



Sistemas Digitais I

Aula 2 – Sistemas de numeração: binário, octal,
decimal e hexadecimal

Prof: Efrem Lousada
efrem.lousada@ifmg.edu.br

Roteiro



Sistema de Numeração

- Introdução

O Sistema de Numeração Binário

- Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Binário

O Sistema de Numeração Octal

- Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Octal
- Conversão do Sistema Octal para o Sistema Binário
- Conversão do Sistema Binário para o Sistema Octal

O Sistema de Numeração Hexadecimal

- Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Hexadecimal
- Conversão do Sistema Hexadecimal para o Sistema Binário
- Conversão do Sistema Binário para o Sistema Hexadecimal

Sistemas de Numeração



Introdução

- Método para representar números
 - Necessidade do homem contar
 - Realizar operações aritméticas
 - Soma (+) , Subtração (-) , Divisão (/) , Multiplicação (*)
-
- O sistema decimal é o mais importante dos sistemas numéricos.
 - Ele está fundamentado em certas regras que são a base de formação para qualquer outro sistema.
 - Além do sistema decimal, que apresenta 10 algarismos distintos de 0 a 9, existe o binário, o octal e o hexadecimal.
-
- O sistema binário e o hexadecimal são muito importantes nas áreas de técnicas digitais e informática.

Sistemas de Numeração



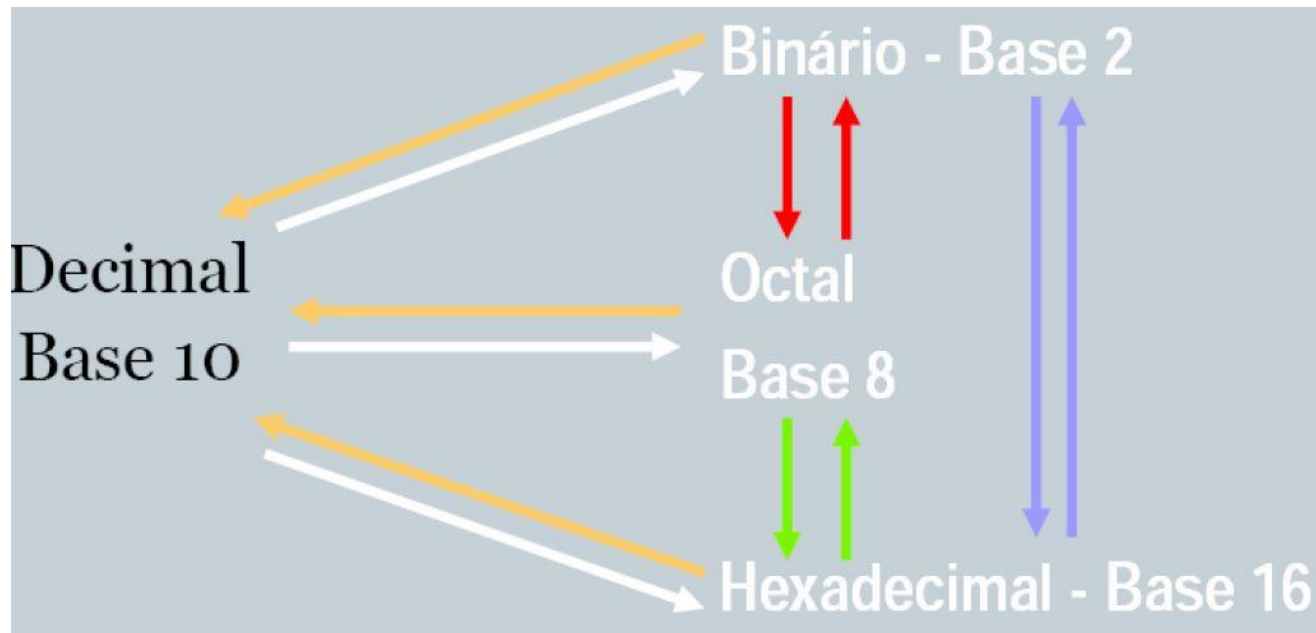
- O sistema binário, por sua vez, apresenta somente 2 algarismos (0 e 1), com os quais é possível representar qualquer quantidade, até mesmo números fracionários.
- No sistema octal existem 8 algarismos que vão de 0 a 7.
- Para representar o sistema hexadecimal são utilizados 10 algarismos e as 6 primeiras letras do alfabeto e, desta forma, tem-se:
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.
- Base: É a quantidade de algarismos disponíveis

