты его импульсной характеристики  $h(k)$  ( $k = 0, 1, \dots$ ).



Концептуальное представление цифрового фильтра



# Типы цифровых фильтров: КИХ- и БИХ-фильтры

## 5 КИХ- и БИХ-фильтры

Из данных уравнений понятно, что для БИХ-фильтров импульсная характеристика имеет бесконечную длительность, тогда как для КИХ-фильтра она конечна, поскольку  $h(k)$  для КИХ-фильтра может принимать всего  $N$  значений. На практике вычислить выход БИХ-фильтра с использованием уравнения (1) невозможно, поскольку длительность импульсного отклика слишком велика (теоретически - бесконечна). Входной и выходной сигналы фильтра связаны через операцию свертки:

- БИХ-фильтр:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

- КИХ-фильтр:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$



# Типы цифровых фильтров: КИХ- и БИХ-фильтры

## 5 КИХ- и БИХ-фильтры

Взамен этого уравнение БИХ-фильтрации переписывается в рекурсивной форме

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k)$$

где  $a_k$  и  $b_k$  - коэффициенты фильтра. Таким образом, формируются разностные уравнения КИХ- и БИХ-фильтров соответственно.



# Типы цифровых фильтров: КИХ- и БИХ-фильтры

## 5 КИХ- и БИХ-фильтры

В уравнениях ниже приведены альтернативные представления (через передаточные функции) КИХ- и БИХ-фильтров соответственно, причем такие описания очень удобны при оценке частотных характеристик фильтров:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b(k)z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}}$$



## Table of Contents

### 6 Разработка и проектирование фильтра

- ▶ Введение в цифровые фильтры
- ▶ Преимущества и недостатки цифровых фильтров
- ▶ Характеристики фильтров
- ▶ Высокочастотные, полосовые и режекторные фильтры
- ▶ КИХ- и БИХ-фильтры
- ▶ Разработка и проектирование фильтра



## Этапы разработки фильтра

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Разработка цифрового фильтра проходит в пять этапов.

- Спецификация требований к фильтру
- Вычисление подходящих коэффициентов фильтра
- Представление фильтра подходящей структурой
- Анализ влияния конечной разрядности на производительность фильтра
- Реализация фильтра на программном и/или аппаратном уровне



# Спецификация требований

## 6 Разработка и проектирование фильтра

Спецификация требований включает спецификации

- характеристик сигналов (тип источника и получателя сигнала, интерфейс ввода-вывода, скорость передачи данных и ширина полосы, наивысшая частота, представляющая практический интерес);
- характеристик фильтра (желаемая амплитудная и/или фазовая характеристика и то, насколько данные требования строги, скорость работы и режимы фильтрации (реальное или модельное время));
- принципа реализации (например, как компьютерной программы на языке высокого уровня или как системы ЦОС на базе процессора, здесь же выполняется выбор процессора сигналов);
- других требований к структуре (например, стоимость фильтра).



# Спецификация требований

## 6 Разработка и проектирование фильтра

Заштрихованные горизонтальные линии обозначают пределы допустимых отклонений. В полосе пропускания амплитудная характеристика имеет пиковое отклонение  $\delta_p$ , а в полосе подавления - максимальное отклонение  $\delta_s$ .

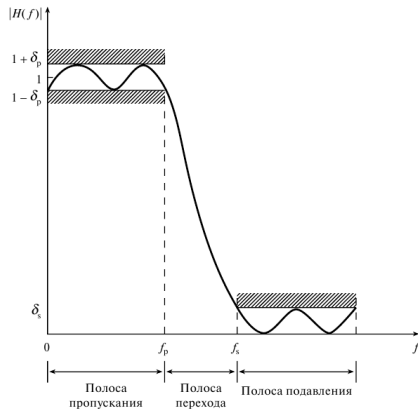


Схема допусков для фильтра нижних частот





## Спецификация требований

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Ширина полосы перехода определяет, насколько резким является характеристика фильтра. В этой области амплитудная характеристика монотонно уменьшается от полосы пропускания до полосы подавления.

Интерес представляют следующие *ключевые параметры*:

- $\delta_p$  - отклонение в полосе пропускания;
- $\delta_s$  - отклонение в полосе подавления;
- $f_p$  - граничная частота полосы пропускания;
- $f_s$  - граничная частота полосы подавления.

