Estadística no paramétrica

VMO

23 de abril de 2019

Contents

- La idea principal de la inferencia no paramétrica es usar los datos para inferir una cantidad desconocida haciendo la menor cantidad de supuestos posible.
- En términos generales, un procedimiento no paramétrico es un procedimiento estadístico que tiene algunas propiedades deseables que requiere de relativamente pocos supuestos en relación a la población subyacente de los cuales se obtiene los datos.
- Savage (1962) designó al año 1936 como el verdadero comienzo del tema de las estadística no paramétrica, marcado por la publicación del artículo de Hotelling y Pabst (1936) sobre la correlación de rangos.
- Métodos para estadística no paramétrica para una o dos muestras se desarrolla aproximadamente desde 1945 con Wilcoxon.
- A principios de 1970, se desarrolla todo el componente teórico para modelos lineales generalizados, que genalizan estos métodos. Por eso, se los suele llamar *rank-based methods*.
- Ventajas de las técnicas no paramétricas:
  - Requieren pocos supuestos de la población subyacente de los que se obtiene los datos. En particular, supera el supuesto de normalidad.
  - Sin acudir al supuesto de normalidad, estos métodos permiten obtener p-valores para las pruebas, intervalos de confianza, probabilidad *coverage*, etc.
  - Frecuentemente (no siempre), estos métodos son más fáciles de aplicar y entender.
  - Usualmente, los procedimientos no paramétricos son solo un poco menos eficientes que su contraparte basada en la normal. Y puede ser mucho más eficiente cuando la normalidad de la población subyacente no se cumple.
  - Son relativamente insensibles a observaciones *outlier*.

- Métodos como jaknife y bootstrap se usan en contextos bastante complicados, donde los métodos paramétricos no podrían ser implementados.

Paquetes usados en esta sección

- `effsize`

El siguiente comando instala el paquete si aún no lo tienes instalado:

```
if(!require(effsize)){install.packages("effsize")}
```

Introducción a las pruebas no paramétricas

Los tests presentados en este apartado son principalmente basados en el rango (*rank*).

Por ejemplo, imaginemos que tenemos las alturas de ocho estudiantes en centímetros

```
Height <- c(110,132,137,139,140,142,142,145)
names(Height) <- letters[1:8]
Height
```

```
##   a   b   c   d   e   f   g   h
## 110 132 137 139 140 142 142 145
```

```
rank(Height)
```

```
##   a   b   c   d   e   f   g   h
## 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.5 6.5 8.0
```

a tiene la altura más pequeña, entonces se ranquea como 1. b tiene la siguiente altua más pequeña, entonces se ranquea como 2, y así sucesivamente. Nota que f y g empatan en los lugares 6 y 7, entonces comparten el ranking 6.5.

Nota también que el valor de a es ligeramente menor que los demás, y su ranqueo es 1. La información de la altura como tal se ha perdido, y solo queda el ranking relativos en el ranqueo. Es decir, si el valor de la altura de a cambia a 100 o 5, el ranqueo queda igual.

La ventaja de usar estas pruebas basadas en rangos es que no hacen muchas suposiciones sobre la distribución de los datos. En cambio, sus conclusiones se basan en los rangos relativos de valores en los grupos que se están probando.

Ventajas de las pruebas no paramétricas

- Las pruebas más usadas suelen ser familiares, tal que tu contraparte puede estar familiarizado con los términos.
- Son adecuadas para variables dependientes de intervalo/ratio u ordinales.
- Su naturaleza no paramétrica lo hace adecuado para datos que no cumplen los supuestos del enfoque paramétrico. Esto incluye datos que son sesgados, no normales, tienen atípicos, o posiblemente censurados. Los datos censurados son aquellos donde hay un límite superior o inferior a los valores. Por ejemplo, si las edades menores de 5 años se reportan como un grupo de *menores de 5 años*.

Desventajas de las pruebas no paramétricas

- Estas pruebas suelen tener el nombre de sus autores, con nombres como Mann-Whitney, Kruskal-Wallis y Wilcoxon. Puede ser difícil recordar estos nombres, o recordar qué prueba se usa en qué situación.

- La mayoría de las pruebas no paramétricas tradicionales están limitadas por los tipos de diseños experimentales que pueden abordar. Por lo general, se limitan a una comparación de grupos independientes de una vía (por ejemplo, Kruskal-Wallis), o al diseño de bloques completos sin réplicas para muestras pareadas (por ejemplo, Friedman). El enfoque de transformación de rangos alineados, sin embargo, permite diseños más complicados.
- Es probable que encuentren mucha información contradictoria en diferentes fuentes sobre las hipótesis y supuestos de estas pruebas. En particular, los autores a menudo tratan las hipótesis de algunas pruebas como correspondientes a las **pruebas de medianas**, y luego enumeran los supuestos de la prueba como correspondientes a estas hipótesis. Sin embargo, si esto no se explica explícitamente, el resultado es que diferentes fuentes enumeran diferentes supuestos que los datos deben cumplir para que la prueba sea válida. Esto crea una confusión innecesaria en la mente de los estudiantes que tratan de emplear correctamente estas pruebas.

Interpretación de las pruebas no paramétricas

En general, estas pruebas determinan si existe una diferencia *sistemática* entre los grupos. Esto puede deberse a una diferencia en la ubicación (por ejemplo, la mediana) o en la forma o amplitud de la distribución de los datos. Con las pruebas de Mann-Whitney y Kruskal-Wallis, la diferencia entre grupos (que es de interés) **es la probabilidad de que una observación de un grupo sea mayor que una observación de otro grupo**. Si esta probabilidad es 0.50, esto se denomina *igualdad estocástica*, y cuando esta probabilidad está lejos de 0.50, a veces se llama *dominancia estocástica*.

