SENSIBILIDAD DE PRECIO DE INSTRUMENTOS DE RENTA FIJA

Temas Clase 3

- Sensibilidad Precio de Instrumentos
  - Duración
  - Convexidad
- Codificación de Instrumentos

Sensibilidad de Precio

- Un tema importante en el manejo del riesgo de los instrumentos de Renta Fija es la sensibilidad del precio de un bono frente a cambios en la TIR.

- A mayor plazo, mayor es la sensibilidad del bono frente a cambios en la TIR

Sensibilidad de Precio

- DV01 (*dollar value* de 0.01%)
  - Entrega el cambio en valor de un instrumento cuando las tasas caen en 1 pb.
  - El DV01 puede ser definido en función de movimientos en las tasas de interés (p. ej: cambios paralelos en tasas forwards, cambios en tasas cero o spot, etc). Normalmente se utiliza el DV01 en función de cambios en la TIR del instrumento (Yield-Based DV01)

Sensibilidad de Precio

- Una medida de sensibilidad es el cambio porcentual en el precio del precio del bono frente a un cambio de TIR.

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{B(y + \Delta y) - B(y)}{B(y)}$$

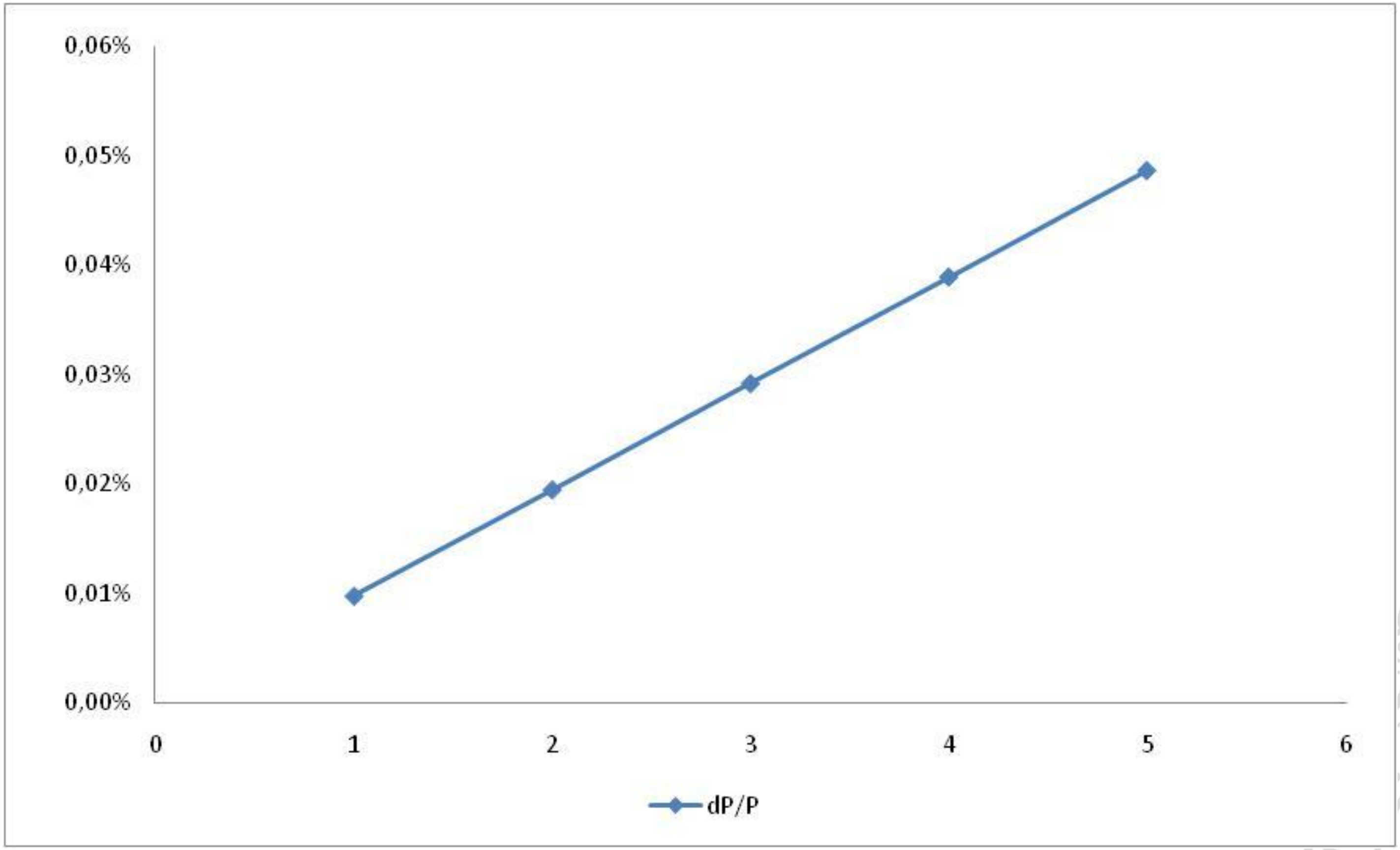
Sensibilidad de Precio

- Ejemplo: Cuál es la sensibilidad con respecto a cambios en la TIR (1 pb) de un bono cero cupón a distintos plazos, si su TIR es siempre de 3% y su principal es 100. Considerando distintos plazos al vencimiento.