*Граничные частоты* часто представляются в нормированной форме, т.е. как доля частоты дискретизации ( $\frac{f}{F_s}$ ), но часто более содержательными являются спецификации, в которых используются стандартные единицы частоты (герцы или килогерцы). Отклонения в полосе пропускания и полосе подавления могут выражаться как обычные числа или в децибелах, когда они выражают неравномерность в полосе пропускания и затухание в полосе подавления



## Спецификация требований

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Следовательно, минимальное затухание в полосе подавления  $A_s$  и максимальная неравномерность в полосе пропускания  $A_p$  в децибелах записываются следующим образом (для КИХ-фильтров):

- затухание в полосе подавления:  $A_s = -20\lg\delta_s$
- неравномерность в полосе пропускания:  $A_p = 20\lg(1 + \delta_p)$



## Расчет коэффициентов

### 6 Разработка и проектирование фильтра

На этом этапе выбирается один из методов аппроксимации и вычисляются значения коэффициентов  $h(k)$  (для КИХ-фильтра) или  $a_k$  и  $b_k$  (для БИХ-фильтра), при которых удовлетворяются условия, принципы определения которых представлены выше. Метод вычисления коэффициентов фильтра зависит от того, к какому классу относится фильтр - КИХ или БИХ.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k)$$



## Расчет коэффициентов БИХ-фильтра

### 6 Разработка и проектирование фильтра

*Вычисление коэффициентов БИХ-фильтра традиционно основывается на преобразовании характеристик известных аналоговых фильтров в характеристики эквивалентных цифровых.*

При этом используются два основных подхода:

- метод инвариантного преобразования импульсной характеристики
  - после оцифровки аналогового фильтра **сохраняется** импульсная характеристика исходного аналогового фильтра
  - **не сохраняется** амплитудно-частотная характеристика
  - метод не подходит для фильтров верхних частот или режекторных фильтров
- метод билинейного преобразования
  - обеспечивает весьма эффективные фильтры и хорошо подходит для вычисления коэффициентов частотно-избирательных фильтров
  - можно создавать цифровые фильтры с известными классическими характеристиками, такими как в фильтрах Баттерворта, Чебышева или эллиптических.



## Расчет коэффициентов БИХ-фильтра

6 Разработка и проектирование фильтра

- метод размещения нулей и полюсов - простой путь вычисления коэффициентов очень простых фильтров. В то же время, для фильтров с хорошей амплитудной характеристикой данный метод использовать не рекомендуется, поскольку в нем фигурирует перебор положений нулей и полюсов.



# Расчет коэффициентов КИХ-фильтра

## 6 Разработка и проектирование фильтра

- вырезания (взвешивания)
  - простой и гибкий способ вычисления коэффициентов
  - не позволяет адекватно управлять параметрами фильтра
  - допускает рекурсивную реализацию
  - недостает гибкости в плане управления или задания параметров фильтров
- частотной выборки
- оптимальный / оптимизационный
  - алгоритм Паркса-Мак-Клиллана (Parks-McClellan)



## Представление фильтра подходящей структурой

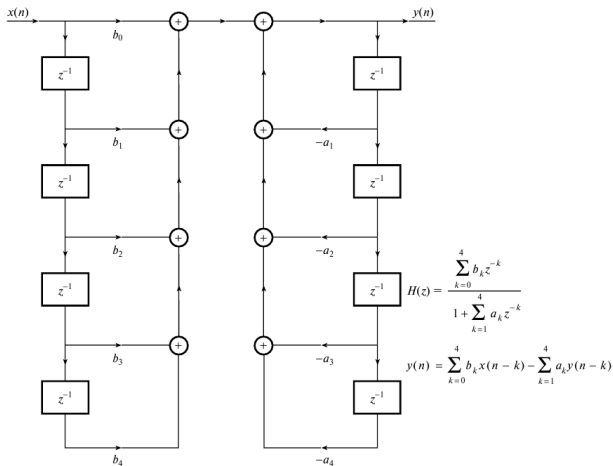
6 Разработка и проектирование фильтра

Для отражения структуры фильтра часто используются **блок-схемы** или **функциональные схемы**, на которых для облегчения реализации цифрового фильтра показывается ход вычислений. Используемая структура зависит от выбора КИХ- или БИХ-фильтра.