Nota técnica opcional: sin supuestos adicionales sobre la distribución de los datos, las pruebas de Mann-Whitney y Kruskal-Wallis no evalúan hipótesis sobre las medianas del grupo. Mangiafico (2015) y McDonald (2014) en la sección *Referencias* proporcionan un ejemplo de una prueba significativa de Kruskal-Wallis donde los grupos tienen medianas idénticas, pero difieren en su dominio estocástico.

Tamaño del efecto

Las estadísticas de tamaño del efecto para las pruebas no paramétricas tradicionales incluyen el *delta* de Cliff y la A de Vargha y Delaney para Mann-Whitney, y el *coeficiente de determinación* de Freeman (Freeman, 1965) para Kruskal-Wallis. También hay una estadística r para Mann-Whitney y la prueba de rango con signo emparejado. La W de Kendall se puede usar para la prueba de Friedman.

Un par de recursos accesibles sobre el tamaño del efecto para estas pruebas son Tomczak y Tomczak (2014) y King y Rosopa (2010).

Algunas estadísticas de tamaño del efecto determinan el grado en que un grupo tiene datos con rangos más altos que otros grupos. Tienden a variar de 0 (los grupos tienen datos que son estocásticamente iguales) a 1 (**un grupo domina estocásticamente**). Se relacionan con la probabilidad de que un valor de un grupo sea mayor que un valor de otro grupo.

Como medidas basadas en rangos, estas estadísticas de tamaño del efecto no indican la diferencia en valores absolutos entre grupos. Es decir, si reemplazara los 5 en el segundo ejemplo a continuación por 100, el valor de las estadísticas de tamaño del efecto no cambiaría, porque en cualquier caso los 5 o 100 son los números mejor clasificados. Para una interpretación práctica de los resultados, generalmente es importante considerar los valores absolutos de los datos, como con las estadísticas descriptivas.

Por ejemplo, sean $X = \{x_1, \ldots, x_m\}$ y $Y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ dos muestras, la delta de Cliff se define como:

$$\delta(i,j) = \begin{cases} +1 & \text{si } x_i > y_j \\ -1 & \text{si } x_i < y_j \\ 0 & \text{si } x_i = y_j \end{cases}$$

Y el efecto se calcula:

$$\delta = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\delta(i,j)$$

```r
library(effsize)


A = c(1,1,1, 2,2,2, 3,3,3, 4,4,4)
B = c(1,1,1, 2,2,2, 3,3,3, 4,4,4)

cliff.delta(B, A)
```

```
##
## Cliff's Delta
##
## delta estimate: 0 (negligible)
## 95 percent confidence interval:
##      lower      upper
## -0.4398889  0.4398889
```

```r
### Esto corresponde a un VDA de 0.5,
###  La probablidad de que una observación en B sea mayor que
### una observación en A


A = c(1,1,1, 2,2,2, 3,3,3, 4,4,4)
B = c(2,2,2, 3,3,3, 4,4,4, 5,5,5)

cliff.delta(B, A)
```

```
##
## Cliff's Delta
##
## delta estimate: 0.4375 (medium)
## 95 percent confidence interval:
##       lower       upper
## -0.02692382  0.74658736
```

```r
### Esto corresponde a un VDA de 0.719,
###  La probablidad de que una observación en B sea mayor que
### una observación en A

A = c(1,1,1, 2,2,2, 3,3,3, 4,4,4)
B = c(3,3,3, 4,4,4, 5,5,5, 6,6,6)

cliff.delta(B, A)
```

```
##
## Cliff's Delta
##
## delta estimate: 0.75 (large)
## 95 percent confidence interval:
##     lower     upper
## 0.3835975 0.9123954
```

```
### Esto corresponde a un VDA de 0.875,
###  La probablidad de que una observación en B sea mayor que
### una observación en A

A = c(1,1,1, 2,2,2, 3,3,3, 4,4,4)
B = c(5,5,5, 6,6,6, 7,7,7, 8,8,8)

cliff.delta(B, A)
```

```
##
## Cliff's Delta
##
## delta estimate: 1 (large)
## 95 percent confidence interval:
##     lower     upper
## 0.9833595 1.0000000
```

```
### Esto corresponde a un VDA de 1,
###  La probablidad de que una observación en B sea mayor que
### una observación en A
```

Prueba de Wilcoxon Signed-rank de una muestra

Las pruebas de una muestra son útiles para comparar un conjunto de valores con un valor predeterminado dado. Por ejemplo, uno podría preguntarse si un conjunto de puntajes Likert de cinco puntos son significativamente diferentes de un puntaje "predeterminado" o "neutral" de 3. Otro uso podría ser comparar un conjunto actual de valores con un valor publicado previamente.

La prueba de Wilcoxon de una muestra es una prueba basada en la clasificación que comienza con el cálculo de la diferencia entre los valores observados y el valor predeterminado. Debido a la resta involucrada en los cálculos, se asume que los datos son intervalos. Es decir, con los datos tipo Likert en esta prueba, se asume que los datos son numéricos. Para datos puramente ordinales, se podría utilizar la prueba de *signos de una muestra* en su lugar.

La **hipótesis nula** para la prueba es que los datos son **simétricos respecto al valor predeterminado** (excepto que la prueba se realiza en rangos una vez que se determinan las distancias de las observaciones del valor predeterminado).

Un resultado significativo sugiere que los datos (clasificados) son simétricos respecto de otro valor o están lo suficientemente sesgados en una dirección. En cualquier caso, esto sugiere que la ubicación de los datos es diferente del valor predeterminado elegido.

Sin más suposiciones sobre la distribución de los datos, la prueba no es una prueba de la mediana.