Plazo	**P**	**P(y-dy)**	**dP/P**
1	97,09	97,10	0,01%
2	94,26	94,28	0,02%
3	91,51	91,54	0,03%
4	88,85	88,88	0,04%
5	86,26	86,30	0,05%

Sensibilidad de Precio Bono Cero Cupón

- Cambio Porcentual frente a cambios en la TIR para Bonos Cero Cupón a distintos plazos.



Sensibilidad de Precio Bono Cero Cupón

- El cambio porcentual se puede calcular analíticamente para un bono cero cupón.

$$P = \frac{100}{(1+y)^T}$$

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{100 \cdot T}{(1+y)^{T+1}} \Rightarrow \frac{dP}{P} = \left(-\frac{T}{1+y}\right) dy$$

Sensibilidad de Precio Bono Cero Cupón

- Existe una relación lineal inversa entre el cambio de TIR y el cambio porcentual en el precio del bono cero cupón.
- La relación es proporcional al vencimiento del bono, pero corregido por la TIR.
- Un cambio positivo en la TIR produce un cambio negativo en el precio.

Sensibilidad de Precio Bono Cero Cupón

- Utilizando tasas continuas la relación cambia.
- No existe una corrección por la TIR.
- La relación es inversamente lineal al plazo.

$$P = 100e^{-y_{cont}T}$$

$$\Downarrow$$

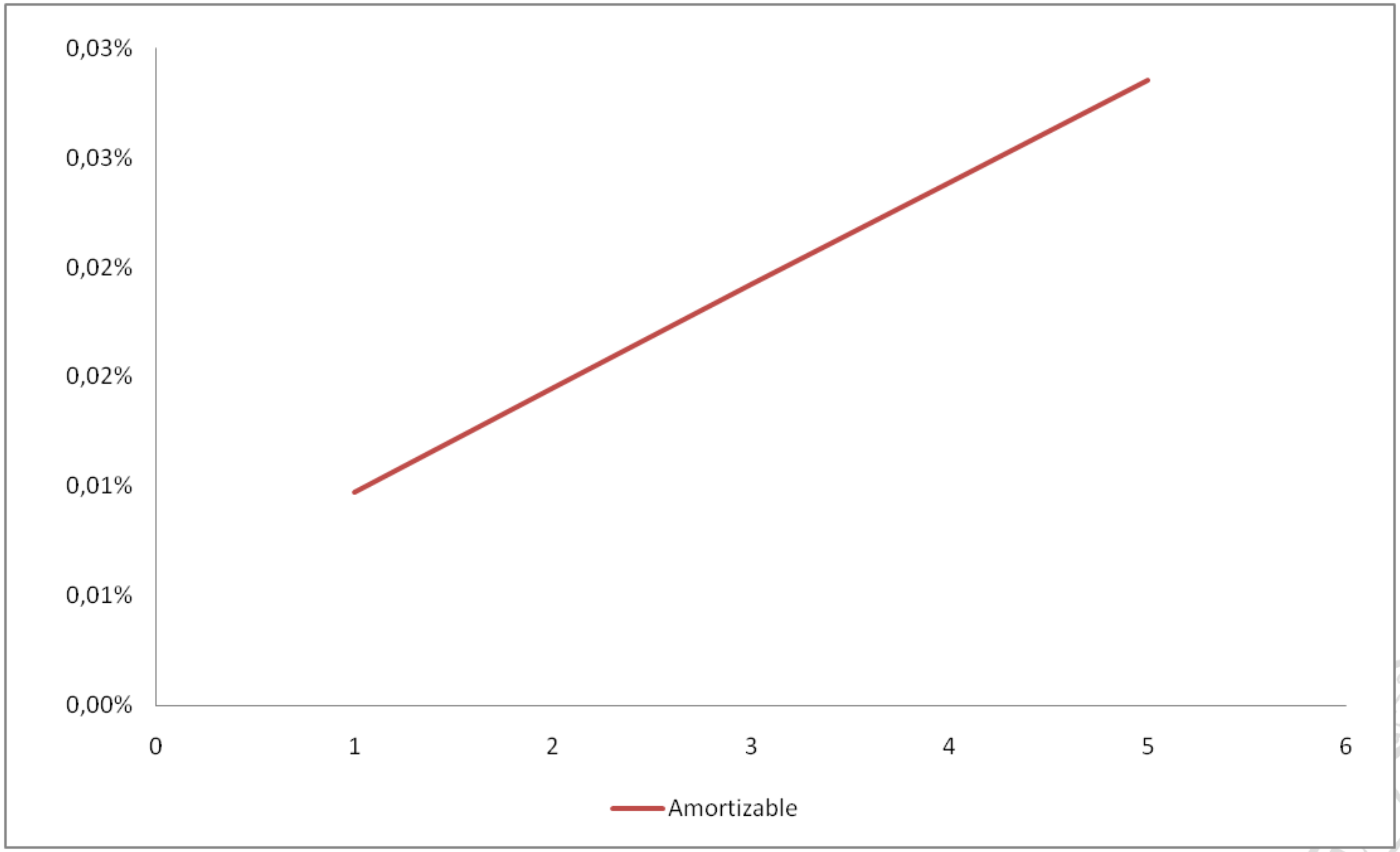
$$\frac{dP}{P} = -T dy_{cont}$$

Sensibilidad de Precio Bono con Cupones

- Bono con Cupones con TIR de 3% y su principal es 100.