BASE	ALGARISMOS
BASE 10 (DECIMAL)	0 - 9
BASE 2 (BINÁRIO)	0 E 1
BASE 8 (OCTAL)	0 - 7
BASE 16 (HEXADECIMAL)	0-9, A-F

Sistemas de Numeração



- Observando a formação dos infinitos números do sistema decimal é possível aprender as regras de formação dos demais sistemas numéricos.



Sistemas de Numeração Decimal

- Por outro lado, o número decimal 975 pode ser representado da seguinte forma:

$$975 = 900 + 70 + 5 = 9 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

- Neste exemplo, nota-se que o algarismo menos significativo (5) multiplica a unidade (1 ou 10^0), o segundo algarismo (7) multiplica a dezena (10 ou 10^1) e o mais significativo (9) multiplica a centena (100 ou 10^2).
- A soma dos resultados irá representar o número.

Sistemas de Numeração



- Pode-se afirmar que, de maneira geral:

A regra básica de formação de **um número consiste no somatório de cada algarismo correspondente multiplicado pela base** (no exemplo o número 10 ou 2 ou 8) **elevada por um índice conforme o posicionamento do algarismo no número.**

Sistemas de Numeração



- Assim, um sistema de numeração genérico pode ser expresso da seguinte forma:

$$N = d_n \times B^n + \dots + d_3 \times B^3 + d_2 \times B^2 + d_1 \times B^1 + d_0 \times B^0$$

- Onde:
 - N** é a representação do número na base B;
 - dⁿ** é o dígito ou algarismo na posição n;
 - B** é a base do sistema utilizado
 - n** é o peso posicional do dígito ou algarismo.

Sistema de Numeração Binário



- O sistema binário utiliza dois dígitos, ou seja, possui base 2. De acordo com a definição de um sistema de numeração genérico, o número binário 1101 pode ser representado da seguinte forma:

$$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$1101_2 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

(conversão binária => decimal)

- Nota-se que o número 1101 na base 2 é equivalente ao número 13 na base 10, ou seja, $1101_2 = 13_{10}$.
- Esta regra possibilita a conversão do sistema binário em decimal.

Sistema de Numeração Binário



- Números com base 2, foram criados para representar os sinais que o computador entende, ligado e desligado.
- O sistema binário é a base para a álgebra booleana, que permite fazer operações lógicas e aritméticas utilizando-se apenas 2 dígitos.
- A eletrônica digital e a computação estão baseadas no sistema binário e na lógica de boole, que permite representar por circuitos eletrônicos digitais, os números, as letras e realizar operações lógicas e aritméticas.

Sistema de Numeração Binário



- A vantagem do sistema binário reside no fato de que, possuindo apenas dois dígitos, **estes são facilmente representados por uma chave aberta e uma chave fechada** ou, um relé ativado e um relé desativado; o que torna simples a implementação de sistemas digitais mecânicos, eletromecânicos ou eletrônicos.
- Em sistemas eletrônicos, o dígito binário (0 ou 1) é chamado de BIT, enquanto que um conjunto de 4 bits é denominado NIBBLE.
- O BYTE, termo bastante utilizado principalmente na área de informática, é constituído de 8 bits.

Conversão Decimal para Binário



- Para se converter um número decimal em binário, aplica-se o método das divisões sucessivas.
- Este método consiste em efetuar sucessivas divisões pela base a ser convertida até o último quociente possível.
- O número transformado será composto por este último quociente (algarismo mais significativo) e, todos os restos na ordem inversa às divisões.