Datos Apropiados

- Datos de una muesta
- Datos de intervalo o razón

Hipótesis

- Ho : La población de la cual se toma la muestra es simétrica respecto al valor predeterminado.
- Ha : (dos colas): La población a partir de la cual se muestrearon los datos no es simétrica respecto al valor predeterminado.

Interpretación

Informar resultados significativos como por ejemplo *Las puntuaciones de Likert fueron significativamente diferentes de un valor neutral de 3* es aceptable.

Nota del nombre del test

Los nombres utilizados para la prueba de rango con signo de Wilcoxon de una muestra y pruebas similares pueden ser confusos. Se puede usar la *prueba de signos*, aunque la prueba de signos es una prueba diferente. Tanto la *prueba de rango con signo* como la *prueba de signo* se usan a veces para referirse a pruebas de una muestra o de dos muestras.

El mejor consejo es usar un nombre específico para la prueba que se está utilizando.

Otras notas

Algunos autores recomiendan esta prueba solo en los casos en que los datos son simétricos. Tengo entendido que este requisito es solo para que la prueba se considere una prueba de la mediana.

Para datos ordinales o para una prueba específicamente sobre la mediana, se puede usar la prueba de signos.

Paquetes usados en esta sección

- psych
- FSA
- rcompanion
- coin

```
if(!require(psych)){install.packages("psych")}
if(!require(FSA)){install.packages("FSA")}
if(!require(rcompanion)){install.packages("rcompanion")}
if(!require(coin)){install.packages("coin")}
```

Ejemplo de una prueba de Wilcoxon de una muestra

Este ejemplo usa los datos de Maggie Simpson.

El ejemplo responde a la pregunta: *¿Son las puntuaciones de Maggie significativamente diferentes de una puntuación neutral de 3?*

La prueba se realizará con la función `wilcox.test`, que produce un valor *p* para la hipótesis, así como una pseudo-mediana y un intervalo de confianza.

```
Input =("
  Speaker          Rater  Likert
 'Maggie Simpson'   1         3
 'Maggie Simpson'   2         4
 'Maggie Simpson'   3         5
 'Maggie Simpson'   4         4
 'Maggie Simpson'   5         4
 'Maggie Simpson'   6         4
 'Maggie Simpson'   7         4
 'Maggie Simpson'   8         3
 'Maggie Simpson'   9         2
 'Maggie Simpson'  10         5
")

Data = read.table(textConnection(Input),header=TRUE)

### Crear una nueva variable que contiene las puntuaciones de Likert como un factor ordenado
```

```
Data$Likert.f = factor(Data$Likert,
                       ordered = TRUE)

###  Chequeamos el data frame

library(psych)

headTail(Data)
```

```
##             Speaker Rater Likert Likert.f
## 1   Maggie Simpson     1      3        3
## 2   Maggie Simpson     2      4        4
## 3   Maggie Simpson     3      5        5
## 4   Maggie Simpson     4      4        4
## ...           <NA>   ...    ...     <NA>
## 7   Maggie Simpson     7      4        4
## 8   Maggie Simpson     8      3        3
## 9   Maggie Simpson     9      2        2
## 10  Maggie Simpson    10      5        5
```

```
str(Data)
```

```
## 'data.frame':    10 obs. of  4 variables:
##  $ Speaker : Factor w/ 1 level "Maggie Simpson": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
##  $ Rater   : int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
##  $ Likert  : int  3 4 5 4 4 4 4 3 2 5
##  $ Likert.f: Ord.factor w/ 4 levels "2"<"3"<"4"<"5": 2 3 4 3 3 3 3 2 1 4
```

```
summary(Data)
```

```
##             Speaker       Rater           Likert     Likert.f
##  Maggie Simpson:10   Min.   : 1.00   Min.   :2.00   2:1
##                      1st Qu.: 3.25   1st Qu.:3.25   3:2
##                      Median : 5.50   Median :4.00   4:5
##                      Mean   : 5.50   Mean   :3.80   5:2
##                      3rd Qu.: 7.75   3rd Qu.:4.00
##                      Max.   :10.00   Max.   :5.00
```

```
### Retiramos los objetos innecesarios

rm(Input)
```

Resumen de las puntuaciones Likert como factores

Tenga en cuenta que la variable que queremos contar es Likert.f, que es una variable de factor. Los recuentos para Likert.f se tabulan de forma cruzada sobre los valores de `Speaker`. La función `prop.table` traduce una tabla en proporciones. La opción `margin = 1` indica que las proporciones se calculan para cada fila.

```
xtabs( ~ Speaker + Likert.f,
       data = Data)
```

```
##                  Likert.f
## Speaker           2 3 4 5
##   Maggie Simpson 1 2 5 2
```