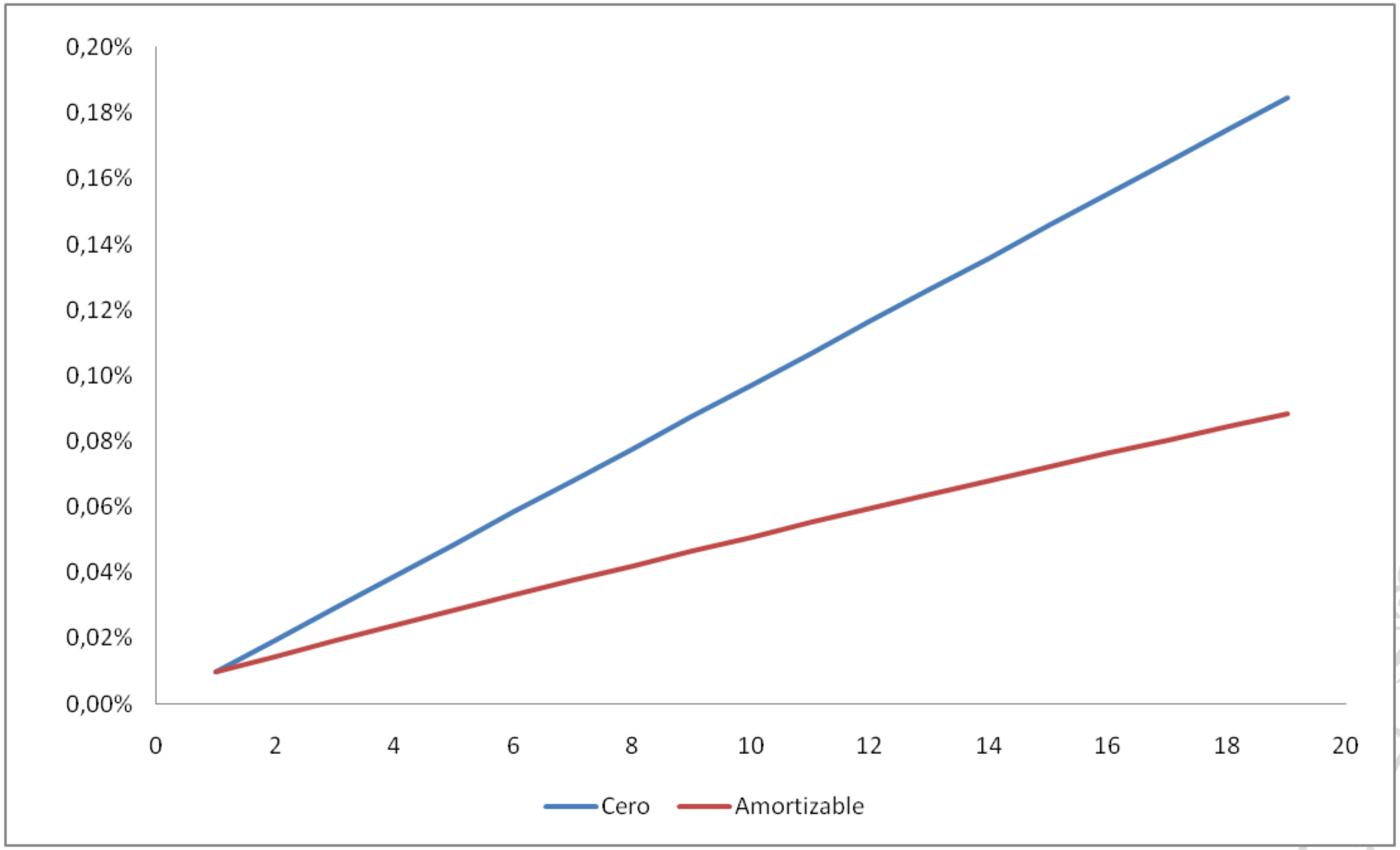
N	Cupón	P	P(y-dy)	dP/P
1	103	100	100,0097	0,01%
2	52,26108	100	100,0145	0,01%
3	35,35304	100	100,0192	0,02%
4	26,9027	100	100,0239	0,02%
5	21,83546	100	100,0286	0,03%