Conversão Decimal para Binário



- Neste caso, será efetuado sucessivas divisões pelo algarismo 2, base do sistema binário.

$$\begin{array}{r}
 47 \overline{) 2} \\
 \text{1º resto } \text{---} \textcircled{1} \quad 23 \overline{) 2} \\
 \text{2º resto } \text{---} \textcircled{1} \quad 11 \overline{) 2} \\
 \text{3º resto } \text{---} \textcircled{1} \quad 5 \overline{) 2} \\
 \text{4º resto } \text{---} \textcircled{1} \quad 2 \overline{) 2} \\
 \text{5º resto } \text{---} \textcircled{0} \textcircled{1} \text{---} \text{Último quociente}
 \end{array}$$

- O último quociente será o algarismo mais significativo e ficará colocado à esquerda. Os outros algarismos seguem-se na ordem até o 1º resto:

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 \text{Último} & & & & & \\
 \text{Quociente} & \text{5º} & \text{4º} & \text{3º} & \text{2º} & \text{1º} \\
 & \text{resto} & \text{resto} & \text{resto} & \text{resto} & \text{resto}
 \end{array}$$

- Como mostra o exemplo, $47_{10} = 101111_2$.

Conversão Decimal para Binário



- Como mostra o exemplo, $47_{10} = 101111_2$.
- Na prática, o bit menos significativo de um número binário recebe a notação de **LSB** (“Least Significant Bit”) e o mais significativo de **MSB** (“Most Significant Bit”).

O Sistema de Numeração Octal



- O sistema octal de numeração é um sistema de base 8. Este sistema é pouco utilizado no campo da Eletrônica Digital, tratando-se apenas de um sistema numérico intermediário dos sistemas binário e hexadecimal.
- Da mesma forma, seguindo a definição de um sistema de numeração genérico, o número octal 22 pode ser representado da seguinte forma:

$$22_8 = 2 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$

$$22_8 = 16 + 2 = 18_{10} \quad (\text{conversão octal} \Rightarrow \text{decimal})$$

- Observa-se que o número 22 na base 8 equivale ao número 18 no sistema decimal, ou seja, $22_8 = 18_{10}$. Esta regra possibilita a conversão octal em decimal.

Conversão Decimal para Octal



- Utiliza-se, neste caso, o método das divisões sucessivas, lembrando que agora é realizada a divisão por 8, pois 8 é a base do sistema octal.
- Para exemplificar, será realizada a conversão do número 92_{10} para o sistema octal:

$$\begin{array}{r} 92 \overline{) 8} \\ 1^{\circ} \text{ resto } \text{---} \textcircled{4} \quad 11 \overline{) 8} \\ 2^{\circ} \text{ resto } \text{---} \textcircled{3} \quad \textcircled{1} \text{ --- Último quociente} \end{array}$$

- Assim, seguindo a mesma regra de formação, $92_{10} = 134_8$.

Conversão Octal para Binário



- Existe uma regra prática extremamente simples, que consiste em transformar cada algarismo diretamente no seu correspondente em binário, respeitando-se o número de bits do sistema, sendo para o octal igual a três ($2^3 = 8 = \text{base do sistema octal}$).
- Para ilustrar, será realizada a conversão do número octal 531 em binário.

5	3	1
↓	↓	↓
101	011	001

- Assim, pode-se afirmar que o número 534_8 é equivalente a 101011001_2

Conversão Binário para Octal



- Para realizar esta conversão, basta aplicar o processo inverso ao utilizado na conversão de octal para binário. Para exemplificar, tem-se: 100100110111101_2 .
- Primeiramente, **deve-se separar o número em agrupamentos de 3 bits** ($2^3 = 8 =$ base do sistema octal) e assim, **pode-se realizar a conversão de cada grupo de bits diretamente para o sistema octal**.

100	100	110	111	101
↓	↓	↓	↓	↓
4	4	6	7	5

- Desta forma, o número $100100110111101_2 = 44675_8$.

O Sistema de Numeração Hexadecimal



- O sistema hexadecimal, ou sistema de base 16, ou seja tem 16 números, é largamente utilizado na área dos microprocessadores e também no mapeamento de memórias em sistemas digitais.
- Trata-se de um sistema numérico muito importante, aplicado em projetos de software e hardware.
- Foi criado para facilitar a representação e manuseio de bytes (conjunto de 8 bits). Note que $2^4 = 16$, ou seja, podemos representar um número hexadecimal com um número binário de 4 dígitos e a conversão ocorre de forma direta.