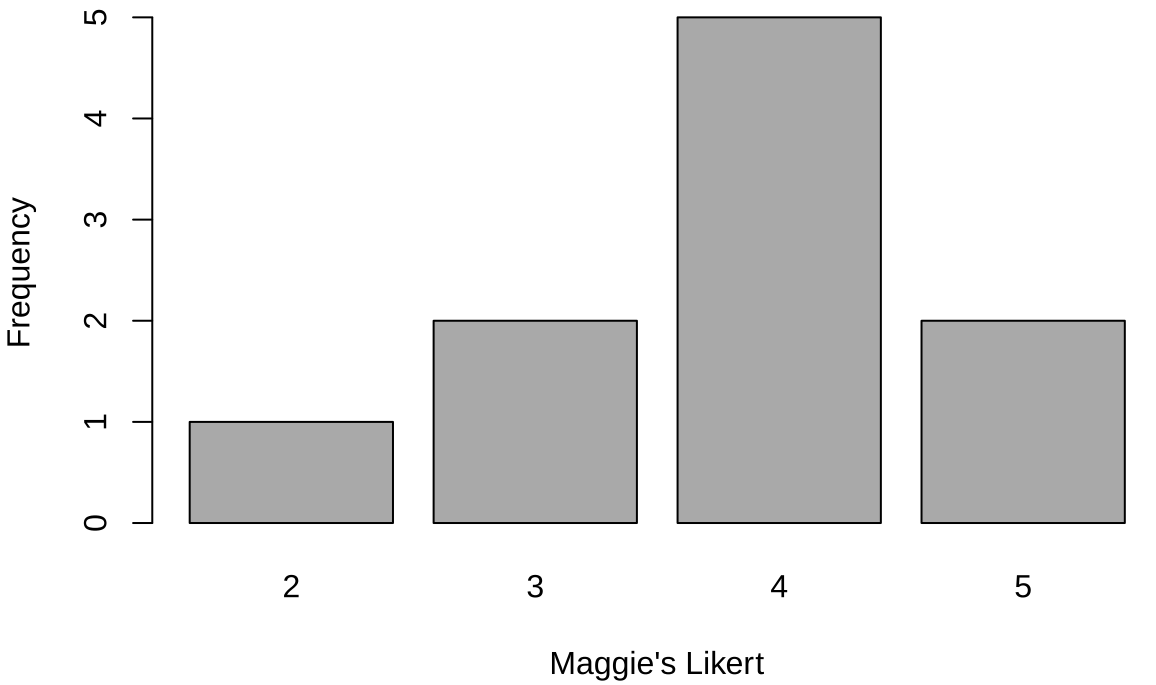
```
XT = xtabs( ~ Speaker + Likert.f,
           data = Data)
```

```
prop.table(XT,
           margin = 1)
```

```
##                  Likert.f
## Speaker             2   3   4   5
##   Maggie Simpson 0.1 0.2 0.5 0.2
```

Gráficamente

```
XT = xtabs(~ Likert.f,
          data=Data)

barplot(XT,
        col="dark gray",
        xlab="Maggie's Likert",
        ylab="Frequency")
```



Resumen de las puntuaciones Likert como numéricos

```
library(FSA)

Summarize(Likert ~ Speaker,
          data=Data,
          digits=3)
```

```
##          Speaker  n mean    sd min   Q1 median Q3 max
## 1 Maggie Simpson 10  3.8 0.919   2 3.25      4  4   5
```

Test de Wilcoxon de una muestra

En la función `wilcox.test`, la opción `mu` indica el valor del valor predeterminado para comparar. En este ejemplo, `Data$Likert` es el conjunto de valores de una muestra en el que se realiza la prueba. Para el significado de otras opciones, consulte `?wilcox.test`.

```r
wilcox.test(Data$Likert,
            mu=3,
            conf.int=TRUE,
            conf.level=0.95)
```

```
##
##  Wilcoxon signed rank test with continuity correction
##
## data:  Data$Likert
## V = 32.5, p-value = 0.04007
## alternative hypothesis: true location is not equal to 3
## 95 percent confidence interval:
##  3.000044 4.500083
## sample estimates:
## (pseudo)median
##       4.000032
```

```
### Nota el valor p del resultado

###  Tendrás una advertencia como  "cannot compute exact p-value with ties"
###  Puedes ignorar eso, o usar la opcion exact=FALSE.


### Nota que el resultado tambien produce una pseudo mediana
###   y un intervalo de confianza si se usa la opcion conf.int=TRUE.
```

Tamaño del efecto

No tengo conocimiento de ninguna estadística de tamaño de efecto establecida para la prueba de rango con signo de Wilcoxon de una muestra. Sin embargo, puede tener sentido utilizar una estadística análoga a la r utilizada en la prueba de Mann-Whitney.

La siguiente interpretación está basada en mi intuición personal. No se pretende que sea universal.

```r
library(rcompanion)

wilcoxonOneSampleR(Data$Likert,
                   mu=3)
```

```
##     r
## 0.681
```

```r
#Pequeño si 0.10 <= r < 0.40
#Mediano si 0.40 <= r <= 0.60
#Pequeño si r>60
```

Ejercicios

1. Teniendo en cuenta los datos de Maggie Simpson,

a. ¿Cuál fue su puntuación media?

b. ¿Cuáles fueron el primer y tercer cuartil de sus puntuaciones?

c. De acuerdo con la prueba de rango con signo de Wilcoxon de una muestra, ¿son sus puntajes significativamente diferentes de un puntaje neutral de 3?

d. ¿Es útil el resultado del intervalo de confianza de la prueba para responder la pregunta anterior?

e. En general, ¿cómo resumiría sus resultados? Asegúrese de abordar la implicación práctica de sus puntuaciones en comparación con una puntuación neutral de 3.

f. ¿Estos resultados reflejan lo que usted esperaría de ver el gráfico de barras?

2. Brian Griffin quiere evaluar el nivel de educación de los estudiantes en su curso de escritura creativa para adultos. Quiere saber el nivel de educación medio de su clase, y si el nivel de educación de su clase es diferente del nivel de licenciatura típico.

Brian usó la siguiente tabla para codificar sus datos.

Instructor	Student	Education
Brian Griffin	a	3
Brian Griffin	b	2
Brian Griffin	c	3
Brian Griffin	d	3
Brian Griffin	e	3
Brian Griffin	f	3
Brian Griffin	g	4
Brian Griffin	h	5
Brian Griffin	i	3
Brian Griffin	j	4
Brian Griffin	k	3
Brian Griffin	l	2

Para cada uno de los siguientes, responda la pregunta y muestre el resultado de los análisis que usó para responder la pregunta.

a. ¿Cuál era el nivel medio de educación? (¡Asegúrese de informar el nivel de educación, no solo el código numérico!)

b. ¿Cuáles fueron el primer y tercer cuartil para el nivel educativo?

c. De acuerdo con la prueba de Wilcoxon de una muestra, ¿son los niveles de educación significativamente diferentes de los niveles de un bachiller típico?

d. ¿Es útil el resultado del intervalo de confianza de la prueba para responder la pregunta anterior?

e. En general, ¿cómo resumiría los resultados? Asegúrese de abordar las implicaciones prácticas.

f. Grafica los datos de Brian tal que te ayude a visualizar los datos.

g. ¿Los resultados reflejan lo que usted esperaría de mirar el gráfico?

