

## Метод Квайна

**Теорема Квайна.** Для получения минимальной формы булевой функции необходимо в СДНФ произвести все возможные склеивания и поглощения так, чтобы в результате была получена сокращенная ДНФ. Сокращенная ДНФ в общем случае может содержать лишние простые импликанты, которые необходимо выявить и удалить из нее на втором этапе минимизации.

На первом этапе выполняется переход от функции, заданной в форме СДНФ, к сокращенной ДНФ. Это основано на использовании следующих соотношений:

1) операция неполного склеивания  $Fx \vee F\bar{x} = Fx \vee F\bar{x} \vee F$ , где  $Fx$  и  $F\bar{x}$  – две конъюнкции, а  $F$  – конъюнкция, полученная в результате их склеивания (обычного) по  $x$ ;

2) операция поглощения  $F \vee Fx = F$ .

Суть метода заключается в последовательном выполнении всех возможных склеиваний и затем всех поглощений, что приводит к сокращенной ДНФ. Метод применим к совершенной ДНФ.

Пример минимизации БФ заданной в форме СДНФ.

$$f_{\text{СДНФ}} = \underbrace{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4}_{1} \vee \underbrace{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4}_{2} \vee \underbrace{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4}_{3} \vee \underbrace{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4}_{4} \vee \underbrace{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4}_{5} \vee \underbrace{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4}_{6} \vee \underbrace{\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4}_{7} \vee \underbrace{\bar{x}_1 x_2 x_3 x_4}_{8} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4}_{9} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4}_{10} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4}_{11} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4}_{12}$$

Вначале выполняются всевозможные склеивания (и поглощения) для получения сокращенной ДНФ (ДНФ состоящей из простых импликант).

1 этап			2 этап		
1 – 2 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	1			
1 – 3 (по $x_1$ )	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	2	1 – 6 (по $x_4$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3$	1
1 – 4 (по $x_4$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$	3	3 – 4 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3$	2
2 – 5 (по $x_4$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$	4	6 – 10 (по $x_3$ )	$\bar{x}_1 x_4$	3
3 – 8 (по $x_3$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4$	5	7 – 9 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 x_4$	4
4 – 5 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4$	6			
4 – 9 (по $x_3$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4$	7			
5 – 6 (по $x_1$ )	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$	8			
5 – 10 (по $x_3$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4$	9			
7 – 8 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4$	10			
8 – 11 (по $x_4$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$	11			
9 – 10 (по $x_2$ )	$\bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4$	12			
9 – 11 (по $x_1$ )	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$	13			

В выделенных красным цветом строках импликанты, полученные на первом этапе, не склеиваются (не порождают новых) следовательно они – простые импликанты.

На втором этапе (шаге) ни одна импликанта не породила новой. Следовательно, обе – простые импликанты.

Из полученных выше простых импликант запишем сокращенную ДНФ:

$$f_{\text{сокрДНФ}} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_4$$

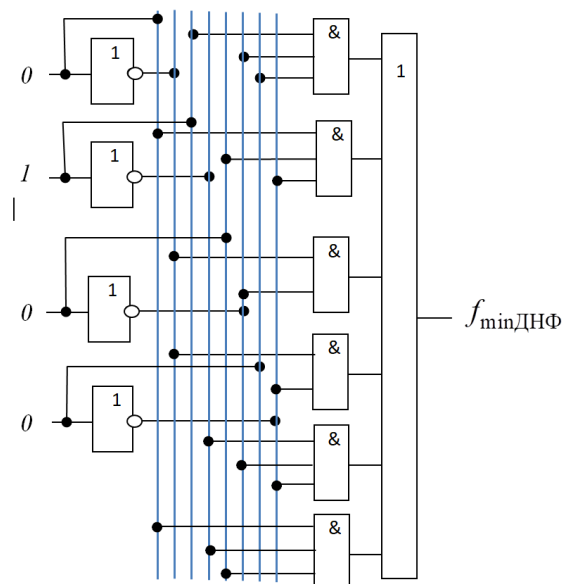
Используя импликантную таблицу исключим из нее «лишние» простые импликанты

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	v		v									1 ТФ
$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$			v					v				2 ТФ
$x_2 \bar{x}_3 x_4$					v	v						обязат. простая импликанта
$x_1 x_3 \bar{x}_4$							v	v				обязат. простая импликанта
$x_1 \bar{x}_2 x_3$								v			v	1 ТФ
$\bar{x}_2 x_3 x_4$									v		v	2 ТФ
$\bar{x}_1 \bar{x}_3$	v	v		v	v							обязат. простая импликанта
$\bar{x}_1 x_4$				v	v				v	v		обязат. простая импликанта

$$f_{\text{minДНФ}} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \quad - \text{ 1 ТФ (первая тупиковая форма)}$$

$$f_{\text{minДНФ}} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4 \quad - \text{ 2 ТФ (первая тупиковая форма)}$$

Ниже приведена функциональная схема устройства, работающего согласно алгоритму задаваемого функцией  $f_{\text{minДНФ}}$  (первая тупиковая форма).



## Задание

1. Выполните минимизацию БФ по ее аналитическому заданию.

$$f_{\text{СДНФ}} = x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \\ \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$$

$$f_{\text{СДНФ}} = x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \\ \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

$$f_{\text{СДНФ}} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

для полученной  $f_{\text{minДНФ}}$  построить логическую схему в базисе:

- а) И-НЕ (элемент И с инверсным выходом)
- б) ИЛИ-НЕ (элемент ИЛИ с инверсным выходом)
- в) И, НЕ (элемент И и элемент НЕ)
- г) ИЛИ, НЕ (элемент ИЛИ и элемент НЕ)

выбрать для каждой полученной  $f_{\text{minДНФ}}$  при реализации ее логической схемой один из указанных выше базисов