O Sistema de Numeração Hexadecimal



0000 0

0001 1

0010 2

0011 3

0100 4

0101 5

0110 6

0111 7

1000 8

1001 9

1010 A

1011 B

1100 C

1101 D

1110 E

1111 F

O Sistema de Numeração Hexadecimal



- Os algarismos deste sistema são enumerados da seguinte forma: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.**
- Nota-se que a letra A representa o algarismo A, que por sua vez representa a quantidade 10.
- O mesmo ocorre para a letra B, que representa o algarismo B e a quantidade 11, sucedendo assim até o algarismo F, que representa a quantidade 15.

Conversão hexadecimal para decimal



- A conversão do **sistema hexadecimal para o sistema decimal** pode ser realizada aplicando a definição do sistema de numeração genérico na base 16. Assim, tem-se:

$$N = d_n \times 16^n + \dots + d_2 \times 16^2 + d_1 \times 16^1 + d_0 \times 16^0$$

- Para ilustrar, observa-se o exemplo para o número hexadecimal 13.

$$13_{16} = 1 \times 16^1 + 3 \times 16^0$$

$$13_{16} = 16 + 3 = 19_{10} \quad (\text{conversão hexadecimal} \Rightarrow \text{decimal})$$

- Ou seja, 13 na base 16 é equivalente a 19 na base 10.
- $13_{16} = 19_{10}$.

Conversão Decimal para Hexadecimal



- Novamente a conversão se faz através de divisões sucessivas pela base do sistema a ser convertido, que no caso é igual a 16. Para exemplificar, o número 1101 na base 10 será convertido para o sistema hexadecimal.

$$\begin{array}{r} 1101 \overline{) 16} \\ 1^\circ \text{ resto } \text{---} \textcircled{13} \quad 68 \overline{) 16} \\ 2^\circ \text{ resto } \text{---} \textcircled{4} \quad \textcircled{4} \text{---} \text{Último quociente} \end{array}$$

- Sendo $13_{10} = D_{16}$, tem-se que $1101_{10} = 44D_{16}$.

Conversão Hexadecimal para Binário



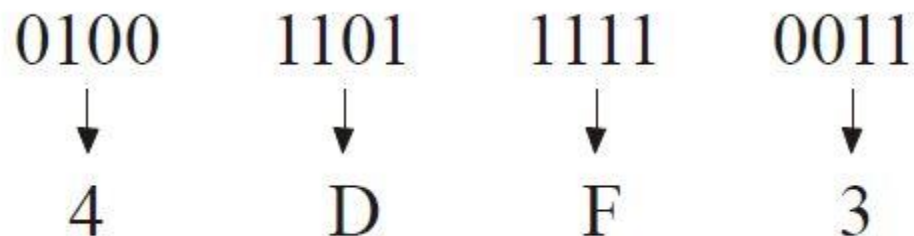
- É análoga à conversão do sistema octal para binário, somente que, neste caso, **necessita-se de 4 bits para representar cada algarismo hexadecimal ($2^4 = 16$)**. Como exemplo, pode-se converter o número $C13_{16}$ para o sistema binário.
- $C_{16} = 12_{10} = 1100_2$
- $1_{16} = 1_{10} = 1_2$ - como existe a necessidade de representá-lo com 4 bits = 0001
- $3_{16} = 3_{10} = 11_2 = 0011_2$
- Desta forma, tem-se: $C13_{16} = 110000010011_2$.

C	1	3
↓	↓	↓
1100	0001	0011

Conversão Binário para Hexadecimal



- É análoga a conversão do sistema binário para o octal, somente que neste caso **são agrupados de 4 em 4 bits da direita para a esquerda.**
- A título de exemplo, será feita a conversão do número binário 100110111110011_2 para hexadecimal.



- Desta forma, pode-se afirmar que $100110111110011_2 = 4DF3_{16}$.

Fim



Dúvidas?