Prueba de signos para datos de una muestra

La prueba del signo de una muestra compara el número de observaciones mayor o menor que el valor predeterminado sin tener en cuenta la magnitud de la diferencia entre cada observación y el valor predeterminado. La prueba tiene un propósito similar al de la prueba de rango con signo de Wilcoxon de una muestra, pero mira específicamente el valor de la mediana y no se ve afectada por la distribución de los datos.

La prueba se realiza con la función `SIGN.test` en el paquete `BSDA` o la función `SignTest` en el paquete `DescTools`. Estas funciones producen un valor *p* para la hipótesis, así como la mediana y el intervalo de confianza de la mediana para los datos.

Datos apropiados

- datos de una muestra
- Los datos son ordinales, intervalos o relaciones.

Hipótesis

- Hipótesis nula: la mediana de la población de la cual se extrajo la muestra es igual al valor predeterminado.
- Hipótesis alternativa (de dos colas): la mediana de la población de la que se extrajo la muestra no es igual al valor predeterminado.

Interpretación

Resultados significativos como por ejemplo *Las puntuaciones de Likert fueron significativamente diferentes de un valor predeterminado de 3* es aceptable. Como es, por ejemplo, *Las puntuaciones medianas de Likert fueron significativamente diferentes de un valor predeterminado de 3*

Paquetes de esta sección

- `BSDA`
- `DescTools`

Los siguientes comandos instalarán estos paquetes si aún no están instalados:

```
if(!require(BSDA)){install.packages("BSDA")}
if(!require(DescTools)){install.packages("DescTools")}
```

Ejemplo de prueba de signo de una muestra

```
Input =("
  Speaker          Rater     Likert
 'Maggie Simpson'   1         3
 'Maggie Simpson'   2         4
 'Maggie Simpson'   3         5
 'Maggie Simpson'   4         4
 'Maggie Simpson'   5         4
 'Maggie Simpson'   6         4
 'Maggie Simpson'   7         4
 'Maggie Simpson'   8         3
 'Maggie Simpson'   9         2
 'Maggie Simpson'  10         5
")

Data = read.table(textConnection(Input),header=TRUE)

###  Chequeamos el data frame

library(psych)

headTail(Data)
```

```
##            Speaker Rater Likert
## 1   Maggie Simpson     1      3
## 2   Maggie Simpson     2      4
## 3   Maggie Simpson     3      5
## 4   Maggie Simpson     4      4
## ...           <NA>   ...    ...
## 7   Maggie Simpson     7      4
```

```
## 8   Maggie Simpson     8      3
## 9   Maggie Simpson     9      2
## 10  Maggie Simpson    10      5
```

```r
str(Data)
```

```
## 'data.frame':    10 obs. of  3 variables:
##  $ Speaker: Factor w/ 1 level "Maggie Simpson": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
##  $ Rater  : int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
##  $ Likert : int  3 4 5 4 4 4 4 3 2 5
```

```r
summary(Data)
```

```
##            Speaker       Rater           Likert
##  Maggie Simpson:10   Min.   : 1.00   Min.   :2.00
##                      1st Qu.: 3.25   1st Qu.:3.25
##                      Median : 5.50   Median :4.00
##                      Mean   : 5.50   Mean   :3.80
##                      3rd Qu.: 7.75   3rd Qu.:4.00
##                      Max.   :10.00   Max.   :5.00
```

```r
### Removemos los objetos innecesarios

rm(Input)
```

Prueba de signo con el paquete `BSDA`

Tenga en cuenta que `Data$Likert` es el dato de una muestra, y `md = 3` indica el valor predeterminado para comparar.

```r
library(BSDA)

SIGN.test(Data$Likert,
          md = 3)
```

```
##
##  One-sample Sign-Test
##
## data:  Data$Likert
## s = 7, p-value = 0.07031
## alternative hypothesis: true median is not equal to 3
## 95 percent confidence interval:
##  3.000000 4.675556
## sample estimates:
## median of x
##           4
##
## Achieved and Interpolated Confidence Intervals:
##
##                      Conf.Level L.E.pt U.E.pt
## Lower Achieved CI        0.8906      3 4.0000
## Interpolated CI          0.9500      3 4.6756
## Upper Achieved CI        0.9785      3 5.0000
```

```r
### Mediana y el intervalo de confianza
```

Prueba de signo con el paquete DescTools

Tenga en cuenta que `Data$Likert` es el dato de una muestra, y `md = 3` indica el valor predeterminado para comparar.

```
library(DescTools)

SignTest(Data$Likert,
         mu = 3)
```

```
##
##  One-sample Sign-Test
##
## data:  Data$Likert
## S = 7, number of differences = 8, p-value = 0.07031
## alternative hypothesis: true median is not equal to 3
## 97.9 percent confidence interval:
##  3 5
## sample estimates:
## median of the differences
##                         4
```

```
### Mediana e intervalo de confianza
```

Prueba U de Mann-Whitney de dos muestras

Cuánto usar este test

La prueba U de Mann-Whitney de dos muestras es una prueba basada en rangos que compara valores para dos grupos. Un resultado significativo sugiere que los valores para los dos grupos son diferentes. Es equivalente a una prueba de suma de rangos de Wilcoxon de dos muestras.