Sensibilidad de Precio Bono con Cupones



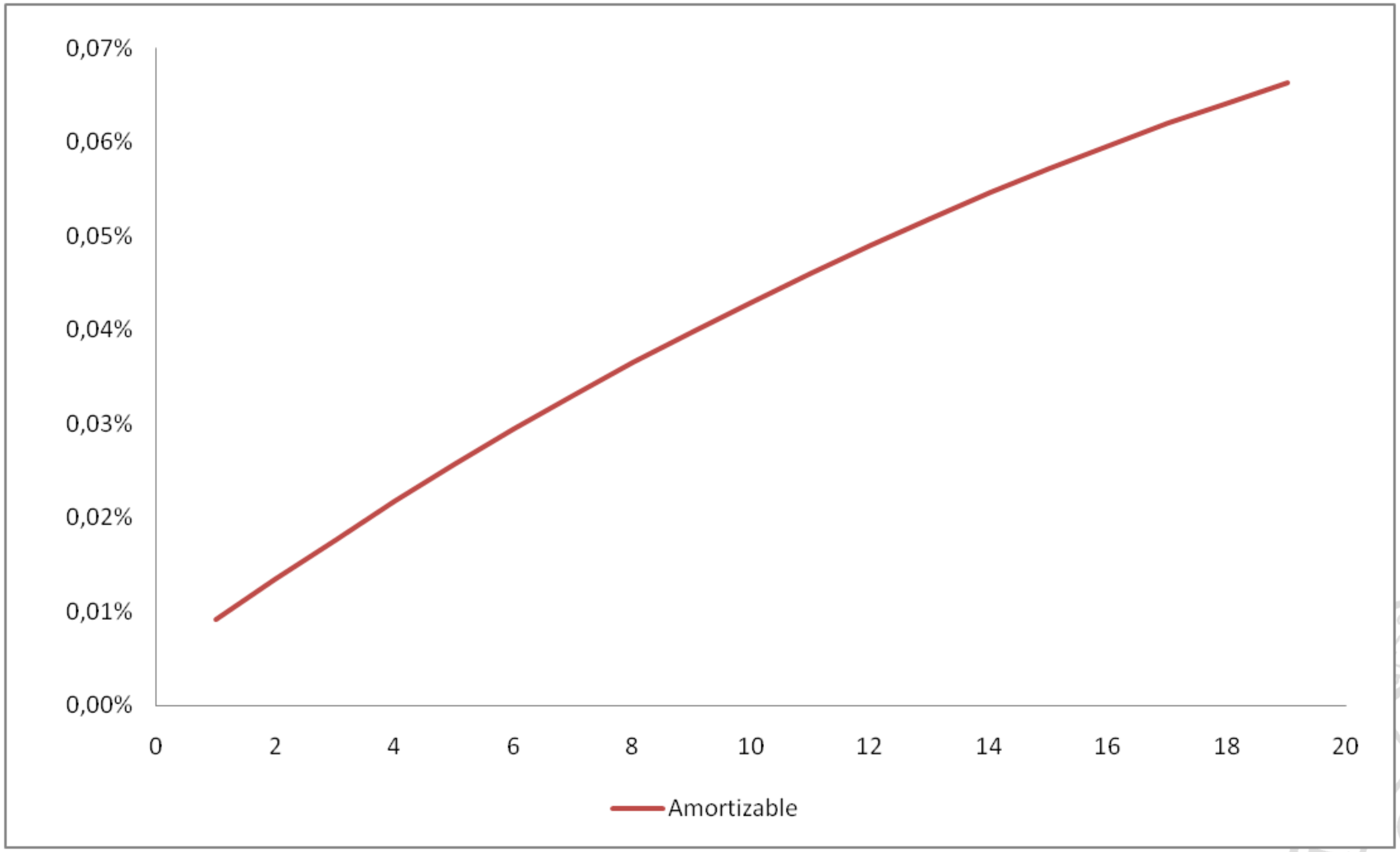
Sensibilidad de Precio Bono

- Cambio Porcentual del Precio frente a una disminución en la TIR de 1 pb (tasa 3%)



Sensibilidad de Precio Bono

- Cambio Porcentual del Precio con TIR 10%



Sensibilidad de Precio Bono con Cupones

- El cambio porcentual de precio no es una función lineal del vencimiento del bono.

- Sin embargo, se puede aproximar de manera lineal.

Duración Modificada

- Se define la duración modificada como una medida que representa la sensibilidad del retorno de un bono frente a un cambio en la TIR:

$$D_{Mod} = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dy}$$

- El cambio del retorno del bono se puede expresar como:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{Mod}\Delta y$$

Duración Modificada

- Para un Bono Cero Cupón con tasa compuesta:

$$P = \frac{100}{(1+y)^T} \qquad \frac{dP}{dy} = -\frac{100 \cdot T}{(1+y)^{T+1}}$$

$$D_{Mod} = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dy} = \frac{T}{1+y}$$

- Para un Bono Cero Cupón con tasa compuesta continua:

$$D_{Mod} = T$$

Duración Modificada

- En el caso de un Bono con cupones y tasa compuesta, para obtener la duración modificada es necesario derivar la siguiente expresión:

$$P = \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+y)^i}$$

- Luego la duración modificada es:

$$\frac{dP}{dy} = -\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+y)^{i+1}} \qquad D_{Mod} = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dy} = \frac{1}{1+y} \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+y)^i}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+y)^i}}$$

Duración Modificada

- En el caso de un Bono con cupones y tasa continua. Para obtener la duración modificada es necesario derivar la siguiente expresión:

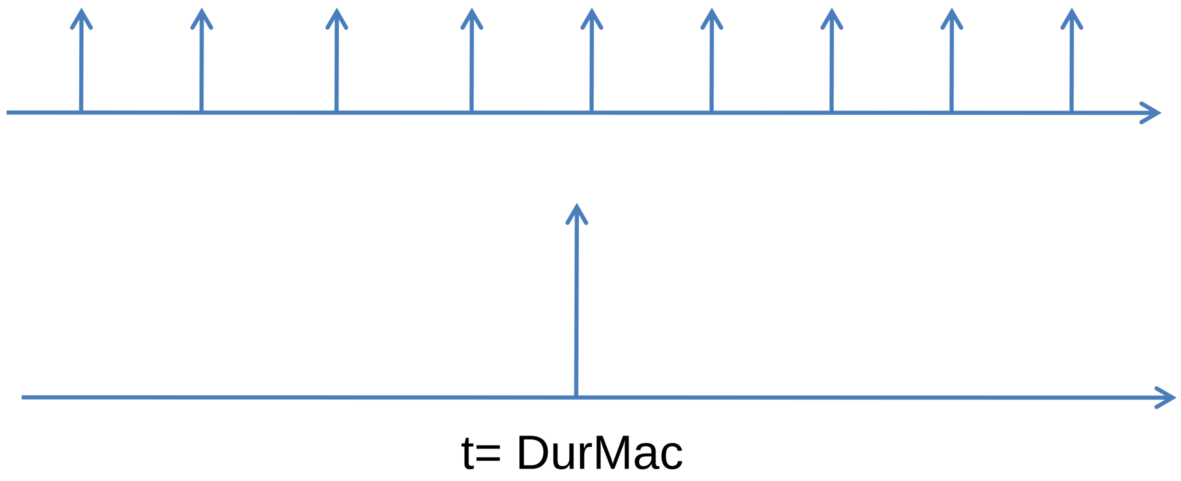
$$P = \sum_{i=1}^{T} C_i e^{-yi}$$

- Luego la duración modificada es:

$$\frac{dP}{dy} = -\sum_{i=1}^{T} iC_i e^{-yi} \qquad D_{Mod} = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dy} = \frac{-\sum_{i=1}^{T} iC_i e^{-yi}}{\sum_{i=1}^{T} C_i e^{-yi}}$$

Duración de Macaulay

- Corresponde al concepto tradicional de duración.
- Equivale al plazo promedio que tienen los flujos descontados de un bono.



Duración de Macaulay

- Se define como:

$$D_{Mac} = \sum_{i=1}^{T} \frac{t_i \cdot PV(C_i)}{V}$$

- Considerando una TIR compuesta:

$$D_{Mac} = (1 + y)D_{Mod}$$

- Para un Bono Cero Cupón con tasa compuesta:

$$D_{Mod} = \frac{T}{1 + y} \qquad D_{Mac} = T$$

Duración de Macaulay

- En el caso de un bono con cupones y tasa compuesta:

$$D_{Mod} = \frac{1}{1+y} \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+y)^i}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+y)^i}}$$

$$D_{Mac} = \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+y)^i}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+y)^i}}$$

Duración

- Independiente del tipo de duración, ésta se define en torno a una tasa específica.

- La duración de Macaulay se puede interpretar como el centro de gravedad de los cupones descontados. Representa el plazo que debiera tener un bono cero cupón para comportarse igual frente a cambios en la TIR.

Duración

- Ejemplo: Calcular las duraciones del siguiente BCP al 07-08-2012 y TIR de 5.14%

BCP0600414						
N°	Fecha	Interés	Amort	Saldo	Flujo	Plazo(años)
0	01-04-2009	0	0	100	0	
1	01-10-2009	3	0	100	3	
2	01-04-2010	3	0	100	3	
3	01-10-2010	3	0	100	3	
4	01-04-2011	3	0	100	3	
5	01-10-2011	3	0	100	3	
6	01-04-2012	3	0	100	3	
7	01-10-2012	3	0	100	3	0,151
8	01-04-2013	3	0	100	3	0,649
9	01-10-2013	3	0	100	3	1,151
10	01-04-2014	3	100	0	103	1,649

Duración

- Ejemplo :

$$\frac{3*0.151}{(1+0.0514)^{0.151}}+\frac{3*0.649}{(1+0.0514)^{0.649}}+\frac{3*1.151}{(1+0.0514)^{1.151}}+\ldots+\frac{103*1.649}{(1+0.0514)^{1.649}}=161.993481$$

$$\frac{3}{(1+0.0514)^{0.151}}+\frac{3}{(1+0.0514)^{0.649}}+\frac{3}{(1+0.0514)^{1.151}}+\ldots+\frac{103}{(1+0.0514)^{1.649}}=103.54088$$

$$D_{Mac}=\frac{161.993481}{103.54088}=1.56 \Rightarrow D_{Mod}=\frac{1.56}{1+0.0514}=1.49$$

Duración

- Puede calcularse de forma numérica viendo el cambio de valor de un bono perturbando la TIR en 1 punto base:

$$\frac{P(y+\Delta y)-P(y)}{P(y)} = -D_{Mod}\Delta y$$

Donde Δy corresponde a un cambio de 0.01% (o menor)

Duración

- El mercado da gran importancia al concepto de duración ya que permite comparar bonos con estructuras de pago distintas.
- Es importante recordar que la duración es sólo una aproximación de primer orden del cambio del precio porcentual de un bono con respecto a cambios en la TIR.
- Para aumentar la precisión, se utiliza la convexidad.