# Прямая реализация БИХ-фильтра четвертого порядка

## 6 Разработка и проектирование фильтра

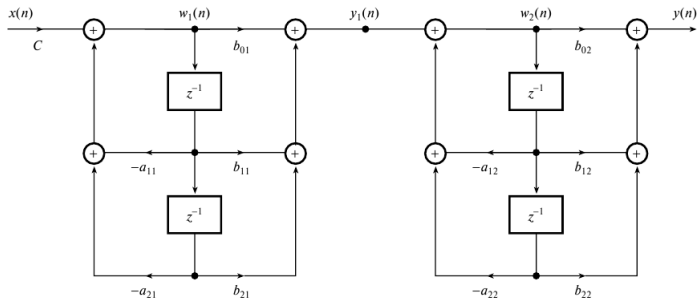






# Каскадная реализация БИХ-фильтра четвертого порядка

## 6 Разработка и проектирование фильтра



$$H(z) = C \prod_{k=1}^2 \frac{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

$$w_1(n) = Cx(n) - a_{11}w_1(n-1) - a_{21}w_1(n-2)$$

$$y_1(n) = b_{01}w_1(n) + b_{11}w_1(n-1) + b_{21}w_1(n-2)$$

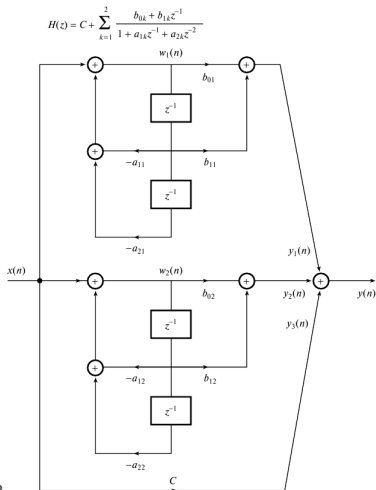
$$w_2(n) = y_1(n) - a_{12}w_2(n-1) - a_{22}w_2(n-2)$$

$$y(n) = b_{02}w_2(n) + b_{12}w_2(n-1) + b_{22}w_2(n-2)$$



# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра



$$w_1(n) = x(n) - a_{11}w_1(n-1) - a_{21}w_1(n-2)$$

$$w_2(n) = x(n) - a_{12}w_2(n-1) - a_{22}w_2(n-2)$$

$$y_1(n) = b_{01}w_1(n) + b_{11}w_1(n-1)$$

$$y_2(n) = b_{02}w_2(n) + b_{12}w_2(n-1)$$

$$y_3(n) = Cx(n)$$

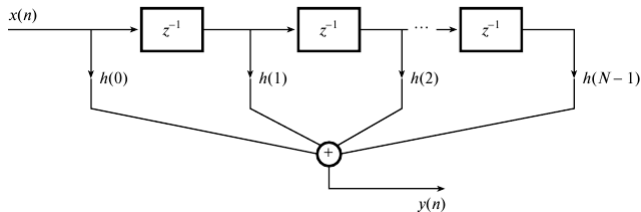
$$y(n) = y_1(n) + y_2(n) + y_3(n)$$

Параллельная реализация БИХ-фильтра  
четвертого порядка



# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра

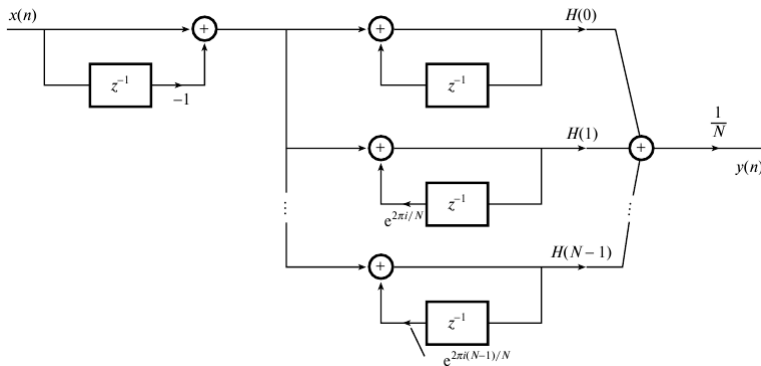


Структуры реализации КИХ-фильтров: трансверсальный фильтр (прямая структура)



# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра

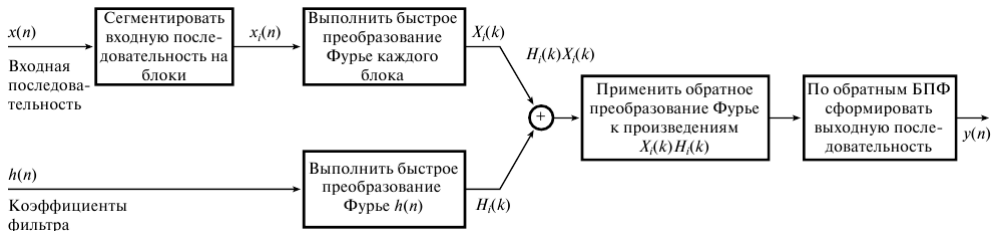


Структуры реализации КИХ-фильтров: реализация частотной выборки



# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра

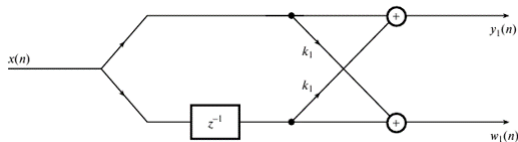


Структуры реализации КИХ-фильтров: схема быстрой свертки

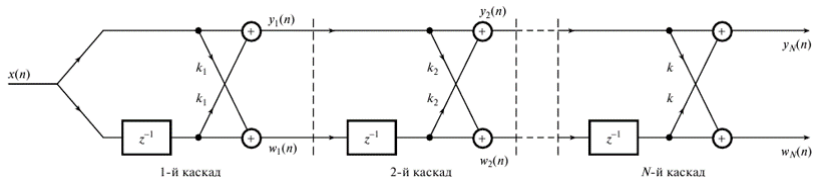


# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра



Стандартная решетчатая структура.

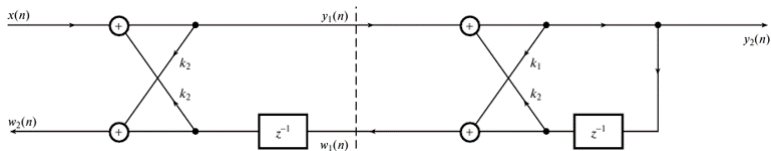


$N$ -каскадный КИХ-фильтр с решетчатой структурой.



# Представление фильтра подходящей структурой

## 6 Разработка и проектирование фильтра



Двухкаскадная решетчатая структура БИХ-фильтра с заданными всеми полюсами



## Представление фильтра подходящей структурой

### 6 Разработка и проектирование фильтра

КИХ- и БИХ-фильтры обычно реализуются со следующими структурами:

- трансверсальная (прямая структура) (КИХ);
- частотная выборка (КИХ);
- быстрая свертка (КИХ);
- прямая форма (БИХ);
- каскадная (БИХ);
- параллельная (БИХ);
- решетчатая (КИХ или БИХ).

Для данного фильтра выбор между структурами зависит от следующих факторов:

- какая требуется характеристика (конечная или бесконечная);
- простота реализации;
- насколько структура чувствительна к эффектам конечной разрядности.





## Анализ влияния конечной разрядности

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Основные источники ухудшения производительности фильтра:

- Квантование сигнала на входе-выходе. В частности, шум АЦП вследствие квантования входных выборок сигнала - это существенная величина.
- Квантование коэффициентов. Данный фактор приводит к искажению частотных характеристик КИХ- и БИХ-фильтров и возможной неустойчивости БИХ-фильтров.
- Ошибки округления. Использование для фильтрации арифметики конечной точности дает результаты, представление которых требует дополнительных битов. Если результаты квантуются до допустимой длины слова (часто для этого используется округление), возникает шум округления. В результате возможны такие нежелательные следствия, как неустойчивость БИХ-фильтров.
- Переполнение. Этот эффект проявляется, когда результат сложения превышает разрешенную длину слова. Это приводит к неверным выходным выборкам и возможной неустойчивости БИХ-фильтров.



## Анализ влияния конечной разрядности

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Степень ухудшения фильтра зависит от

- длины слова и типа арифметики, используемой для фильтрации,
- метода квантования коэффициентов фильтра и переменных до выбранных размеров,
- структуры фильтра.

Зная эти факторы, разработчик может оценить влияние конечной разрядности на производительность фильтра и при необходимости принять меры.