Sin más suposiciones sobre la distribución de los datos, la prueba de Mann-Whitney no aborda hipótesis sobre las medianas de los grupos. En cambio, la prueba aborda si es probable que una observación en un grupo sea mayor que una observación en el otro. Esto a veces se declara como prueba si una muestra tiene un dominio estocástico en comparación con la otra.

La prueba asume que las observaciones son independientes. Es decir, no es apropiado para observaciones pareadas o datos de mediciones repetidas.

La prueba se realiza con la función wilcox.test.

Las estadísticas de tamaño de efecto apropiadas incluyen Vargha y Delaney A, Cliff´s delta, entre otras.

Datos apropiados

- Dos muestras de datos. Es decir, datos unidireccionales solo con dos grupos
- La variable dependiente es ordinal, intervalo o relación
- La variable independiente es un factor con dos niveles. Es decir, dos grupos.
- Las observaciones entre grupos son independientes. Es decir, datos de medidas no pareadas o repetidas.
- Para ser una prueba de medianas, las distribuciones de valores para cada grupo deben ser de forma y distribución similares. De lo contrario, la prueba es típicamente una prueba de igualdad estocástica.

Hipótesis

- Hipótesis nula: los dos grupos se muestrean de poblaciones con distribuciones idénticas. Típicamente, las poblaciones muestreadas exhiben igualdad estocástica.
- Hipótesis alternativa (de dos caras): los dos grupos se muestrean de poblaciones con diferentes distribuciones. Típicamente, una muestra de población exhibe dominancia estocástica.

Interpretación

Los resultados significativos se pueden informar como, por ejemplo, "Los valores para el grupo A fueron significativamente diferentes de los del grupo B".

Otras notas y pruebas alternativas.

La prueba U de Mann-Whitney puede considerarse equivalente a la prueba de Kruskal-Wallis con solo dos grupos.

La prueba de mediana de Mood compara las medianas de dos grupos. Se describe en su propio capítulo.

Para los datos ordinales, una alternativa es usar modelos de enlaces acumulativos, que se describen más adelante en este libro.

Paquetes usandos en esta sección

Los paquetes utilizados en este capítulo incluyen:

- `psych`
- `FSA`
- `celosía`
- `rcompanion`
- `moneda`
- `DescTools`
- `effsize`

Los siguientes comandos instalarán estos paquetes si aún no están instalados:

```
if(!require(psych)){install.packages("psych")}
if(!require(FSA)){install.packages("FSA")}
if(!require(lattice)){install.packages("lattice")}
if(!require(rcompanion)){install.packages("rcompanion")}
if(!require(coin)){install.packages("coin")}
if(!require(DescTools)){install.packages("DescTools")}
if(!require(effsize)){install.packages("effsize")}
```

Ejemplo de prueba U de Mann-Whitney de dos muestras

Este ejemplo usa los datos de Pooh y Piglet.

Responde a la pregunta: *¿Son las puntuaciones de Pooh significativamente diferentes de las de Piglet?*

La prueba U de Mann-Whitney se realiza con la función `wilcox.test`, que produce un valor *p* para la hipótesis. Primero se resumen y examinan los datos utilizando gráficos de barras para cada grupo.

```
Input =("
 Speaker  Likert
 Pooh       3
 Pooh       5
 Pooh       4
 Pooh       4
 Pooh       4
 Pooh       4
```

```r
 Pooh      4
 Pooh      4
 Pooh      5
 Pooh      5
 Piglet    2
 Piglet    4
 Piglet    2
 Piglet    2
 Piglet    1
 Piglet    2
 Piglet    3
 Piglet    2
 Piglet    2
 Piglet    3
")

Data = read.table(textConnection(Input),header=TRUE)


### Crear una nueva variable que contiene los puntajes Likert como un factor ordenado

Data$Likert.f = factor(Data$Likert,
                       ordered = TRUE)


###  Chequeamos el data frame

library(psych)

headTail(Data)
```

```
##     Speaker Likert Likert.f
## 1      Pooh      3        3
## 2      Pooh      5        5
## 3      Pooh      4        4
## 4      Pooh      4        4
## ...    <NA>    ...     <NA>
## 17   Piglet      3        3
## 18   Piglet      2        2
## 19   Piglet      2        2
## 20   Piglet      3        3
```

```r
str(Data)
```

```
## 'data.frame':    20 obs. of  3 variables:
##  $ Speaker : Factor w/ 2 levels "Piglet","Pooh": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
##  $ Likert  : int  3 5 4 4 4 4 4 4 5 5 ...
##  $ Likert.f: Ord.factor w/ 5 levels "1"<"2"<"3"<"4"<..: 3 5 4 4 4 4 4 4 5 5 ...
```

```r
summary(Data)
```

```
##    Speaker       Likert     Likert.f
##  Piglet:10   Min.   :1.00   1:1
##  Pooh  :10   1st Qu.:2.00   2:6
##              Median :3.50   3:3
```

```
##              Mean   :3.25   4:7
##              3rd Qu.:4.00   5:3
##              Max.   :5.00
```

```
### Quitamos objetos innecesarios

rm(Input)
```

Resumen de las puntuaciones Likert como factores

Tenga en cuenta que la variable que queremos contar es `Likert.f`, que es una variable de factor. Los conteos para `Likert.f` se tabulan de forma cruzada sobre los valores de Speaker. La función prop.table traduce una tabla en proporciones. La opción `margin = 1` indica que las proporciones se calculan para cada fila.

```
xtabs( ~ Speaker + Likert.f,
       data = Data)
```