Convexidad

- Esta aproximación se puede refinar en un segundo orden.

- El termino C representa la convexidad del bono:

$$\frac{dP}{P} = -D_{Mod}dy + \frac{1}{2}C(dy)^2$$

Convexidad

- La convexidad se puede obtener del desarrollo de Taylor del bono en torno a la TIR:

$$P(y+\Delta y) = P(y_0) + \left.\frac{dP}{dy}\right|_{y=y0} dy + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2P}{dy^2}\right|_{y=y0} dy^2$$

$$\frac{P(y+\Delta y) - P(y_0)}{P(y_0)} = \left.\frac{1}{P(y_0)}\frac{dP}{dy}\right|_{y=y0} dy + \left.\frac{1}{2}\frac{1}{P(y_0)}\frac{d^2P}{dy^2}\right|_{y=y0} dy^2$$

Duración

Convexidad

Convexidad

- Finalmente, se define la convexidad del bono como:

$$Convexidad = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dy^2}$$

Convexidad

- Ejemplo: Para un Bono Cero Cupón con tasa compuesta:

$$P = \frac{C}{(1+y)^T}$$

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{C \cdot T}{(1+y)^{T+1}} \quad \frac{d^2P}{dy^2} = \frac{C \cdot T(T+1)}{(1+y)^{T+2}}$$

$$Convexidad = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dy^2} = \frac{T(T+1)}{(1+y)^2}$$

Convexidad

- La convexidad se puede aproximar de forma numérica utilizando la siguiente expresión:

$$C = \frac{1}{P(y)} \frac{P(y + \Delta y) - 2P(y) + P(y - \Delta y)}{\Delta y^2}$$

Donde Δy corresponde a un cambio de 0.01% = 1 p.b.

- Esta fórmula es útil cuando se quiere calcular la convexidad de un portafolio con muchos bonos distintos.

Sensibilidades de Instrumentos

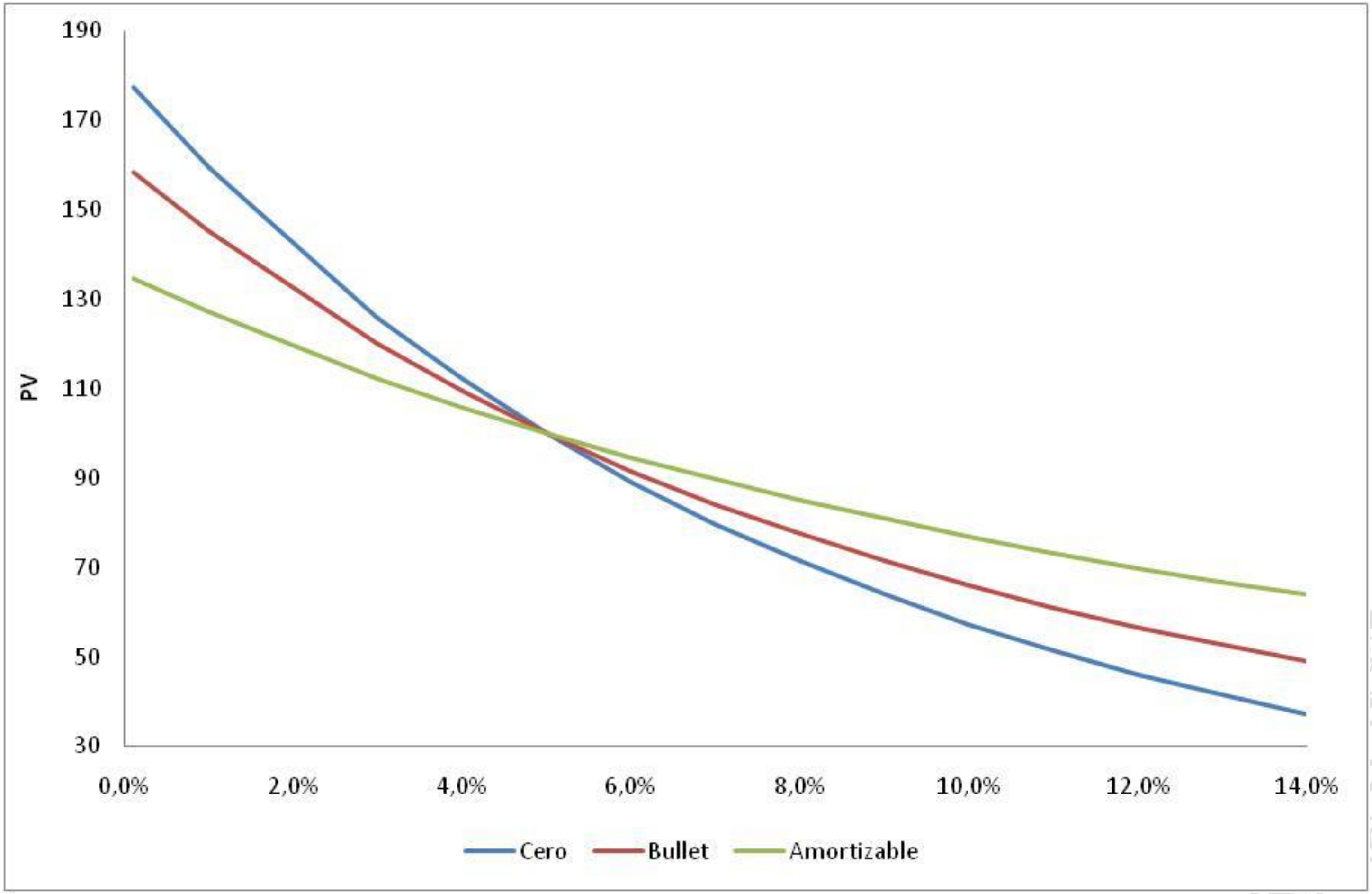
Cupón	Cero	Bullet	Amortizable
1	0	0,05	1
2	0	0,05	1
3	0	0,05	1
4	0	0,05	1
5	1	1,05	1
DuraciónMod	4,76	4,33	2,76
DuraciónMac	5,00	4,54	2,90
Convexidad	27,2	23,9	12,1