## Реализация фильтра

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Как следует из разностных уравнений, вычисление  $y(n)$  (выхода фильтра) включает только умножение, сложение/вычитание и задержку.

Следовательно, для реализации фильтра требуются следующие *основные составляющие*:

- память (например, ПЗУ) для хранения коэффициентов фильтра;
- память (такая как ОЗУ) для хранения текущих и предыдущих входов и выходов, т.е.  $\{x(n), x(n-1), \dots\}$  и  $\{y(n), y(n-1), \dots\}$ ;
- аппаратный или программный умножитель (умножители);
- сумматор или схема арифметической логики.



## Реализация фильтра

### 6 Разработка и проектирование фильтра

При обработке в реальном времени *от фильтра требуется* либо

- работать при наличии входной выборки  $x(n)$  и выдавать выходную выборку  $y(n)$  перед поступлением следующей входной выборки (т.е. в пределах межвыборочного интервала), либо
- работать с входным блоком данных (используя, например, метод БПФ) для получения выходного блока в течение времени, пропорционального длине блока.



## Выбор между КИХ- и БИХ-фильтрами

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Выбор между КИХ- и БИХ-фильтрами зависит от относительных *преимуществ* *обоих типов*:

- КИХ-фильтры могут иметь **строго линейную** фазовую характеристику. Следовательно, фильтр не вводит фазового искажения в сигнал, что важно во многих сферах, например, передаче данных, биомедицине, цифровой аудиообработке или обработке изображений. Фазовая характеристика БИХ-фильтров **нелинейна**, особенно на краях полос
- КИХ-фильтры реализованы *нерекурсивно*, т.е. (что следует непосредственно из формулы фильтра) они всегда устойчивы. Гарантировать устойчивость БИХ-фильтров удастся не всегда
- Для реализации фильтров используется ограниченное число битов. Практические последствия этого (например, шум округления и ошибки квантования) значительно менее существенны для КИХ-фильтров, чем для БИХ-фильтров



## Выбор между КИХ- и БИХ-фильтрами

### 6 Разработка и проектирование фильтра

- Чтобы получить конечную импульсную характеристику с помощью фильтров с резкими срезами характеристики, потребуется больше коэффициентов, чем для получения бесконечной импульсной характеристики. Следовательно, для реализации предложенной спецификации амплитудной характеристики с КИХ необходимо больше вычислительной мощности и памяти, чем для реализации ее с БИХ. Впрочем, эффективность КИХ-реализаций можно значительно повысить, сыграв на вычислительной скорости БПФ и обработке при нескольких скоростях.
- Аналоговые фильтры легко преобразовать в эквивалентные цифровые БИХ-фильтры, удовлетворяющие сходным спецификациям. Для получения КИХ-фильтров такое преобразование невозможно, поскольку для них не существует аналоговых прототипов. Впрочем, получать произвольные частотные характеристики на КИХ-фильтрах легче.



## Выбор между КИХ- и БИХ-фильтрами

### 6 Разработка и проектирование фильтра

- Вообще, синтез КИХ-фильтров алгебраически сложнее, если не использовать компьютерную поддержку разработки.
- БИХ-фильтры рекуррентны. Это означает, что, пропустив через фильтр один и тот же сигнал, но с “обратным ходом времени”, мы получим, вообще говоря, разные результаты. Если для речи временная анизотропия естественна, то, например, для изображений уже нет, поэтому БИХ-фильтры имеют ряд ограничений по применению.



## Выбор между КИХ- и БИХ-фильтрами

### 6 Разработка и проектирование фильтра

Учитывая приведенные соображения, *общий принцип выбора между КИХ и БИХ можно сформулировать следующим образом:*

- Использовать БИХ, если единственными важными требованиями являются характеристика с резкими срезами и высокая пропускная способность, поскольку БИХ-фильтры (особенно те, в которых использованы эллиптические характеристики) потребуют определения меньшего числа коэффициентов, чем КИХ-фильтры.
- Использовать КИХ, если число коэффициентов фильтров не очень велико и, в частности, если нужно, чтобы фазовое искажение отсутствовало или было малым. Кроме того, можно добавить, что архитектуры новейших процессоров ЦОС приспособлены к КИХ-фильтрации, мало того, некоторые из них специально разработаны для КИХ-фильтров.





# Цифровая обработка сигналов и изображений

*Thank you for listening!*  
*Any questions?*