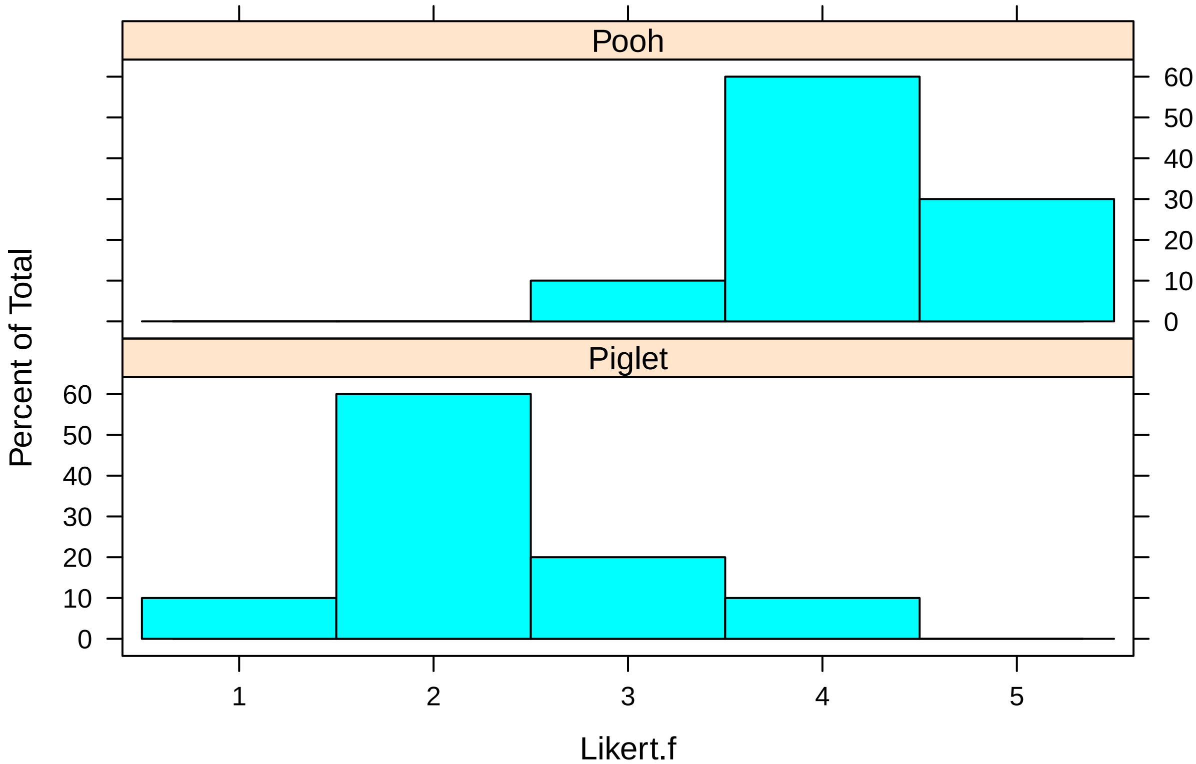
```
##         Likert.f
## Speaker  1 2 3 4 5
##   Piglet 1 6 2 1 0
##   Pooh   0 0 1 6 3
```

```
XT = xtabs( ~ Speaker + Likert.f,
            data = Data)


prop.table(XT,
           margin = 1)
```

```
##         Likert.f
## Speaker    1   2   3   4   5
##   Piglet 0.1 0.6 0.2 0.1 0.0
##   Pooh   0.0 0.0 0.1 0.6 0.3
```

Gráfico de barras por grupo

```
library(lattice)

histogram(~ Likert.f | Speaker,
          data=Data,
          layout=c(1,2)      #  columns and rows of individual plots
          )
```



Resumen de las puntuaciones Likert como numéricos

```
library(FSA)

Summarize(Likert ~ Speaker,
          data=Data,
          digits=3)
```

```
##   Speaker  n mean    sd min Q1 median   Q3 max
## 1  Piglet 10  2.3 0.823   1  2      2 2.75   4
## 2    Pooh 10  4.2 0.632   3  4      4 4.75   5
```