Sensibilidades de Instrumentos

Nemotécnico	Tipo	TIR	Plazo	Duración	Convexidad
PRC-7D0396	Amortizable	2.38	2.62	1.47	4.21
PRC-7D0900	Amortizable	2.45	7.13	3.64	20.77
BCU0500116	Bullet	2.14	2.46	2.34	7.66
BTU0300120	Bullet	2.34	6.46	5.93	41.07

Sensibilidades de Instrumentos

- Ejemplo: tasa 5% a 12 años (anuales).



Portafolio

- Un portafolio de bonos puede ser visto como un único bono con cupones.
- En este caso se puede calcular la duración y la convexidad del portafolio tal como si fuera un solo bono.
- La duración nos indica a qué bono cero cupón es equivalente el portafolio desde el punto de vista de retorno.

Temas Clase 3

- Sensibilidad Precio de Instrumentos
  - Duración
  - Convexidad
- Codificación de Instrumentos

Instrumentos de RF Chilenos

- El Estado Chileno (Banco Central, Tesorería) actualmente emite sólo bonos bullet (BCU y BTU en UF; BCP y BTP en pesos) . Sin embargo, aún hay vigentes instrumentos amortizables emitidos por el Banco Central (PRC).
- Los instrumentos de Renta Fija poseen estructuras de pago y características que son agrupadas en un código especial o nemotécnico del bono.

Codificación de Instrumentos de RF

- Ejemplos:

- BCU0300414

Fecha Vencimiento:
Abril de 2014

Tipo de instrumento:
Bono BCU Bullet

Tasa de Emisión:
3%

Codificación de Instrumentos de RF

- Tabla Desarrollo BCU0300414.

Cupon	Fecha	Interés	Amortización	Flujo	Saldo
0	1/4/2009	0	0	0	100
1	1/10/2009	1.5	0	1.5	100
2	1/4/2010	1.5	0	1.5	100
3	1/10/2010	1.5	0	1.5	100
4	1/4/2011	1.5	0	1.5	100
5	1/10/2011	1.5	0	1.5	100
6	1/4/2012	1.5	0	1.5	100
7	1/10/2012	1.5	0	1.5	100
8	1/4/2013	1.5	0	1.5	100
9	1/10/2013	1.5	0	1.5	100
10	1/4/2014	1.5	100	101.5	0

Codificación de Instrumentos de RF

- Ejemplos: Nemotécnico Bono PRC

	Corte
A	500 UF
B	1000 UF
C	5000 UF
D	10000 UF

PRC-7D1201

Fecha Emisión:
Diciembre de 2001

Tipo de instrumento: **Bono PRC Amortizable UF**

	Tasa Emisión	Plazo
2	5%	4
3	6.5%	6
4	6.5%	8
1	6.5%	10
5	6.5%	12
6	6.5%	14
7	6.5%	20

Codificación de Instrumentos de RF

- Tabla Desarrollo PRC-7D1201.