Ejemplo de prueba U de Mann-Whitney de dos muestras

Este ejemplo usa la notación que indica que Likert es la variable dependiente y Speaker es la variable independiente. La opción `data =` indica el marco de datos que contiene las variables. Para el revisar otras opciones, consulte `? wilcox.test`.

```
wilcox.test(Likert ~ Speaker,
            data=Data)
```

```
##
##  Wilcoxon rank sum test with continuity correction
##
## data:  Likert by Speaker
## W = 5, p-value = 0.0004713
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Tamaño del efecto

Las estadísticas del tamaño del efecto para la prueba de Mann-Whitney informan el grado en que un grupo tiene datos con rangos más altos que el otro grupo. Se relacionan con la probabilidad de que un valor de un grupo sea mayor que un valor del otro grupo. A diferencia de los valores de p, no se ven afectados por el tamaño de la muestra.

Vargha y Delaney's A son relativamente fáciles de entender. Informa la probabilidad de que un valor de un grupo sea mayor que un valor del otro grupo. Un valor de 0.50 indica que los dos grupos son estocásticamente iguales. Un valor de 1 indica que el primer grupo muestra la dominación estocástica completa sobre el otro grupo, y un valor de 0 indica la dominación estocástica completa por el segundo grupo.

La delta de Cliff se relaciona linealmente con Vargha y la de Delaney A. Su rango varía de -1 a 1, y 0 indica la igualdad estocástica de los dos grupos. 1 indica que un grupo muestra la dominación estocástica completa sobre el otro grupo, y un valor de ˘1 indica la dominación estocástica completa del otro grupo. Su valor absoluto será numéricamente igual al theta de Freeman.

Una estadística de tamaño de efecto común para la prueba de Mann-Whitney es r, que es el valor Z de la prueba dividido por el número total de observaciones. Como se escribe aquí, r varía de 0 a cerca de 1. En algunas formulaciones, varía de ˘1 a 1.

La tau-b de Kendall a veces se usa, y varía de aproximadamente -1 a 1.

El theta de Freeman y el épsilon al cuadrado se usan generalmente cuando hay más de dos grupos, con la prueba de Kruskal-Wallis, pero también se pueden emplear en el caso de dos grupos.

La interpretación de los tamaños del efecto necesariamente varía según la disciplina y las expectativas del experimento, pero para los estudios de comportamiento, las pautas propuestas por Cohen (1988) a veces se siguen. Las siguientes pautas se basan en los valores de la literatura e intuición personal. No deben ser considerados universales.

Las interpretaciones para el delta de Vargha y Delaney y el delta de Cliff provienen de Vargha y Delaney (2000).

Efecto	Pequeño	Medio	Alto
r	$0.10 - < 0.30$	$0.30 - < 0.50$	≥ 0.50
tau-b	$0.10 - < 0.30$	$0.30 - < 0.50$	≥ 0.50
Cliff's delta	$0.11 - < 0.28$	$0.28 - < 0.43$	≥ 0.43
Vargha and Delaney's A	$0.56 - < 0.64$	$0.64 - < 0.71$	≥ 0.71
	$> 0.34 - 0.44$	$> 0.29 - 0.34$	≤ 0.29
Freeman's theta	$0.11 - < 0.34$	$0.34 - < 0.58$	≥ 0.58
epsilon-squared	$0.01 - < 0.08$	$0.08 - < 0.26$	≥ 0.26

Vargha and Delaney's A

```
library(effsize)

VD.A(d = Data$Likert,
     f = Data$Speaker)
```

```
##
## Vargha and Delaney A
##
## A estimate: 0.05 (large)
```

```
library(rcompanion)
```

```r
vda(Likert ~ Speaker, data=Data)
```

```
##  VDA
## 0.05
```

```r
library(rcompanion)

vda(Likert ~ Speaker, data=Data, ci=TRUE)
```

```
##    VDA lower.ci upper.ci
## 1 0.05        0    0.156
```

Cliff's delta

```r
library(effsize)

cliff.delta(d = Data$Likert,
            f = Data$Speaker)
```

```
##
## Cliff's Delta
##
## delta estimate: -0.9 (large)
## 95 percent confidence interval:
##      lower      upper
## -0.9801533 -0.5669338
```

```r
library(rcompanion)

cliffDelta(Likert ~ Speaker, data=Data)
```

```
## Cliff.delta
##        -0.9
```

```r
library(rcompanion)

cliffDelta(Likert ~ Speaker, data=Data, ci=TRUE)
```

```
##   Cliff.delta lower.ci upper.ci
## 1        -0.9       -1    -0.69
```

```r
### Note: Los intervalos se calculan con Bootstrap.
```

r

```r
library(rcompanion)

wilcoxonR(x = Data$Likert,
          g = Data$Speaker)
```

```
##     r
## 0.791
```

```r
library(rcompanion)

wilcoxonR(x  = Data$Likert,
          g  = Data$Speaker,
          ci = TRUE)
```

```
##        r lower.ci upper.ci
## 1 0.791    0.588    0.898
```

```
### Note: Los intervalos se calculan con Bootstrap.
```

tau-b

```r
library(DescTools)

KendallTauB(x = Data$Likert,
            y = as.numeric(Data$Speaker))
```

```
## [1] 0.7397954
```

```r
library(DescTools)

KendallTauB(x = Data$Likert,
            y = as.numeric(Data$Speaker),
            conf.level = 0.95)
```

```
##     tau_b    lwr.ci    upr.ci
## 0.7397954 0.6074611 0.8721298
```

Freeman's theta

```r
library(rcompanion)

freemanTheta(x = Data$Likert,
             g = Data$Speaker)
```

```
## Freeman.theta
##           0.9
```

```r
library(rcompanion)

freemanTheta(x  = Data$Likert,
             g  = Data$Speaker,
             ci = TRUE)
```

```
##   Freeman.theta lower.ci upper.ci
## 1           0.9     0.67        1
```

```
### Note: Los intervalos se calculan con Bootstrap.
```

epsilon-squared

```r
library(rcompanion)

epsilonSquared(x = Data$Likert,
               g = Data$Speaker)
```

```
## epsilon.squared
##           0.658
```

```r
library(rcompanion)

epsilonSquared(x  = Data$Likert,
               g  = Data$Speaker,
               ci = TRUE)
```

```
##   epsilon.squared lower.ci upper.ci
```

```
## 1           0.658    0.377    0.853
```

```
### Note: Los intervalos se calculan con Bootstrap.
```

Referencias

Freeman, L.C. 1965. Elementary Applied Statitics: For Students in Behavioral Science. John Wiley & Sons. New York.

King, B.M., P.J. Rosopa, and E.W. Minium. 2018. Some (Almost) Assumption-Free Tests. In Statistical Reasoning in the Behavioral Sciences, 7th ed. Wiley.

"Kruskal–Wallis Test" in Mangiafico, S.S. 2015. An R Companion for the Handbook of Biological Statistics, version 1.09. rcompanion.org/rcompanion/d_06.html.

"Kruskal–Wallis Test" in McDonald, J.H. 2014. Handbook of Biological Statistics. www.biostathandbook.com/kruskalwallis.htm

Tomczak, M. and Tomczak, E. 2014. The need to report effect size estimates revisited. An overview of some recommended measures of effect size. Trends in Sports Sciences 1(21):1–25. www.tss.awf.poznan.pl/files/3_Trends_Vol21_2014__no1_20.pdf.