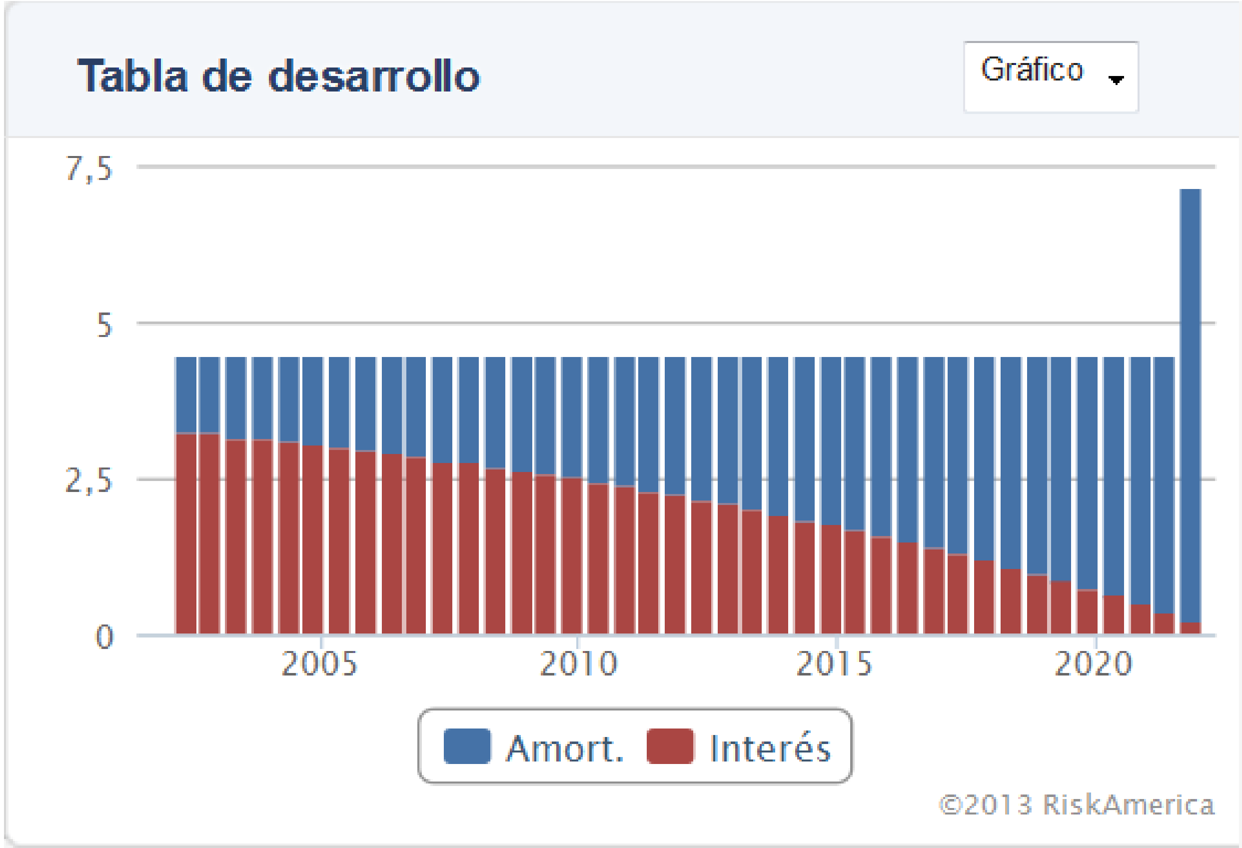


Tabla de Desarrollo PRC-7D1201

N°	Fecha	Interés	Amort	Saldo	Flujo
0	01-12-2001	0	0	100	0
1	01-06-2002	3,2349	1,2315	98,7685	4,4664
2	01-12-2002	3,2129	1,2535	97,515	4,4664
3	01-06-2003	3,1546	1,3118	96,2032	4,4664
4	01-12-2003	3,1295	1,3369	94,8663	4,4664
5	01-06-2004	3,086	1,3804	93,4859	4,4664
6	01-12-2004	3,0411	1,4253	92,0606	4,4664
7	01-06-2005	2,9781	1,4883	90,5723	4,4664
8	01-12-2005	2,9463	1,5201	89,0522	4,4664
9	01-06-2006	2,8808	1,5856	87,4666	4,4664
10	01-12-2006	2,8453	1,6211	85,8455	4,4664
11	01-06-2007	2,7771	1,6893	84,1562	4,4664
12	01-12-2007	2,7376	1,7288	82,4274	4,4664
13	01-06-2008	2,6814	1,785	80,6424	4,4664
14	01-12-2008	2,6233	1,8431	78,7993	4,4664
15	01-06-2009	2,5491	1,9173	76,882	4,4664
16	01-12-2009	2,501	1,9654	74,9166	4,4664
17	01-06-2010	2,4235	2,0429	72,8737	4,4664
18	01-12-2010	2,3706	2,0958	70,7779	4,4664
19	01-06-2011	2,2896	2,1768	68,6011	4,4664
20	01-12-2011	2,2316	2,2348	66,3663	4,4664
21	01-06-2012	2,1589	2,3075	64,0588	4,4664
22	01-12-2012	2,0838	2,3826	61,6762	4,4664
23	01-06-2013	1,9952	2,4712	59,205	4,4664
24	01-12-2013	1,9259	2,5405	56,6645	4,4664
25	01-06-2014	1,8331	2,6333	54,0312	4,4664
26	01-12-2014	1,7576	2,7088	51,3224	4,4664
27	01-06-2015	1,6603	2,8061	48,5163	4,4664
28	01-12-2015	1,5782	2,8882	45,6281	4,4664
29	01-06-2016	1,4843	2,9821	42,646	4,4664
30	01-12-2016	1,3873	3,0791	39,5669	4,4664
31	01-06-2017	1,28	3,1864	36,3805	4,4664
32	01-12-2017	1,1835	3,2829	33,0976	4,4664
33	01-06-2018	1,0707	3,3957	29,7019	4,4664
34	01-12-2018	0,9662	3,5002	26,2017	4,4664
35	01-06-2019	0,8476	3,6188	22,5829	4,4664
36	01-12-2019	0,7346	3,7318	18,8511	4,4664
37	01-06-2020	0,6132	3,8532	14,9979	4,4664
38	01-12-2020	0,4879	3,9785	11,0194	4,4664
39	01-06-2021	0,3565	4,1099	6,9095	4,4664
40	01-12-2021	0,2248	6,9095	0	7,1343